

## ОТРАЖЕНИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ОБЛАКЕ ПЫЛИ

А. В. Федоров, Ю. В. Харламова, Т. А. Хмель

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН им.С. А. Христиановича, 630090 Новосибирск  
fedorov@itam.nsc.ru

Численно и аналитически исследована задача о прохождении ударной волны вдоль облака частиц, прилегающего к твердой поверхности. В рамках равновесного приближения механики гетерогенных сред выполнен анализ волновой картины течения вблизи отражающейся от этой поверхности ударной волны. Аналитически получены условия перехода от регулярного к нерегулярному отражению от подложки преломленной ударной волны внутри облака. Результаты численного моделирования неравновесного течения в двухскоростном двухтемпературном приближении сопоставлены с данными, полученными в рамках равновесного приближения. Установлена близость неравновесного и равновесного течений при уменьшении размера частиц.

Ключевые слова: механика гетерогенных сред, ударные волны, регулярное и нерегулярное отражение, математическое моделирование.

### ВВЕДЕНИЕ

Исследование взаимодействия ударной волны и слоя пыли представляет как практический интерес с точки зрения проблемы предотвращения взрывов в промышленности, так и теоретический — в плане изучения механизмов подъема пыли и формирования пылевых облаков.

Обзор теоретических и экспериментальных работ по проблемам смесеобразования при ударно-волновом воздействии на пылевые слои, содержащий анализ и постановки соответствующих задач механики гетерогенных сред, приведен в [1]. Здесь отметим, что многие аналитические и численные исследования выполнялись в предположении малого размера частиц, когда справедливо равновесное приближение механики сплошных сред. Моделирование движения приповерхностного слоя взвеси в этом случае возможно представлением его в виде слоя псевдогаза повышенной плотности [2, 3]. В частности, в [2] численно исследовалась задача о прохождении ударной волны (УВ) вдоль слоя взвеси угольной пыли в воздухе. Замена слоя пыли аналогичным слоем холодного газа позволила провести анализ как в рамках уравнений Эйлера в невязкой постановке, так и с учетом вязкости и теплопроводности (уравнения Навье — Стокса). Результаты расчетов обнаружили внутреннюю систему волн в слое, пред-

сказанную в [4], и указали на возможность как регулярного, так и нерегулярного отражения преломленной УВ от поверхности. Реализация того или иного типа отражения связывается в [2] с влиянием безразмерного числа Атвуда, характеризующего плотность слоя и определяющего угол наклона преломленной в нем УВ. В [5] в рамках неравновесного приближения механики взаимопроникающих континуумов численно моделируется взаимодействие УВ с облаком инертных и реагирующих частиц фиксированной концентрации и различной дисперсности. Расчеты в плоском канале заданной ширины показали, что на характер отражения влияет размер частиц, а высота ножки Маха зависит от толщины слоя.

Отметим, что ударно-волновые процессы в запыленных средах в значительной степени отличаются от аналогичных процессов в газах в силу неравновесности, обусловленной процессами межфазного обмена импульсом и энергией. Релаксационные процессы качественным образом меняют волновую картину течения. Например, для плоских УВ это выражается в немонотонном распределении параметров за фронтом вниз по потоку [6, 7]. Исследования распространения УВ в релаксирующей газ-взвеси и отражения наклонных УВ на клине [8–11] выявили их отличительные особенности, в частности, в [9] установлено, что изменение размера частиц и их массовой доли в смеси порождает несколько принципиально различных типов отражения. Также более сложной, чем для газовых смесей, является связь меж-

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 03-01-00453).

ду критическим углом наклона волны и числом Маха. В [9], где исследовалось влияние частиц на критерий перехода от регулярного к маховскому отражению УВ, определена линейно убывающая зависимость критического угла наклона образующей клина от массовой доли частиц в смеси при заданном числе Маха. В [11] анализировалось влияние неравновесности на вид кривых перехода от одного типа отражения к другому. Поскольку для смеси установлена нелинейная зависимость угла наклона волны от расстояния, пройденного УВ вдоль поверхности клина, то кривые перехода построены в [11] в виде зависимости угла клина от числа Маха замороженной УВ, так и в плоскости параметров «угол наклона образующей клина — расстояние, пройденное УВ вдоль клина». Из [9–11] следует, что кривые перехода для пылевзвеси и для чистого газа различаются принципиальным образом.

В настоящей работе исследуется задача о распространении плоской УВ вдоль слоя пыли, частично заполняющего плоский канал. Здесь УВ сначала преломляется на поверхности слоя и затем отражается от плоской стенки, над которой расположено облако. Целью исследования является выяснение влияния дисперсности (массовой или объемной доли частиц, а также их размера) на волновую картину и характер отражения УВ.

В первой части работы в равновесном приближении (предельном случае неравновесного течения) механики гетерогенных сред получены критерии перехода от регулярного к нерегулярному отражению УВ в смеси газа и частиц пыли, аналогичные известным критериям в газовых средах. Установлено влияние объемного содержания частиц на условия регулярного и маховского отражения УВ, которые для газовых смесей определяются углом падения УВ и числом Маха набегающего потока.

Во второй части на основе численного моделирования распространения УВ вдоль слоя пыли в плоском канале в рамках равновесной и неравновесной моделей механики гетерогенных сред установлено количественное влияние размера частиц (определяющего процессы скоростной и температурной неравновесности фаз), а также толщины слоя на волновую картину, параметры течения и характер отражения. Проведено сопоставление реализуемых в численных расчетах ударно-волновых структур с соответствующими течениями, описыва-

емыми по аналитическим критериям отражения в равновесном случае.

## 1. ВЛИЯНИЕ ЧАСТИЦ НА КРИТЕРИЙ ОТРАЖЕНИЯ НАКЛОННОЙ УВ

Рассмотрим распространение наклонной (преломленной) УВ вдоль стенки в смеси газа и мелких частиц пыли. Анализ состояний за фронтом УВ при ее отражении проведем в рамках равновесной по скоростям и температурам математической модели механики гетерогенных сред. Присутствие частиц здесь учитывается модифицированным уравнением состояния.

