

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 532.517.4

Численные модели дальнего турбулентного следа за удлиненным телом вращения*

А.Г. Деменков^{1,2}, О.А. Дружинин³, Г.Г. Черных^{4,5,6}

¹*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

²*Новосибирский государственный технический университет*

³*Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород*

⁴*Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск*

⁵*Новосибирский государственный университет*

⁶*Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Новосибирск*

E-mail: demenkov@itp.nsc.ru; druzhinin@hydro.appl.sci-nsnov.ru;
chernykh@ict.nsc.ru

В работе представлено сопоставление численных моделей дальнего турбулентного следа за буксируемым удлиненным телом вращения в однородной жидкости: модели, основанной на прямом численном моделировании, и двух полуэмпирических моделей, включающих уравнение баланса энергии турбулентности. Результаты расчетов демонстрируют автомодельность вырождения и согласуются с известными экспериментальными данными.

Ключевые слова: турбулентный след за удлиненным телом вращения, математическое моделирование, DNS, полуэмпирические модели турбулентности, автомодельное вырождение.

Турбулентные следы за буксируемыми телами вращения в однородной жидкости — классический объект экспериментальной, теоретической и вычислительной гидродинамики [1–10]. Подробный обзор исследований можно найти в цитированных работах. По мнению авторов вопросу сопоставления детальных экспериментальных данных [3] о вырождении дальнего турбулентного следа за удлиненным телом вращения с расчетами на основе метода DNS не было уделено достаточного внимания. Попытке восполнить имеющийся пробел посвящена настоящая работа.

Для описания течения в турбулентном следе с применением полуэмпирических моделей турбулентности привлекается система осредненных уравнений движения в прибли-

* Постановки задач и численные эксперименты на основе DNS осуществлены при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-01-00246), численное моделирование на основе полуэмпирических моделей выполнено при финансовой поддержке РНФ (грант № 14-19-01685).

жении пограничного слоя [1]:

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} r \langle u'v' \rangle, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} rV = 0, \quad (2)$$

здесь (x, r, φ) — цилиндрическая система координат с началом на задней кромке тела, ось x направлена противоположно движению тела, течение обладает осевой симметрией; U, V, u', v' — компоненты скорости осредненного и пульсационного движения, $\langle u'v' \rangle$ — касательное рейнольдсово напряжение, $\langle \rangle$ — знак осреднения; слагаемое с ламинарным коэффициентом вязкости опущено в предположении малости. Система уравнений (1) и (2) незамкнута. Для ее замыкания в настоящей работе рассматривается модифицированная $e \sim \varepsilon$ модель турбулентности Роди [2] (модель 1), в которой используются аппроксимации:

$$-\langle u'v' \rangle = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right), \quad \nu_t = \frac{2}{3} \Phi \left(1 - \Phi \frac{P}{\varepsilon} \right) \frac{e^2}{\varepsilon}, \quad P = \nu_t \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)^2, \quad \Phi = \frac{1 - c_2}{c_1 - 1 + P/\varepsilon}. \quad (3)$$

В дополнение к (1)–(3) привлекаются уравнения трансформации энергии турбулентности e и скорости диссипации ε . Значения эмпирических постоянных следующие: $c_1 = 1,5, c_2 = 0,6$.

Наряду с моделью 1 применялась также математическая модель 2 с алгебраическим представлением [5, 11] скорости диссипации ε :

$$\varepsilon = \alpha \nu_t e / \Omega, \quad (4)$$

где $\Omega = \frac{2\pi}{e_{\max}} \int_0^{\infty} e r dr$, $e_{\max} = e_{\max}(x) = \max_{0 \leq r < \infty} e(x, r)$, $\alpha = \text{const}$, $\nu_t = \kappa \sqrt{e\Omega}$, $\kappa = \text{const}$.

В настоящих расчетах, как и в работе [5], $\alpha = 55,9, \kappa = 0,056$ из условий согласования с экспериментальными данными [3].

Переменные задачи могут быть обезразмерены с использованием характерных масштабов скорости U_0 и длины D , где U_0 — скорость невозмущенного потока, D — диаметр тела. При $x = x_0 = 100 D$ задаются начальные распределения U, e, ε , согласующиеся с экспериментальными данными [3] для удлиненного тела вращения. При постановке начальных условий в модели 1 для скорости диссипации ε использовалось алгебраическое представление (4).

