

**АНАЛИЗ, ФИЛЬТРАЦИЯ И ДЕКОМПОЗИЦИЯ  
МИКРОСКОПИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ  
НА ОСНОВЕ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ****Б. Н. Грудин, Е. Г. Кисленок, В. С. Плотников, В. К. Фищенко***Дальневосточный государственный университет, г. Владивосток**E-mail: grudin@lemoi.phys.dvgu.ru*

Предложены методы оценивания интегральных характеристик периодограмм микроскопических изображений на основе преобразования Хартли,  $Q$ -преобразования и косинусного преобразования. Показано, что для фильтрации и улучшения на ее основе психофизического восприятия изображений предпочтительнее использовать косинусное преобразование. Рассмотрены возможности реализации согласованной фильтрации на основе косинусного преобразования. Предложена и исследована процедура декомпозиции микроскопических изображений с использованием различных ортогональных преобразований и фильтров, построенных на основе фурье-образов вейвлетов Гаусса и Морле. Показана перспективность анализа структуры на микроскопических изображениях по скалограммам ортогональных преобразований изображений.

**Введение.** Спектральный анализ и фильтрация изображений на основе преобразования Фурье широко применяются в электронной и оптической микроскопии начиная с 60-х годов прошлого века. Спектральный анализ (определение характеристик микроструктуры по фурье-спектрам квазидетерминированных изображений и оценивание спектральных плотностей и корреляционных функций двумерных случайных полей) – важнейшее направление в обработке микроскопических изображений. Актуальность использования спектрального анализа при исследовании микроструктуры различных сред и материалов обусловлена, прежде всего, тем, что в частотной области наиболее просто локализовать и количественно описать упорядочения в структуре, параметризовать понятие ее анизотропии и использовать методики анализа микроструктуры по электронно-оптическим дифракционным картинам.

Пространственно-частотная фильтрация позволяет на микроскопических изображениях компенсировать аберрации оптических систем микроскопов, устранять шумы, смаз и размытие изображений, осуществлять поиск нужного фрагмента на зашумленных изображениях, подчеркивать границы неоднородностей и слабо выраженные регулярные компоненты, удалять низкочастотные тренды освещенности.

Однако для анализа и фильтрации, как правило, больших по информационной емкости (до нескольких Гбайт) микроскопических изображений вместо дискретного преобразования Фурье во многих случаях предпочтительнее использовать другие ортогональные преобразования, например косинусное, для которого разработаны алгоритмы, позволяющие осуществлять данное преобразование значительно быстрее, чем вычисляется преобразование Фурье, при существенно меньшем (требуемом для вычислений) объеме памяти и практическом отсутствии краевых эффектов в процедуре циклической фильтрации.

Цель данной работы – показать, что методы и алгоритмы спектрального анализа и фильтрации микроскопических изображений на основе различных ортогональных преобразований, в том числе и вейвлет-преобразований, более эффективны, чем методы и алгоритмы, основанные на преобразовании Фурье.

**Спектральный анализ.** Пусть  $f(j_1, j_2)$  – дискретное представление непрерывного изображения  $f(x, y)$ . Для простоты положим, что матрица дискретного изображения квадратная и включает в себя  $N \times N$  элементов, т. е.  $j_1, j_2 = 0, 1, \dots, N-1$ . В результате прямого ортогонального преобразования матрица  $f(j_1, j_2)$  преобразуется в матрицу  $F_T(u_1, u_2)$  того же размера с элементами

$$F_T(u_1, u_2) = \sum_{j_1=0}^{N-1} \sum_{j_2=0}^{N-1} f(j_1, j_2) T(j_1, j_2; u_1, u_2), \quad (1)$$

где  $T(j_1, j_2; u_1, u_2)$  – ядро прямого ортогонального преобразования;  $u_1, u_2 = 0, 1, \dots, N-1$  – обобщенные пространственные частоты [1]. Возврат к исходному изображению осуществляется с помощью обратного ортогонального преобразования

$$f(j_1, j_2) = \sum_{u_1=0}^{N-1} \sum_{u_2=0}^{N-1} T^{-1}(j_1, j_2; u_1, u_2) F_T(u_1, u_2), \quad (2)$$

где  $T^{-1}(j_1, j_2; u_1, u_2)$  – ядро обратного преобразования.

В данной работе рассматриваются следующие ортогональные преобразования, для которых существуют быстрые алгоритмы: дискретное преобразование Фурье  $F_F(u_1, u_2)$  (ДПФ), дискретное косинусное преобразование  $F_C(u_1, u_2)$  (ДКП), дискретное преобразование Хартли  $F_H(u_1, u_2)$  (ДПХ) и  $Q$ -преобразование [2]

$$F_Q(u_1, u_2) = \frac{1}{N} \sum_{j_1=0}^{N-1} \sum_{j_2=0}^{N-1} f(j_1, j_2) \text{cas}\left(\frac{2\pi}{N} u_1 j_1\right) \cdot \text{cas}\left(\frac{2\pi}{N} u_2 j_2\right), \quad (3)$$

где  $\text{cas}\theta = \cos\theta + \sin\theta$ . Поскольку ядро ДПХ не расщепляется, то для его вычисления мы использовали  $Q$ -преобразование, которое связано с ДПХ соотношением [2]

$$F_H(u_1, u_2) = [F_Q(u_1, u_2) + F_Q(-u_1, u_2) + F_Q(u_1, -u_2) - F_Q(-u_1, -u_2)]/2. \quad (4)$$

