

**МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИИ
“ИННОВАЦИОННАЯ ЭНЕРГЕТИКА”**

(Новосибирск, 15–16 ноября 2005 г.)

УДК 518.5:532.54

**РАСЧЕТ УСТАНОВИВШИХСЯ
ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ РАБОТЫ
ТЕПЛОВЫХ СЕТЕЙ ПО ОГРАНИЧЕННОМУ
КОЛИЧЕСТВУ ИЗМЕРЕНИЙ***

Н.Н. НОВИЦКИЙ, В.В. ТОКАРЕВ

Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск

Сформулирована экстремальная задача расчета распределения давлений, расходов и температур в установившемся режиме работы тепловой сети произвольной конфигурации по данным измерений этих параметров в отдельных точках сети. Для ее решения предложено использовать нетрадиционную математическую модель неизотермического потокораспределения, особенностью которой является инвариантность к заранее неизвестным направлениям потоков. Предложены и апробированы на численном примере подход и вычислительная схема оценивания параметров теплогидравлического режима.

ВВЕДЕНИЕ

Более 70 процентов потребляемого в России тепла обеспечивается централизованными системами теплоснабжения. Такие системы имеют очень сложную, многокольцевую структуру трубопроводной сети с сотнями или тысячами потребителей, одним или несколькими источниками теплоты, что обуславливает сложность управления их функционированием. В настоящее время в России активно ведутся работы по автоматизации управления теплоснабжающими системами (ТСС), по оснащению основных объектов средствами телеизмерения, по установке теплосчетчиков потребителям.

Развитие информационно-измерительной базы создает необходимую почву для разработки и внедрения методов слежения за режимами работы ТСС, что в свою очередь должно обеспечить качественно новый уровень решения задач диспетчерского управления, включая задачи контроля допустимости режима и качества снабжения потребителей, принятия решений по управлению в нормальных и аварийных ситуациях.

Традиционная задача расчета теплогидравлического режима (неизотермического потокораспределения) состоит в отыскании давлений, расходов и температур по всем элементам системы при известных характеристиках этих элементов, нагрузках потребителей, давлении, хотя бы в одном узле, и температурах теплоносителя на выходе из источников [1].

* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта “Развитие методов теплогидравлического моделирования теплоснабжающих систем для повышения эффективности использования тепловой энергии” по программе “Энергосбережение СО РАН” (грант 2005 г).

Задача, рассматриваемая в настоящей статье, имеет следующие особенности:

- произвольный состав исходных данных о давлениях, расходах и температурах, определяемый размещением измерительных приборов на сети;
- неизбежное присутствие ошибок измерений, что предполагает необходимость применения статистических методов для ее решения;
- целесообразность решения этой задачи с привлечением уравнений, описывающих как гидравлический, так и тепловой режим работы ТСС, т. к. измерения температур могут компенсировать недостаток данных по давлениям и расходам.

В настоящей статье впервые предпринята попытка формализации и решения задачи с учетом всех перечисленных особенностей.

Исходная модель неизотермического потокораспределения

В ТСС в векторно-матричной форме записи исходная модель неизотермического потокораспределения может быть представлена как в работе [1]:

$$\bar{\mathbf{A}}\mathbf{x} = \bar{\mathbf{Q}}, \quad (1)$$

$$\bar{\mathbf{A}}^T \bar{\mathbf{P}} = \mathbf{y}, \quad (2)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad (3)$$

$$\bar{\mathbf{A}}_n \mathbf{X} \mathbf{t}_n + \bar{\mathbf{A}}_k \mathbf{X} \mathbf{t}_k = \mathbf{0}, \quad (4)$$

$$\mathbf{t}_n = \bar{\mathbf{A}}_n^T \mathbf{T}, \quad (5)$$

$$\mathbf{t}_k = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{t}_n). \quad (6)$$

