

УДК 533.6.011.72

РАСЧЕТ ВОЛНОВОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ И РЕЛАКСАЦИИ ЧАСТИЦ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

И. А. Бедарев, А. В. Федоров

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия
E-mails: bedarev@itam.nsc.ru, fedorov@itam.nsc.ru

Проведено численное моделирование взаимодействия ударной волны с системой неподвижных или релаксирующих частиц. Описаны режимы обтекания частиц набегающим потоком газа, проведен анализ влияния начальных параметров изучаемого явления на картину течения. Рассчитаны зависимости коэффициента сопротивления частиц от числа Маха за ударной волной при фиксированном числе Рейнольдса. Определена динамика теплообмена для частиц различного размера (10 мкм ÷ 1 мм) и установлены закономерности тепловой релаксации при прохождении ударной волны по частицам. Выполнены оценки времени тепловой и скоростной релаксации частиц в зависимости от числа Рейнольдса и проведено сравнение результатов расчетов времени релаксации с соответствующими эмпирическими зависимостями.

Ключевые слова: ударные волны, скоростная и тепловая релаксация частиц, численное моделирование.

DOI: 10.15372/PMTF20150502

Введение. При построении математических моделей реагирующих (инертных) гетерогенных сред представляет интерес информация о локальных характеристиках поля течения, возникающего при взаимодействии газовой фазы и мелких частиц дискретной фазы. При прохождении ударной волны через облако частиц характеристики процесса обтекания (сопротивление частицы, скорость ее теплообмена с окружающей средой, времена воспламенения и горения мелких частиц металлов и др.) зависят от режима обтекания. В свою очередь режим обтекания частиц зависит, во-первых, от того, сформировался ли коллективный скачок перед облаком частиц или частицы обтекаются индивидуально [1, 2], а во-вторых, от того, находится ли частица в аэродинамической тени других частиц. В работе [1] сформулирован критерий существования коллективной волны перед совокупностью частиц в виде условия смыкания дозвуковых зон перед ними, а также приведены некоторые оценки этого явления, основанные на численных данных, полученных при решении задачи об обтекании тел несферической формы. В [3] экспериментально и теоретически исследовано распространение ударных волн в облаке частиц. В результате расчетов с использованием континуально-дискретной модели течения ламинарной смеси газа и частиц установлено, что в диапазоне значений объемной доли дисперсной фазы

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 15-08-01947, 15-08-01723) и Министерства образования и науки РФ (проект № 211, задание № 2014/140).

© Бедарев И. А., Федоров А. В., 2015

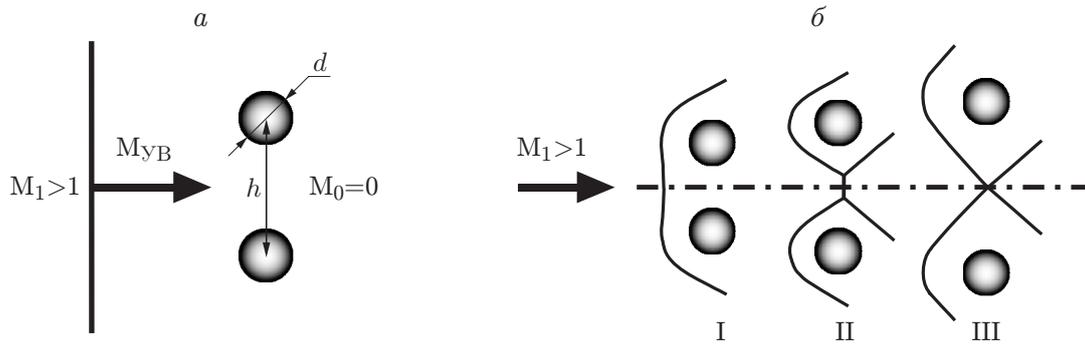


Рис. 1. Схема режимов взаимодействия ударных волн в случае, когда частицы расположены перпендикулярно потоку:

a — момент времени, когда ударная волна не дошла до частиц, *б* — момент времени, когда частицы обтекаются стационарным сверхзвуковым потоком; I–III — режимы обтекания в зависимости от расстояния между частицами (I — режим коллективного обтекания, II — режим маховского взаимодействия ударных волн, III — режим регулярного взаимодействия ударных волн)

0,1 ÷ 3,0 % за ударной волной в облаке частиц происходит перестройка сверхзвукового потока.

В работе [4] для выявления режимов взаимодействия отошедших ударных волн перед телами численно решена задача об ударном обтекании цилиндра, расположенного перпендикулярно потоку, и сферы. На рис. 1 приведены схемы возможных режимов взаимодействия ударных волн при обтекании частиц, расположенных перпендикулярно набегающему потоку. В [4] численно показано, что в зависимости от числа Маха сверхзвукового потока за ударной волной M_1 и расстояния между сферами $\lambda = h/d$ могут быть реализованы различные режимы обтекания частиц. На расстоянии, меньшем критического расстояния, перед телами может образовываться коллективная ударная волна (режим I на рис. 1,б). При увеличении расстояния происходит переход к режиму обтекания сначала с маховским взаимодействием ударных волн (режим II на рис. 1,б), а затем с регулярным (режим III на рис. 1,б). В [4] также показано, что в случае малого расстояния между телами при прохождении ударной волны происходит переход от режима регулярного отражения к режиму маховского взаимодействия ударных волн, а затем к режиму обтекания с коллективной ударной волной. На основе расчетных данных построена карта режимов обтекания системы поперечных цилиндров и системы сфер в зависимости от числа Маха и расстояния между телами.