Обозначим через  $T$ ,  $u$ ,  $\rho$ ,  $p$ ,  $e$  температуру, скорость, плотность, давление и внутреннюю энергию равновесной смеси. Относительные массовые концентрации газа (индекс 1) и частиц (индекс 2) определяются как  $\xi_i = \rho_i/\rho$ ,  $\rho = \sum_i \rho_i$ ,  $\rho_i = \rho_{ii}m_i$ , где  $\rho_i$ ,  $\rho_{ii}$  — соответ-

ственно средняя и истинная плотности каждой из фаз,  $\rho_{22} = \text{const}$ ,  $m_i$  — объемная концентрация  $i$ -й фазы. Теплоемкости и равновесный показатель адиабаты смеси выражаются известным образом:  $c_p = \sum_i \xi_i c_{p,i}$ ,  $c_v = \sum_i \xi_i c_{v,i}$ ,

$\gamma_e = c_p/c_v$ . Уравнение состояния при учете объемной концентрации частиц принимается в виде

$$p = \frac{\rho_1 RT}{1 - m_2} = \frac{\xi_1 RT}{w}, \quad w = \frac{1}{\rho} - \frac{\xi_2}{\rho_{22}}, \quad (1)$$

$$e = c_v T.$$

Равновесная скорость звука представлена в виде  $c_e^2 = \gamma_e p / w \rho^2$ .

Схематическое изображение волновой картины исследуемого течения в системе координат, связанной с ударно-волновой конфигурацией, приведено на рис. 1. Индексами 1, 2

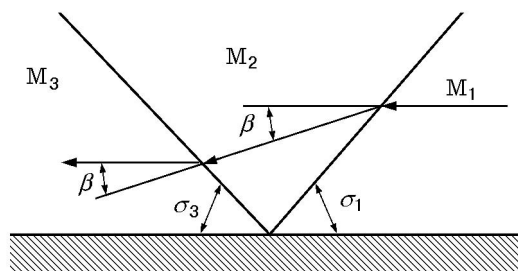


Рис. 1. Схема отражения УВ от стенки

и 3 обозначены соответственно состояния перед падающей УВ, за падающей (перед отраженной) УВ и за отраженной УВ. Числа Маха потока определяются следующим образом:  $M_1 = u_1/c_{e1}$ , где  $u_1$  — скорость набегающего потока (скорость скольжения УВ в лабораторной системе),  $M_2 = u_2/c_{e2}$ ,  $M_3 = u_3/c_{e3}$ , где  $c_{ei}$  — равновесная скорость звука в соответствующей области. Пусть  $\sigma_1$  — угол между стенкой и фронтом падающей УВ, а  $\sigma_3$  — угол между стенкой и отраженной УВ. Поскольку принимается, что течение за отраженной волной параллельно стенке, то углы отклонения потока  $\beta$  в состоянии 2 и 3 равны (см. рис. 1). Для определения параметров за падающей и отраженной ударными волнами привлекаются известные соотношения на косом скачке:

$$\begin{aligned} \rho_2 u_{2n} &= \rho_1 u_{1n}, & p_2 + \rho_2 u_{2n}^2 &= p_1 + \rho_1 u_{1n}^2, \\ u_{2\tau} &= u_{1\tau}, \\ e_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{u_{2n}^2}{2} &= e_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{u_{1n}^2}{2}, \\ \rho_2 u_{2n} &= \rho_3 u_{3n}, & (2) \\ p_3 + \rho_3 u_{3n}^2 &= p_2 + \rho_2 u_{2n}^2, \\ u_{3\tau} &= u_{2\tau}, \\ e_3 + \frac{p_3}{\rho_3} + \frac{u_{3n}^2}{2} &= e_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{u_{2n}^2}{2}. \end{aligned}$$

Здесь  $u_n$  и  $u_\tau$  — нормальная и касательная составляющие скорости  $u$ , для падающей УВ они определяются формулами  $u_{1n} = u_1 \sin \sigma_1$ ,  $u_{1\tau} = u_1 \cos \sigma_1$ ,  $u_{2n} = u_2 \sin(\sigma_1 - \beta)$ ,  $u_{2\tau} = u_2 \cos(\sigma_1 - \beta)$ , для отраженной УВ —  $u_{2n} = u_2 \sin(\sigma_3 + \beta)$ ,  $u_{2\tau} = u_2 \cos(\sigma_3 + \beta)$ ,  $u_{3n} = u_3 \sin \sigma_3$ ,  $u_{3\tau} = u_3 \cos \sigma_3$ .

Путем алгебраических преобразований приходим к следующим выражениям для угла отклонения потока  $\beta$ :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{ctg} \sigma_1 (\sin^2 \sigma_1 - 1/M_1^2)}{(\gamma_e + 1)/(2\rho_1 w_1) - (\sin^2 \sigma_1 - 1/M_1^2)}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \beta &= \\ &= \frac{\operatorname{ctg}(\sigma_3 + \beta) (\sin^2(\sigma_3 + \beta) - 1/M_2^2)}{(\gamma_e + 1)/(2\rho_2 w_2) - (\sin^2(\sigma_3 + \beta) - 1/M_2^2)}. \quad (4) \end{aligned}$$

Заметим, что в приближении малой объемной концентрации твердых частиц в смеси ( $m_2 \approx 0$ ,  $\rho w \approx 1$ ) выражения (3), (4) совпадают с аналогичными для идеального газа [12] с учетом зависимости показателя адиабаты от массового содержания частиц.

С помощью последовательных преобразований уравнений (2) приходим к следующим уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{1}{M_2^2} &= \frac{w_1}{w_2 M_1^2} \frac{\sin^2(\sigma_1 - \beta)}{\sin^2 \sigma_1} \times \\ &\times \left( 1 + \frac{\gamma_e}{\rho_1 w_1} M_1^2 \sin^2 \sigma_1 \right) - \frac{\gamma_e \sin^2(\sigma_1 - \beta)}{\rho_2 w_2}, \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{M_2^2} &= \frac{w_3}{w_2 M_3^2} \frac{\sin^2(\sigma_3 + \beta)}{\sin^2 \sigma_3} \times \\ &\times \left( 1 + \frac{\gamma_e}{\rho_3 w_3} M_3^2 \sin^2 \sigma_3 \right) - \frac{\gamma_e \sin^2(\sigma_3 + \beta)}{\rho_2 w_2}, \quad (6) \end{aligned}$$

где

$$\rho_2 = \frac{\rho_1 \operatorname{tg} \sigma_1}{\operatorname{tg}(\sigma_1 - \beta)}, \quad \rho_3 = \frac{\rho_2 \operatorname{tg}(\sigma_3 + \beta)}{\operatorname{tg} \sigma_3}.$$

Общее число параметров в уравнениях (3)–(6) равняется 6 ( $M_1, M_2, M_3, \sigma_1, \sigma_3, \beta$ ). Нас интересуют параметры  $M_1, \sigma_1$ . Чтобы получить функциональную зависимость между ними (построить кривую перехода), воспользуемся звуковым критерием Неймана, который хорошо согласуется с экспериментальными данными для псевдостационарных течений в газовых средах [13]

$$M_3 = 1. \quad (7)$$

Система уравнений (3)–(7) после исключения  $M_2$  и решения квадратного уравнения относительно  $\operatorname{ctg} \sigma_3$  позволяет определить связь между  $\sigma_1$  и  $M_1$  в виде нелинейного уравнения, которое ввиду громоздкости здесь не приводится.