Можно выразить ДПХ,  $Q$ -преобразование и ДКП через ДПФ [1, 2]:

$$F_H(u_1, u_2) = \operatorname{Re} F_F(u_1, u_2) - \operatorname{Im} F_F(u_1, u_2), \quad (5)$$

$$F_Q(u_1, u_2) = \operatorname{Re} F_F(u_1, -u_2) + \operatorname{Im} F_F(-u_1, -u_2), \quad (6)$$

$$F_C(u_1, u_2) = 2\operatorname{Re}[F_F(u_1, u_2; 2N) + F_F(-u_1, u_2; 2N)], \quad (7)$$

где  $\operatorname{Re} F_F(u_1, u_2)$  и  $\operatorname{Im} F_F(u_1, u_2)$  – реальная и мнимая части ДПФ изображения  $f(j_1, j_2)$  соответственно, а  $F_F(u_1, u_2; 2N)$  – фурье-образ расширенного (дополненного нулями до размера  $2N \times 2N$ ) изображения.

Важнейшей характеристикой в цифровом спектральном анализе изображений является периодограмма. Периодограмма  $I_F(u_1, u_2)$  определяется квадратом модуля ДПФ матрицы изображения:

$$I_F(u_1, u_2) = |F_F(u_1, u_2)|^2 = \left| \frac{1}{N} \sum_{j_1=0}^{N-1} \sum_{j_2=0}^{N-1} f(j_1, j_2) \exp \left[ -\frac{2\pi i}{N} (u_1 j_1 + u_2 j_2) \right] \right|^2. \quad (8)$$

Поскольку  $I_F(u_1, u_2)$  является очень нестабильной функцией пространственных частот, то для дальнейшего спектрального анализа микроскопических изображений обычно используются интегральные характеристики, получаемые при усреднении  $I_F(u_1, u_2)$  в областях специальной формы.

Переходя к полярной системе координат ( $I_F = I_F(u, \varphi)$ ,  $u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$ ,  $\varphi = \arctg u_2/u_1$ ) и разбивая плоскость пространственных частот на  $K$  кольцевых зон и  $L$  секторов, можно вычислить две интегральные характеристики. Характеристика  $V_F(k)$ , которая называется интегральной частотной характеристикой (ИЧХ) [3], получается в результате суммирования значений  $I_F(u, \varphi)$  в пределах каждой из кольцевых зон ( $k$  – номер кольца,  $k = 1, \dots, K$ ). Характеристика  $S_F(l)$ , которая называется интегральной пространственной характеристикой (ИПХ) [3], вычисляется как сумма значений  $I_F(u, \varphi)$  в пределах раstra каждого из секторов ( $l$  – номер сектора,  $l = 1, \dots, L$ ). С каждым кольцом ИЧХ можно связать некоторый средний пространственный период и говорить о безотносительном к ориентации распределении неоднородностей на изображении по размерам. По ИПХ можно количественно оценивать анизотропию анализируемой на изображении структуры. С использованием такого подхода проводились исследования взаимосвязи между микроструктурой и физико-технологическими свойствами аморфных и микрокристаллических сплавов и многослойных пленок [4, 5].

Очевидно, что выражение

$$I_T(u_1, u_2) = |F_T(u_1, u_2)|^2 = \left| \sum_{j_1=0}^{N-1} \sum_{j_2=0}^{N-1} f(j_1, j_2) T(j_1, j_2; u_1, u_2) \right|^2 \quad (9)$$

можно рассматривать как обобщенную периодограмму изображения  $f(j_1, j_2)$ . Для вычисления ИЧХ  $V_F(k)$  можно использовать периодограммы