Здесь (1) — уравнения материального баланса в узлах гидравлической цепи (ГЦ) (уравнения первого закона Кирхгофа); (2) — уравнения второго закона Кирхгофа в узловой форме; (3) — уравнения, отражающее законы падения давления при течении транспортируемой среды по ветвям ГЦ (гидравлической цепи); (4) — уравнения, вытекающее из условий теплового баланса в узлах, в которых (для простоты изложения) принято, что теплоемкости всех потоков одинаковы; (5) — условие на полное смешение потоков в узлах; (6) — уравнения, отражающие законы падения температуры при течении среды по ветвям ГЦ; $\bar{\mathbf{A}}$ — полная $m \times n$ -матрица инцидентий m узлов и n ветвей расчетной схемы сети; $\bar{\mathbf{A}}_n$, $\bar{\mathbf{A}}_k$ — $m \times n$ -матрицы, фиксирующие отдельно начальные и конечные узлы ветвей, которые могут быть получены из $\bar{\mathbf{A}}$ заменой всех ее элементов a_{ji} , равных соответственно -1 или $+1$, нулями; \mathbf{x} — n -мерный вектор массовых расходов на ветвях ГЦ; $\bar{\mathbf{Q}}$ — m -мерный вектор массовых узловых расходов, $Q_j > 0$ — если в узле j приток, $Q_j < 0$ — если отбор, $Q_j = 0$ — если в узле j нет узлового расхода; $\bar{\mathbf{P}}$ — m -мерный вектор давлений в узлах; \mathbf{y} — n -мерный вектор перепадов давлений на ветвях; \mathbf{t}_n , \mathbf{t}_k — n -мерные векторы, состоящие из температур соответственно в начальных и конечных точках ветвей; $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ — n -мерная вектор-функция гидравлических характеристик ветвей; \mathbf{g} — m -мерная вектор-функция, состоящая из величин $Q_j T_{\Pi,j}$ в случае притока, где $T_{\Pi,j}$ — температура притока, и $Q_j T_j$ в случае отбора, где T_j — температура смеси потоков в узле j ; $\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{t}_n)$ — n -мерная вектор-функция теплофизических характеристик ветвей; $\mathbf{X} = \text{diag}(x_i, i = \overline{1, n})$; \mathbf{T} — вектор температур смешанных потоков в узлах, размерностью m .

В качестве примера, для i -й ветви можно привести следующую конкретизацию гидравлической (3) и теплофизической (6) характеристик:

$$y_i - s_i x_i | x_i | + Y_i = 0, \quad (7)$$

$$\ln \left(\frac{t_{н,i} - t_{0,i}}{t_{к,i} - t_{0,i}} \right) = \frac{\pi d_i l_i K_i}{c x_i} \quad \text{или} \quad t_{к,i} = t_{0,i} + (t_{н,i} - t_{0,i}) \exp \left(- \frac{\pi d_i l_i K_i}{c x_i} \right). \quad (8)$$

Здесь для i -й ветви: s_i — гидравлическое сопротивление, Y_i — известное приращение давления для активного элемента (в случае пассивной ветви $Y_i = 0$), t_0 — температура окружающей среды, K_i — коэффициент теплопередачи, d_i , l_i — внутренний диаметр и длина трубопровода, c — теплоемкость транспортируемой среды.

Анализ инвариантности уравнений температурного режима к ориентации ветвей расчетной схемы

Основной особенностью введенной для ТСС конкретизации общей модели неизотермического потокораспределения [1] является то, что плотность транспортируемой среды (воды) для каждой отдельно взятой ветви практически известна заранее и выступает в роли константы, поскольку ее зависимостью от давления и температуры можно пренебречь из-за несжимаемости среды и заранее известных для каждой ветви диапазонов температур, в пределах которых изменение плотности незначительно. Соответственно, можно считать, что потери давления для отдельно взятой ветви не зависят от температуры транспортируемой среды, а потери температуры, в свою очередь не зависят от давления.

В связи с этим в прямых задачах расчета потокораспределения в тепловой сети уравнения гидравлического режима (1)–(3) могут решаться независимо, а заранее неизвестные направления потоков позиционируются знаками x_i , чем обеспечивается их инвариантность к произвольной начальной ориентации ветвей расчетной схемы. При решении уравнений температурного режима (4)–(6) несовпадение направлений потоков с первоначальной ориентацией ветвей легко учитывается алгоритмически.

При оценивании параметров режима по данным измерений необходимо совместное решение обеих групп уравнений.

Уравнения теплового баланса в узлах (4) и уравнения Шухова (8) инвариантны относительно направлений потоков на ветвях только в том случае, если принять соглашение, что $t_{н,i}$, $t_{к,i}$ — это температуры в начале и конце i -й ветви, а не в начале и конце потока, направление которого может быть противоположным ориентации ветви. Собственно инвариантность уравнений (4) обеспечивается знаком x_i , что эквивалентно изменению в них знаков слагаемых, а в (8) — при $x_i < 0$ $t_{н,i}$, $t_{к,i}$ — начальная и конечная температуры потока. Этот вывод следует из соотношения $\lg(x) = -\lg(1/x)$.

