

ГЕОМЕХАНИКА

УДК 622.831.312

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПОРОД ПРИ КАСАТЕЛЬНОЙ И НОРМАЛЬНОЙ НАГРУЗКАХ СТЕНОК СКВАЖИНЫ В ИНТЕРВАЛЕ ГИДРОРАЗРЫВА

**А. В. Азаров, М. В. Курленя,
А. В. Патутин, С. В. Сердюков**

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: E-mail: ss3032@yandex.ru,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Представлены результаты численного исследования напряженного состояния пород в окрестности устройства направленного гидроразрыва при касательной и нормальной нагрузках двух близкорасположенных конечных интервалов скважины. Показана возможность применения такой комбинированной нагрузки для создания трещины гидроразрыва поперек ствола необсаженной скважины.

Направленный гидравлический разрыв, породный массив, скважина, устройство гидроразрыва, нормальная и касательная нагрузки, напряженное состояние

Гидравлический разрыв продуктивных пластов является основным способом повышения эффективности скважинных горных технологий. При подземной разработке полезных ископаемых этот метод может применяться для повышения охвата породного массива термическим воздействием [1] и подземным выщелачиванием, увеличения газоотдачи угольных пластов [2], создания противодиффузионных экранов [3, 4], разупрочнения горных пород [5, 6] и др.

Наибольший практический интерес представляет формирование в скважине системы поперечных трещин, параллельных друг другу. При наличии обсадных труб требуемую ориентацию гидроразрыва задают или щелевыми инициаторами, или специальным расположением перфорационных отверстий. В необсаженных скважинах может применяться более технологичный способ, основанный на дополнительном касательном нагружении стенок скважины вдоль ее оси [7, 8].

Оборудование для реализации такого способа содержит якоря, удерживающие пакеры устройства гидроразрыва в месте установки. Возникает задача оптимизации параметров скважинного оборудования для получения напряженного состояния пород, обеспечивающего формирование поперечной трещины. Влияние пакеров не рассматриваем, поскольку они не создают осевого растяжения скважины в интервале разрыва.

Математическая модель. Рассмотрим устройство из двух якорей конечной длины, создающих нормальную P и касательную S нагрузки на контакте с породой (рис. 1):

$$S = \frac{aP_1}{2H}, \quad P \geq \frac{S}{k},$$

где P_1 — давление жидкости в интервале разрыва; a — радиус скважины; $2H$ — длина интервала касательного нагружения (якоря); k — коэффициент трения на контакте якоря с породой. Равенство $P = S/k$ дает минимальное значение нормальной нагрузки на контакте якоря с породой для его удержания силами трения. Задачу рассматриваем в цилиндрической системе координат r, θ, z , ось z которой направлена вдоль скважины (рис. 1).

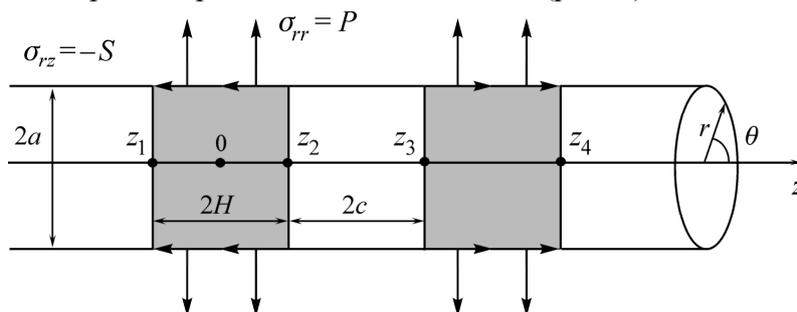


Рис. 1. Схема приложения нагрузок к стенкам скважины; $2c$ — расстояние между якорями

В интервалах $z_1 < z < z_2$ и $z_3 < z < z_4$ на контуре скважины ($r = a$) $\sigma_{rz} = -S$ и $\sigma_{rr} = P$, а вне этих интервалов стенки свободны от нагрузки.

Будем искать распределение напряжений в окрестности устройства гидроразрыва как суперпозицию решений двух вспомогательных задач:

- а) в первой задаче на контакте якоря с породой задана нормальная нагрузка $\sigma_{rr} = P$;
- б) во второй задаче в интервале $|z| < H$ задана касательная нагрузка $\sigma_{rz} = -S$.

