

**ФОРМИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ  
В НЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕЛЬСАХ  
И ЗАЩИТНОМ КОЖУХЕ РЕЛЬСОТРОНА  
ПРИ НАРАСТАЮЩЕМ ИМПУЛЬСЕ ТОКА**

УДК 534

**В. Ф. Никитин, Н. Н. Смирнов**

**Московский государственный университет, 119899 Москва**

Для различных приложений, в том числе для расчета работы мощных электромагнитных ускорителей (рельсотронов), имеет большое значение расчет поведения электромагнитного поля в проводниках системы при прохождении по ним мощного кратковременного импульса тока (за время порядка 1 нс). При этом важно знать зависящее от геометрии и прочих параметров системы распределение электромагнитного поля и нагрев проводников, а также распределение сил, действующих на проводники со стороны электромагнитного поля. В частности, немаловажное значение имеет расчет погонной индуктивности системы [1].

Для задач расчета распределения магнитного поля, нагрева, плотности тока и других параметров для системы бесконечно длинных проводников разработаны различные методы, однако эти задачи решены или имеют сравнительно простое решение для установившегося (постоянного) тока или переменного тока высокой частоты. В первом случае необходимо решать стационарное уравнение Пуассона, во втором работает приближение тонкого скин-слоя, в котором по поверхности проводников движется ток [2]. Если же рассматривать единичный импульс тока, проходящий за время, сравнимое с характерным временем диффузии магнитного поля в проводники, то распределение электромагнитного поля будет существенно отличаться как в первом, так и во втором случае и при этом значительно меняться со временем. В частности, меняться со временем будут также такие характеристики ускорителей, как погонная индуктивность и сопротивление.

В данной работе строится численная модель расчета электромагнитного поля в системе бесконечно длинных проводников произвольного профиля при прохождении по ним меняющегося со временем тока. Подобная постановка задачи была осуществлена в [3], но в настоящей работе она ставится в самой общей постановке: найти распределение электромагнитного поля для произвольного (не обязательно симметричного) профиля системы проводников, разделенных диэлектриком, по которым проходит произвольно меняющийся со временем ток, разный по величине и направлению в различных проводниках. В случае двух проводников с сильным током, идущим в противоположных направлениях, окруженных третьим с нулевым суммарным током — защитным кожухом, система моделирует рельсовый электромагнитный ускоритель. Для расчета реального ускорителя такая постановка задачи недостаточна, поскольку ток в нем имеет существенно трехмерную геометрию. В трехмерной постановке задача решена, в частности, в работах [4–6]. Однако двумерный расчет позволяет сравнительно быстро (в смысле затрат машинного времени) оценить эффективность того или иного профиля рельсов и распределения тока по ним и поэтому имеет большое значение в задачах оптимизации. Кроме того, численный метод, разработанный нами для решения двумерной задачи в общей постановке, может применяться не только для расчета рельсового ускорителя.

**Физическая постановка задачи.** Рассматривается бесконечная в направлении вдоль прямой система, состоящая из нескольких проводников. В приложении к расчету электромагнитных ускорителей эти проводники могут быть рельсами, защитным метал-

лическим кожухом и контуром индуктивности [1, 7, 8]. Проводники отделены друг от друга диэлектриком, и вся система находится также в диэлектрике. В поперечном сечении системы один проводник должен представлять область, не граничащую с другим проводником. По каждому из проводников течет ток определенной силы, зависящий от времени, который задается как один из входных параметров задачи. Начальное значение этого тока равно нулю. В начальный момент задаются нулевое значение магнитной индукции и однородное распределение температуры. Требуется найти распределение магнитного поля в каждый момент времени, распределение электрического поля, плотности тока, температуры (считая, что тепловая энергия выделяется за счет джоулева нагрева проводников), распределение электромагнитных объемных сил, действующих со стороны магнитного поля на проводники с током, а также такие интегральные параметры, как погонное сопротивление и индуктивность. Таким образом, предполагается реализовать двумерную нестационарную модель в самой общей постановке.

**Математическая постановка задачи.** Введем систему координат  $Oxyz$ , направив ось  $Ox$  так, что вдоль нее располагаются все проводники системы. Оси  $Oy$  и  $Oz$  будут располагаться в плоскости поперечного сечения. Местоположение начала координат без ограничения общности можно поместить в любую точку, неподвижную относительно системы.

Для системы уравнений Максвелла в МГД-приближении введем векторный  $A$  и скалярный  $\Phi$  потенциалы по формулам [9]

$$B = \text{rot } A, \quad \text{div } A = 0, \quad E = \text{grad } \Phi - \frac{\partial A}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $B$  — вектор магнитной индукции;  $E$  — вектор напряженности электрического поля. Учитывая закон Ома (без влияния тока Холла), из уравнений Максвелла и (1) получим

$$\nabla^2 A = \sigma \mu_a \left( \frac{\partial A}{\partial t} - \text{grad } \Phi \right); \quad (2a)$$

$$\nabla^2 \Phi = 0; \quad (2b)$$

$$j = -\nabla^2 A / \mu_a \quad (3)$$

( $j$  — вектор плотности тока,  $\mu_a$  — абсолютная магнитная проницаемость вакуума,  $\sigma$  — проводимость материала).