На рис. 2 представлены расчетные зависимости критического угла отклонения  $\theta = 90 - \sigma_1$  (смежного с углом наклона падающей УВ) от интенсивности УВ для нескольких значений объемной концентрации частиц. Приведенные кривые разделяют области регулярного (сверху) и нерегулярного (снизу) типов отражения. При  $m_2 \approx 0$  кривая перехода (сплошная линия 1) весьма близка к кривой, построенной

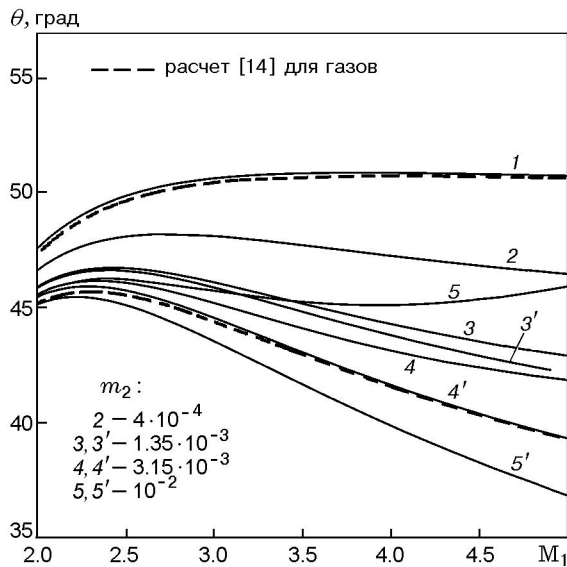


Рис. 2. Кривые перехода от регулярного к нерегулярному отражению для газа при  $\gamma_1 = 1.4$  (1) и для различных смесей (2–5)

по данным [14] для газа с  $\gamma_1 = 1.4$  (штриховая линия 1), а незначительное расхождение, как нам представляется, обусловлено различиями в критериях перехода. (В [14] переход к маховскому отражению связывался с потерей условия разрешимости задачи определения ударно-волновой конфигурации, соответствующей регулярному отражению.) Тем самым подтверждается, что указанные математические модели перехода близки [13].

Присутствие частиц в смеси проявляется двояко: в изменении параметра адиабаты  $\gamma_e$  (влияние массовой загрузки) и в виде коволюма в уравнении состояния (влияние объемной концентрации). Для оценки последнего фактора в переходе от регулярного к маховскому отражению были проведены расчеты при замене уравнения (1) уравнением

$$p = \rho \xi_1 RT. \quad (8)$$

Соответствующие результаты на рис. 2 отмечены цифрами со штрихом. Как видно, при относительно небольших значениях объемной концентрации (до  $\approx 10^{-3}$ ) данные, полученные с учетом и без учета параметра  $m_2$ , различаются незначительно (ср. кривые 3 и 3' на рис. 2). Увеличение массовой загрузки взвеси  $\xi_2$  приводит к уменьшению значения равновесного показателя адиабаты  $\gamma_e$ , и кривая перехода смещается вниз относительно кривой перехода при  $\gamma_e = 1.4$ . Зависимость  $\theta(M_1)$  во всех

случаях носит немонотонный характер, имеет точку локального максимума, положение которой зависит от массовой концентрации. Такое же поведение обнаруживается при анализе данных [14] для газов. Отметим также, что результаты для газа с показателем адиабаты  $\gamma_1 = 1.1$  [14] совпадают с расчетной кривой 3' (уравнение состояния (8),  $m_2 = 1.35 \cdot 10^{-3}$ ,  $\gamma_e = 1.1$ ). Таким образом, результаты для смеси без учета объема, занятого частицами, согласуются с известными результатами по отражению наклонных УВ в газах.

Влияние объема, занятого частицами, становится существенным с увеличением содержания частиц в смеси. При  $m_2 = 3.15 \cdot 10^{-3}$  и  $10^{-2}$  наблюдается значительное расхождение результатов, полученных с использованием уравнения (1) и уравнения (8) (ср. кривые 4 и 4', 5 и 5' на рис. 2). Характер поведения кривых перехода при учете объемной концентрации частиц меняется: кроме точки локального максимума появляется также точка локального минимума, после которой зависимость  $\theta(M_1)$  вновь становится возрастающей. При  $m_2 = 3.15 \cdot 10^{-3}$  (кривая 4) наблюдается выход на экстремум при  $M_1 \approx 5$ . С ростом  $m_2$  положение точки локального минимума смещается в сторону меньших значений  $M_1$  и приближается к точке локального максимума (кривая 5,  $m_2 = 10^{-2}$ ). При этом значение в точке локального максимума уменьшается, а в точке локального минимума увеличивается. Таким образом, наблюдается тенденция перехода к монотонно возрастающей зависимости критического угла от числа Маха при дальнейшем увеличении  $m_2$ . (Отметим, что значения объемной концентрации порядка 0.1 для течений сжатия находятся за рамками применимости настоящей модели.)

