

УДК 620.177.6

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕОЛОГИЧЕСКИХ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК УДАРНОГО СЖАТИЯ МЕТАЛЛОВ

В. М. Косенков, В. М. Бычков

Институт импульсных процессов и технологий НАН Украины, 54018 Николаев, Украина

E-mail: v.m.kosenkov@gmail.com

На основе метода Кольского с использованием разрезного стержня Гопкинсона разработан метод определения времени релаксации касательных напряжений и изменения количества тепла, выделившегося в процессе деформирования материала. Проведена апробация метода в процессе экспериментального исследования реологических и энергетических характеристик алюминиевого сплава АМг5 М в диапазоне скоростей деформации от 300 до 1500 с⁻¹. Определена зависимость между временем релаксации, тепловой и внутренней энергиями сплава АМг5 М в процессе его ударного сжатия.

Ключевые слова: метод Кольского, стержень Гопкинсона, время релаксации касательных напряжений, внутренняя энергия материала, работа деформации, ударное сжатие.

Введение. В настоящее время наиболее достоверным методом определения динамических характеристик материалов является метод Кольского с использованием разрезного стержня Гопкинсона [1, 2], позволяющий получать диаграммы динамического деформирования материалов при известной скорости деформации и формулировать определяющие соотношения в теории деформируемого твердого тела [3, 4]. Этот метод можно использовать для определения механических характеристик материалов, а также их энергетических и реологических свойств.

Исследованию энергетических аспектов пластической деформации материалов посвящены фундаментальные и прикладные работы. Это обусловлено тем, что без учета изменения температуры материала в процессе его динамической деформации [5] ни одна из моделей пластической деформации, учитывающих деформационное и скоростное упрочнение, не является универсальной.

Впервые учет изменения температуры материала при высокоскоростном деформировании выполнен в модифицированной модели пластичности Джонсона — Кука [5], в которой температура вычислялась из уравнения баланса энергии в предположении, что 90 % работы пластической деформации материала преобразуется в тепловую энергию [6]. Результаты экспериментов [7] показывают, что соотношение между тепловой и внутренней энергиями не является постоянным и зависит от скорости и величины пластической деформации. В работе [8] с использованием метода Кольского впервые с помощью инфракрасных датчиков выполнены измерения температуры поверхности образцов в процессе динамического деформирования по мощности теплового излучения с их поверхности. Установлено, что лишь 70 % работы пластической деформации преобразуется в тепловую энергию, причем преобразование энергии происходит в адиабатическом режиме [9]. Согласно [10] доля тепловой энергии может меняться в диапазоне от 20 до 70 %.

В работе [11] приведено теоретическое обоснование методики и выполнены измерения средней температуры поверхности образцов алюминиевых и титановых сплавов в процессе динамического сжатия на основе метода Кольского. В результате математического моделирования динамического деформирования материалов [12] определена степень неоднородности распределения температуры в образце и на его поверхности. Результаты моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными [10].

Экспериментально полученные данные позволили выполнить теоретические исследования взаимосвязи изменения внутренней энергии материала и количества выделившегося тепла, пластических деформаций и плотности дислокаций [13].

При скорости деформации 100 с^{-1} и более, характерной для ударного воздействия на материалы, процессы в них происходят в существенно неравновесных условиях, определяемых реологическими особенностями деформируемых сред. Время, в течение которого материалы находятся в неравновесном состоянии, а динамические напряжения отличаются от квазистатических, характеризует время релаксации касательных напряжений [14].

В процессе высокоскоростного деформирования материалов их реологические свойства оказывают существенное влияние на формирование и распространение волн напряжений. Изучение процессов ударно-волнового взаимодействия деформируемых тел требует совершенствования математических моделей с целью учета внутренней вязкости и изменения температуры материала. Для этого необходимо определить дополнительные физические уравнения, замыкающие математическую модель. Одним из таких уравнений является зависимость времени релаксации касательных напряжений от параметров и характеристик процесса деформации [3, 4].

Определение энергетических и реологических характеристик материала является актуальной задачей, поскольку позволяет прогнозировать его поведение при динамическом нагружении.

Энергетические и реологические характеристики материала зависят от его состояния и условий деформирования и связаны между собой определенными закономерностями. Для изучения этих закономерностей характеристики материала целесообразно получать в одинаковых условиях, т. е. по данным одного и того же эксперимента.