Однако условие на полное смешение потоков в узлах (5) не может быть сформировано а priori при заранее неизвестной ориентации потоков. Кроме того, направления некоторых узловых расходов из-за неудачного начального приближения или в процессе решения могут менять свой знак, в связи с чем нарушается справедливость (4).

Таким образом, требуется обеспечить инвариантность уравнений температурного режима как к направлениям потоков на ветвях, так и к направлениям узловых расходов (уравнения гидравлического режима обладают этим свойством).

Построение модели температурного режима, инвариантной к изменению направлений потоков

Модель температурного режима с требуемыми свойствами может быть сформулирована в двух вариантах [2]:

- относительно начальных $t_i(0)$ и конечных $t_i(L)$ температур потоков;
- относительно температур в начальных $t_{н,i}$ и конечных $t_{к,i}$ точках ветвей.

Поскольку в рассматриваемой задаче оценки параметров режима необходимо иметь однозначное соответствие между температурами потоков как переменными модели и точками их замера, то во втором варианте требуется привлечение модели температурного режима второго варианта.

Введем в рассмотрение функции:

$$\bar{\chi}_i = [1 + \text{sign}(x_i)]/2, \quad \bar{\chi}_i = [1 - \text{sign}(x_i)]/2,$$

которые обладают следующими свойствами:

$$\bar{\chi}_i = 1, \text{ если } x_i > 0, \text{ и } \bar{\chi}_i = 0, \text{ если } x_i < 0,$$

$$\bar{\chi}_i = 1, \text{ если } x_i < 0, \text{ и } \bar{\chi}_i = 0, \text{ если } x_i > 0,$$

Тогда:

$$t_{н,i} = \bar{\chi}_i t_i(0) + \bar{\chi}_i t_i(L), \quad t_{к,i} = \bar{\chi}_i t_i(0) + \bar{\chi}_i t_i(L).$$

По аналогии функции

$$\bar{\chi}_{Q,j} = [1 + \text{sign}(Q_j)]/2, \quad \bar{\chi}_{Q,j} = [1 - \text{sign}(Q_j)]/2$$

обладают свойствами:

$$\bar{\chi}_{Q,j} = 1, \text{ если } Q_j > 0, \text{ и } \bar{\chi}_{Q,j} = 0, \text{ если } Q_j < 0,$$

$$\bar{\chi}_{Q,j} = 1, \text{ если } Q_j < 0 \text{ и } \bar{\chi}_{Q,j} = 0, \text{ если } Q_j > 0.$$

Тогда температура узлового расхода $T_{Q,j}$, независимо от его знака (направления), определится как $T_{Q,j} = \bar{\chi}_{Q,j} T_j + \bar{\chi}_{Q,j} T_{н,j}$.

С учетом сказанного, может быть предложена следующая модель:

$$\bar{\mathbf{A}}_н \mathbf{X} \mathbf{t}_н + \bar{\mathbf{A}}_к \mathbf{X} \mathbf{t}_к - \bar{\mathbf{Q}}_d \mathbf{T}_Q = \mathbf{0}, \quad (9)$$

$$\chi_н (\mathbf{t}_н - \bar{\mathbf{A}}_н^T \mathbf{T}) + \chi_к (\mathbf{t}_к + \bar{\mathbf{A}}_к^T \mathbf{T}) = \mathbf{0}, \quad (10)$$

$$\mathbf{T}_Q - \chi_{Q,н} \mathbf{T} - \chi_{Q,к} \mathbf{T}_н = \mathbf{0}, \quad (11)$$

$$\mathbf{t}_к - \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{t}_н) = \mathbf{0},$$

где $\bar{\mathbf{Q}}_d = \text{diag}\{Q_1, \dots, Q_m\}$, $\chi_{Q,н} = \text{diag}\{\bar{\chi}_{Q,1}, \dots, \bar{\chi}_{Q,m}\}$, $\chi_{Q,к} = \text{diag}\{\bar{\chi}_{Q,1}, \dots, \bar{\chi}_{Q,m}\}$, $\chi_н = \text{diag}\{\bar{\chi}_1, \dots, \bar{\chi}_n\}$ и $\bar{\chi}_к = \text{diag}\{\bar{\chi}_1, \dots, \bar{\chi}_n\}$ — диагональные матрицы; $\mathbf{T}_н$ — m -мерный вектор температур внешних притоков, \mathbf{T}_Q — m -мерный вектор температур узловых расходов.