Представляется целесообразным провести анализ влияния режима обтекания частицы на ее сопротивление и теплообмен в рамках модели турбулентного течения газа, рассматривая частицы, расположенные не только перпендикулярно набегающей ударной волне, но и вдоль нее.

На рис. 2 показаны схемы режимов, возможных при обтекании двух частиц, расположенных вдоль набегающего потока. При горизонтальном положении частиц режим обтекания частицы, которая находится в аэродинамической тени, зависит от скорости сверхзвукового потока за ударной волной и расстояния между частицами. При расстоянии, меньшем критического расстояния, перед второй частицей не образуется прямой скачок уплотнения, так как поток в следе за первой частицей остается дозвуковым (режим I на рис. 2,б). При превышении критического расстояния частицы обтекаются индивидуально (режим II на рис. 2,б).

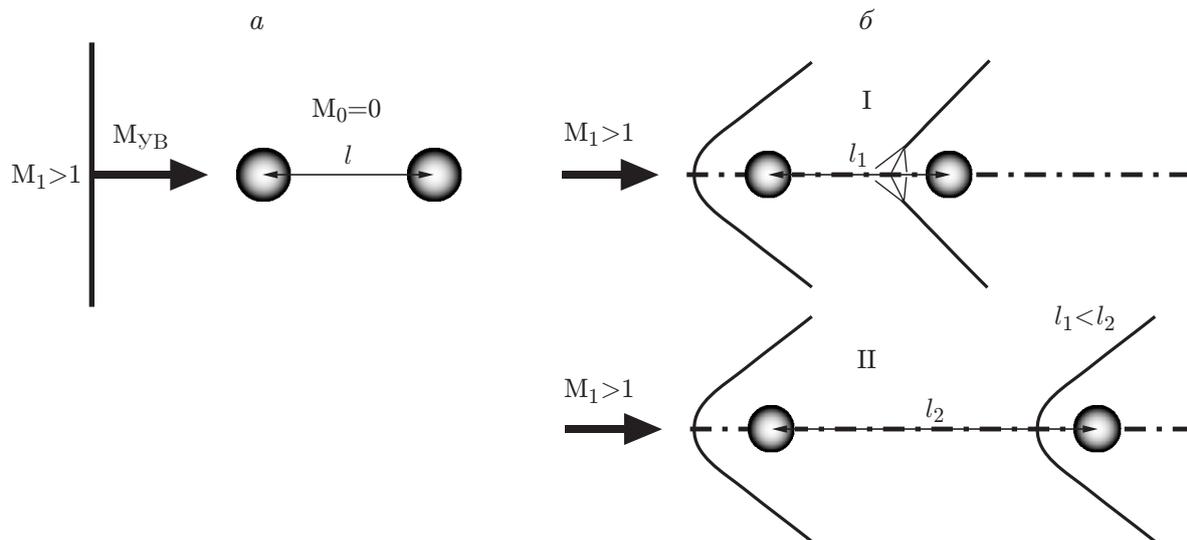


Рис. 2. Схема режимов течения в случае, когда частицы расположены вдоль потока: *a* — момент времени, когда ударная волна не дошла до частиц, *б* — момент времени, когда частицы обтекаются стационарным сверхзвуковым потоком; I, II — режимы обтекания в зависимости от расстояния между частицами (I — режим коллективного обтекания, II — режим индивидуального обтекания)

Целью настоящей работы является численное исследование характеристик взаимодействия проходящей ударной волны с системой тел для определения влияния режима обтекания на коэффициент сопротивления, время тепловой и скоростной релаксации частиц.

Математическая модель и численный алгоритм, используемые в расчетах. Моделирование выполнено в расчетном пакете ANSYS Fluent. В [4] проведено сравнение картин обтекания сферы вязким турбулентным и невязким газами. Показано, что в обоих случаях волновая картина течения практически одна и та же, но в случае невязкого обтекания в области расширения за сферой наблюдается большее разрежение. Существенные различия имели место в следе за сферой. В случае учета вязкости дозвуковая область вследствие диссипации быстро уменьшалась, а в случае невязкого обтекания зона низкоскоростного течения распространялась на значительно большее расстояние за сферой. Число Рейнольдса для рассматриваемых параметров течения превышает 10^3 . Таким образом, в данной задаче необходимо учитывать вязкость и турбулентность. В качестве математической модели использовались осредненные по Фавру нестационарные уравнения Навье — Стокса, дополненные SST ($k-\omega$)-моделью турбулентности и уравнением состояния идеального газа. Для аппроксимации по времени применялась неявная схема второго порядка, а для аппроксимации по пространству невязких потоков — схема расщепления AUSM третьего порядка точности.

В двумерных нестационарных расчетах использовалась четырехугольная сетка, которая сгущалась в направлении к поверхности тела и динамически адаптировалась по градиенту плотности к газодинамическим особенностям течения (ударным волнам, контактными разрывам, волнам разрежения). При построении сетки контролировался параметр y^+ на поверхности частицы, который во всех расчетах не превышал единицы. В начальный момент времени до адаптации сетка имела 400 узлов в продольном направлении и 200 узлов в поперечном направлении. Нижняя граница расчетной области в данной задаче являлась линией симметрии. Верхняя граница в задаче о взаимодействии с частицами, расположен-