Граничными условиями при  $y$  и  $z$ , стремящихся к бесконечности, будем считать условия  $B \rightarrow 0$ ,  $E \rightarrow 0$ . Отсюда следует, что без ограничения общности можно положить для электромагнитных потенциалов  $A \rightarrow 0$ ,  $\Phi \rightarrow 0$ . Ниже покажем, что на границах проводников скалярный потенциал можно считать непрерывным, а векторный — непрерывно дифференцируемым.

Считая, что по всей длине проводников ток течет только вдоль оси  $Ox$ , для плотности тока в проводниках имеем

$$j = j_x e_x. \quad (4)$$

Здесь  $e_x$  — направляющий единичный вектор вдоль оси  $Ox$ .

Из соотношения (3) с учетом (4) следует, что для компонент векторного потенциала  $A_y$  и  $A_z$  как в проводниках, так и в диэлектриках будет выполняться уравнение Лапласа. Учитывая непрерывность потенциалов на границах проводников и граничные условия на бесконечности, находим решение  $A_y \equiv A_z \equiv 0$ . Далее, из закона Ома и (4) вытекает, что  $E$  в проводнике имеет единственную составляющую  $E_x$ , и из (1) следует, что в проводнике должно выполняться условие

$$\Phi = \Phi_k(t, x) \quad (5)$$

( $k$  — номер проводника). Так как  $j_x$  не зависит от  $x$ , то из (1) и (3) следует, что  $\partial\Phi/\partial x$  и  $A_x$  также не зависят от  $x$ . Поэтому в проводнике должно выполняться соотношение

$$\Phi = \Phi_{0k}(t) + x\varphi_k(t). \quad (6a)$$

В диэлектрике же при условии непрерывности скалярного потенциала на границе между проводником и диэлектриком из (2б) и (6a) получим

$$\Phi = \Phi_0(t, y, z) + x\varphi(t, y, z). \quad (6б)$$

Из имеющихся уравнений найти значения  $\Phi_{0k}(t)$  невозможно, так как во все уравнения входит только градиент скалярного потенциала, и, следовательно, нельзя однозначно определить величину  $\Phi_0$  в области диэлектрика. Для этого необходимо знать граничные условия на концах проводников или в двух разных сечениях системы. Поэтому, вообще говоря, задача о бесконечных параллельных проводниках не замкнута. Однако, исключив из рассмотрения величину  $\Phi_0$  и соответствующие ей в проводниках величины  $\Phi_{0k}$ , придем к замкнутой задаче, в которой однозначно находится значение градиента скалярного потенциала  $\varphi(t, y, z)$  вдоль оси  $Ox$ .

Таким образом, приходим к рабочим уравнениям и соотношениям для векторного и скалярного потенциалов:

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} - \sigma\mu_u \left( \frac{\partial A_x}{\partial t} - \varphi_k(t) \right); \quad (7a)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0; \quad (7б)$$

$$A_y = A_z = 0; \quad (7в)$$

$$\varphi = \varphi_k(t) \quad \text{в } k\text{-м проводнике.} \quad (7г)$$

Для значений магнитной индукции, напряженности электрического поля и плотности тока имеем следующие соотношения:

$$B_x = 0, \quad B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z}, \quad B_z = -\frac{\partial A_x}{\partial y}; \quad (8a)$$

$$E_x = \varphi_k - \frac{\partial A_x}{\partial t}, \quad E_y = E_z = 0 \quad \text{в проводнике;} \quad (8б)$$

$$E_x = \varphi_k - \frac{\partial A_x}{\partial t}, \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad \text{в диэлектрике;} \quad (8в)$$

$$j_x = \sigma \left( \varphi_k - \frac{\partial A_x}{\partial t} \right), \quad j_y = j_z = 0 \quad \text{в проводнике;} \quad (8г)$$

$$j_x = j_y = j_z = 0 \quad \text{в диэлектрике.} \quad (8д)$$

Для того чтобы замкнуть систему уравнений (7), нужно помимо условий на бесконечности

$$A_x = 0, \quad \varphi = 0 \quad \text{при } y = \infty, z = \infty \quad (9)$$

добавить условие на прохождение заданного тока  $I_k(t)$  по  $k$ -му проводнику. Оно получается из соотношения (8б) и дает связь между  $\dot{I}_k(t)$  и  $\varphi_k(t)$ :

$$\varphi_k \int_{S_k} \sigma dS = I_k + \int_{S_k} \sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} dS \quad (10)$$

( $S_k$  — площадь сечения  $k$ -го проводника).