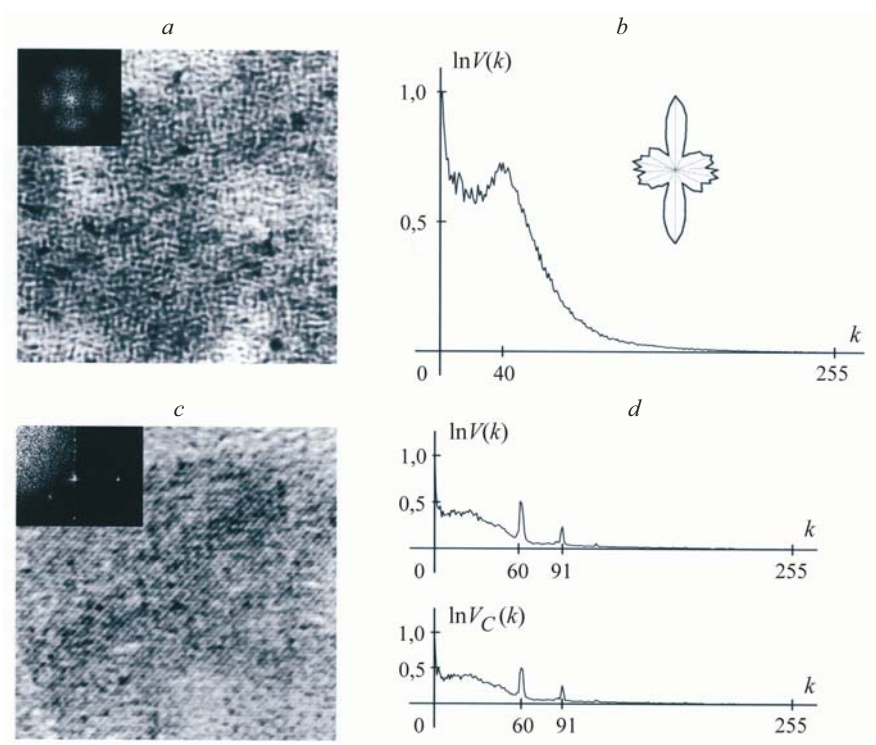


Рис. 1. Спектральный анализ микроскопических изображений

$I_H(u, \varphi)$  и  $I_Q(u, \varphi)$ , поскольку результаты суммирования квадратов выражения (5) либо (6) в каждой из кольцевых зон совпадают со значением  $V_F(k)$  в соответствующем кольце, т. е.  $V_F(k) = V_Q(k) = V_H(k) = V(k)$ . ИПХ  $S_F(l)$  можно получить суммированием значений  $I_H(u, \varphi)$  в двух секторах, ориентации которых в плоскости частот диаметрально противоположны. Несколько большие вычислительные ресурсы требуются для точного вычисления периодограмм  $I_F(u_1, u_2)$  изображений (а также ИЧХ и ИПХ) на основе преобразования Хартли (или  $Q$ -преобразования) из соотношения [6]

$$I_F(u_1, u_2) = (1/2)[F_H^2(u_1, u_2) + F_H^2(-u_1, u_2)]. \quad (10)$$

На рис. 1,  $a, b$  показаны результаты спектрального анализа электронно-микроскопического изображения аморфной пленки на основе преобразования Хартли:  $a$  – исходное изображение и его спектр Хартли  $I_H(u_1, u_2)$ ;  $b$  – ИЧХ и ИПХ спектра  $I_H(u_1, u_2)$ . В спектре достаточно четко проявляется анизотропный квазиволновой характер исходной структуры. В ИЧХ  $V_H(k)$  можно выделить базовую частотную моду ( $k = 40$ ), а ИПХ  $S_H(l)$  подтверждает наличие в спектре двух выделенных осей анизотропии.

Анализ изображений на уровне ИЧХ можно вести и с использованием ДКП. При этом необходимо учитывать, что согласно (7)  $V_F(k) = V_C(k)$  только для симметричных изображений [1]. Однако распределение  $V_C(k)$ , как правило, является достаточно хорошей оценкой  $V_F(k)$ . Это подтверждают вычислительные эксперименты по исследованию разницы между ИЧХ

$V_F(k)$  и  $V_C(k)$ . Так для реализаций  $n(j_1, j_2)$  белого шума при  $N = 512$ ,  $K = 64$  отклонение

$$\varepsilon_{FC} = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^K |V_F(k) - V_C(k)| < 0,025.$$

На рис. 1,  $c, d$  приведены результаты спектрального анализа на основе косинусного преобразования:  $c$  – высокоразрешающее изображение микрокристаллического сплава (видны атомные решетки) и его косинус-спектр;  $d$  – ИЧХ  $V(k)$  и  $V_C(k)$ . Здесь  $\varepsilon_{FC} = 0,005$ .

Спектральный анализ на основе преобразования Фурье также может применяться при идентификации корреляционно-спектральных характеристик стохастической микроструктуры различных сред и материалов по их электронно-оптическим изображениям [7, 8]. Данная процедура состоит в нахождении при выбранном аналитическом виде спектральной плотности (корреляционной функции) таких значений ее параметров, которые обеспечивают наилучшую аппроксимацию рассчитанных по изображению оценок либо спектральной плотности, либо корреляционной функции. Оценки корреляционной функции  $B(j_1, j_2)$  можно получить исходя из следующих соотношений:

$$B(j_1, j_2) = T_H^{-1}[I_F(u_1, u_2)]; \quad B(j_1, j_2) = T_Q^{-1}[I_F(-u_1, u_2)], \quad (11)$$

где  $T_H^{-1}$  и  $T_Q^{-1}$  – операторы обратного преобразования Хартли и обратного  $Q$ -преобразования соответственно, а расчет  $I_F(u_1, u_2)$  можно проводить с использованием соотношения (10).

Применение для спектрального анализа вместо преобразования Фурье рассмотренных выше ортогональных преобразований позволяет сократить время расчетов и увеличить размеры обрабатываемых изображений. В операционной системе MS Windows время расчетов может быть уменьшено в среднем в 1,3–1,6 раза (в зависимости от преобразования и применяемых алгоритмов), а размеры обрабатываемых изображений могут быть увеличены, по меньшей мере, в 2 раза при заданном объеме оперативной памяти компьютера.

Одним из методов оценки адекватности корреляционно-спектральных моделей является моделирование микроскопических изображений. При этом возникает задача моделирования изображений с заданными корреляционно-спектральными характеристиками. Данную задачу также можно решать с использованием рассмотренных выше ортогональных преобразований. Например, моделирование изображений  $f(j_1, j_2)$  с заданной периодограммой  $I_F(u_1, u_2)$  можно осуществить на основе преобразования Хартли:

$$f(j_1, j_2) = T_H [I_F^{1/2}(u_1, u_2)D(u_1, u_2)], \quad (12)$$

где

$$D(u_1, u_2) = \begin{cases} 1, & \text{если } n(u_1, u_2) \geq 0; \\ -1, & \text{если } n(u_1, u_2) < 0, \end{cases} \quad (13)$$