Математическая формулировка задачи

Задача статистического оценивания параметров режима в обобщенном виде может быть представлена как в работах [3, 4]:

минимизировать

$$\Phi(\hat{\mathbf{R}}) = \frac{1}{2}(\tilde{\mathbf{R}}_1 - \mathbf{I}_R \hat{\mathbf{R}})^T \mathbf{C}_{Z1}^{-1}(\tilde{\mathbf{R}}_1 - \mathbf{I}_R \hat{\mathbf{R}}), \quad (12)$$

при ограничениях

$$\mathbf{U}(\hat{\mathbf{R}}) = \mathbf{0}, \quad (13)$$

где \mathbf{R} — r -мерный вектор параметров режима; $\hat{\mathbf{R}}$ — r -мерный вектор оценок параметров режима; $\tilde{\mathbf{R}}_1$ — l -мерный вектор измерений параметров режима; \mathbf{I}_R — $l \times r$ — матрица соответствия с элементами: $I_{R,ij} = 1$, если j -му параметру из \mathbf{R} отвечает i -я компонента из $\tilde{\mathbf{R}}_1$, $I_{R,ij} = 0$ — в противном случае; \mathbf{C}_{Z1} — $l \times l$ — ковариационная матрица ошибок измерений; \mathbf{U} — s -мерная вектор-функция уравнений неизотермического потокораспределения, которая здесь выступает в роли ограничений равенств.

Необходимое условие разрешимости задачи (12), (13) — $l \geq q = r - s$. Проверка достаточных условий связана с анализом состава измерений, который может быть выполнен, например, с помощью алгоритмов, приведенных в [5]. Этими алгоритмами устанавливается наличие разрешающих уравнений для каждой неизвестной при заданном составе измерений. Необходимость применения такого специального анализа обусловлена сетевой спецификой уравнений, когда каждое из них связывает лишь малую часть переменных. При этом избыток измерений в одной части сети не компенсирует его недостатка в другой.

Методика решения

Методика решения состоит в сведении исходной задачи на условный экстремум (12), (13) к последовательности задач безусловной оптимизации в пространстве независимых переменных [3] и может быть интерпретирована с общих позиций метода Ньютона со всеми сопутствующими условиями сходимости. В [3] проведен сопоставительный анализ альтернативных методов нелинейной оценки (градиентных, Гаусса–Ньютона, Левенберга–Марквардта, доверительной окрестности, Ньютона), показавший оптимальное, во многих отношениях, положение метода Гаусса–Ньютона. Суть методики, названной в работе [3] “методикой приведенной линеаризации”, состоит в следующем.

Задается разбиение параметров режима $\mathbf{R} = \{\mathbf{X}, \mathbf{Y}\}$, в котором q -мерный вектор независимых параметров режима \mathbf{X} обеспечивает однозначное вычисление s -мерного вектора зависимых параметров \mathbf{Y} из уравнений модели $\mathbf{U}(\mathbf{R}) = \mathbf{U}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \mathbf{0}$.

Исходя из некоторого начального приближения \mathbf{X}_0 организуется итерационный процесс

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + \lambda_k \Delta \mathbf{X}_k, \quad (14)$$

на каждой итерации которого, для отыскания направления шага Гаусса–Ньютона $\Delta \mathbf{X}_k$, решается задача на безусловный минимум

$$\bar{\Phi}(\Delta \mathbf{X}_k) = \frac{1}{2}(\mathbf{J}_k \Delta \mathbf{X}_k - \mathbf{e}_k)^T \mathbf{C}_{R1}^{-1}(\mathbf{J}_k \Delta \mathbf{X}_k - \mathbf{e}_k), \quad (15)$$

где $\mathbf{e}_k = \tilde{\mathbf{R}}_1 - \mathbf{I}_R \hat{\mathbf{R}}$ — l -мерный вектор остатков, $\mathbf{J}_k = \partial \mathbf{R}_1 / \partial \mathbf{X}$ — $l \times r$ -мерная матрица частных производных в точке $\mathbf{R} = \mathbf{R}_k$, \mathbf{C}_R — диагональная матрица дисперсий ошибок измерений, порядка r .