Целью данного исследования является разработка метода определения времени релаксации касательных напряжений и поиск соотношения между изменениями тепловой и внутренней энергий материала в одних и тех же экспериментах, проводившихся на основе метода Кольского. Апробация метода проведена в ходе исследования характеристик алюминиевого сплава АМг5 М.

1. Описание метода. Метод определения реологических и энергетических характеристик ударного сжатия металлов основан на экспериментальных данных, полученных с использованием метода Кольского, и описан ниже.

1.1. Общее изменение энергии деформируемого материала равно работе деформации, производимой его внешними силами. В соответствии с первым законом термодинамики полученная энергия распределяется между внутренней и тепловой энергиями материала:

$$A = \Delta U + \Delta Q \quad (1)$$

(A — удельная работа деформации, Дж/м³; ΔU — изменение удельной внутренней энергии, Дж/м³; ΔQ — изменение удельной тепловой энергии, Дж/м³).

Дифференцируя уравнение (1) по времени t , преобразуем его к виду

$$W_w = W_i + W_t, \quad (2)$$

где W_w — мощность удельной работы деформации, Вт/м³; W_i , W_t — мощности изменения удельной внутренней и удельной тепловой энергий, Вт/м³.

С учетом адиабатических условий ударного сжатия материала выражения для составляющих уравнения (2) можно записать следующим образом:

$$W_w = \sigma_{11} \frac{d\varepsilon_p}{dt}; \quad (3)$$

$$W_t = \rho C \frac{dT}{dt}; \quad (4)$$

$$W_i = W_w - W_t. \quad (5)$$

Здесь ρ — плотность материала образца, кг/м³; C — удельная теплоемкость материала образца, Дж/(кг · К); T — температура образца, К; σ_{11} — напряжения в материале в направлении действия силы, Па; ε_p — пластические деформации материала в направлении действия силы.

В работах [10, 11] введена и обоснована функция связи между мощностью тепловой энергии и мощностью работы деформации:

$$\beta\left(\varepsilon_p, \frac{d\varepsilon_p}{dt}\right) = \frac{W_t}{W_w}, \quad (6)$$

которая характеризует энергетические особенности деформирования данного материала. В случае если функция β известна, по формулам (3), (5), (6) можно определить функции W_w , W_i , W_t соответственно. Интегрируя эти функции по времени, можно вычислить A , ΔU , ΔQ в заданный момент времени:

$$A = \int_0^t W_w dt, \quad \Delta U = \int_0^t W_i dt, \quad \Delta Q = \int_0^t W_t dt. \quad (7)$$

Величины A , ΔU , ΔQ можно определить по формулам (7), если известны диаграммы деформирования материала и изменения средней температуры образца в процессе его деформирования или функция β .

Диаграммы деформирования материала можно определить по методу Кольского, а изменение температуры образца — по мощности инфракрасного излучения с его поверхности. Схема комбинированной экспериментальной установки для этих целей представлена на рис. 1.

Пружинный ускоритель 1 разгоняет ударник 2 до заданной скорости, регистрируемой с помощью измерителя скорости 3. При контакте ударника с нагружающим стержнем 5 формируется волна напряжений, движущаяся в направлении опорного стержня 8. Когда волна достигает запускающего датчика, представляющего собой пьезоэлемент, в последнем возникает электрический импульс, который поступает на вход синхронизации цифрового осциллографа TDS-2024B и запускает развертку сигнала. Далее волна доходит до середины стержня и регистрируется датчиком деформаций 6 (тензорезистором). На границе между нагружающим и опорным стержнями, где установлен образец исследуемого материала 7, часть волны проходит через этот образец в опорный стержень, а часть отражается. Отраженная часть волны, регистрируемая датчиком 6, несет информацию о скорости деформации, а часть волны, прошедшая через образец, фиксируется датчиком деформаций 9 и содержит информацию о напряжениях в образце. Мощность инфракрасного излучения поверхности образца регистрируется датчиком 10 с помощью фотоэлемента ФЭ-723-2 (фильтр 2,6 мкм). По изменению мощности инфракрасного излучения определяется изменение температуры поверхности образца по тарировочной характеристике, получаемой путем сравнения мощности излучения с температурой поверхности образца в процессе его нагрева в статических условиях. Сигналы со всех датчиков передаются