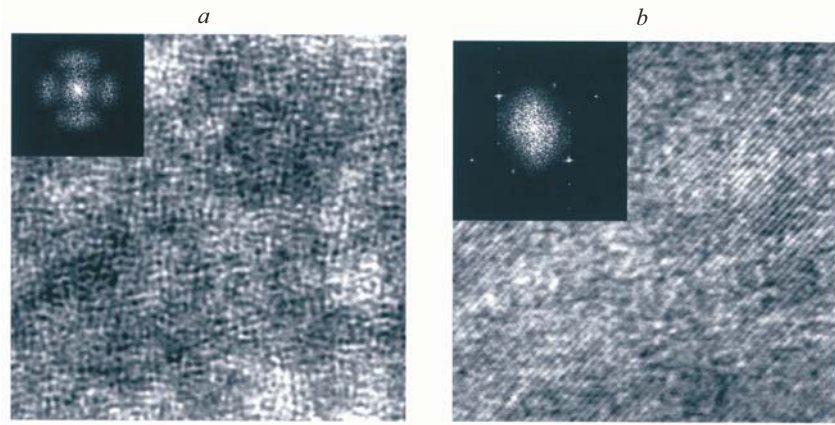


Рис. 2. Моделирование микроскопических изображений

$n(u_1, u_2)$  – двумерная реализация белого шума. При этом  $|T_F[f(j_1, j_2)]|^2 = I_F(u_1, u_2)$ .

На рис. 2,  $a, b$  приведены смоделированные изображения и их периодограммы  $I_F(u_1, u_2)$ , которые совпадают с периодограммами изображений, показанных на рис. 1,  $a, c$  соответственно. Видно, что структуры исходных и смоделированных полей практически идентичны, что позволяет говорить о вполне адекватном описании данных структур в терминах корреляционно-спектральных моделей. Приведенный выше алгоритм (12) может использоваться при генерировании случайных полей с заданной спектральной плотностью в слоевом методе моделирования микроскопических изображений неупорядоченных сред и материалов [8, 9].

**Фильтрация изображений.** Для осуществления низкочастотной (НЧ), высокочастотной (ВЧ), полосовой фильтраций и устранения размытия изображений на основе преобразования Фурье обычно используются действительные фильтры  $H(u_1, u_2)$ , для которых

$$H(u_1, u_2) = H(-u_1, -u_2) \geq 0. \quad (14)$$

Установим такой фильтр в плоскости обобщенных пространственных частот ортогонального преобразования  $T(j_1, j_2; u_1, u_2)$  и определим продукт циклической фильтрации  $g_T(j_1, j_2)$  следующим образом:

$$g_T(j_1, j_2) = \sum_{u_1=0}^{N-1} \sum_{u_2=0}^{N-1} T^{-1}(j_1, j_2; u_1, u_2) F_T(u_1, u_2) H(u_1, u_2). \quad (15)$$

Известно, что циклическая свертка  $P(j_1, j_2)$  двух изображений может быть вычислена через преобразование Хартли [6]:

$$P(j_1, j_2) = T_H^{-1} \{ F_H(u_1, u_2) [G_H(u_1, u_2) + G_H(-u_1, -u_2)] + F_H(-u_1, -u_2) [G_H(u_1, u_2) - G_H(-u_1, -u_2)] \}, \quad (16)$$



где  $F_H(u_1, u_2)$  и  $G_H(u_1, u_2)$  – преобразования Хартли изображений  $f(j_1, j_2)$  и  $g(j_1, j_2)$  соответственно. Из (16) следует, что для фильтров  $H(u_1, u_2)$ , удовлетворяющих условию (14), результаты фильтрации (15) на основе преобразования Фурье и Хартли совпадают.

Рассмотрим различия этих же фильтров, возникающие при использовании косинусного преобразования. Будем считать, что фильтры для косинусного преобразования трансформированы с учетом расположения начала координат преобразования (левый верхний угол). Вычислительные эксперименты показывают, что существенные различия в результатах циклической фильтрации на основе преобразования Фурье и косинусного преобразования наблюдаются, как и следовало ожидать, в определенной зоне на краях отфильтрованных изображений. Эти различия пропорциональны величине скачка яркости, возникающей на границе изображения при его периодическом продолжении, а кривая распределения яркости в этой зоне соответствует импульсной характеристике фильтра. При использовании для фильтрации косинусного преобразования на границах изображения изменения яркости такие же, как и вдали от границ, поэтому на границах отфильтрованного изображения практически отсутствуют квазипериодические структуры, воспринимаемые зрительно как артефакты. Это позволяет в ряде случаев существенно улучшить психофизическое восприятие отфильтрованных изображений.

На рис. 3,  $a-f$  приведены результаты моделирования устранения размытия изображения аморфной пленки на основе преобразования Фурье и косинусного преобразования: фрагмент исходного изображения ( $a$ ); тот же фрагмент размытого изображения ( $b$ ); спектр Фурье изображения  $b$  ( $c$ ); результат устранения размытия фрагмента на основе преобразования Фурье