Кроме того, ставятся условия непрерывности скалярного потенциала и его градиента  $\varphi$  вдоль оси  $Ox$ , непрерывной дифференцируемости потенциала  $A_x$  на границе между проводником и диэлектриком. Покажем, что при отсутствии поверхностных токов эти условия не противоречат соответствующим условиям на векторы  $E$  и  $B$  в МГД-приближении.

В [10] выводится, что на неподвижной границе двух сред должны выполняться следующие соотношения, вытекающие из интегральных уравнений Максвелла в МГД-приближении:

$$E_{n1} - E_{n2} = \gamma/\epsilon_a, \quad E_{\tau1} - E_{\tau2} = 0, \quad B_{n1} - B_{n2} = 0, \quad B_{\tau1} - B_{\tau2} = \mu_a(i \times n). \quad (11)$$

Здесь индексы  $n, \tau, 1$  и  $2$  означают соответственно составляющую вектора перпендикулярно границе, проекцию вектора на касательную плоскость к границе, состояние по разные стороны границы;  $\epsilon_a$  — абсолютная диэлектрическая проницаемость вакуума;  $\gamma$  — плотность поверхностного заряда;  $i$  — вектор плотности поверхностного тока;  $n$  — вектор нормали к границе. Из соотношений (86) следует, что касательная составляющая вектора  $E$  на границе между проводником и диэлектриком при условии непрерывности потенциала  $\Phi$  и, следовательно, непрерывности  $\varphi$  равна  $E_x e_x$ , и разрыва касательной составляющей не будет. У нормальной составляющей может быть разрыв, а градиент его по  $x$  равен  $\partial\varphi/\partial n$  (эта величина с точностью до константы определяет поверхностный заряд, наводимый на проводниках). Если принять непрерывную дифференцируемость векторного потенциала на границе, то значение вектора  $B$  на границе не будет терпеть разрыва, и условия (11) выполняются, если поверхностные токи отсутствуют.

Расчет эволюции электромагнитного поля в плоскости профиля рельсотрона позволяет рассчитать физические эффекты, связанные с прохождением по рельсам тока большой силы.

Температура проводников рассчитывается из уравнения

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T + \frac{j_x^2}{\sigma}, \quad (12a)$$

где  $\rho$  — плотность;  $c_p$  — удельная теплоемкость;  $\lambda$  — теплопроводность материала проводника. Для диэлектрика температура рассчитывается без учета выделения джоулева тепла:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T. \quad (12b)$$

Граничные и начальные условия для температуры можно задать, считая, что при  $y \rightarrow \infty, z \rightarrow \infty$  температура стремится к начальной, а на границах между различными расчетными областями температура непрерывна.

Объемные силы, действующие на проводник со стороны магнитного поля, определяются из формулы  $f = j \times B$  (здесь пренебрегается электрическими силами по сравнению с магнитными, что соответствует МГД-приближению). В нашем случае объемные силы вычисляются по формулам

$$f_y = j_x B_z, \quad f_z = -j_x B_y. \quad (13)$$

По определению (см. [2]) погонные индуктивность  $L$  и сопротивление  $R$  рассчитываются по формулам

$$L = 2E_m/J^2, \quad R = W/J^2. \quad (14)$$

Здесь  $E_m$  — электромагнитная энергия единицы длины системы проводников;  $W$  — мощность джоулева тепла, выделяемого на единицу длины;  $J^2$  — квадрат силы тока в цепи.

В данном случае эти три величины определяются следующим образом:

$$E_m = \int_{\Sigma} \frac{B^2}{2\mu_a} d\Sigma, \quad W = \int_{\Sigma} \frac{j_z^2}{\sigma} d\Sigma, \quad J^2 = \max_k I_k^2. \quad (15)$$

Поставленная задача в общем виде весьма сложная, поскольку в областях проводников система уравнений в частных производных, моделирующая ее, является параболической, а в областях диэлектриков — эллиптической для векторного потенциала и параболической для температуры. Кроме того, в граничных условиях используется интегральное уравнение (10).

**Численная реализация решения задачи.** Для численной реализации решения поставленной задачи применяется разностная сетка с постоянным шагом и числом ячеек вдоль осей  $Oy$  и  $Oz$ , равным соответственно  $N_y$  и  $N_z$ . Каждая ячейка сетки имеет целочисленный признак, равный номеру проводника, которому она принадлежит, или числу, большему, чем максимальный номер проводника (номеру диэлектрика). Задается, что границы раздела между проводниками и диэлектриком проходят между соседними ячейками сетки и не могут проходить внутри ячеек. Это дает некоторую погрешность в задании границ проводников, которую можно уменьшить, измельчая сетку. Для построения расчетной области нами создана отдельная программа, адаптированная для ПЭВМ типа IBM PC, позволяющая располагать на расчетной области участки проводников и диэлектриков.