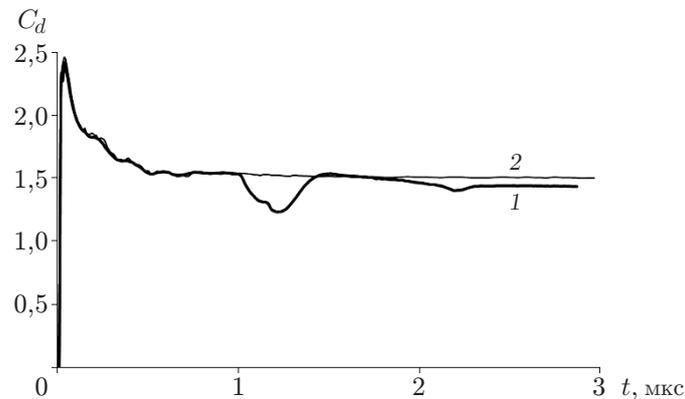


Рис. 3. Зависимость коэффициента сопротивления частицы от времени при режимах коллективного (1) и индивидуального (2) обтекания

ными перпендикулярно потоку (см. рис. 1), также была линией симметрии. В задаче об обтекании сфер, расположенных вдоль потока (см. рис. 2), на верхней границе задавались “мягкие” граничные условия. На левой границе ставились входные граничные условия, соответствующие параметрам за ударной волной, на правой границе — “мягкие” граничные условия. В качестве начальных данных задавалось поле параметров, рассчитанных для ударной волны, распространяющейся с заданной скоростью. Перед ударной волной задавались давление $P_0 = 10^5$ Па и температура $T_0 = 300$ К.

Влияние режима обтекания на сопротивление частицы. Рассмотрим нестационарную задачу о падении ударной волны с числом Маха $M_{ув} = 3$ на систему частиц диаметром 100 мкм, расположенных перпендикулярно ей (см. рис. 1). На рис. 3 показана зависимость коэффициента сопротивления частицы от времени при режимах коллективного ($\lambda = 5$) и индивидуального ($\lambda = 20$) обтекания. Видно, что режим обтекания частиц оказывает незначительное влияние на коэффициент сопротивления. В случае режима коллективного обтекания в диапазоне $1 \text{ мкс} < t < 2 \text{ мкс}$ коэффициент сопротивления уменьшается, что обусловлено приходом отраженной от оси симметрии ударной волны в зону за частицей и соответствующим повышением давления в этой зоне.

Можно предположить, что наиболее существенное изменение сопротивления частицы имеет место в том случае, если она расположена в тени другой частицы.

Взаимодействие набегающей ударной волны с двумя сферами, расположенными вдоль нее. Рассмотрим нестационарную задачу о падении ударной волны на систему, состоящую из двух сферических частиц, расположенных вдоль нее (см. рис. 2). На рис. 4 показаны поля плотности для набегающей ударной волны с числом Маха $M_{ув} = 3$ в различные моменты времени. Относительное расстояние между центрами сфер $\varkappa = l/d = 2$. На рис. 4 видно, что по мере прохождения ударной волны перед обеими сферами формируются скачки уплотнения (см. рис. 4, а–в). Однако со временем скачок уплотнения перед второй сферой начинает разрушаться (см. рис. 4, г, д) и исчезает вследствие развития дозвуковой зоны за первой сферой (см. рис. 4, е).

С увеличением расстояния между частицами дозвуковая зона постепенно исчезает и перед второй частицей образуется ударная волна. На рис. 5 показаны поля плотности в различные моменты времени при относительном расстоянии между сферами $\varkappa = 10$. На начальных стадиях взаимодействия (см. рис. 5, а–г) картина течения подобна картине течения на рис. 4. Однако на рис. 5, д видно, что данное расстояние является близким к предельному, при превышении которого взаимное влияние сфер исчезает. На рис. 5 сплошная линия соответствует звуковой линии. Видно, что размер дозвуковой зоны перед второй