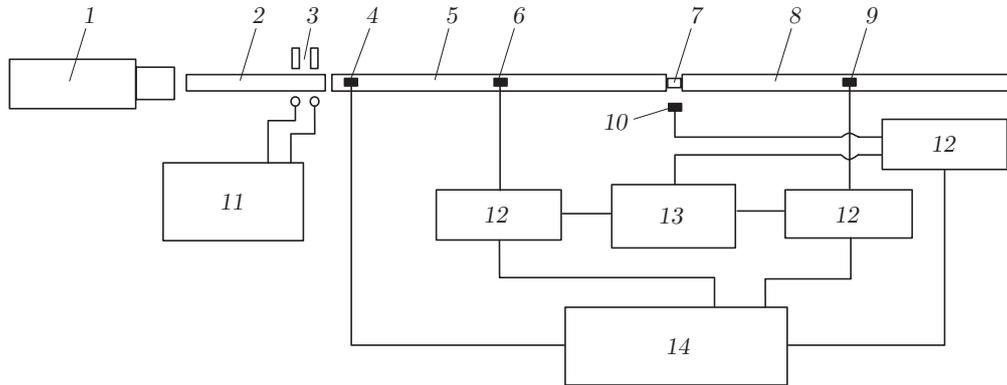


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 — ускоритель, 2 — ударник, 3 — датчики скорости, 4 — запускающий датчик, 5 — нагружающий стержень, 6 — датчик деформации (тензорезистор), 7 — исследуемый образец, 8 — опорный стержень, 9 — датчик деформации, 10 — датчик инфракрасного излучения образца, 11 — измеритель скорости, 12 — усилитель, 13 — источник питания, 14 — цифровой осциллограф

на вход в осциллограф TDS-2024B, где сохраняются в цифровом формате, а затем обрабатываются. Диаграммы деформирования определялись с использованием метода Кольского [1, 2].

По формуле (3) с использованием диаграмм динамического деформирования материала определялась функция W_w , а по изменению температуры образца по формуле (4) — функция W_t , затем по формуле (6) вычислялась функция β . Величины A , ΔU , ΔQ определялись по формулам (7).

1.2. Анализ результатов выполненных в [3, 4, 14] исследований динамического деформирования материалов позволяет сделать вывод, что процессы импульсного деформирования тел наиболее адекватно описывает модель Максвелла, поэтому время релаксации касательных напряжений определялось на основе реологического уравнения Максвелла. При многоосном нагружении пространственных тел это уравнение, записанное относительно дивергента тензора напряжений S_{ij} , позволяет получить систему уравнений [4]

$$\frac{dS_{ij}}{dt} = 2G \left(\frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} - \frac{1}{3} \frac{d\varepsilon}{dt} \delta_{ij} \right) - \frac{S_{ij} - S_0}{t_r}, \quad (8)$$

где t_r — время релаксации касательных напряжений, с; t — время, с; ε_{ij} — компоненты тензора упругой деформации; $\varepsilon = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ — объемная деформация; δ_{ij} — символ Кронекера; S_0 — дивергент тензора напряжений, соответствующий пределу текучести материала при квазистатическом нагружении с учетом деформационного упрочнения, Па; G — модуль сдвига, Па.

Дивергент тензора напряжений можно выразить через компоненты тензора напряжений σ_{ij} и гидростатическую составляющую σ , знак которой противоположен знаку шаровой составляющей тензора напряжений:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma \delta_{ij}. \quad (9)$$

Используя (9), выражение (8) преобразуем к виду

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dt} = 2G \left(\frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} - \frac{1}{3} \frac{d\varepsilon}{dt} \delta_{ij} \right) - \frac{\sigma_{ij} - \sigma_0}{t_r} - \frac{d\sigma}{dt} \delta_{ij}, \quad (10)$$

где σ_0 — тензор напряжений, соответствующий пределу текучести материала при квазистатическом нагружении с учетом деформационного упрочнения, Па.

Скорость изменения гидростатической составляющей тензора напряжений при относительно малых напряжениях, создаваемых в материале по методу Кольского, можно считать пропорциональной скорости объемной деформации:

$$\frac{d\sigma}{dt} = -K \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (11)$$

(K — модуль объемной деформации, Па).