Каждой ячейке, имеющей численные координаты  $(i, j)$ , где  $0 \leq i \leq N_y$ ,  $0 \leq j \leq N_z$ , приписывается число  $k_{ij}$ , определяющее номер проводника или диэлектрика. Шаг сетки вдоль осей  $Oy$  и  $Oz$  постоянный, обозначим его  $h_y$  и  $h_z$  соответственно, а шаг по времени —  $h_t$ . Значения проводимости, плотности, теплоемкости и теплопроводности считаются постоянными и зависящими только от  $k$ .

Расчет значений векторного потенциала электромагнитного поля  $A_{ij}$  (во всей расчетной области) и градиента скалярного потенциала  $\varphi_k$  (только для проводников) ведется по разностной схеме

$$H_i (A_{i+1,j} - 2A_{i,j} + A_{i-1,j} + \hat{A}_{i+1,j} - 2\hat{A}_{i,j} + \hat{A}_{i-1,j}) + H_j (A_{i,j+j} - 2A_{i,j} + A_{i,j-1} + \hat{A}_{i,j+1} - 2\hat{A}_{i,j} + \hat{A}_{i,j-1}) + \sigma_k \mu_a (h_t \varphi_k - (A_{i,j} - \hat{A}_{i,j})) = 0; \quad (16)$$

$$\varphi_m \sum_{k_{ij}=m} \sigma_k = I_m \frac{h_t}{h_i h_j} + \sum_{k_{ij}=m} \sigma_k (A_{ij} - \hat{A}_{ij}). \quad (17)$$

Здесь  $1 \leq i < N_i - 1$ ;  $1 \leq j < N_j - 1$ ;  $H_i = 0,5h_t/h_i^2$ ;  $H_j = 0,5h_t/h_j^2$ ;  $\hat{A}$  — векторный потенциал на предыдущем слое по времени. Граничными условиями разностной задачи мы положили условие равенства нулю конечной разности  $A$  первого порядка, что соответствует нулевому значению составляющей вектора магнитной индукции, касательной к границе:

$$A_{0,j} = A_{i,j}, \quad A_{N_i-1,j} = A_{N_i-2,j}, \quad A_{i,0} = A_{i,1}, \quad A_{i,N_j-1} = A_{i,N_j-2}. \quad (18)$$

Заметим, что значения векторного потенциала в четырех угловых ячейках в расчетах по формулам (16)–(18) не используются. Поэтому их можно специально не рассчитывать.

Для нахождения температуры  $T_{i,j}$  применялась разностная схема

$$H_i (T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j} + \hat{T}_{i+1,j} - 2\hat{T}_{i,j} + \hat{T}_{i-1,j}) + H_j (T_{i,j+j} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1} + \hat{T}_{i,j+1} - 2\hat{T}_{i,j} + \hat{T}_{i,j-1}) + \frac{\sigma_k h_t}{\lambda_k} \left( \varphi_k - \frac{A_{i,j} - \hat{A}_{i,j}}{h_i} \right)^2 - \frac{\rho_k c_{pk}}{\lambda_k} (T_{i,j} - \hat{T}_{i,j}) = 0 \quad (19)$$

( $\hat{T}$  — температура на предыдущем слое по времени,  $\lambda_k$ ,  $\rho_k$  и  $c_{pk}$  — теплопроводность, плотность и теплоемкость  $k$ -го проводника или диэлектрика). Граничные условия следующие:

$$T_{0,j} = T_{i,j}, \quad T_{N_i-1,j} = T_{N_i-2,j}, \quad T_{i,0} = T_{i,1}, \quad T_{i,N_j-1} = T_{i,N_j-2}. \quad (20)$$

Система уравнений (16), (17) с граничными условиями (18) и система (19) с граничными условиями (20) решались нами методом симметричной верхней релаксации (попеременно — по строкам и столбцам, см. [11]). На каждой итерации расчеты проводились в следующем порядке: вначале проводился расчет (16) по строкам при заданных  $\varphi_k$ , затем расчет  $\varphi_k$  из (17), затем (16) по столбцам, затем снова  $\varphi_k$  из (17), затем расчет (19) по строкам, затем (19) по столбцам. При каждом решении системы разностных уравнений (16) или (19) возникали системы трехдиагональных разностных уравнений с граничными условиями, получающимися соответственно из (18) и (20). Для решения таких уравнений применялся не метод прогонки, а метод редукции, алгоритм которого (в упрощенном виде) описан, например, в [12]. В отличие от метода прогонки он обладает абсолютной устойчивостью при любых коэффициентах трехдиагонального уравнения, если только его решение существует и единственно.