Сложное поведение наблюдается также в зависимости критического угла от объемной концентрации частиц при фиксированных числах Маха (рис. 3). Здесь начальные значения приведенных функций ( $m_2 = 0$ ) соответствуют данным для чистого газа. Как видно, при небольших значениях амплитуды УВ значения  $\theta$  монотонно убывают с ростом объемной концентрации. При малых значениях  $m_2$  такая зависимость качественно согласуется с численными данными [9] (см. точки на вставке рис. 3). Количественное расхождение результатов [9] с представленными в настоящей работе и соответственно с результатами [14] можно свя-

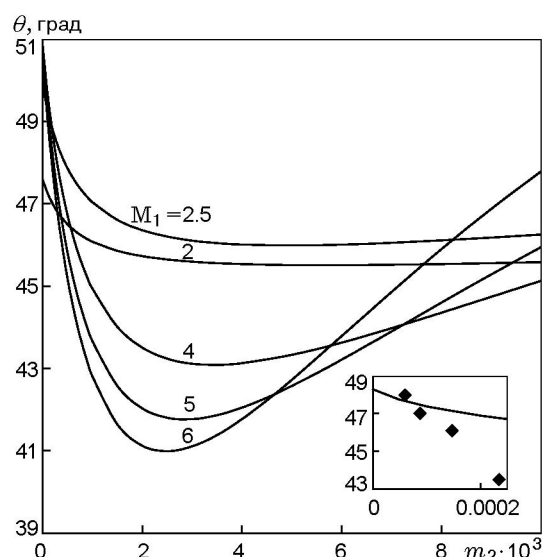


Рис. 3. Влияние объемной концентрации на угол перехода при различных значениях числа Маха падающей ударной волны

зять с тем, что в [9] исследовалась несколько другая задача — о нестационарном взаимодействии плоской УВ с клином в потоке газа с более тяжелыми частицами ( $\rho_{22} = 4000 \text{ кг/м}^3$ ,  $m_2 \leq 2 \cdot 10^{-4}$ ,  $M_0 = 1.5$ ).

Увеличение числа Маха приводит к тому, что зависимость  $\theta(m_2)$  становится немонотонной и начиная с некоторого значения  $m_2$  критический угол  $\theta$  возрастает (рис. 3,  $M_1 = 4$ ). Наибольший перепад между максимальным и минимальным значениями угла перехода, связанный с влиянием объемной концентрации частиц, наблюдается при больших числах Маха.

Из вышеприведенного следует, что типы отражения УВ во взвесьх более тяжелых и менее тяжелых частиц при одной и той же их массовой концентрации могут принципиально различаться. При  $m_2 > 3 \cdot 10^{-3}$  кривая перехода должна определяться с учетом объема, занятого частицами. Близкое по порядку величины значение  $m_2 \approx 10^{-2}$  указано в [15] как максимально допустимое, при котором можно пренебречь объемом частиц в анализе равновесных состояний плоских ударно-волновых структур. Таким образом, влияние частиц на волновую картину и переход от регулярного типа отражения к нерегулярному имеет место не только за счет изменения равновесного показателя адиабаты смеси, но и за счет изменения объема, занятого частицами, в общем объеме смеси.

## 2. ВЛИЯНИЕ ДИСПЕРСНОСТИ НА ВОЛНОВУЮ КАРТИНУ ТЕЧЕНИЯ И ХАРАКТЕР ОТРАЖЕНИЯ УВ В СЛОЕ ЧАСТИЦ

Рассмотрим задачу о преломлении и отражении плоской УВ в слое монодисперсной газозвеси мелких твердых частиц, представляющую также самостоятельный интерес в связи с проблемами «слоевой детонации» [5]. Предположим, что формирование ударно-волновой структуры происходит в полубесконечном облаке взвеси прямоугольной формы, которое прилегает к стенке плоского канала. Ударная волна распространяется по каналу слева направо по покоящемуся незапыленному газу и взаимодействует с облаком частиц. Схема течения представлена на рис. 4.

Для описания взаимодействия УВ со слоем газозвеси частиц используем два подхода механики гетерогенных сред. В первом из них (равновесном) смесь считается обобщенным односкоростным однотемпературным континуумом, как и выше. Для описания течения в рамках этого приближения привлекаем систему законов сохранения псевдогаза, дополненную уравнением для объемной концентрации частиц [2] и уравнением состояния в виде (1)

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = 0,$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \\ \rho m_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho E + p)u \\ \rho m_2 u \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (\rho E + p)v \\ \rho m_2 v \end{pmatrix}.$$

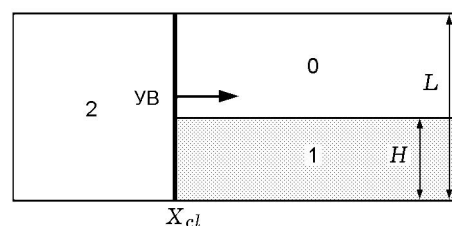


Рис. 4. Схема течения:

0 — начальные условия в газе, 1 — начальные условия в смеси, 2 — условия за УВ в газе

Здесь  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{G}$  — векторы консервативных потоков в соответствующих направлениях; параметры смеси:  $\rho$  — плотность,  $u$  и  $v$  — компоненты скорости в декартовой системе координат,  $E$  — полная энергия,  $p$  — давление.

Во втором (неравновесном) подходе механики гетерогенных сред течение описывается в рамках двухскоростного двухтемпературного приближения. Уравнения сохранения массы, импульса и энергии, записанные для каждой фазы, а также замыкающие соотношения взяты в виде [5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i u_i}{\partial x} + \frac{\partial \rho_i v_i}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \rho_i u_i}{\partial t} + \frac{\partial [\rho_i u_i^2 + (2-i)p]}{\partial x} + \frac{\partial \rho_i u_i v_i}{\partial y} &= \\ &= (-1)^{i-1}(-f_x), \\ \frac{\partial \rho_i v_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_i u_i v_i)}{\partial x} + \frac{\partial [\rho_i v_i^2 + (2-i)p]}{\partial y} &= \\ &= (-1)^{i-1}(-f_y), \\ \frac{\partial \rho_i E_i}{\partial t} + \frac{\partial [\rho_i u_i (E_i + (2-i)p/\rho_1)]}{\partial x} + \\ + \frac{\partial [\rho_i v_i (E_i + (2-i)p/\rho_1)]}{\partial y} &= \\ &= (-1)^{i-1}(-q - f_x u_2 - f_y v_2), \\ E_i &= (u_i^2 + v_i^2)/2 + c_{v,i} T_i, \quad (9) \\ q &= \frac{6m_2 \lambda_1}{d^2} \text{Nu} (T_1 - T_2), \\ f &= \frac{3m_2 \rho_{11}}{4d} c_D |u_1 - u_2| (u_1 - u_2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_D(\text{Re}, M_{12}) &= \left(1 + \exp\left(-\frac{0.43}{M_{12}^{4.67}}\right)\right) \times \\ &\times \left(0.38 + \frac{24}{\text{Re}} + \frac{4}{\sqrt{\text{Re}}}\right), \end{aligned}$$

$$\text{Nu} = 2 + 0.6 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3}, \quad \text{Re} = \rho_{11} d |u_1 - u_2| / \mu,$$

$$M_{12} = |u_1 - u_2| \sqrt{\rho_{11}} / \sqrt{\gamma_1 p}.$$

Уравнение состояния в таком течении взвеси принимается в виде (8), т. е. без учета объемной концентрации частиц.