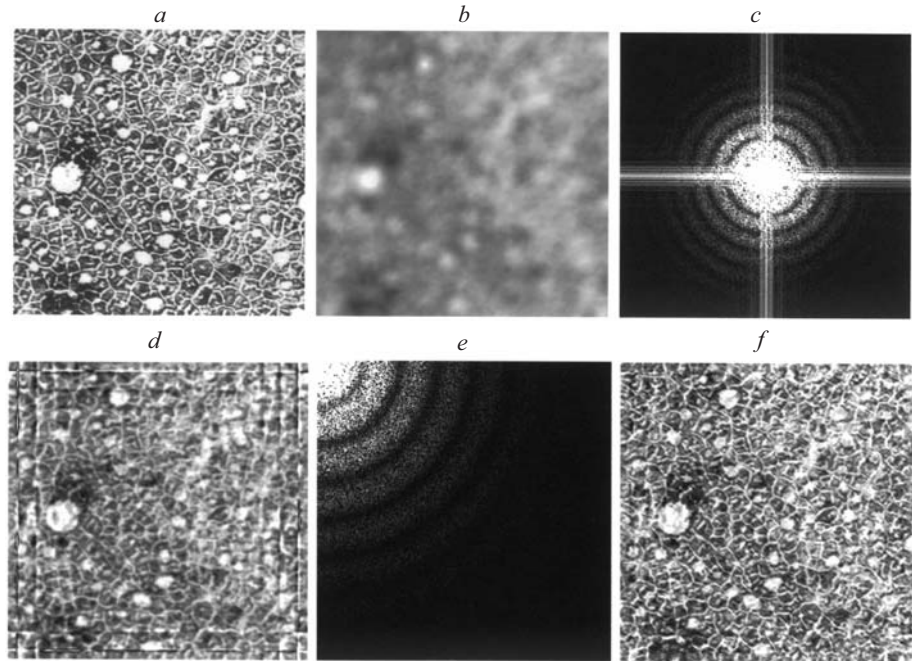


Рис. 3. Моделирование устранения размытия изображения аморфной пленки

( $d$ ); косинус-спектр изображения  $b$  ( $e$ ); результат устранения размытия фрагмента на основе косинусного преобразования ( $f$ ). Видно, что существенно лучший результат устранения размытия получается при использовании косинусного преобразования. Замена обычной свертки циклической в модели формирования размытого изображения приводит к тому, что при синтезе восстанавливающего фильтра не учитывается факт влияния объектов, расположенных вне поля зрения, на значения яркости на краях размытого изображения. При восстановлении таким фильтром реально искаженных изображений возникают краевые эффекты, которые при использовании косинусного преобразования компенсируются симметричным продолжением изображения за его границы.

Важной в обработке микроскопических изображений является задача определения наличия и координат некоторого фрагмента  $g(j_1, j_2; M)$  размером  $M \times M$  на изображении  $f(j_1, j_2; N)$  размером  $N \times N$ . Для ее решения может применяться согласованная фильтрация как на основе преобразования Фурье, так и на основе преобразования Хартли и косинусного преобразования. Однако для изображений с «плавными» границами между элементами структуры корреляционный максимум слабо локализован, а его значение может практически не отличаться от значений других максимумов корреляционного поля. В особенности это касается согласованной фильтрации на основе косинусного преобразования. В этом случае корреляционное поле изображения содержит мощные длинноволновые компоненты (результат симметричного продолжения изображения), величина которых зачастую превышает значение корреляционного максимума.

Для повышения эффективности согласованной фильтрации при определении координат искомого фрагмента на таких изображениях предлагается проводить фильтрацию длинноволновых компонент корреляционного поля путем извлечения корня из спектральных компонент. Тогда корреляционные поля  $K_F(j_1, j_2)$ ,  $K_H(j_1, j_2)$ ,  $K_C(j_1, j_2)$  для согласованной фильтрации на основе преобразований Фурье, Хартли и косинусного преобразования соответственно могут быть записаны в виде

$$K_F(j_1, j_2) = T_F^{-1} \{L^{1/\alpha} [F_F(u_1, u_2; N)G_F^*(u_1, u_2; N)]\}, \quad (17)$$

$$K_H(j_1, j_2) = T_H^{-1} \{L^{1/\alpha} \{F_H(u_1, u_2)[G_H(-u_1, -u_2) + G_H(u_1, u_2)] + F_H(-u_1, -u_2)[G_H(-u_1, -u_2) - G_H(u_1, u_2)]\}\}, \quad (18)$$

$$K_C(j_1, j_2) = T_C^{-1} \{L^{1/\alpha} [F_C(u_1, u_2; N)G_C(u_1, u_2; N)]\}, \quad (19)$$

где  $L^{1/\alpha}$  ( $\alpha \geq 1$ ) – оператор извлечения корня степени  $\alpha$  из модуля спектральных компонент с сохранением их знака;  $F_F(u_1, u_2; N)$ ,  $F_H(u_1, u_2; N)$ ,  $F_C(u_1, u_2; N)$  – преобразования Фурье, Хартли и косинусное преобразование изображения соответственно;  $G_F^*(u_1, u_2; N)$ ,  $G_H(u_1, u_2; N)$ ,  $G_C(u_1, u_2; N)$  – комплексно-сопряженное преобразование Фурье, преобразование Хартли и косинусное преобразование расширенного фрагмента соответственно.