Критерием завершения итерационного процесса выбрано условие

$$\frac{|U_A^m - U_A^{m-1}|}{\max |A^m|} + \frac{|U_T^m - U_T^{m-1}|}{\max |T^m - T_0|} < 10^{-4}, \quad (21)$$

где  $U_A^m$ ,  $U_T^m$  — величины невязки на  $m$ -й итерации:

$$U_A = \left( \sum_{i,j} U_{ij}^2 h_i h_j \right)^2, \quad U_T = \left( \sum_{i,j} V_{ij}^2 h_i h_j \right)^2; \quad (22)$$

$U$  — левая часть уравнения (16), а  $V$  — левая часть уравнения (19);  $A^m$  и  $T^m$  — соответственно векторный потенциал и температура на  $m$ -й итерации;  $T_0$  — начальная температура.

После итерационного процесса на каждом шаге по времени можно вычислить значения плотности тока, компонент вектора магнитной индукции и вектора объемной электромагнитной силы следующим образом:

$$\begin{aligned} (j_x)_{ij} &= \sigma_k (\varphi_k - (A_{ij} - \hat{A}_{ij})/h_t), \\ (B_y)_{ij} &= 0,25(A_{i,j+1} - A_{i,j-1} + \hat{A}_{i,j+1} - \hat{A}_{i,j-1})/h_j, \\ (B_z)_{ij} &= -0,25(A_{i+1,j} - A_{i-1,j} + \hat{A}_{i+1,j} - \hat{A}_{i-1,j})/h_i, \\ (f_y)_{ij} &= -(B_z)_{ij}(j_x)_{ij}, \quad (f_z)_{ij} = (B_y)_{ij}(j_x)_{ij}. \end{aligned} \quad (23)$$

Погонные индуктивность и сопротивление системы имеют вид

$$L = \frac{1}{\mu_a} \sum_{i,j} ((B_y)_{ij}^2 + (B_z)_{ij}^2) / \max_k |I_k|^2, \quad R = \sum_{i,j:\sigma_k \neq 0} \frac{j_{ij}^2}{\sigma_{kij}} / \max_k |I_k|^2. \quad (24)$$

**Результаты расчетов.** Для расчетов были выбраны два варианта модельного профиля рельсотрона: симметричный и асимметричный. Каждый состоит из двух рельсов-проводников, разделенных диэлектриком, по которым идет равный и противоположно направленный сильный импульсный ток. Вокруг проводников располагается защитный металлический кожух, также отделенный от них диэлектриком. Суммарный ток в кожухе равен нулю. По центру профиля между двумя рельсами располагается канал рельсотрона. В обоих случаях использовались следующие исходные данные:

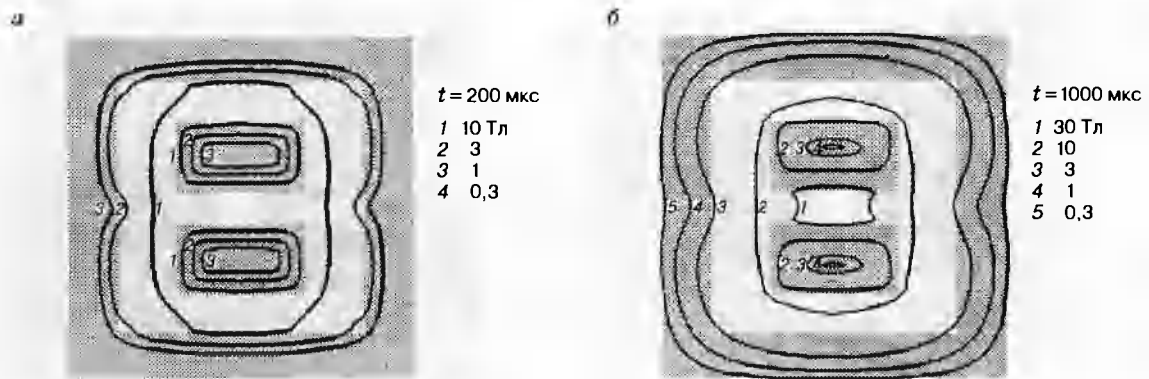


Рис. 1

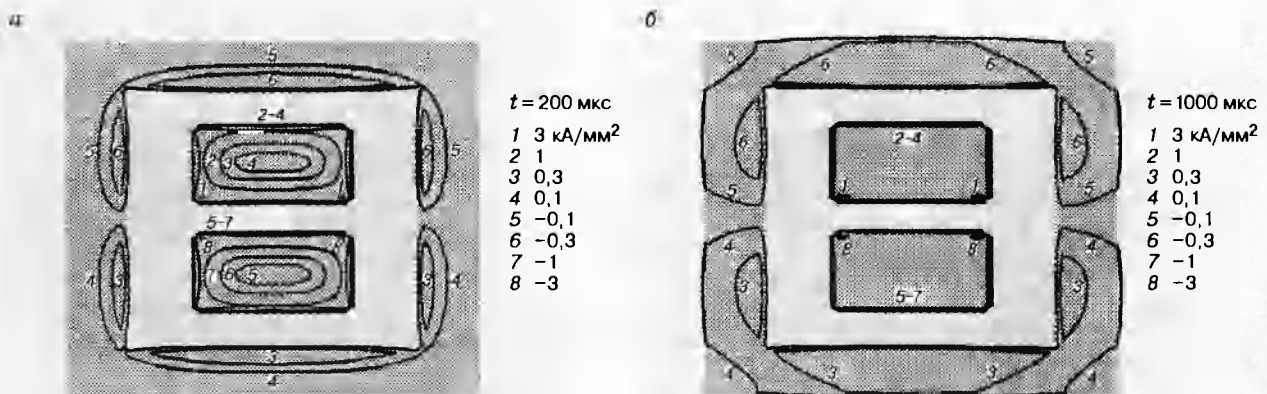


Рис. 2

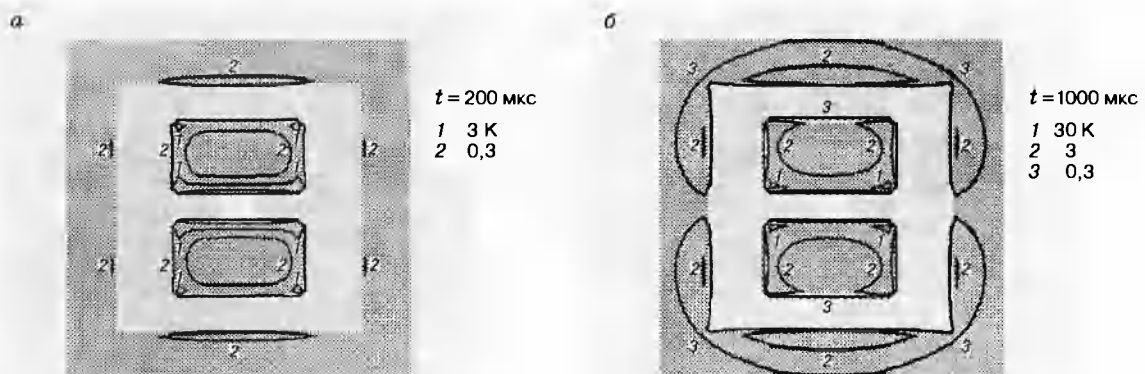


Рис. 3

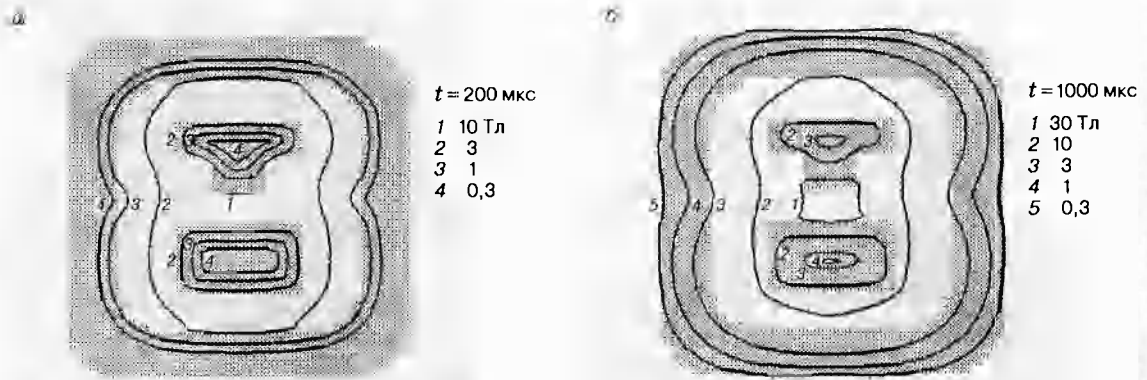


Рис. 4

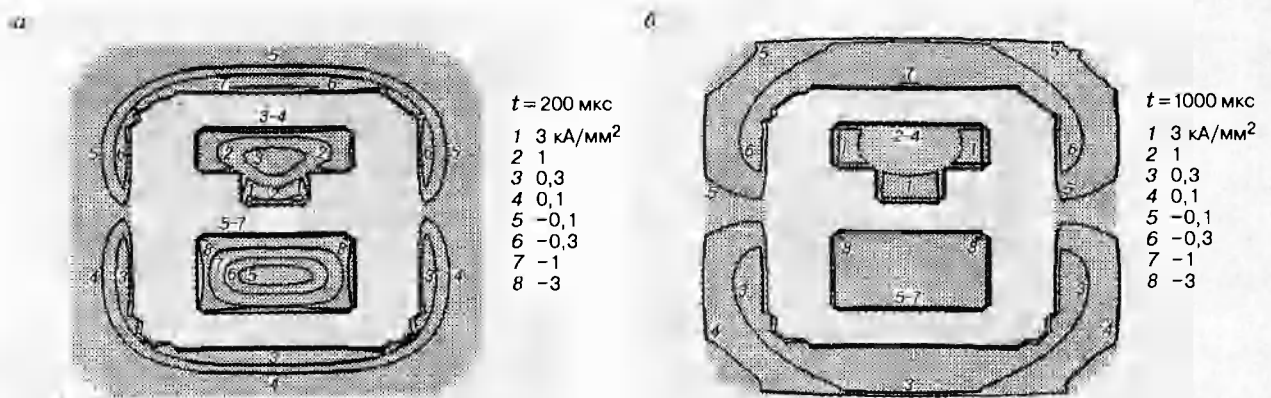


Рис. 5

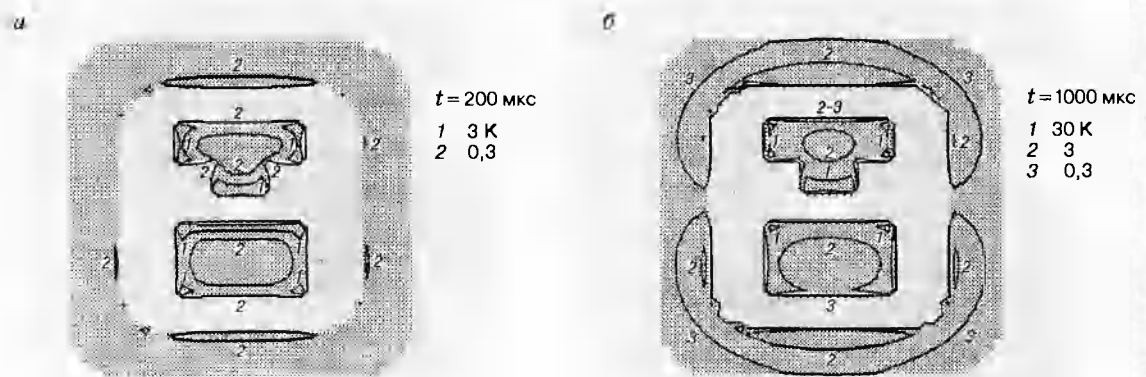


Рис. 3



- размер профиля, включая окружающие ячейки, т. е. размер расчетной области по осям  $Oy$  и  $Oz$  10 см,
- начальная температура 280 К,
- закон изменения силы тока в зависимости от времени  $I = 10^6 \text{th}(2000t)$ .

Свойства различных расчетных подобластей сведены в таблицу.

$\sigma$ , См	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$c_p$ , Дж/(кг·К)	$\lambda$ , Вт/(м·К)
<i>Рельсы</i>			
$2,5 \cdot 10^7$	8900	390	58
<i>Кожух</i>			
$2,5 \cdot 10^7$	8900	390	58
<i>Диэлектрик</i>			
0	1000	1500	50

При этих исходных данных и начальных условиях, выражающихся в температуре, равной  $T_0$ , и отсутствии магнитного поля, были проведены расчеты, позволившие найти качественную и количественную картину возникающих явлений, связанных с диффузией электромагнитного поля в рельсы. Параметры численного расчета следующие: шаг по времени 1 мкс, размер расчетной сетки  $65 \times 65$ , параметр релаксации 1, 2.

На рис. 1–3 для симметричного профиля изображены соответственно изолинии модуля вектора магнитной индукции  $|\vec{B}|$ , плотности тока  $j_x$ , прироста температуры  $\Delta T = T - T_0$ . На рис. 4–6 приведены в соответствующем порядке эти же величины для асимметричного профиля.

На рис. 7 показана зависимость погонного сопротивления  $R$ , погонной индуктивности  $L$ , силы тока  $I$  и максимального прироста температуры  $\Delta T$  от времени для  $t < 2200$  мкс ( $a$  — симметричный профиль,  $b$  — асимметричный). Расчет велся до момента  $t = 1900$  мкс с нарастающей силой тока, затем цепь считалась разорванной, общий ток в цепи приравнивался к нулю, и исследовались явления угасания магнитного поля в проводниках. В случае нулевого общего тока погонные сопротивление и индуктивность не определялись.