В уравнениях (9)  $d$  — диаметр частицы,  $c_D$  — коэффициент сопротивления частиц,  $\lambda_1$  — теплопроводность газа,  $\text{Re}$ ,  $\text{Nu}$ ,  $\text{Pr}$  — числа Рейнольдса, Нуссельта, Прандтля,  $\mu$  — вязкость газа,  $\gamma_1$  — показатель адиабаты газа.

Задача о взаимодействии УВ со слоем пыли сводится к начально-краевой задаче со следующими начальными условиями:

$$t = 0: \quad \varphi = \begin{cases} \varphi_{sw}(x), & 0 \leq x < X_{cl}, \\ \varphi_{cl}, & X_{cl} \leq x < +\infty, \\ \varphi_0, & 0 \leq y \leq h, \\ & X_{cl} \leq x < +\infty, \\ & h < y \leq L. \end{cases}$$

Здесь  $\varphi = \{\rho, \rho u, \rho E, \rho m_2\}$  — вектор решения в равновесном приближении,  $\varphi = \{\rho_1, \rho_2, \rho_1 u_1, \rho_2 u_2, \rho_1 E_1, \rho_2 E_2\}$  — вектор решения в неравновесном приближении,  $\varphi_{sw}(x)$  — параметры за фронтом УВ в газе без частиц,  $\varphi_0$  — начальное состояние перед фронтом УВ в газе,  $\varphi_{cl}$  — начальное состояние смеси в облаке,  $X_{cl}$  определяет границу облака и начальное местоположение УВ. Начальные значения скоростей газа и частиц перед фронтом УВ и в облаке равны нулю. Плотность частиц вне облака равна нулю.

Граничные условия: на входе (слева) поддерживалось состояние, отвечающее параметрам за падающей УВ; на правой границе (положение которой поддерживалось справа, на некотором расстоянии от проходящей УВ) задавались условия, соответствующие  $x = \infty$ .

Расчеты проводились для смеси частиц угольной пыли в воздухе. Начальные значения параметров принимались следующими:  $h = 20$  мм,  $\rho_{11} = 1.177$  кг/м<sup>3</sup> (воздух),  $\rho_{22} = 1470$  кг/м<sup>3</sup> (уголь),  $p_0 = 1$  атм,  $T_0 = 288$  К; число Маха ударной волны  $M = 1.6$ .

Для решения начально-краевой задачи в равновесном приближении использовался метод СР, предложенный в [16] и адаптированный в [2] применительно к задачам механики равновесных гетерогенных сред. Этот метод хорошо зарекомендовал себя при анализе течений с контактными разрывами [2]. В расчетах использовалась равномерная конечно-разностная сетка:  $1500 \times 100$  узлов. Задача в неравновесном приближении решалась с применением схемы TVD для газа и схемы Джендри для частиц [17]. Такой подход успешно

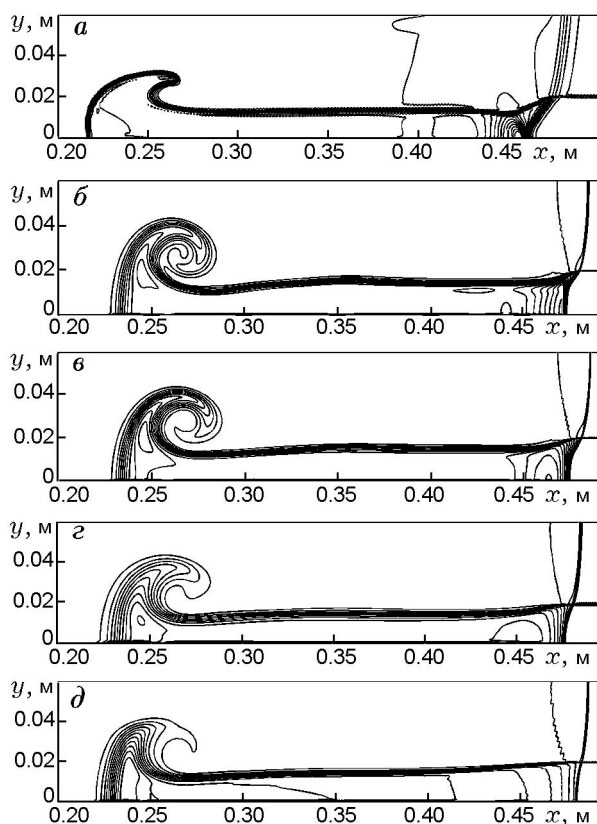


Рис. 5. Влияние размера частиц на распространение УВ вдоль слоя газозвеси. Изолинии плотности смеси:

$t = 0.9$  мс,  $m_2 = 4 \cdot 10^{-4}$ ; равновесное приближение,  $d = 0$  (а); неравновесное приближение:  $d = 1$  (б), 3 (в), 5 (г), 10 мкм (д)

опробован на задачах о гетерогенной детонации [5, 18]. При решении задачи в данном подходе двумерная конечно-разностная сетка также была равномерной. Шаг разностной сетки по пространству в обоих направлениях 0.00025 м. Расчетная область расширялась по мере распространения УВ.

Для обоих методов погрешность расчетов не превышала 5 % для всех параметров течения.