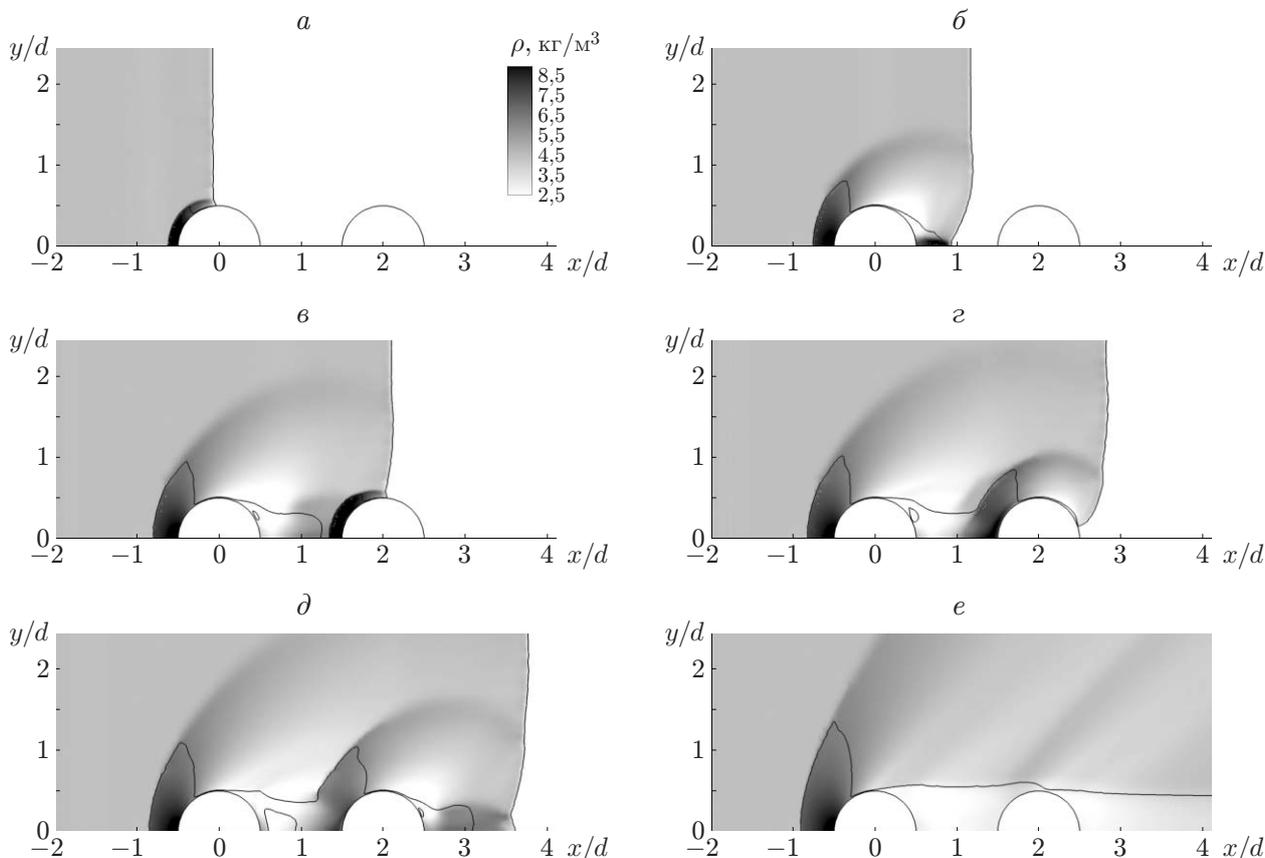


Рис. 4. Поля плотности при $M_{yB} = 3$, $\varkappa = 2$ в различные моменты времени:
 а — $t = 0,28$ мкс, б — $t = 0,4$ мкс, в — $t = 0,49$ мкс, г — $t = 0,56$ мкс, д — $t = 0,65$ мкс,
 е — $t = 4$ мкс

сферой уменьшается до минимального и ударная волна перед второй частицей перестает разрушаться.

Коэффициент сопротивления частиц. Проведено исследование влияния на коэффициент сопротивления расстояния между двумя частицами, в случае если одна из них располагается в аэродинамической тени другой. На рис. 6 показана зависимость коэффициента сопротивления от времени при различных расстояниях между частицами. Время нормировано на характерное время $t_0 = d/a$ (a — скорость звука за ударной волной). На рис. 6 видно, что на всех кривых имеется пик, соответствующий приходу ударной волны на частицу, причем в случае малого расстояния между частицами (кривая 2) значение C_d является максимальным. Кроме того, не только первая частица оказывает влияние на вторую. Коэффициент сопротивления первой частицы уменьшается, если расстояние между частицами $\varkappa < 5$. Такое влияние обусловлено тем, что в случае малого расстояния между частицами в донной области первой частицы давление увеличивается (см. рис. 4, е) и частицы обтекаются как удлиненное тело. При увеличении расстояния влияние сфер на коэффициент сопротивления уменьшается и при $\varkappa > 10$ изменение C_d не превышает 20 %.

На рис. 7 представлены зависимости коэффициента сопротивления от числа Маха потока для первой и второй частиц при $Re = 7500$ и различных расстояниях между частицами, полученные в двумерных расчетах, а также зависимости, полученные по трем известным аппроксимационным формулам для коэффициента сопротивления [4–6]. Видно, что при $\varkappa = 2$ коэффициент сопротивления первой частицы уменьшается. При $\varkappa = 5, 10, 20$