Длина шага λ_k отыскивается из условия одномерной минимизации функции (12), рассматриваемой как

$$\tilde{\Phi}(\lambda_k) = \Phi(\mathbf{X}_k + \lambda_k \Delta \mathbf{X}_k). \quad (16)$$

Матрица \mathbf{J}_k определится из следующих соотношений. Представим матрицу производных модели потокораспределения в блочном виде

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{R}} = \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{Y}} \mid \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{X}} \right),$$

тогда

$$\mathbf{J}_k = \mathbf{I}_R \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{X}} \right) = \mathbf{I}_R \left(\frac{\partial \mathbf{X} / \partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{Y} / \partial \mathbf{X}} \right), \quad \text{где } \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{X}} = E_q \quad \text{и} \quad \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \mathbf{X}} = - \left(\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{Y}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{X}},$$

E_q — диагональная единичная матрица порядка q .

Здесь в роли модели потокораспределения выступает совокупность уравнений (1)–(3), (6), (9)–(11). Вектор параметров этой модели — $\mathbf{R} = \{ \bar{\mathbf{P}}, \bar{\mathbf{Q}}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{t}_n, \mathbf{t}_k, \mathbf{T}, \mathbf{T}_Q, \mathbf{T}_n \}$. Число параметров модели — $r = 4n + 5m$. Число уравнений (зависимых параметров \mathbf{Y}) модели — $s = 4n + 3m$. Число независимых параметров модели (\mathbf{X}) — $q = r - s = 2m$. Следовательно, вектор \mathbf{X} включает $2m$ компонент независимых параметров режима \mathbf{X}_R .

Анализ подсистемы (1)–(3), описывающей гидравлический режим, показывает, что она полностью определена относительно векторов \mathbf{x} , \mathbf{y} , $\bar{\mathbf{Q}}$ при заданном векторе $\bar{\mathbf{P}}$. Подсистема (6), (9)–(11), описывающая распределение температур, полностью определена относительно векторов $\mathbf{t}_n, \mathbf{t}_k, \mathbf{T}, \mathbf{T}_Q$, если заданы векторы \mathbf{T}_n и $\bar{\mathbf{Q}}, \mathbf{x}$. Поэтому можно принять следующую конкретизацию векторов \mathbf{X} и \mathbf{Y} : $\mathbf{X} = \{ \bar{\mathbf{P}}, \mathbf{T}_n \}$, $\mathbf{Y} = \{ \bar{\mathbf{Q}}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{t}_n, \mathbf{t}_k, \mathbf{T}, \mathbf{T}_Q \}$.

Общая вычислительная схема сводится к следующему [3]:

- а) задается некоторое начальное приближение \mathbf{X}_k , $k = 0$;
- б) из уравнений потокораспределения $\mathbf{U}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \mathbf{0}$ вычисляется вектор \mathbf{Y}_k ;
- в) составляется вектор остатков $\mathbf{e}_k = \tilde{\mathbf{R}}_1 - \mathbf{I}_R \hat{\mathbf{R}}$ и матрица \mathbf{J}_k ;
- г) решается линейная система уравнений

$$\mathbf{J}_k^T \mathbf{C}_{Z1}^{-1} \mathbf{J}_k \Delta \mathbf{X}_k = \mathbf{J}_k^T \mathbf{C}_{Z1}^{-1} \mathbf{e}_k; \quad (17)$$

д) по уравнению (16) методом дихотомии или интерполяции отыскивается оптимальное значение λ_k ;

е) по уравнению (14) определяется новое приближение;

ж) проверяются условия останова, при несоблюдении которых полагается $k = k + 1$ и в пункте б).

Расчет зависимых переменных на этапе “б” сводится к решению системы нелинейных уравнений $\mathbf{U}(\mathbf{Y}_k) = \mathbf{0}$. И хотя формально он может быть осуществлен, например, методом Ньютона, учет специфики этих уравнений позволяет организовать

более эффективный алгоритм. Так, зависимые параметры гидравлического режима $(\bar{Q}_k, \mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k)$ при заданном векторе \bar{P}_k легко определяются последовательным применением уравнений: $\mathbf{y}_k = \bar{A}^T \bar{P}_k$; $\mathbf{x}_k = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{y}_k)$; $\bar{Q}_k = \bar{A} \mathbf{x}_k$, где \mathbf{f}^{-1} — вектор-функция, обратная к \mathbf{f} . Зависимые параметры температурного режима $(\mathbf{t}_{n,k}, \mathbf{t}_{k,k}, \mathbf{T}_k, \mathbf{T}_Q)$ отыскиваются последовательным обходом узлов с известными температурами притоков, вычислением для них температур смешанных потоков и начальных температур исходящих потоков. Для ветвей с вычисленными начальными температурами потоков, применяя соотношения (6), определяются температуры в конце потоков. Процесс повторяется, пока не останется узлов с известными температурами притоков и неизвестными температурами смешения.