С помощью компьютерного моделирования установлено, что для стохастических изображений, спектральная плотность которых убывает по закону



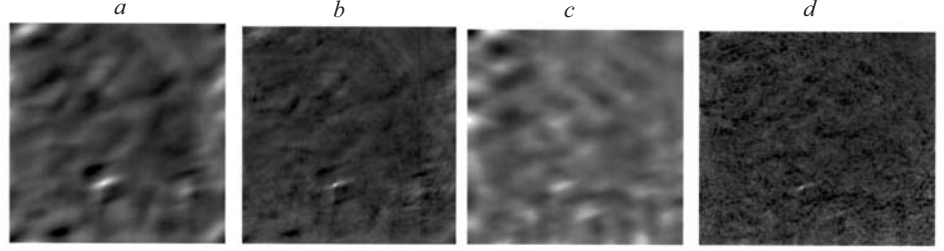


Рис. 4. Корреляционные поля, полученные с использованием преобразования Хартли и косинусного преобразования

$\kappa^{-\beta}$  ( $\beta \geq 4$ ) ( $\kappa$  – номер гармоники спектра Фурье изображения), корреляционные поля  $K_F(j_1, j_2)$ ,  $K_H(j_1, j_2)$ ,  $K_C(j_1, j_2)$  при  $\alpha \geq 2$  имеют ярко выраженный максимум, координаты которого совпадают с координатами фрагмента. Этот результат иллюстрирует рис. 4,  $a-d$ , где представлены корреляционные поля  $K_H(j_1, j_2)$ ,  $K_C(j_1, j_2)$  низкочастотного изображения и одного из его расширенных фрагментов (корреляционные поля  $K_H(j_1, j_2)$  при  $\alpha = 1$  и  $\alpha = 2$  ( $a, b$ ), корреляционные поля  $K_C(j_1, j_2)$  при  $\alpha = 1$  и  $\alpha = 2$  ( $c, d$ ) соответственно).

Корреляционное поле  $K_C(j_1, j_2)$  имеет такой же локализованный глобальный максимум не только при наличии на изображении фрагмента  $g(j_1, j_2; M)$ , но и при наличии на изображении фрагментов  $g(-j_1, j_2; M)$ ,  $g(j_1, -j_2; M)$ ,  $g(-j_1, -j_2; M)$ . Однако для поля  $K_C(j_1, j_2)$  отношение главного максимума к боковым максимумам, как правило, меньше, чем для полей  $K_F(j_1, j_2)$  и  $K_H(j_1, j_2)$ .

**Декомпозиция изображений.** Пусть для фильтрации вида (14) последовательно применяются фильтры  $H(u_1, u_2; m)$  ( $m=0, 1, \dots, M-1$ ), каждый из которых удовлетворяет условию (14), а их сумма

$$\sum_{m=0}^{M-1} H(u_1, u_2; m) = 1, \quad (20)$$

где  $M$  – количество фильтров, а  $m$  – параметр, определяющий полосу пропускания отдельного фильтра. Из соотношений (15) и (20) следует, что в этом случае равенство

$$f(j_1, j_2) = \sum_{m=0}^{M-1} g_T(j_1, j_2; m) \quad (21)$$

можно рассматривать как декомпозицию исходного изображения  $f(j_1, j_2)$  на  $M$  изображений  $g(j_1, j_2; m)$ .

Изотропные фильтры, для которых равенство (20) приближенно выполняется, могут быть построены на основе дискретных фурье-образов вейвлетов Гаусса и Морле [10]. В случае фильтрации с использованием ДПФ такие фильтры будут иметь вид

$$H_1(u, m, n, M, N) = a_m^n \left( \frac{2\pi}{N} u \right)^n \exp \left[ -a_m^2 \left( \frac{2\pi}{N} u \right)^2 / 2s_0 \right], \quad (22)$$

$$H_2(u, m, M, N) = \exp \left[ -a_m^2 \left( \frac{2\pi}{N} (u - u_0/a_m) \right)^2 / 2 \right], \quad (23)$$

где  $u = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$ ;  $(u_1, u_2) = -N/2, \dots, -1, 0, 1, \dots, N-1/2$ ;  $a_m = N2^{-m(\log_2 N)/M-1}$ ;  $n$  – номер производной функции Гаусса;  $s_0$  и  $u_0$  – числовые параметры фильтров Гаусса и Морле соответственно. При изменении  $m$  от 0 до  $M-1$  масштаб  $a_m$  будет уменьшаться от  $N$  до 1.

Данные фильтры применялись для декомпозиции изображений на основе рассмотренных выше ортогональных преобразований. Установлено, что при декомпозиции с использованием фильтров  $H_1(u, m, n, M, N)$  ( $n \geq 1$ ,  $M \geq 16$ ,  $N = 512$ ) для изображений  $n(j_1, j_2)$  белого шума ошибка

$$\delta = (1/N^2) \sum_{j_1=0}^{N-1} \sum_{j_2=0}^{N-1} \left| \sum_{m=0}^{M-1} g_T(j_1, j_2, m) - n(j_1, j_2) \right| \leq 0,003,$$

т. е. меньше величины уровня квантования для 8-разрядных изображений. С ростом  $n$  и  $M$  ошибка  $\delta$  уменьшается, например при  $n = 20$  и  $M = 256$  ошибка  $\delta < 10^{-6}$ . Для фильтров  $H_2(u, m, M, N)$  ошибка  $\delta < 0,003$  при  $M \geq 28$ ,  $N = 512$  и  $\delta < 10^{-6}$ , если  $M \geq 128$ ,  $N = 512$ .

На практике результат декомпозиции обычно должен быть представлен двумя–четырьмя изображениями, поэтому декомпозиция выполняется с использованием фильтров вида

$$H(u_1, u_2; i, k) = \sum_{m=i}^{m=k} H(u_1, u_2; m), \quad (24)$$

где  $i, k$  ( $k > i$ ) – целые числа, которые задают диапазон изменения параметра  $m$  фильтра для получения одного из результатов декомпозиции. Кроме того, частотные характеристики (24) должны быть плавными, чтобы минимизировать артефакты, характерные для полосовой циклической фильтрации. Вычислительные эксперименты показали, что результат декомпозиции изображения на тренд, НЧ- и ВЧ-компоненты обычно хорошо согласуется с психофизическим восприятием человека, если осуществляется на основе косинусного преобразования с использованием фильтров  $H_1(u, m, n, M, N)$  ( $1 \leq n \leq 4$ ).