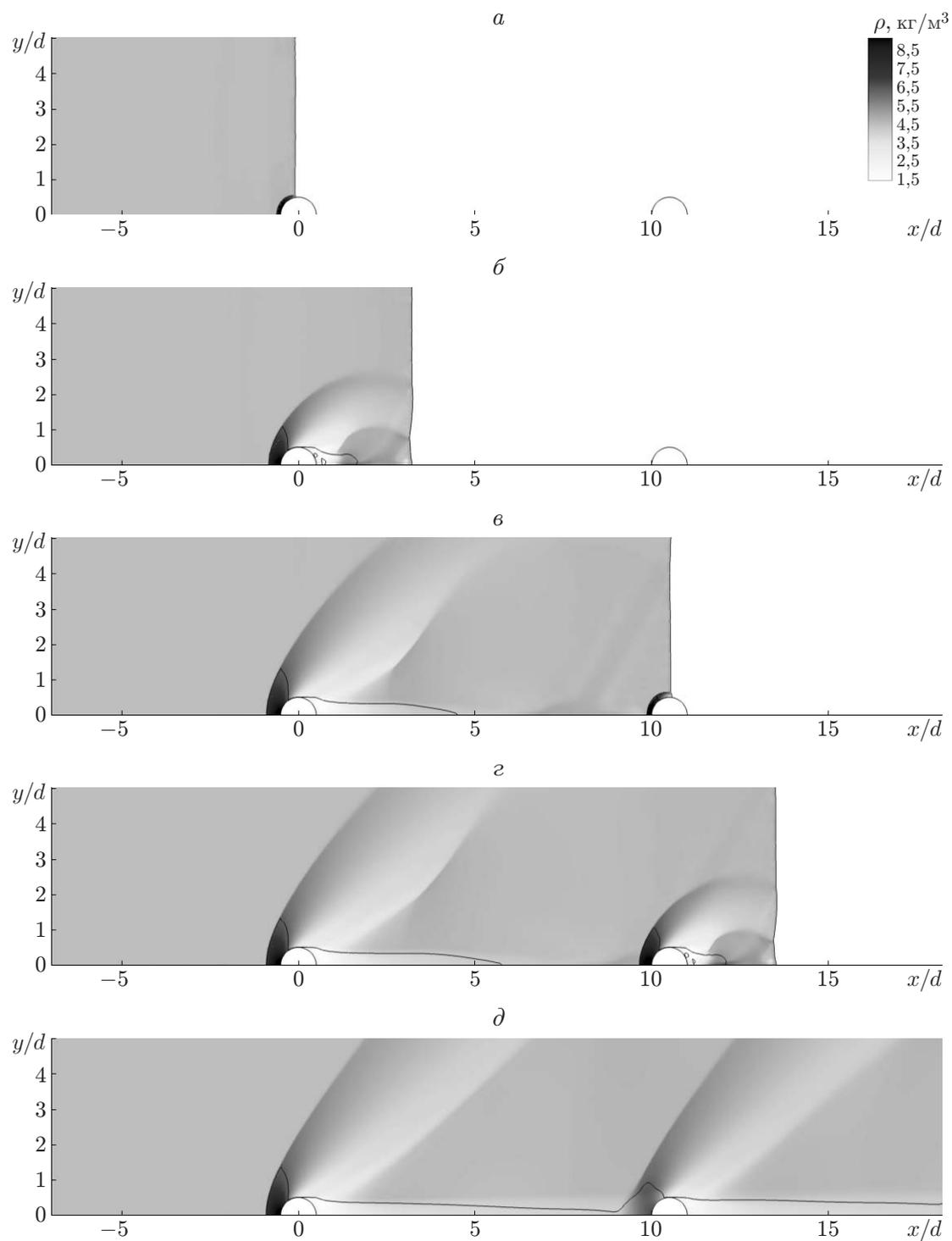


Рис. 5. Поля плотности при $M_{yB} = 3$, $\varkappa = 10$ в различные моменты времени: *a* — $t = 0,28$ мкс, *б* — $t = 0,6$ мкс, *в* — $t = 1,3$ мкс, *г* — $t = 1,6$ мкс, *д* — $t = 4$ мкс

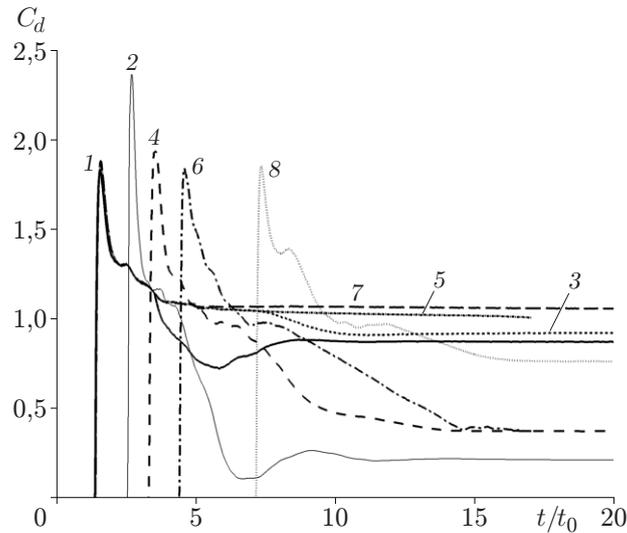


Рис. 6. Зависимость коэффициента сопротивления от времени:

1, 3, 5, 7 — первая частица (1 — $\varkappa = 2$, 3 — $\varkappa = 3$, 5 — $\varkappa = 5$, 7 — $\varkappa = 10$); 2, 4, 6, 8 — вторая частица (2 — $\varkappa = 2$, 4 — $\varkappa = 3$, 6 — $\varkappa = 5$, 8 — $\varkappa = 10$)

вторая частица не оказывает влияния на первую. При $\varkappa = 2$ значение коэффициента сопротивления для второй частицы существенно меньше, чем для первой, затем оно увеличивается. Однако даже при $\varkappa \approx 20$ значение C_d меньше соответствующего значения для первой частицы. Следовательно, при увеличении расстояния между частицами сопротивление второй частицы стремится к сопротивлению первой, что соответствует независимому обтеканию частиц. Кроме того, при увеличении расстояния между частицами сопротивление первой частицы стремится к предельному значению и становится равным сопротивлению одиночной частицы.

Таким образом, в результате решения задачи о взаимодействии ударной волны со сферическими частицами вычислены расстояния между частицами и значения объемной концентрации, при которых взаимное влияние частиц сохраняется. Расчеты, проведенные в [4], показывают, что в случае расположения частиц перпендикулярно потоку переход от режима коллективного обтекания частиц к режиму индивидуального обтекания при $M_{yB} = 2 \div 6$ происходит при значениях $\lambda = 2 \div 5$, т. е. при относительной объемной концентрации частиц $m_2 = 6 \cdot 10^{-2} \div 4 \cdot 10^{-3}$. При расположении одной частицы в следе другой влияние первой частицы на коэффициент сопротивления второй сохраняется вплоть до значения $\varkappa = 20$, что соответствует значению $m_2 = 6 \cdot 10^{-5}$. В данном случае рассматривался вариант наиболее существенного воздействия первой частицы на вторую, когда они располагаются на одной оси. Также следует отметить, что в данной работе сферы считаются неподвижными, в то время как в действительности прохождение ударной волны вызывает перемещение частиц. Поэтому, для того чтобы выяснить, при каких значениях m_2 газодинамическое взаимовлияние частиц сохраняется, необходимо провести моделирование задачи, в случае когда частицы не расположены на одной оси и движутся под действием ударной волны.