Система (17) составляется для $2m$ компонент вектора $\Delta \mathbf{X}_k$ (m компонент вектора $\Delta \mathbf{P}_k$ и m компонент вектора $\Delta \mathbf{T}_{п,k}$). Решение системы (17) не зависит от значений $(T_{п,j})_k$ для узлов с $(Q_i)_k < 0$, так как соответствующие столбцы матрицы \mathbf{J}_k (а следовательно и соответствующие компоненты вектора $\Delta \mathbf{X}_k$) будут нулевыми.

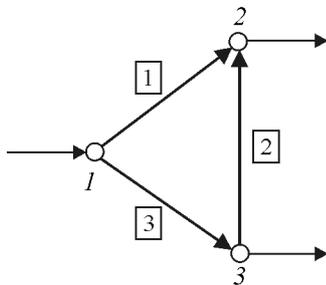
Численный пример

Решим задачу расчета режима для сети, представленную на рисунке, по измерениям: $\tilde{x}_1 = 250$ т/ч, $\tilde{Q}_2 = -180$ т/ч, $\tilde{Q}_3 = -110$ т/ч, $\tilde{T}_{п,1} = 100$ °С, $\tilde{t}_{к,1} = 98$ °С, $\tilde{t}_{к,3} = 74$ °С, $\tilde{P}_1 = 100$ м вод. ст., при заданных среднеквадратичных отклонениях ошибок измерений: $\sigma_{x,1} = \sigma_{Q,2} = \sigma_{Q,3} = 1$ т/ч, $\sigma_{T_{п,1}} = \sigma_{t_{к,1}} = \sigma_{t_{к,3}} = 1$ °С, $\sigma_{P_1} = 1$ м.

Положим значения постоянных коэффициентов модели равными: $t_0 = 18$ °С, $s_1 = 0,0002$ м·ч²/м⁶, $s_2 = 0,0005$ м·ч²/м⁶, $s_3 = 0,01$ м·ч²/м⁶, $d_1 = 300$ мм, $d_2 = 300$ мм, $d_3 = 300$ мм, $l_1 = 30$ м, $l_2 = 60$ м, $l_3 = 90$ м, $K_1 = 0,0002$ Мкал/м² ч °С, $K_2 = 0,0002$ Мкал/м² ч °С, $K_3 = 0,0002$ Мкал/м² ч °С, $c = 1$ Мкал/м³ °С.

Система уравнений-ограничений по предлагаемой модели (1)–(3), (6), (9)–(11) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} x_1 + x_3 - Q_1 &= 0, & -x_1 - x_2 - Q_2 &= 0, & x_2 - x_3 - Q_3 &= 0, \\ P_1 - P_2 - y_1 &= 0, & P_3 - P_2 - y_2 &= 0, & P_1 - P_3 - y_3 &= 0, \end{aligned}$$



$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Схема ГЦ, ее полная матрица инцидентий.

$$\begin{aligned}
y_1 - s_1 x_1 | x_1 | = 0, \quad y_2 - s_2 x_2 | x_2 | = 0, \quad y_3 - s_3 x_3 | x_3 | = 0, \\
x_1 t_{n,1} + x_3 t_{n,3} - Q_1 t_{Q,1} = 0, \quad -x_1 t_{k,1} - x_2 t_{k,2} - Q_2 t_{Q,2} = 0, \quad x_2 t_{n,2} - x_3 t_{k,3} - Q_3 t_{Q,3} = 0, \\
\frac{[1 + \text{sign}(x_1)]}{2} (t_{n,1} - T_1) + \frac{[1 - \text{sign}(x_1)]}{2} (t_{k,1} - T_2) = 0, \\
\frac{[1 + \text{sign}(x_2)]}{2} (t_{n,2} - T_3) + \frac{[1 - \text{sign}(x_2)]}{2} (t_{k,2} - T_2) = 0, \\
\frac{[1 + \text{sign}(x_3)]}{2} (t_{n,3} - T_1) + \frac{[1 - \text{sign}(x_3)]}{2} (t_{k,3} - T_3) = 0, \\
t_{Q,1} - \frac{[1 + \text{sign}(Q_1)]}{2} (T_{n,1}) - \frac{[1 - \text{sign}(Q_1)]}{2} (T_1) = 0, \\
t_{Q,2} - \frac{[1 + \text{sign}(Q_2)]}{2} (T_{n,2}) - \frac{[1 - \text{sign}(Q_2)]}{2} (T_2) = 0, \\
t_{Q,3} - \frac{[1 + \text{sign}(Q_3)]}{2} (T_{n,3}) + \frac{[1 - \text{sign}(Q_3)]}{2} (T_3) = 0, \\
t_{k,1} = t_0 + (t_{n,1} - t_0) \exp[-\pi d_1 l_1 K_1 / (c x_1)], \\
t_{k,2} = t_0 + (t_{n,2} - t_0) \exp[-\pi d_2 l_2 K_2 / (c x_2)], \\
t_{k,3} = t_0 + (t_{n,3} - t_0) \exp[-\pi d_3 l_3 K_3 / (c x_3)].
\end{aligned}$$