Результаты расчетов представлены на рис. 5–9. Типичная картина течения, реализующаяся в смеси в рамках неравновесного приближения механики гетерогенных сред, показана на рис. 5, где приведены поля плотности смеси в момент времени 0.9 мс после взаимодействия УВ со слоем пыли. Отметим, что при взаимодействии УВ с облаком имеется некоторый период нестационарного течения, а по его истечении происходит установление псевдоста-

ционарного режима распространения УВ в канале с преломлением и отражением УВ в облаке частиц. Как показано выше в рамках равновесного приближения, отражение может быть как регулярным, так и с образованием ножки Маха. Волновая картина при преломлении и отражении УВ в слое подобна исследованной в [2, 5]. На границе слоя фронт лидирующей УВ претерпевает излом. В точке смыкания УВ в газе и преломленной УВ в слое контактная поверхность, разделяющая газ и слой пыли, также преломляется. Слой за фронтом УВ поджимается, и толщина его становится меньше, чем перед фронтом. Некоторое увеличение толщины слоя происходит, когда отраженная от стенки УВ достигает контактной поверхности и взаимодействует с ней. В приведенном на рис. 5 течении ( $M = 1.6$ ) эта волна слабая и не приводит к значительному изменению границы, как это получено в [5] при  $M = 3$  и  $d = 1$  мкм. Видно, что контактная граница между газом и смесью не слишком отличается от горизонтальной линии. Значительный подъем частиц на рис. 5 наблюдается только на передней кромке слоя, где в результате взаимодействия УВ с прямоугольным краем облака формируется нестационарный вихрь. Качественное сравнение данных численных экспериментов в рамках равновесного (рис. 5, а) и неравновесного (размеры частиц 1, 3, 5, 10 мкм, рис. 5, б–д) приближений показывает, что формы облака и вихря близки при использовании обоих подходов. Результаты, полученные в равновесном приближении (рис. 5, а) с помощью метода SIP [2, 16], отличаются четкостью контактных разрывов на границе и внутри облака, но данная расчетная методика не позволяет с достаточной точностью передавать ударные волны в среде в силу размазывания скачков. Кроме того, можно отметить, что в равновесном течении происходит более сильное поджатие облака за лидирующей УВ. Напротив, численные расчеты в неравновесном приближении, полученные по схеме ТВД — Джентри, показывают некоторое размывание контактных и комбинированных разрывов в течении смеси за УВ в слое. Последнее обусловлено также и релаксационными процессами выравнивания скоростей и температур, что особенно заметно при увеличении диаметра частиц.

Распределения давления на стенке канала за УВ на тот же момент времени (0.9 мс) показаны на рис. 6. Отметим, что протяженности

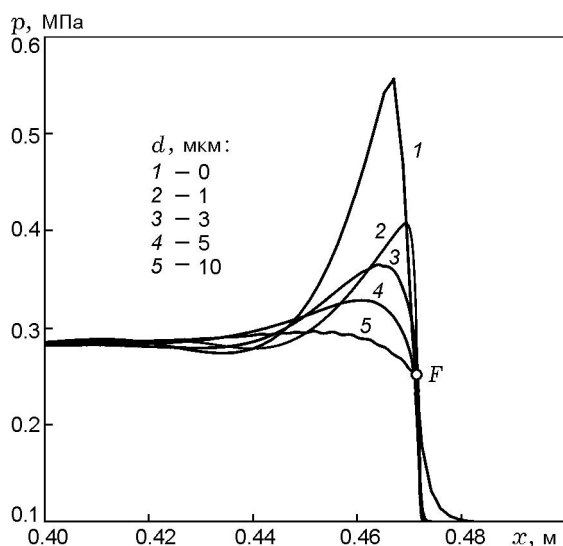


Рис. 6. Влияние дисперсности на распределение давления на стенке:

$t = 0.9$  мс,  $m_2 = 4 \cdot 10^{-4}$ , 1 — равновесное приближение, 2–5 — неравновесное приближение

зон релаксации нелинейно коррелируют с диаметром частицы, поскольку  $c_D$  и  $Nu$  нелинейно зависят от безразмерных параметров течения. Это приводит к тому, что в газозвесах, как в плоских ударных волнах, так и в двумерных волновых конфигурациях, реализуются различные структуры течения при различных соотношениях релаксационных параметров. Как видно из рис. 6, максимальное давление за ножкой Маха зависит от размера частиц. Резкое уменьшение давления после достижения максимума в равновесной смеси обусловлено тем, что на стенку приходит преломленная на внутренней контактной поверхности волна разрежения, формирующаяся при отражении от поверхности слоя вышедшей из тройной точки УВ [2]. В смеси газа и частиц эта волна взаимодействует с зоной релаксации за ножкой Маха (протяженность которой тем больше, чем больше размер частиц). Вследствие этого максимум давления уменьшается с увеличением размера частиц, а при  $d = 10$  мкм профиль давления уже монотонно возрастает от величины, определенной на фронте замороженного ударного скачка (точка  $F$  на рис. 6), до равновесного значения. Напротив, при уменьшении диаметра частиц профиль давления приближается к соответствующему распределению, полученному в равновесной модели, т. е. существует, вообще говоря, предельный переход. Естественно, что о безусловном предельном переходе го-

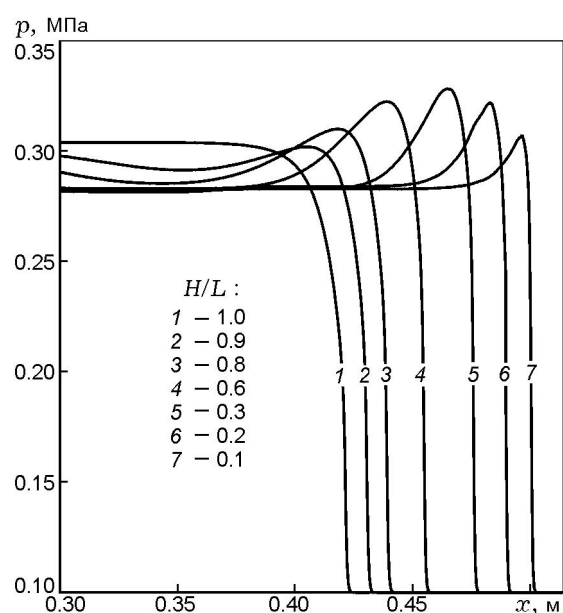


Рис. 7. Влияние относительной толщины слоя на распределение давления на стенке ( $d = 5$  мкм,  $t = 0.9$  мс)

ворить проблематично.

Для того чтобы оценить влияние поперечных эффектов на структуру течения, были проведены расчеты при различной толщине слоя относительно ширины канала. Известно, что при прохождении УВ по пылевому облаку в канале скорость распространения волны в установившемся режиме зависит от ширины облака и массовой концентрации и не зависит от размера частиц. На рис. 7 показаны распределения давления на стенке в один и тот же момент времени. Видно, что когда облако занимает всю ширину канала, давление сначала резко повышается до «замороженного» значения (давления на фронте замороженной УВ), а затем в зоне релаксации продолжает монотонно возрастать до равновесного значения (рис. 7, кривая 1).