Тепловая релаксация частиц в рамках сопряженного подхода. Решение данной задачи заключается в определении температуры частиц, находящихся под действием высокотемпературного газа, нагретого проходящей ударной волной. Для определения динамики тепловой релаксации частиц в зависимости от числа Рейнольдса выполнены расчеты сопряженной задачи обтекания и теплообмена для алюминиевых частиц различ-

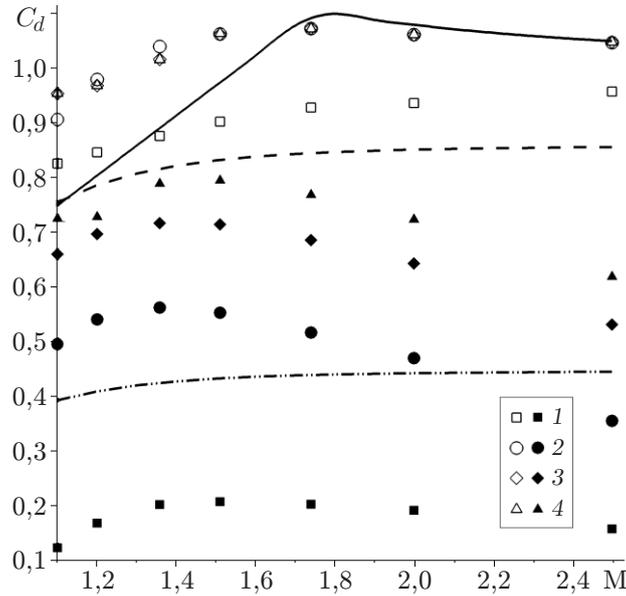


Рис. 7. Зависимость коэффициента сопротивления первой (светлые точки) и второй (темные точки) частиц от числа Маха потока за ударной волной: линии — результаты, полученные с использованием аппроксимационных формул (штриховая — данные [5], штрихпунктирная — данные [6], сплошная — данные [7]), точки — результаты расчета, выполненного в данной работе (1 — $\kappa = 2$, 2 — $\kappa = 5$, 3 — $\kappa = 10$, 4 — $\kappa = 20$)

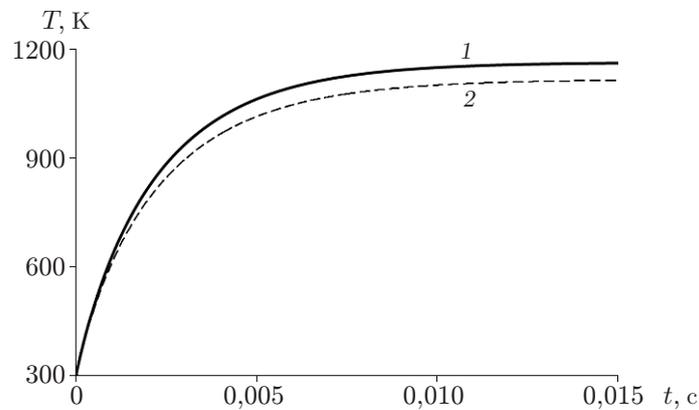


Рис. 8. Тепловая релаксация алюминиевых частиц:
1 — первая частица, 2 — вторая частица

ного размера ($10 \text{ мкм} \div 1 \text{ мм}$). Ударная волна имела следующие параметры: $M_{ув} = 3$, $U_1 = 771 \text{ м/с}$, $T_1 = 803 \text{ К}$.

На рис. 8 показано изменение во времени осредненных по объему температур первой (кривая 1) и второй (кривая 2) частиц диаметром 100 мкм при их расположении вдоль потока на расстоянии друг от друга, равном 200 мкм . Видно, что температура первой частицы больше температуры второй (приблизительно на 70 К). Это объясняется изменением волновой картины обтекания второй частицы (см. рис. 4,е). В дозвуковом следе за первой частицей не образуется ударная волна перед второй частицей, что приводит к уменьшению параметров торможения и соответственно температуры газа. При увеличении расстояния между частицами различие их температур исчезает, что обусловлено режимом индивидуального обтекания.

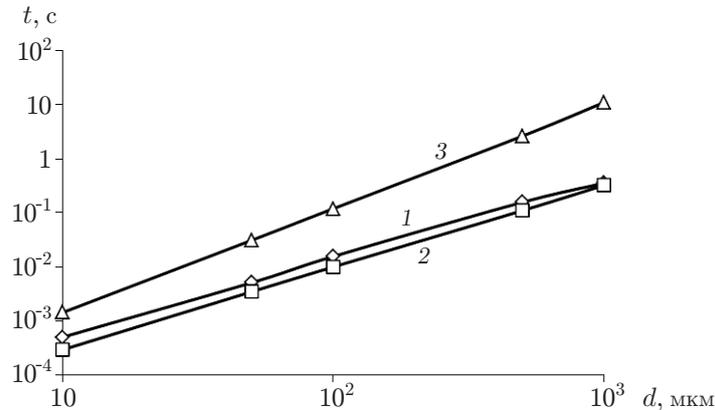


Рис. 9. Тепловая релаксация, вычисленная по двум моделям:
 1 — расчет по двумерной модели, 2, 3 — расчет по приближенной модели
 (2 — без учета скоростной релаксации, 3 — с учетом скоростной релаксации)

Сравнение результатов, полученных в рамках приближенной модели релаксации и двумерной модели обтекания. Проведено сравнение времен тепловой релаксации для первой частицы, полученных при двумерном сопряженном расчете и расчете по приближенной модели с использованием системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений для скорости и температуры частицы:

$$\frac{dU_p}{dt} = \frac{3}{4} \frac{C_d \rho_g}{\rho_p d_p} (U_g - U_p) |U_g - U_p|; \quad (1)$$

$$\frac{dT_p}{dt} = 6 \frac{\text{Nu} \lambda_g}{\rho_p c_v d_p^2} (T_g - T_p). \quad (2)$$

В приближенной модели использованы аппроксимация [7] для коэффициента сопротивления C_d и эмпирическая зависимость для числа Нуссельта $\text{Nu} = 2 + 0,6 \text{Re}^{1/2} \text{Pr}^{1/3}$.