Подставляя соотношение (11) в (10), получаем

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dt} = 2G \frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} + \left(K - \frac{2}{3}G\right) \frac{d\varepsilon}{dt} \delta_{ij} - \frac{\sigma_{ij} - \sigma_0}{t_r}. \quad (12)$$

Используя известную зависимость

$$K - \frac{2}{3}G = \frac{2G}{1 - 2\nu}$$

(ν — коэффициент Пуассона), уравнение (12) преобразуем к виду

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dt} = 2G \left(\frac{d\varepsilon_{ij}}{dt} + \frac{1}{1 - 2\nu} \frac{d\varepsilon}{dt} \delta_{ij} \right) - \frac{\sigma_{ij} - \sigma_0}{t_r}. \quad (13)$$

Учитывая связь объемной деформации с компонентами тензора упругой деформации и зависимость поперечной деформации от продольной при одноосном нагружении:

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -\nu\varepsilon_{11},$$

равенство (13) запишем в виде

$$\frac{d\sigma_{11}}{dt} = 4G \frac{d\varepsilon_{11}}{dt} - \frac{\sigma_{11} - \sigma_0}{t_r}. \quad (14)$$

Из соотношения (14) получаем выражение

$$t_r = \frac{\sigma_{11} - \sigma_0}{4G d\varepsilon_{11}/dt - d\sigma_{11}/dt}. \quad (15)$$

Скорость упругой деформации при одноосном нагружении можно определить из закона Гука:

$$\varepsilon_{11} = \sigma_{11}/E \quad (16)$$

(E — модуль Юнга).

Дифференцируя (16) по времени и подставляя полученное выражение в (15), находим

$$t_r = \frac{\sigma_{11} - \sigma_0}{(4G/E - 1) d\sigma_{11}/dt}. \quad (17)$$

С учетом связи модуля сдвига с модулем Юнга

$$\frac{4G}{E} - 1 = \frac{1 - \nu}{1 + \nu} \quad (18)$$

получаем формулу для определения времени релаксации касательных напряжений

$$t_r = \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{\sigma_{11} - \sigma_0}{d\sigma_{11}/dt}. \quad (19)$$

Из уравнения (19) следует, что среди всех параметров упругости материала определяющее влияние на значение t_r оказывает коэффициент Пуассона. Таким образом, время релаксации касательных напряжений можно определить по формуле (17) или (19), если

в экспериментах по одноосному нагружению получить зависимости от времени напряжения σ_{11} и скорости изменения напряжения $d\sigma_{11}/dt$. Кроме того, необходимо использовать зависимость напряжения σ_0 от деформации при квазистатическом деформировании. Указанные зависимости определялись при использовании установки ударного сжатия (см. рис. 1) и устройства для квазистатического деформирования образцов.

2. Результаты исследования. Описанная выше методика апробирована при определении механических, реологических и энергетических характеристик ударного сжатия образцов из алюминиевого сплава АМг5 М (рис. 2–7). Каждая линия на рис. 2–7 получена путем осреднения от четырех до шести экспериментальных кривых для одного и того же режима нагружения образцов. Эти кривые предварительно аппроксимировались по методу наименьших квадратов. На рис. 2–7 величины погрешностей определены по наибольшему величинам отклонений экспериментальных кривых от осредненной линии и показаны вертикальными отрезками. Исследовано пять режимов нагружения, различающихся максимальной скоростью деформации $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 300 \div 1500 \text{ с}^{-1}$.

Исходными данными для определения реологических и энергетических характеристик деформирования материала являются зависимости напряжения и скорости деформации от деформации образцов (см. рис. 2, 3). Полученные результаты свидетельствуют о том, что при увеличении скорости деформации напряжения существенно отличаются от статических (кривая 6 на рис. 2). В пределах погрешности экспериментальных данных напряжения могут быть аппроксимированы уравнением степенной модели пластичности

$$\sigma_{11} = 518 \cdot 10^6 (\varepsilon_p + 0,0037)^{0,2609} \left[1 + 0,225 \left(\frac{1}{1500} \frac{d\varepsilon_p}{dt} \right)^{1,65} \right]. \quad (20)$$