При $r = 0$ ставятся условия симметрии $\partial U / \partial r = \partial e / \partial r = \partial \varepsilon / \partial r = V = 0$. В качестве граничных условий при $r \rightarrow \infty$ задаются значения U, e, ε , соответствующие физическим соображениям об условиях невозмущенного потока и экспериментальным данным. Численная реализация моделей 1, 2 и ее детальное тестирование изложены в работе [12].

Подробности основанной на DNS численной модели [13] свободных турбулентных течений в следах, включая однородную жидкость, детально изложены в работах [9, 13].

Основная задача при инициализации начального распределения поля скорости состоит в том, чтобы обеспечить хорошее согласование с данными лабораторных экспериментов [3] (осевые значения продольной компоненты скорости, энергии турбулентности и геометрические размеры следа) для удлиненного тела вращения при $x / D = 100$.

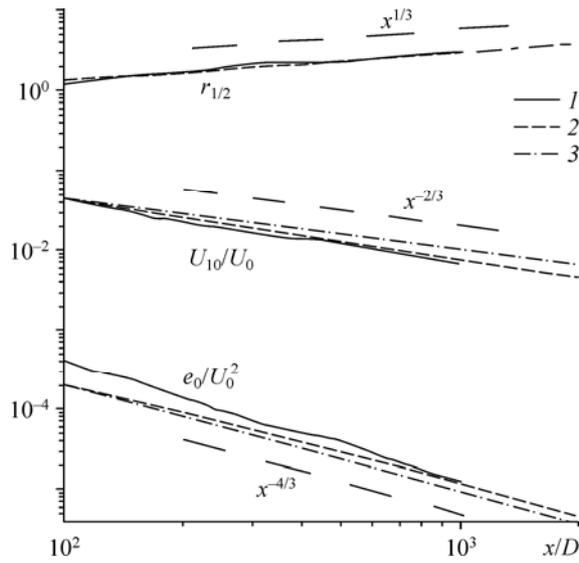
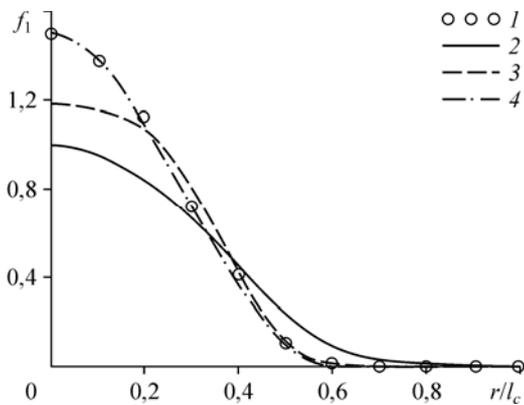


Рис. 1. Изменение характерных масштабов турбулентности в следе в зависимости от расстояния от тела.

1 — прямое численное моделирование, 2 — модель 1, 3 — модель 2.

Результаты выполненных с применением математических моделей 1, 2 и DNS-модели численных экспериментов представлены на рис. 1–3. Рисунок 1 иллюстрирует изменение в зависимости от расстояния от тела основных осевых характеристик следа: дефекта скорости $U_{10} = U_1(x, 0) = U_0 - U(x, 0)$, энергии турбулентности $e_0 = e(x, 0)$ и полуширины следа $r_{1/2}$, вычисляемой из соотношения $e(x, r_{1/2}) = e(x, 0)/2$. Можно видеть, что законы вырождения близки к теоретическим [1]. На достаточно больших расстояниях от тела ($x/D \geq 200$) результаты расчетов по моделям 1, 2 и DNS близки друг к другу.

На рис. 2, 3 представлены нормализованные профили дефекта продольной компоненты скорости $U_1 = U_c f_1(r/l_c)$ и энергии турбулентности $e = U_c^2 f_2(r/l_c)$, где $U_c = U_0(x/\sqrt{c_x S})^{1/2}$, $l_c = \sqrt{c_x S}(x/\sqrt{c_x S})^{1/3}$, c_x — коэффициент сопротивления тела, определяемый с использованием площади миделевого сечения тела S [3]. Согласованность расчетов на основе моделей 1, 2 с экспериментальными данными [3] следует при-



знать достаточно хорошей (результаты настоящих расчетов близки к приведенным в работе [5]). Применение модели DNS приводит к удовлетворительному согласованию. Наблюдаемые при $x/D < 500$ расхождения в поведении дефекта скорости на оси следа

Рис. 2. Сопоставление автомодельных распределений дефекта осредненной продольной компоненты скорости с экспериментальными данными.