В слое конечной ширины при нерегулярном отражении давление за ножкой Маха выше равновесного. Поэтому распределение давления вниз по потоку носит немонотонный характер: за фронтом УВ имеется точка максимума давления с последующим его уменьшением до равновесного значения. При этом если слой занимает больше половины канала (кривые 1–4 на рис. 7), то поперечные эффекты оказывают слабое влияние — пик давления невелик. Дальнейшее уменьшение ширины слоя приво-



дит к росту пикового значения, и при толщине слоя, равной трети ширины канала, увеличение давления на стенке максимально (кривая 5 на рис. 7). Далее, как видно на рис. 7 (кривые 6, 7), уменьшающийся в размерах пылевой слой оказывает все меньшее влияние на давление на стенке. Его максимальное значение снижается, сокращается также зона релаксации, ограниченная здесь поперечным размером (шириной слоя). Равновесное значение давления (в дальней зоне) отвечает уже состоянию за УВ в газе.

Таким образом, при изменении относительной ширины слоя от значения  $H/L = 1$  (полное заполнение) до нулевого значения (в канале чистый газ) пиковое давление сначала растет и достигает максимума, а затем постепенно снижается, стремясь к значению за УВ в газе. Отметим, что во всех расчетных случаях размер частиц, а значит, и время релаксации не изменяются. Поэтому данное поведение может быть связано только со следующими двумя факторами: изменением скорости распространения ударно-волновой конфигурации (от скорости УВ в смеси до скорости УВ в чистом газе) и соотношением геометрических размеров слоя и протяженности релаксационных процессов за УВ. Скорости УВ в смеси и чистом газе отличаются незначительно, также близки равновесные состояния на рис. 7 при  $h = L$  и при  $h = 0.1L$ . Следовательно, определяющим здесь является соотношение масштабов релаксационных процессов и толщины слоя.

На рис. 8 представлены поля плотности смеси в момент времени  $t = 0.9$  мс при различных значениях толщины слоя. Видно, что при минимальной толщине слоя (рис. 8, а,  $H/L = 0.3$ ) зона релаксации и отраженная волна максимально приближены к фронту лидирующей УВ и стенке, что проявляется в близости изохор между собой и к замороженной УВ. То есть основное изменение плотности смеси наблюдается непосредственно вблизи лидирующего разрыва. По мере увеличения ширины облака происходит размывание данной области, это видно из того, что изохоры становятся более разреженными. Течение в облаке приближается к одномерному, так как ножка Маха увеличивается. Сравнение вариантов течения на рис. 8, б–г показывает, что в данном случае тип отражения УВ не изменяется в зависимости от толщины слоя и формы падающей волны подобны. Несмотря на то, что зоны ре-

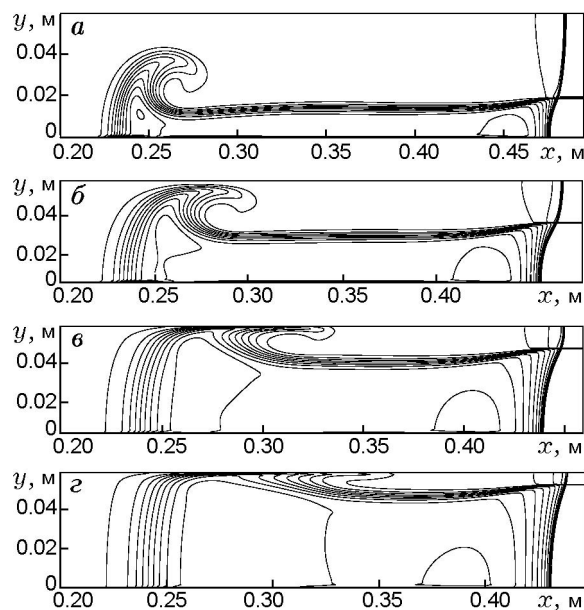


Рис. 8. Влияние ширины слоя на волновую картину. Изолинии плотности смеси:

$d = 5$  мкм,  $m_2 = 4 \cdot 10^{-4}$ ,  $t = 9 \cdot 10^{-4}$  с;  $H/L = 0.3$  (а),  $0.6$  (б),  $0.8$  (в),  $0.9$  (г)

лаксации сравнимы с толщиной слоя, можно различить ножку Маха, что свидетельствует о нерегулярном отражении. Однако можно установить, что угол смыкания лидирующей УВ с границей раздела как в газе, так и в слое несколько изменяется при изменении толщины слоя. Это означает, что при параметрах, близких к критическим, относительная толщина слоя может влиять на тип отражения.

Влияние процессов релаксации на тип отражения иллюстрирует рис. 9, где приведены волновые картины течения при  $M = 1.6$ ,  $m_2 = 10^{-3}$ , полученные в неравновесном (а) (размер частицы  $d = 3$  мкм) и равновесном (б) приближениях. Здесь в зависимости от того, учитываются или не учитываются процессы релаксации, определяются различные типы отражения. В неравновесной смеси УВ отражается с «размазанной» ножкой Маха, аналогичной [5] (поскольку ширина зоны релаксации сопоставима с шириной канала), а в равновесной смеси отражение носит регулярный характер.

Результаты численного эксперимента были сопоставлены с полученными в первой части работы аналитическими критериями перехода. На рис. 10 показаны результаты численных расчетов для четырех значений объемной концентрации и соответствующие им кривые

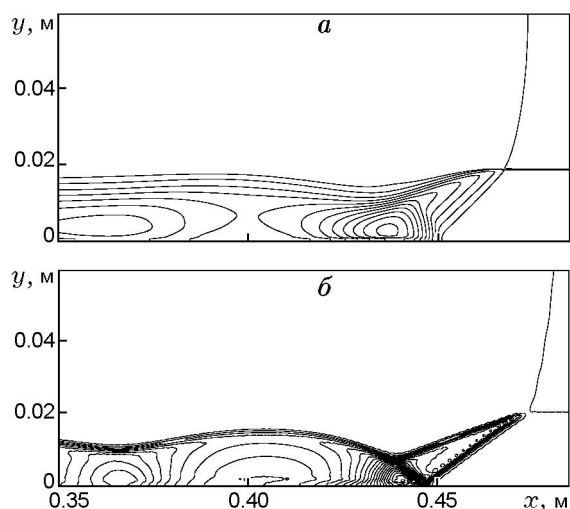


Рис. 9. Различный тип отражения в неравновесной взвеси при  $d = 3$  мкм (а) и равновесном приближении (б). Изолинии плотности смеси ( $m_2 = 10^{-3}$ )

перехода; при данных значениях объемной концентрации эти кривые различаются незначительно.