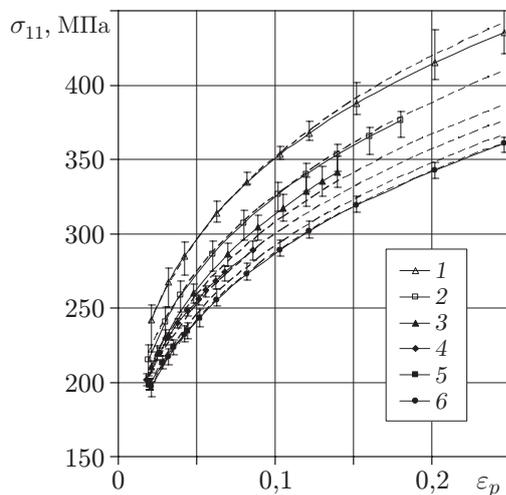


Рис. 2

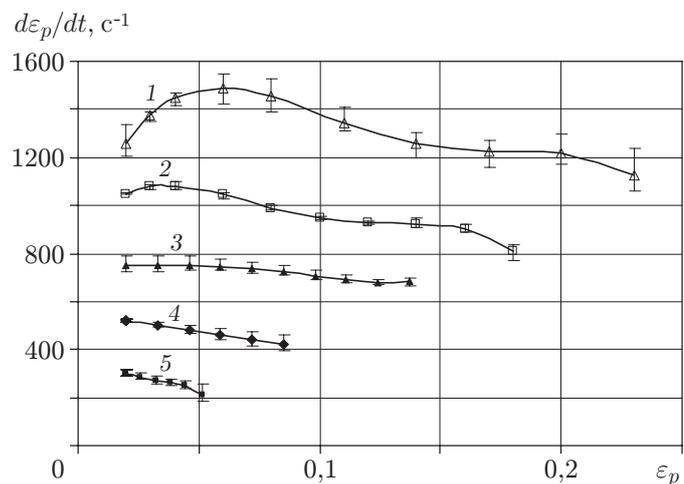


Рис. 3

Рис. 2. Зависимость напряжения от деформации при различных режимах нагружения образца из сплава АМг5 М:

1 — $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 1500 \text{ с}^{-1}$, 2 — $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 1100 \text{ с}^{-1}$, 3 — $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 750 \text{ с}^{-1}$, 4 — $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 550 \text{ с}^{-1}$, 5 — $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 300 \text{ с}^{-1}$, 6 — $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 0$; сплошные линии — эксперимент, штриховые — расчет по формуле (20)

Рис. 3. Зависимость скорости деформации от деформации при различных режимах нагружения образца из сплава АМг5 М:

1 — $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 1500 \text{ с}^{-1}$, 2 — $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 1100 \text{ с}^{-1}$, 3 — $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 750 \text{ с}^{-1}$, 4 — $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 550 \text{ с}^{-1}$, 5 — $(d\varepsilon_p/dt)_{\max} = 300 \text{ с}^{-1}$

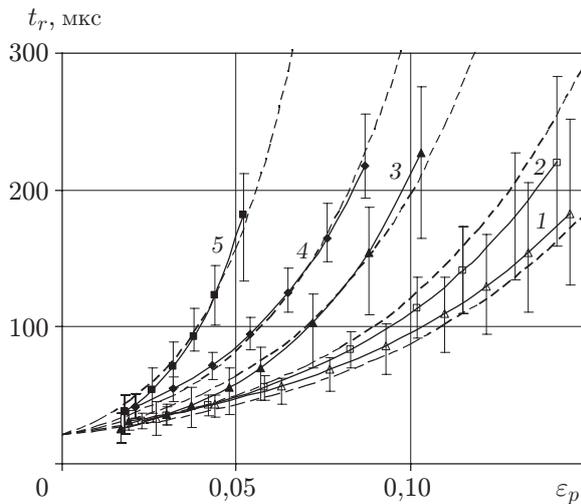


Рис. 4

Рис. 4. Зависимость времени релаксации касательных напряжений от деформации при различных режимах нагружения образца из сплава АМг5 М: сплошные линии — эксперимент, штриховые — расчет по формуле (21); остальные обозначения те же, что на рис. 3