На рис. 9 и в табл. 1 приведены зависимости релаксационных характеристик теплообмена частицы от ее диаметра (T — температура, к которой стремится средняя температура частицы при двумерном расчете; τ_{T1} — время, в течение которого происходит тепловая релаксация неподвижной частицы при двумерном расчете; τ_{T2} — время, в течение которого происходит тепловая релаксация частицы в соответствии с приближенной моделью без учета скоростной релаксации; τ_{T3} — время, в течение которого происходит тепловая релаксация в соответствии с приближенной моделью с учетом скоростной релаксации частицы; τ_U — время, в течение которого происходит скоростная релаксация в соответствии с приближенной моделью). На рис. 9 масштаб величин на осях является логарифмическим. При таком представлении все три зависимости практически линейные, что соответствует степенной зависимости времени релаксации от диаметра. При увеличении диаметра результаты расчетов по двумерной и приближенной моделям без учета скоростной релаксации сближаются. На рис. 9 видно, что учет скоростной релаксации существенно влияет на время тепловой релаксации (кривая 3). В последней графе табл. 1 приведено отношение времен скоростной и тепловой релаксации. Из табл. 1 следует, что время скоростной релаксации всегда меньше времени тепловой релаксации и для частицы диаметром 1 мм эти времена различаются в 10 раз.

Совместный расчет скоростной и тепловой релаксации частиц в рамках двумерной модели. Приведем результаты прямого моделирования скоростной и тепловой релаксации одиночной сферической частицы и выполним сравнение этих данных

Таблица 1

Зависимость тепловой релаксации от диаметра частиц, полученная по двум моделям

d , мкм	T , К	τ_{T1} , с	τ_{T2} , с	τ_{T3} , с	τ_U , с	τ_U/τ_{T3}
10	1186	$5,00 \cdot 10^{-4}$	$2,92 \cdot 10^{-4}$	$1,43 \cdot 10^{-3}$	$9,49 \cdot 10^{-4}$	$6,64 \cdot 10^{-1}$
50	1182	$5,10 \cdot 10^{-3}$	$3,48 \cdot 10^{-3}$	$3,12 \cdot 10^{-2}$	$1,36 \cdot 10^{-2}$	$4,36 \cdot 10^{-1}$
100	1180	$1,56 \cdot 10^{-2}$	$9,98 \cdot 10^{-3}$	$1,20 \cdot 10^{-1}$	$4,03 \cdot 10^{-2}$	$3,37 \cdot 10^{-1}$
500	1179	$1,57 \cdot 10^{-1}$	$1,10 \cdot 10^{-1}$	2,65	$4,38 \cdot 10^{-1}$	$1,66 \cdot 10^{-1}$
1000	1175	$3,55 \cdot 10^{-1}$	$3,24 \cdot 10^{-1}$	11,10	1,12	$1,01 \cdot 10^{-1}$

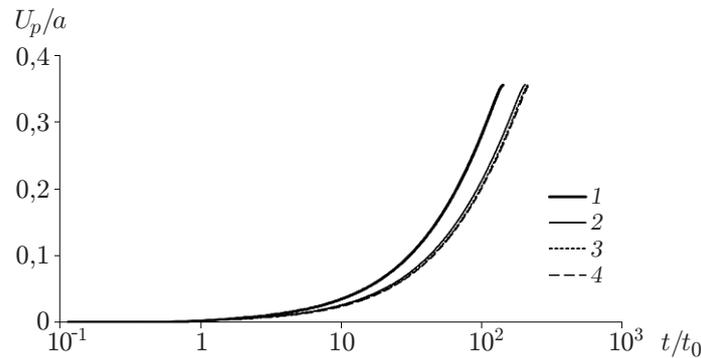


Рис. 10. Зависимость скорости частицы от времени при различных диаметрах частиц:

1 — $d = 1$ мкм, 2 — $d = 10$ мкм, 3 — $d = 100$ мкм, 4 — $d = 1000$ мкм

с результатами расчета по приближенной модели. Двумерные расчеты проведены для скорости частицы, при которой относительная скорость $U_g - U_p \leq a$.

На рис. 10 показана зависимость скорости частицы от времени при прохождении ударной волны для различных диаметров частиц. Число Маха ударной волны равно $M_{UV} = 3$. Параметры за ударной волной имеют значения $U_1 = 771$ м/с, $T_1 = 803$ К. Скорость и время приведены в безразмерных координатах. На рис. 10 видно, что при таком представлении с увеличением диаметра частиц кривые сближаются. Это вызвано тем, что ускорение частицы обратно пропорционально ее диаметру (см. (1)), а коэффициент сопротивления с увеличением диаметра, а значит, и числа Рейнольдса при постоянном числе Маха стремится к константе.

На рис. 11 приведены результаты двумерных расчетов скоростной релаксации и расчетов по приближенной модели. Очевидно, что прямой расчет дает несколько большее ускорение частиц, чем расчет по приближенной модели.

В табл. 2 и на рис. 12 приведены времена скоростной релаксации частиц, вычисленные по двум моделям при различных диаметрах частиц в диапазоне $1 \div 1000$ мкм (τ_{U1} — время, в течение которого происходит скоростная релаксация в соответствии с двумерной моделью; τ_{U2} — время, в течение которого происходит скоростная релаксация в соответствии с приближенной моделью). Времена, рассчитанные по двум моделям, различаются приблизительно на 20 %. В последней графе табл. 2 приведены средние значения температуры частицы, полученные по двумерной модели, в случае когда относительная скорость частицы равна скорости звука за ударной волной. Из табл. 2 следует, что даже для частицы диаметром 1 мкм температура в конце сверхзвукового участка не превышает начальную температуру частицы более чем на 100 К. Данные, приведенные в табл. 1, 2, позволяют сделать вывод, что в основном прогрев частицы происходит на дозвуковом участке и после окончания скоростной релаксации.