1 — эксперимент, 2 — прямое численное моделирование, 3 — модель 1, 4 — модель 2.

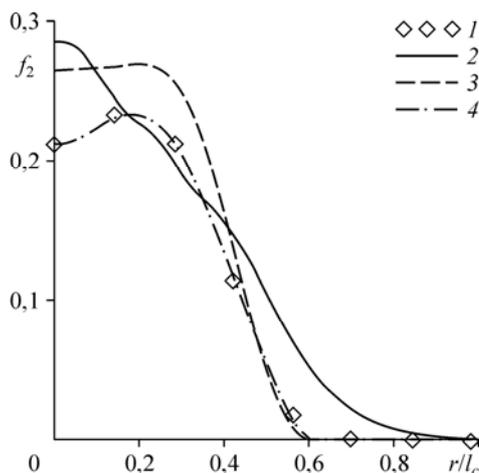


Рис. 3. Сопоставление рассчитанных авто- модельных профилей энергии турбулентности с экспериментальными данными.

Обозначения см. на рис. 2.

и полуширины следа обусловлены, по-види- мому, неизбежным отличием в начальных условиях численного и лабораторного экспе- риментов. В экспериментальных данных [3] $\sqrt{c_x S}/D = 0,553$; авторы не изменяли мас- штабы на графиках с экспериментальными результатами [3].

Таким образом, в настоящей работе выполнен основанный на двух полуэмпири- ческих моделях и DNS-методе численный

анализ вырождения турбулентного следа за удлиненным буксируемым телом враще- ния. Результаты расчетов согласуются с хорошо известными экспериментальными данными [3] и демонстрируют автомодельность вырождения. Данная работа является продолжением и развитием исследований [5, 9].

Список литературы

1. Гиневский А.С. Теория турбулентных струй и следов. Машиностроение, 1969. 400 с.
2. Rodi W. The prediction of free turbulent boundary layers by use of two equation model of turbulence // Ph. D. Dis- sertation in Mechanical Engng. London: Imperial College, 1972. 310 p.
3. Букреев В.И., Васильев О.Ф., Лыткин Ю.М. О влиянии формы тела на характеристики автомодельного осесимметричного следа // Доклады Академии наук СССР. 1972. Т. 207, № 4. С. 804–807.
4. Абрамович Г.Н., Гиршович Т.А., Крашенинников С.Ю., Секундов А.Н., Смирнова И.П. Теория турбу- лентных струй. М.: Наука, 1984. 716 с.
5. Федорова Н.Н., Черных Г.Г. О численном моделировании осесимметричных турбулентных следов // Мо- делирование в механике: сб. науч. тр. 1992. Т. 6 (23), № 3. С. 141–159.
6. Козлов В.Е. Автомоделные решения для турбулентного осесимметричного следа // Прикладная механика и техническая физика. 1995. Т. 36, № 5. С. 16–20.
7. Piquet J. Turbulent flows. Models and physics. Berlin: Springer, 1999. 761 p.
8. Капцов О.В., Ефремов И.А., Шмидт А.В. Автомоделные решения модели второго порядка дальнего турбу- лентного следа // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49, № 2. С. 74–78.
9. Chernykh G.G., Druzhinin O.A., Fomina A.V., Moshkin N.P. On numerical modeling of the dynamics of turbu- lent wake behind a towed body in linearly stratified medium // J. of Engng Thermophysics. 2012. Vol. 21, No. 3. P. 155–166.
10. Redford J.A., Castro I.P., Coleman G.N. On the universality of turbulent axisymmetric wakes // J. Fluid Mech. 2012. Vol. 710. P. 419–452.
11. Лыткин Ю.М., Черных Г.Г. Подобие течения по плотностному числу Фруда и баланс энергии при эво- люции зоны турбулентного смешения в стратифицированной среде // Математические проблемы механики сплошных сред: сб. научн. тр. Новосибирск: ИГиЛ СО АН СССР, 1980. Вып. 47. С. 70–89.
12. Chernykh G.G., Demenkov A.G. Numerical models of jet flows of a viscous incompressible fluid // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1997. Vol. 12, No. 2. P. 111–125.
13. Дружинин О.А. Коллапс и автомодельность турбулентной струи в пикноклине // Изв. РАН. Физика атмо- сферы и океана. 2003. Т. 39, № 5. С. 697–711.

Статья поступила в редакцию 4 мая 2016 г.,
после переработки — 12 июля 2016 г.