Полагая ошибки измерений независимыми (\mathbf{C}_{Z1} — диагональная матрица), имеем следующую целевую функцию для данного примера:

$$\begin{aligned}
\Phi = (\tilde{x}_1 - x_1)^2 / \sigma_{x,1}^2 + (\tilde{Q}_2 - Q_2)^2 / \sigma_{Q,2}^2 + (\tilde{Q}_3 - Q_3)^2 / \sigma_{Q,3}^2 + \\
+(\tilde{T}_{n,1} - T_{n,1})^2 / \sigma_{T,n,1}^2 + (\tilde{t}_{k,1} - t_{k,1})^2 / \sigma_{t,k,1}^2 + (\tilde{t}_{k,3} - t_{k,3})^2 / \sigma_{t,k,3}^2 + \\
+(\tilde{P}_1 - P_1)^2 / \sigma_{P,1}^2.
\end{aligned}$$

Получим систему из 21 уравнения относительно 21 переменной вектора $\mathbf{Y} = \{T_1, T_2, T_3, x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, t_{n,1}, t_{n,2}, t_{n,3}, t_{k,1}, t_{k,2}, t_{k,3}, t_{Q,1}, t_{Q,2}, t_{Q,3}, Q_1, Q_2, Q_3\}$.

Вектор независимых параметров режима $\mathbf{X} = \{T_{n,1}, T_{n,2}, T_{n,3}, P_1, P_2, P_3\}$. Зададим такое начальное приближение, при котором направления потоков не совпадают с направлением, полученным в решении. Пример сети имеет один реальный приток (источник) в первом узле с температурой $T_{n,1} = 100$ °С. Для узлов, в которых находятся отборы, зададим начальные значения узловых притоков равными температуре окружающей среды на случай переворота узлового расхода: $T_{n,2} = T_{n,3} = t_0 = 18$ °С. Таким образом, $\mathbf{X}_0 = \{100, 18, 18, 70, 86, 41, 56\}$.

В точке начального приближения имеем следующие значения расходов на ветвях и в узлах: $x_1 = -286,4$ т/ч, $x_2 = 65,68$ т/ч, $x_3 = -43,08$ т/ч, $Q_1 = -329,49$ т/ч, $Q_2 = 220,7$ т/ч, $Q_3 = 108,76$ т/ч. Очевиден переворот потоков на ветвях и в узлах по отношению к ориентации, заданной на рисунке. Дальнейший ход вычислений отражен в табл. 1–3.

Таблица 1

Вектор независимых параметров режима X_k

Итерация	$(T_{n,1})_k$	$(T_{n,1})_k$	$(T_{n,1})_k$	$(P_1)_k$	$(P_1)_k$	$(P_1)_k$
1	100	18	18	70	86,41	88,56
2	100	75,68	54,19	88,99	66,45	62,93
3	100,4	75,68	54,19	99,166	87,199	84,688
4	100,75	75,68	54,19	100,003	87,448	84,930
5	100,746	75,68	54,19	100,003	87,449	84,9306

Таблица 2

Вектор поправок ΔX_k

Итерация	$\Delta X_1^{(k)}$	$\Delta X_2^{(k)}$	$\Delta X_3^{(k)}$	$\Delta X_4^{(k)}$	$\Delta X_5^{(k)}$	$\Delta X_6^{(k)}$	λ_k
1	0	87,94	54,00	30,00	-31,51	-40,48	0,63
2	0,43	0	0	11	22,44	23,54	0,92
3	0,347	0	0	0,834	0,248	0,242	1
4	0,0065	0	0	-0,003	-0,0076	-0,007	1
5	0,00002	0	0	0,00001	0,00003	0,00003	1