Качественно картина диффузии магнитного поля в рельсы в плоскости профиля выглядит следующим образом. На начальной стадии магнитное поле, усиливаясь по линейному закону, располагается в основном в пространстве между рельсами и кожухом, электрический ток идет вблизи от поверхности рельсов и в тех местах кожуха, которые расположены наиболее близко от рельсов [3–6, 13]. Наибольшее значение магнитной ин-

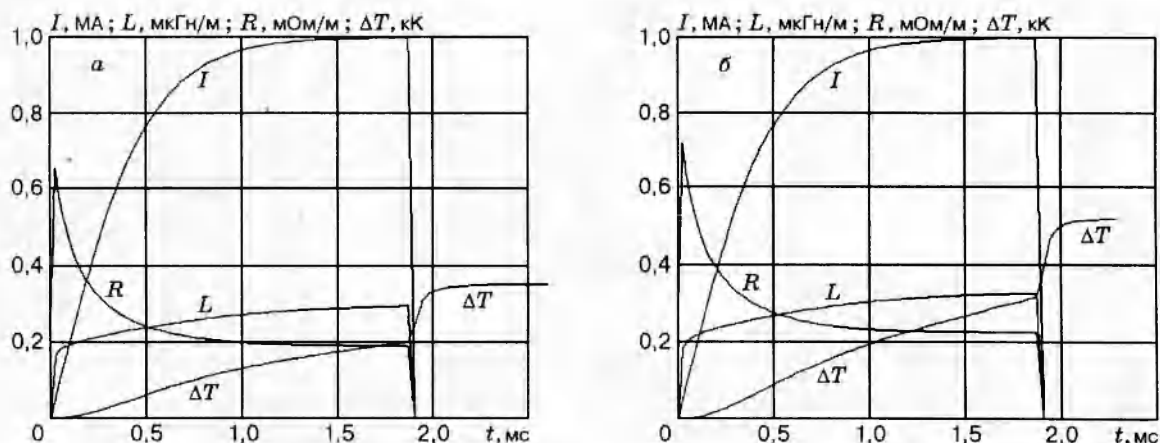


Рис. 7

дукции наблюдается в области канала рельсотрона, она быстро снижается на выходе из межрельсового промежутка, а также с направлением в глубину проводников, а наибольшее значение плотности тока — на углах проводников, прежде всего на углах рельсов. Как показывает сравнение результатов для симметричного и асимметричного профилей, это касается только внешних углов. Температура повышается прежде всего на поверхности рельсов, обращенной к каналу рельсотрона, но особенно сильно на углах. По мере увеличения тока и выхода его на стационарное значение картина несколько меняется. Магнитное поле внедряется в рельсы и защитный кожух, при этом наибольшее значение магнитной индукции по-прежнему остается в межрельсовом промежутке в области канала рельсотрона. Электрический ток также проникает внутрь проводников, стремясь их заполнить. Повышение температуры становится заметным уже не только на углах проводников, но и по всей их поверхности (по-прежнему не сильно проникая внутрь проводников). Погонное сопротивление системы по мере диффузии магнитного поля в проводники падает, а погонная индуктивность нарастает, обе величины стремятся к значению, соответствующему стационарному случаю.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Дьяков Б. Б., Резников Б. И.** Электромагнитные рельсовые метатели: состояние проблемы и элементарная теория. Л., 1985. (Препр./ Физ.-техн. ин-т им. А. Ф. Иоффе; № 969).
2. **Калантаров П. Л., Цейтлин Л. А.** Расчет индуктивностей: Справочная книга. Л.: Энергоатомиздат, 1986.
3. **Юрченко В. И.** Расчет двумерных квазистационарных полей на ЭВМ // ЖТФ. 1974. Т. 44, № 8. С. 1641–1649.
4. **Загорский А. В.** К расчету электромагнитных полей в проводниках // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1990. Вып. 1. С. 103–106.
5. **Veno J. T.** Three-dimensional rail-current distribution near the armature simple, square-bore, two-rail railguns // IEEE Trans. on Magnetics. 1991. V. 27, N 1. P. 106–111.
6. **Rodger D., Leonard P. J., Eastham J. F.** Modeling electromagnetic rail launchers at speed using 3D final elements // IEEE Trans. on Magnetics. 1991. V. 27, N 1. P. 314–317.
7. **Kerrick J. F.** Electrical and thermal modeling of railguns // IEEE Trans. on Magnetics. 1984. V. 20. P. 399.
8. **Полюдов В. В., Титов В. М., Швецов Г. А.** Движение проводящего поршня в канале с переменной индуктивностью // ПМТФ. 1973. № 6. С. 41.
9. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Электродинамика сплошных сред. М.; Л.: Гостехтеоретиздат, 1957.
10. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды. М.: Наука, 1970. Т. 1.
11. **Андерсон Д., Танненхилл Дж., Плетчер Р.** Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990. Т. 1.
12. **Самарский А. А.** Введение в численные методы. М.: Наука, 1987.
13. **Никитин В. Ф., Смирнов Н. Н.** Диффузия магнитного поля внутрь проводящего полупространства при линейном нарастании тока // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. 1992. № 2. С. 96–100.

*Поступила в редакцию 26/IX 1994 г.,  
в окончательном варианте — 13/IX 1995 г.*