Для определения диапазонов параметра  $m$  в (24) может быть использована априорная информация, например, о частотной характеристике системы формирования изображения. На рис. 5, *a* показано высокоразрешающее электронно-микроскопическое изображение образца аморфного сплава, находящегося на ранней стадии кристаллизации, и результат его декомпозиции на три изображения (рис. 5, *b–d*) с применением фильтров  $H_1(u, m, n, M, N)$  ( $n = 2$ ,  $M = 16$ ) и косинусного преобразования. Контраст на исходном изображении определяется суперпозицией трех типов контрастов и обусловлен: поглощением электронов на относительно больших по толщине участках образца (тренд на рис. 5, *b*); упруго рассеянными электронами, которые отсекаются апертурной диафрагмой микроскопа (НЧ-изображение на рис. 5, *c*); фазовой модуляцией электронной волны (ВЧ-изображение, на

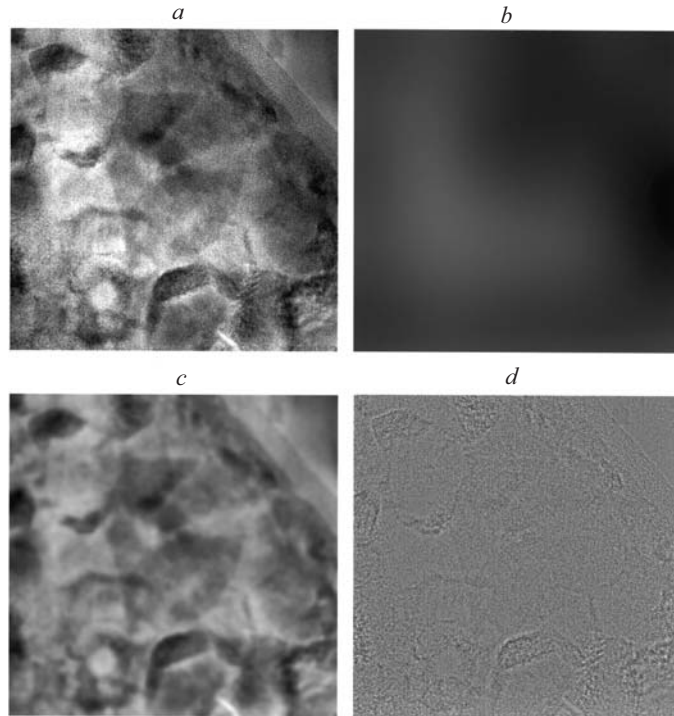


Рис. 5. Декомпозиция микроскопического изображения

котором хорошо просматриваются решетки микросталлов на рис. 5, *d*). Зная частотную характеристику микроскопа, для каждого из данных типов контраста несложно определить диапазоны изменения параметра  $m$  фильтров (24) и по результатам декомпозиции разделить изображения с различной природой контраста.

Для определения диапазонов изменения параметра  $m$  предлагается также использовать скалограммы  $G_T(m)$  ортогональных преобразований:

$$G_T(m) = \sum_{u_1=0}^{N-1} \sum_{u_2=0}^{N-1} |F_T(u_1, u_2)|^2 H^2(u_1, u_2; m). \quad (25)$$

На рис. 6, *a* показана скалограмма  $G_C(m)$  изображения, приведенного на рис. 5, *a*. Скалограмма получена с применением фильтров  $H_1(u, m, n, M, N)$  ( $n=2$ ,  $M=16$ ); на оси абсцисс отмечены значения  $m$  для границ диапазонов декомпозиции, проиллюстрированной рис. 5. Для определения этих границ также могут использоваться координаты локальных минимумов скалограмм, координаты диапазонов, энергия скалограмм в которых одинакова, и другие.

Очевидно, что скалограммы  $G_T(m)$  могут применяться для анализа изображений и выделения признаков. При решении этих задач необходимое разрешение в скалограммах можно получить либо увеличивая значения  $n$  для фильтров  $H_1(u, m, n, M, N)$ , либо используя фильтры  $H_2(u, m, M, N)$ .