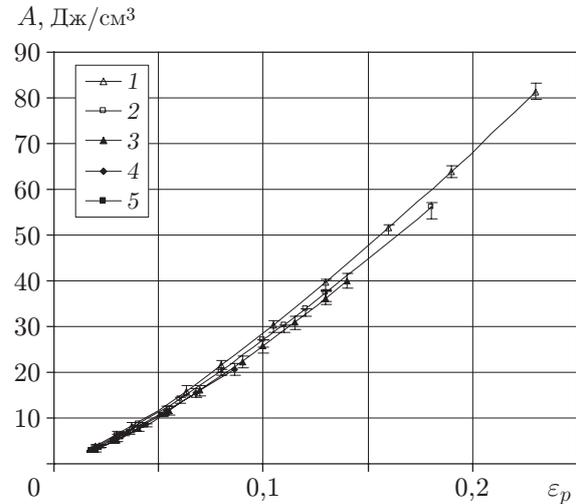


Рис. 5

Рис. 5. Зависимость удельной работы деформации от деформации при различных режимах нагружения образца из сплава АМг5 М (обозначения те же, что на рис. 3)

При уменьшении скорости деформации материала отличие экспериментальных данных от полученных по формуле (20) увеличивается на 15–30 % (см. рис. 2). Это подтверждает достоверность полученных экспериментальных данных и хорошее соответствие их модели пластичности (20).

При скорости деформации $d\varepsilon_p/dt = 1500 \text{ с}^{-1}$ напряжения превышают статические приблизительно на 25 %. Такое увеличение напряжений свидетельствует о большой степени неравновесности процесса перестройки структуры материала, что подтверждается значением времени релаксации касательных напряжений (см. рис. 4), сравнимым со временем деформирования образцов (200 мкс). По мере увеличения деформации и уменьшения ее скорости время релаксации возрастает в соответствии с зависимостью, близкой к экспоненциальной:

$$t_r = 20,5 \cdot 10^{-6} \exp \left[14,5\varepsilon_p \left(\frac{1}{1500} \frac{d\varepsilon_p}{dt} \right)^{-0,64} \right]. \quad (21)$$

Данные, полученные по формуле (21), показаны на рис. 4 штриховыми линиями, находящимися в пределах полей погрешностей экспериментальных кривых.

Удельная работа деформации материала монотонно возрастает при увеличении его деформации и скорости деформации (см. рис. 5).

Изменение температуры образцов практически линейно зависит от деформации и не зависит (в пределах погрешности измерений) от скорости деформации образцов (см. рис. 6,а). Функция β (см. рис. 6,б) и относительное количество тепловой энергии, выделяющейся в материале (см. рис. 6,в), уменьшаются при увеличении его деформации. При $\varepsilon_p = 0,02 \div 0,25$ относительная мощность тепловых источников в материале меняется в диапазоне $\beta = 0,23 \div 0,08$. Зависимость β от скорости деформации в диапазоне $d\varepsilon_p/dt = 300 \div 1500 \text{ с}^{-1}$ определить сложно, так как поля погрешностей экспериментальных