Видно, что численные результаты, полученные в равновесном приближении, во всех случаях согласуются с кривыми перехода (также определенными для равновесной смеси) для соответствующих показателей адиабаты.

Численные результаты, полученные в неравновесном приближении (при тех же числах Маха и объемных концентрациях), согласуются с «равновесной» кривой только при  $M < 3$ , когда параметры неравновесного течения не слишком отличаются от равновесных. При  $M > 3$  численные расчеты показывают нерегулярный тип отражения, в то время как равновесная теория (и равновесный численный расчет) предсказывает регулярное.

Приведенные результаты свидетельствуют о существенном влиянии процессов релаксации на характер отражения УВ в слое газ-взвеси.

## ВЫВОДЫ

В работе численно и аналитически исследовано отражение наклонной ударной волны в гетерогенной смеси газ — твердые частицы.

В рамках равновесного приближения механики гетерогенных сред в плоскости «число Маха — угол наклона падающей ударной волны» получены кривые перехода от регулярно-

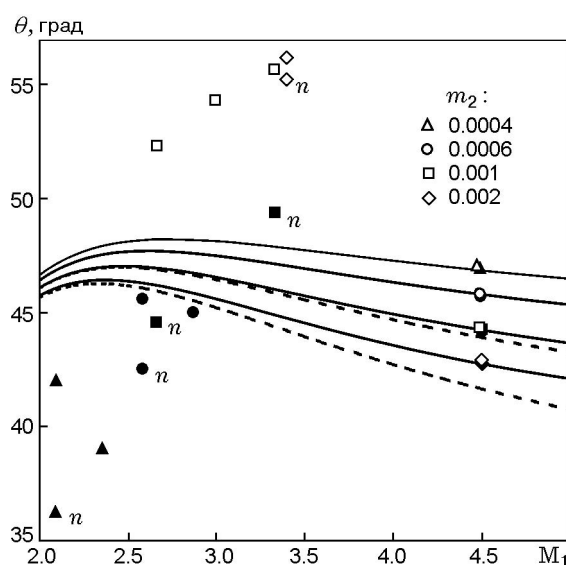


Рис. 10. Сопоставление расчетных данных и аналитических кривых перехода:

аналитические кривые: сплошные линии — уравнение состояния (8), штриховые — уравнение состояния (1); расчетные данные: светлые значки — регулярное отражение, темные — нерегулярное; значки с индексом  $n$  — неравновесное приближение

го к нерегулярному режиму отражения в смеси. Установлено существенное влияние объема, занятого частицами, на критические значения угла перехода при немалых концентрациях твердого компонента.

В рамках двухскоростного двухтемпературного приближения механики гетерогенных сред численно установлено влияние размера частиц и относительной ширины слоя на волновую картину течения. Показано, что с уменьшением размера частиц картина течения смеси становится близка к полученной в равновесном приближении.

Данные, характеризующие тип отражения, полученные численно в рамках равновесной модели механики сплошной среды, удовлетворительно согласуются с определенными выше критериями перехода.

Соответствующие результаты для неравновесного приближения согласуются с равновесными кривыми перехода только при небольших числах Маха и малых радиусах частиц, а при  $M > 3$  типы отражения для равновесных и неравновесных расчетов различаются, что обусловлено влиянием процессов релаксации на характер отражения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Федоров А. В.** Смесеобразование при распространении волновых процессов в газовзвесах (обзор) // Физика горения и взрыва. 2004. Т. 40, № 1. С. 21–37.
2. **Федоров А. В., Федорова Н. Н., Федорченко И. А., Фомин В. М.** Математическое моделирование подъема пыли с поверхности // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 6. С. 113–125.
3. **Rayevsky D., Ben-Dor G.** Shock wave interaction with a thermal layer // AIAA Journal. 1992. V. 30, N 4. P. 1135–1139.
4. **Борисов А. А., Когарко С. М., Любимов А. В.** Скольжение детонационных и ударных волн по поверхности жидкости // Физика горения и взрыва. 1965. Т. 1, № 4. С. 31–38.
5. **Хмель Т. А., Федоров А. В.** Взаимодействие ударной волны с облаком частиц алюминия в канале // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 2. С. 89–98.
6. **Carrier G. F.** Shock waves in a dusty gas // J. Fluid Mech. 1958. N 4. P. 376–382.
7. **Rudinger G.** Some properties of shock relaxation in gas flows carrying small particles // Phys. Fluids. 1964. V. 7, N 5. P. 658–663.
8. **Kim S.-W., Chang K.-S.** Reflection of shock wave from a compression corner in a particle-laden gas region // Shock Waves. 1991. V. 1. P. 65–73.
9. **Ben-Dor G., Igra O., Wang L.** Shock waves reflections in dust-gas suspensions // Trans. ASME J. Fluid Engr. 2001. V. 123. P. 145–153.
10. **Igra O., Hub G., Falcovitz J., Wang B. Y.** Shock wave reflection from a wedge in a dusty gas // Intern. J. Multiphase Flow. 2004. V. 30, issue 9. P. 1139–1169.
11. **Saito T., Marumoto M., Takayama K.** Numerical investigation of shock waves in gas-particle mixtures // Shock Waves. 2003. V. 13. P. 299–322.
12. **Гинзбург И. П.** Аэрогазодинамика. М.: Высш. шк., 1966.
13. **Ben-Dor G.** Shock Wave Reflection Phenomena. New York: Springer-Verlag, 1992.
14. **Арутюнян Г. М., Карчевский Л. В.** Отраженные ударные волны. М.: Машиностроение, 1973.
15. **Rudinger G.** Relaxation in gas-particle flow // Nonequilibrium Flows / P. P. Wagner (Ed.). New York: Dekker, 1969. V. 1, pt 1. P. 119–161.
16. **Yabe T.** A universal solver for hyperbolic equations for cubic-polynomial interpolation. 1. One-dimensional solver // Comput. Phys. Comm. 1991. V. 66. P. 219–232.
17. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
18. **Хмель Т. А., Федоров А. В.** Численное моделирование инициирования детонации при вхождении ударной волны в облако частиц алюминия // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 1. С. 114–122.

*Поступила в редакцию 29/IX 2005 г.*