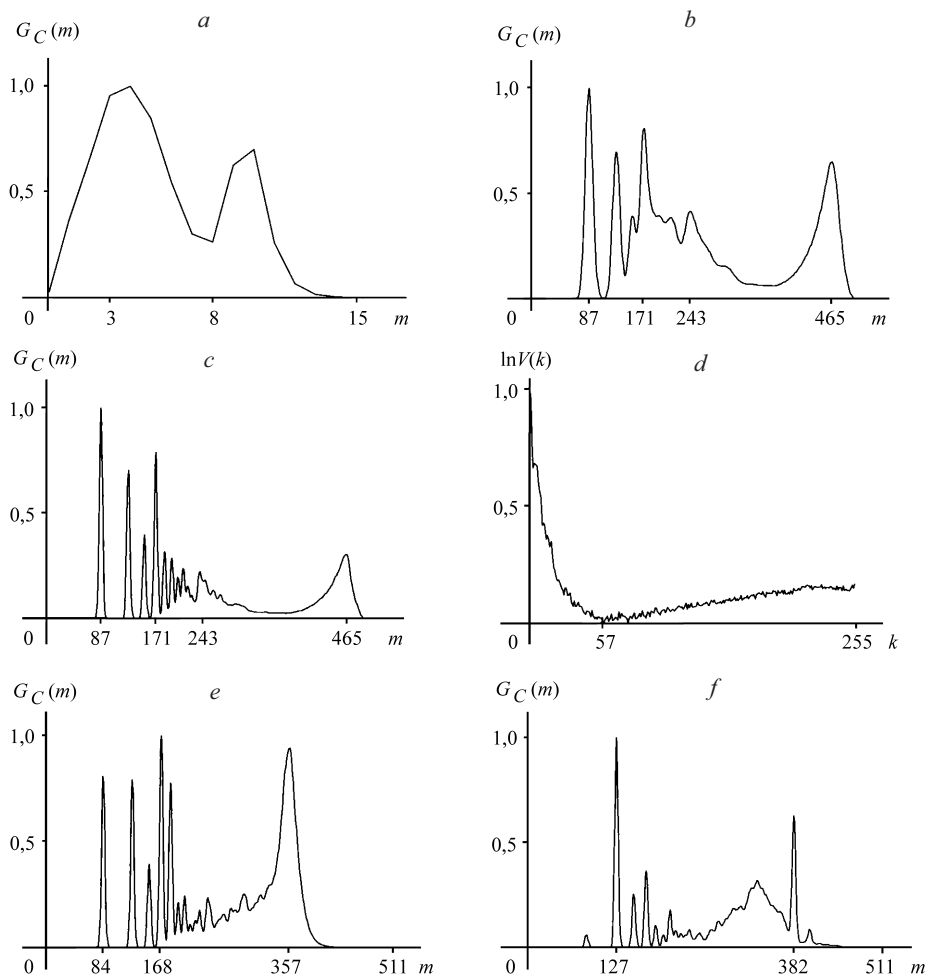


Рис. 6. Скалограммы микроскопических изображений

На рис. 6,  $b-d$  (для изображения на рис. 5,  $a$ ) представлены скалограммы:  $G_C(m)$  для фильтров  $H_1(u, m, n, M, N)$  при  $n=20$ ,  $M=512$  ( $b$ ),  $G_C(m)$  для фильтров  $H_2(u, m, M, N)$  при  $M=512$  ( $c$ ) и ИЧХ  $\ln V(k)$  ( $d$ ). Видно, что скалограммы  $G_C(m)$  имеют более высокое разрешение в области больших масштабов, а их значения сосредоточены в относительно небольшом диапазоне (по сравнению с ИЧХ). Это обстоятельство позволяет отдать предпочтение скалограммам  $G_T(m)$  в исследованиях длинноволновых неоднородностей структуры по микроскопическим изображениям. На рис. 6,  $e, f$  для сравнения с ИЧХ показаны скалограммы  $G_C(m)$  (для фильтров  $H_2(u, m, M, N)$ ) изображений, приведенных на рис. 1,  $a, c$  соответственно.

**Заключение.** Рассмотрены и продемонстрированы методы и алгоритмы спектрального анализа, фильтрации и декомпозиции микроскопических изображений на основе косинусного преобразования, преобразования Хартли, непрерывного вейвлет-преобразования, которые более эффективны, чем

методы и алгоритмы, основанные на преобразовании Фурье, либо в вычислительном аспекте, либо в отношении получаемых на их основе результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Прэйтт У.** Цифровая обработка изображений. М.: Мир, 1982. Т. 1, 2.
2. **Bracewell R. N., Buneman O., Hao H., Villasenor J.** Fast two-dimensional Hartley transform // Proc. IEEE. 1986. **74**, N 9. P. 1282.
3. **Опτικο-структурный** машинный анализ изображений /Под ред. К. А. Яновского. М.: Машиностроение, 1984.
4. **Чеботкевич Л. А., Огнев А. В., Грудин Б. Н.** Структурная и магнитная анизотропия пленок // ФТТ. 2004. **46**, № 8. С. 1449.
5. **Грудин Б. Н., Плотников В. С., Фищенко В. К.** Комплекс аппаратно-программных средств для исследований микроструктуры тонких пленок по электронно-оптическим изображениям // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2001. № 11. С. 3.
6. **Брейсуэлл Р.** Преобразование Хартли. М.: Мир, 1990.
7. **Грудин Б. Н., Плотников В. С., Фищенко В. К., Должиков С. В.** Определение корреляционно-спектральных характеристик неоднородностей структуры в аморфных сплавах по микроскопическим изображениям // Изв. РАН. Сер. физическая. 2001. **65**, № 10. С. 1411.
8. **Грудин Б. Н., Кулешов Е. Л., Плотников В. С., Фищенко В. К.** Исследования пространственно-временных характеристик оптической микроструктуры термохалинных неоднородностей морской воды по фазово-контрастным изображениям // Изв. РАН. Сер. Физика атмосферы и океана. 2001. **37**, № 2. С. 265.
9. **Плотников В. С., Грудин Б. Н., Кисленок Е. Г.** Моделирование микроскопических изображений аморфных сплавов // Физ. мет. и металловедение. 2004. **97**, № 4. С. 329.
10. **Астафьева Н. М.** Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // УФН. 1996. **166**, № 11. С. 1145.

*Поступила в редакцию 2 мая 2006 г.*