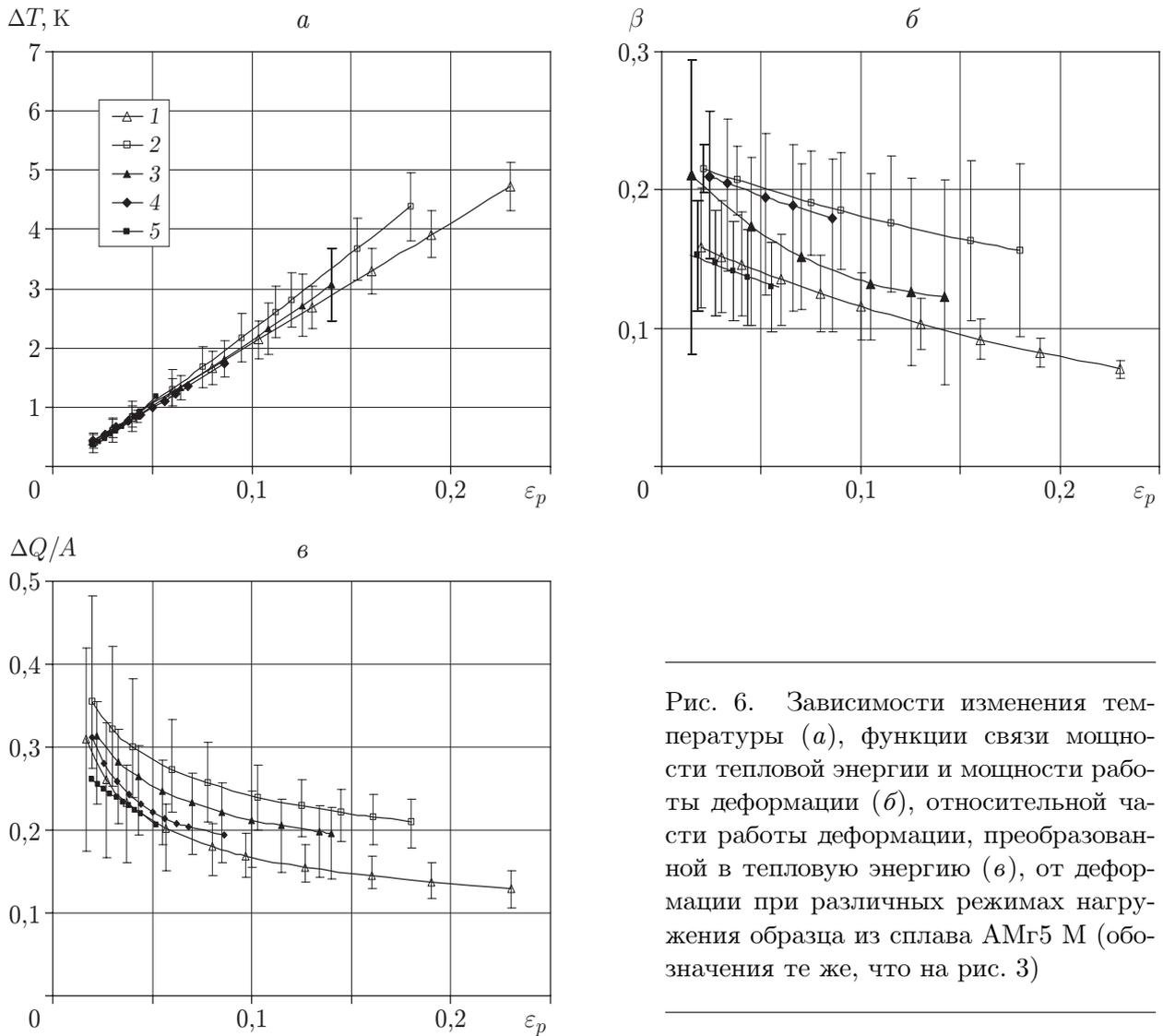


Рис. 6. Зависимости изменения температуры (*a*), функции связи мощности тепловой энергии и мощности работы деформации (*б*), относительной части работы деформации, преобразованной в тепловую энергию (*в*), от деформации при различных режимах нагружения образца из сплава АМг5 М (обозначения те же, что на рис. 3)

данных велики и пересекаются. В указанных диапазонах значений деформаций и скоростей деформаций относительное количество тепла, выделяющегося в материале, уменьшается с 0,35 до 0,12 и при увеличении скорости деформации имеет тенденцию к увеличению.

Использование данных, полученных в одном эксперименте, позволило определить зависимость функции β от времени релаксации t_r касательных напряжений (см. рис. 7). При увеличении параметра t_r с 20 до 250 мкс степень неравновесного состояния структуры материала также увеличивается, что приводит к уменьшению β приблизительно в 1,5 раза и, следовательно, к увеличению относительной мощности изменения внутренней энергии, необходимой для поддержания структуры материала в более неравновесном состоянии.

3. Выводы. Результаты определения реологических и энергетических характеристик материалов при ударном сжатии образцов из алюминиевого сплава АМг5 М свидетельствуют об эффективности разработанного метода и позволяют сделать следующие выводы.

В диапазонах деформаций образцов из сплава АМг5 М $\epsilon_p = 0,02 \div 0,25$ и скоростей деформации $d\epsilon_p/dt = 300 \div 1500 \text{ с}^{-1}$ в его внутреннюю энергию преобразуется от 65 до 87 % работы деформации, а остальная часть — в тепловую энергию.