Таблица 3

Вектор остатков e_k

Итерация	$e(x_1)$	$e(Q_2)$	$e(Q_3)$	$e(T_{n,1})$	$e(t_{k,1})$	$e(t_{k,3})$	$e(P_1)$	$\Phi^{(k)}$
1	536,4	-400,72	-218,76	0	78,07	54	30	506 087
2	-85,708	71,76	24,99	0	-0,63	-2,82	11,01	13 250
3	5,39	-6,27	-1,072	-0,4	-0,52	3,24	0,83	81,2
4	-0,543	-0,423	-0,211	-0,75	-0,9	2,546	-0,003	8,37
5	-0,589	-0,37	-0,211	-0,75	-0,9	2,539	0,000	8,365

В результате решения задачи за пять итераций были получены следующие значения искомых параметров:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 100,00 \text{ м}, P_2 = 87,45 \text{ м}, P_3 = 84,93 \text{ м}, x_1 = 250,58 \text{ т/ч}, x_2 = -70,96 \text{ т/ч}, \\
 x_3 &= 38,83 \text{ т/ч}, y_1 = 12,55 \text{ м}, y_2 = -2,52 \text{ м}, y_3 = 15,07 \text{ м}, t_{n,1} = 100,75 \text{ }^\circ\text{C}, \\
 t_{n,2} &= 86,97 \text{ }^\circ\text{C}, t_{n,3} = 100,75 \text{ }^\circ\text{C}, t_{k,1} = 98,91 \text{ }^\circ\text{C}, t_{k,2} = 98,91 \text{ }^\circ\text{C}, t_{k,3} = 71,46 \text{ }^\circ\text{C}, \\
 T_1 &= 100,75 \text{ }^\circ\text{C}, T_2 = 98,91 \text{ }^\circ\text{C}, T_3 = 81,50 \text{ }^\circ\text{C}, T_{Q,1} = 100,75 \text{ }^\circ\text{C}, T_{Q,2} = 98,91 \text{ }^\circ\text{C}, \\
 T_{Q,3} &= 81,50 \text{ }^\circ\text{C}, Q_1 = 289,41 \text{ т/ч}, Q_2 = -179,62 \text{ т/ч}, Q_3 = -109,79 \text{ т/ч}.
 \end{aligned}$$

В этом решении $x_2 < 0$, однако и падение температуры происходит в направлении, противоположном к исходной ориентации второй ветви (от конца к началу). Остаточное (ненулевое) значение целевой функции $\Phi = 8,365$ говорит о наличии ошибок измерений.

Таким образом, предложенные модели и методы позволяют найти оценки параметров установившегося теплогидравлического режима в сети произвольной конфигурации и при заранее неизвестных направлениях потоков.

ВЫВОДЫ

1. Сформулирована новая задача расчета установившегося теплогидравлического режима в тепловой сети по данным измерений, для решения которой в настоящее время отсутствуют какие-либо подходы или методы.

2. Показано, что для решения данной задачи целесообразно привлекать нетрадиционную модель неизотермического потокораспределения, в рамках которой обеспечивается справедливость уравнений температурного режима при произвольных направлениях потоков.

3. Предложена методика оценивания параметров теплогидравлического режима тепловой сети и ее вычислительная схема. На численном примере показана ее работоспособность, в том числе, в условиях несовпадения направлений потоков в решении с начальной ориентацией ветвей расчетной схемы и с направлениями потоков в точке начального приближения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Меренков А.П., Хасилев В.Я. Теория гидравлических цепей. — М.: Наука, 1985. — 294 с.
2. Новицкий Н.Н., Токарев В.В. Учет неоднозначности направлений потоков при моделировании установившегося неизотермического потокораспределения в гидравлических цепях // Современные методы оптимизации и их приложения к моделям энергетики. — Новосибирск: Наука, 2003. — С. 178–188.
3. Новицкий Н.Н. Оценка параметров гидравлических цепей. — Новосибирск: Наука, 1998. — 214 с.
4. Токарев В.В. Задачи и методы контроля и имитации режимов работы теплоснабжающих систем при оперативном диспетчерском управлении // Н.Н. Новицкий, Е.В. Сеннова, М.Г. Сухарев и др. Гидравлические цепи. Развитие теории и приложения. — Новосибирск.: Наука. Сиб. изд. фирма РАН, 2000. — С. 226–232.
5. Новицкий Н.Н. Задачи и алгоритмы анализа наблюдаемости и идентифицируемости гидравлических цепей // Методы анализа и оптимального синтеза трубопроводных систем. — Иркутск: Сиб. энергетический ин-т СО АН СССР, 1991. — С. 142–150.

Статья поступила в редакцию 14 ноября 2005 г.