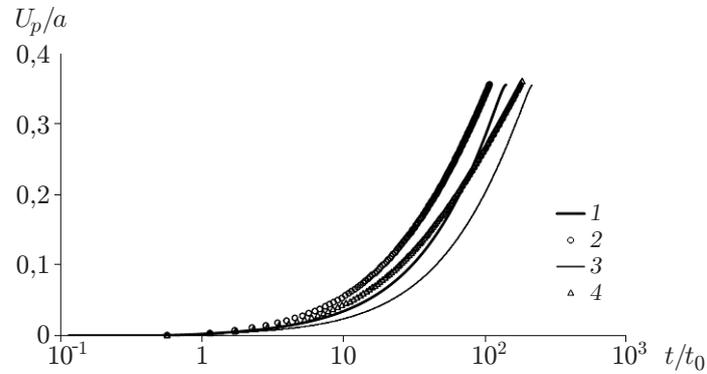


Рис. 11. Результаты расчетов скоростной релаксации по двумерной (1, 3) и приближенной (2, 4) моделям:

1, 2 — $d = 1$ мкм, 3, 4 — $d = 1000$ мкм

Таблица 2

Зависимость скоростной релаксации частиц от их диаметра, полученная по двум моделям

d , мкм	τ_{U1} , с	τ_{U2} , с	T , К
1	$2,48 \cdot 10^{-7}$	$1,91 \cdot 10^{-7}$	389
10	$3,58 \cdot 10^{-6}$	$2,79 \cdot 10^{-6}$	338
50	$1,87 \cdot 10^{-5}$	$1,51 \cdot 10^{-5}$	320
100	$3,74 \cdot 10^{-5}$	$3,07 \cdot 10^{-5}$	316
500	$1,90 \cdot 10^{-4}$	$1,55 \cdot 10^{-4}$	310
1000	$3,79 \cdot 10^{-4}$	$3,12 \cdot 10^{-4}$	308

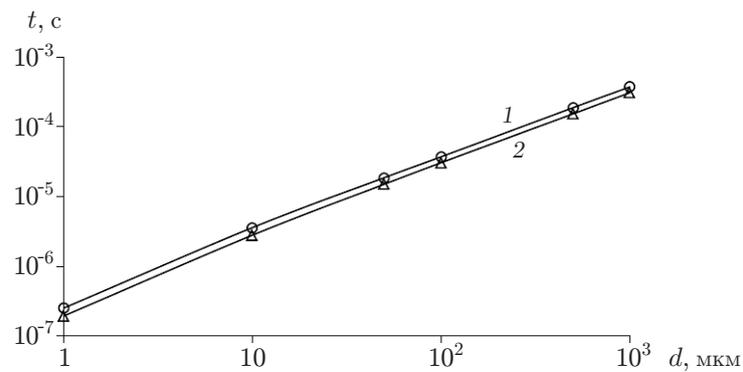


Рис. 12. Скоростная релаксация частиц, вычисленная по двум моделям:

1 — двумерная модель, 2 — приближенная модель

Заключение. В работе с использованием численных методов решена задача об обтекании системы неподвижных частиц, расположенных вдоль потока и перпендикулярно ему. Получена волновая картина взаимодействия проходящей ударной волны с частицами, расположенными вдоль потока и перпендикулярно ему, в различные моменты времени.

Показано, что в случае, когда частицы расположены перпендикулярно потоку, режим обтекания оказывает незначительное влияние на коэффициент сопротивления, а в случае, когда частицы расположены вдоль потока, их взаимное влияние сохраняется на большом расстоянии ($\varkappa = 20$).

Оценки времени скоростной и тепловой релаксации алюминиевых частиц в зависимости от числа Рейнольдса показали, что в основном прогрев частицы происходит при дозвуковой относительной скорости и после окончания скоростной релаксации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Благосклонов В. И., Кузнецов В. М., Минайлос А. Н. и др.** О взаимодействии гиперзвуковых неоднородных течений // ПМТФ. 1979. № 5. С. 59–67.
2. **Бойко В. М., Клинков К. В., Поплавский С. В.** Коллективный головной скачок перед поперечной системой сфер в сверхзвуковом потоке за проходящей ударной волной // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 2. С. 183–192.
3. **Бойко В. М., Киселев В. П., Киселев С. П. и др.** О взаимодействии ударной волны с облаком частиц // Физика горения и взрыва. 1996. Т. 32, № 2. С. 86–99.
4. **Бедарев И. А., Федоров А. В., Фомин В. М.** Численный анализ течения около системы тел за проходящей ударной волной // Физика горения и взрыва. 2012. Т. 48, № 4. С. 83–92.
5. **Бойко В. М., Фомин В. М., Киселев В. П. и др.** О некоторых особенностях течения газа при взаимодействии ударной волны с облаком частиц // Докл. АН. 1995. Т. 340, № 2. С. 188–190.
6. **Карлсон Д., Хоглунд Р.** Сопротивление и теплоотдача частиц в соплах ракетных двигателей // Ракетная техника и космонавтика. 1964. Т. 2, № 11. С. 104–109.
7. **Хендерсон С. В.** Коэффициент сопротивления сферы в течениях разреженного газа и сплошной среды // Ракетная техника и космонавтика. 1976. Т. 14, № 6. С. 5–7.

*Поступила в редакцию 3/IX 2014 г.,
в окончательном варианте — 4/III 2015 г.*