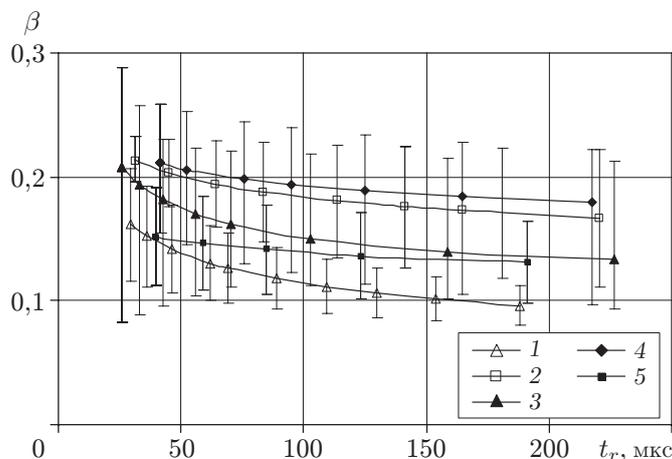


Рис. 7. Зависимость функции β от времени релаксации касательных напряжений при различных режимах нагружения образца из сплава АМг5 М (обозначения те же, что на рис. 3)

В процессе деформации до $\varepsilon_p = 0,25$ при увеличении скорости деформации от 300 до 1500 с^{-1} время релаксации касательных напряжений в образце из сплава АМг5 М экспоненциально увеличивается от 20 до нескольких сотен микросекунд, что определяет существенно неравновесные условия импульсного деформирования материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кольский Г.** Волны напряжения в твердых телах. М.: Изд-во иностр. лит., 1955.
2. **Брагов А. М., Ломунов А. К.** Использование метода Кольского для динамических испытаний конструкционных материалов // Прикладные проблемы прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. Н. Новгород: Нижегород. ун-т, 1995. № 51. С. 127–137.
3. **Годунов С. К.** Элементы механики сплошных сред и законы сохранения / С. К. Годунов, Е. И. Роменский. Новосибирск: Науч. кн., 1998.
4. **Глушак Б. Л.** Исследование прочности материалов при динамических нагрузках / Б. Л. Глушак, В. Ф. Куропатенко, С. А. Новиков. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1992.
5. **Johnson G. R., Cook W. N.** A constitutive model and data for metals subjected to large strains. High strain rates and high temperatures // Proc. of the 7th Intern. symp. on ballistics, Hague (Netherlands), 19–21 Apr. 1983. Hague: Roy. Inst. of Engrs in the Netherlands, 1983. P. 541–547.
6. **Taylor G. I., Quinney H.** The latent energy remaining in a metal after coldworking // Proc. Roy. Soc. 1934. Ser. A. V. 143. P. 307–326.
7. **Mason J. J., Rosakis A. J., Ravichandran G.** On the strain and strain rate dependence of the fraction of plastic work converted into heat: an experimental study using high speed infrared detectors and the Kolsky bar // Mech. Materials. 1994. V. 17, N 2/3. P. 135–145.
8. **Kapoor R., Nemat-Nasser S.** Determination of temperature rise during high strain rate deformation // Mech. Materials. 1998. V. 27, N 1. P. 1–12.
9. **Nemat-Nasser S., Guo Wei-Guo, Nesterenko V. F., et al.** Dynamic response of conventional and hot isostatically pressed Ti-6Al-4V alloys: experiments and modeling // Mech. Materials. 2001. V. 33, N 8. P. 425–439.

10. **Rosakis P., Rosakis A. J., Ravichandran G., Hodowany J.** A thermodynamic internal variable model for the partition of plastic work into heat and stored energy in metals // *J. Mech. Phys. Solids*. 2000. V. 48, N 3. P. 581–607.
11. **Ravichandran G., Rosakis A. J., Hodowany J., Rosakis P.** On the conversion of plastic work into heat during high-strain-rate deformation // *Proc. of the conf. "Shock compression of condensed matter — 2011"*, Atlanta (USA), 24–29 June 2001. N. Y.: Springer-Verlag, 2002. P. 557–562.
12. **Alloys J. D.** Army research laboratory aberdeen proving ground, modeling effects of crystalline microstructure, energy storage mechanisms, and residual volume changes on penetration resistance of precipitate-hardened aluminum alloys // *Composites. Pt B*. 2009. V. 40. P. 443–450.
13. **Yang Q., Stainier L., Ortiz M.** A variational formulation of the coupled thermo-mechanical boundary-value problem for general dissipative solids // *J. Mech. Phys. Solids*. 2006. V. 54. P. 401–424.
14. **Мержиевский Л. А., Палецкий А. В.** Расчет диаграмм динамического деформирования металлов и сплавов // *Физ. мезомеханика*. 2001. Т. 4, № 3. С. 85–96.

*Поступила в редакцию 14/XII 2011 г.,
в окончательном варианте — 10/V 2012 г.*