Решение первой задачи запишем в соответствии с [9] в следующем виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r, z) = & -\frac{2Pa}{\pi r} \int_0^\infty [\lambda^2 ar K_0(\lambda a) K_0(\lambda a) + \lambda a K_0(\lambda a) K_1(\lambda r) - \\ & - \lambda r K_0(\lambda r) K_1(\lambda a) - [\lambda^2 r^2 + 2(1-\nu)] K_1(\lambda a) K_1(\lambda r)] \frac{\sin\left(\frac{c}{a} \lambda a\right) \cos\left(\frac{z}{a} \lambda a\right)}{\lambda D(\lambda a)} d\lambda, \\ \sigma_{zz}(r, z) = & -\frac{2Pa}{\pi r} \int_0^\infty [\lambda ar K_0(\lambda a) K_0(\lambda r) + 2K_0(\lambda a) K_1(\lambda r) - \\ & - \lambda r K_1(\lambda a) K_1(\lambda r)] \frac{\sin\left(\frac{H}{a} \lambda a\right) \cos\left(\frac{z}{a} \lambda a\right)}{\lambda D(\lambda a)} d\lambda, \\ \sigma_{\theta\theta}(r, z) = & -\frac{2Pa}{\pi r} \int_0^\infty [\lambda a K_0(\lambda a) K_1(\lambda r) + (2\nu - 1) \lambda r K_0(\lambda a) K_1(\lambda r) - \\ & - 2(1-\nu) K_1(\lambda a) K_1(\lambda r)] \frac{\sin\left(\frac{H}{a} \lambda a\right) \cos\left(\frac{z}{a} \lambda a\right)}{\lambda D(\lambda a)} d\lambda, \end{aligned}$$

$$\sigma_{rz}(r, z) = -\frac{2P}{\pi r} \int_0^{\infty} [\lambda a K_0(\lambda a) K_1(\lambda r) - \lambda r K_0(\lambda r) K_1(\lambda a)] \frac{\sin\left(\frac{H}{a} \lambda a\right) \cos\left(\frac{z}{a} \lambda a\right)}{\lambda D(\lambda a)} d\lambda,$$

где $D(\lambda a) = [\lambda^2 a^2 + 2(1 - \nu)] K_1^2(\lambda a) - \lambda^2 a^2 K_0^2(\lambda a)$; ν — коэффициент Пуассона; r — расстояние от оси скважины; K_0 , K_1 — модифицированные функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядка соответственно.

Для второй задачи решение имеет вид [10]:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r, z) = & -\frac{2S}{\pi} \int_0^{\infty} [[2\nu - 1 - \lambda^2 a^2] \lambda a K_0(\lambda r) K_1(\lambda a) - \frac{a}{r} [1 + \lambda^2 r^2 - 2\nu] K_0(\lambda a) K_1(\lambda r) + \\ & + \frac{\lambda^2 r^2 - \lambda^2 a^2}{\lambda r} K_1(\lambda a) K_1(\lambda r)] \frac{\sin\left(\frac{H}{a} \lambda a\right) \cos\left(\frac{z}{a} \lambda a\right)}{\lambda D(\lambda a)} d\lambda, \\ \sigma_{zz}(r, z) = & -\frac{2S}{\pi} \int_0^{\infty} [-3\lambda a K_0(\lambda a) K_0(\lambda r) - (2(2 - \nu) + (\lambda a)^2) K_0(\lambda r) K_1(\lambda a) + \\ & + \lambda a r a K_0(\lambda a) K_1(\lambda r) + r a K_1(\lambda a) K_1(\lambda r)] \frac{\sin\left(\frac{H}{a} \lambda a\right) \cos\left(\frac{z}{a} \lambda a\right)}{\lambda D(\lambda a)} d\lambda, \\ \sigma_{\theta\theta}(r, z) = & -\frac{2S}{\pi} \int_0^{\infty} [\lambda a (1 - 2\nu) K_0(\lambda a) K_1(\lambda r) + (1 - 2\nu) K_0(\lambda r) K_1(\lambda a) + \\ & + (1 - 2\nu) \frac{a}{r} K_0(\lambda a) K_1(\lambda r) - \frac{a^2 \lambda}{r} K_1(\lambda a) K_1(\lambda r)] \frac{\sin\left(\frac{c}{a} \lambda a\right) \sin\left(\frac{z}{a} \lambda a\right)}{\lambda D(\lambda a)} d\lambda, \\ \sigma_{rz}(r, z) = & \frac{2S}{\pi} \int_0^{\infty} [-\lambda a \lambda r K_0(\lambda a) K_0(\lambda r) - \lambda r K_0(\lambda r) K_1(\lambda a) + \lambda a K_0(\lambda a) K_1(\lambda r) + \\ & + (2(1 - \nu) + (\lambda a)^2) K_1(\lambda a) K_1(\lambda r)] \frac{\sin\left(\frac{H}{a} \lambda a\right) \sin\left(\frac{z}{a} \lambda a\right)}{\lambda D(\lambda a)} d\lambda. \end{aligned} \quad (1)$$

Методика расчетов. Для анализа приведенных решений вычислим входящие в них интегралы.

В качестве примера разберем схему вычисления интеграла (1) при $r = a$:

$$\sigma_{zz}(a, z) = -\frac{2S}{\pi} \int_0^{\infty} [-3\lambda K_0^2(\lambda) - 2(2 - \nu) K_0(\lambda) K_1(\lambda) + \alpha K_1^2(\lambda)] \frac{\sin\left(\frac{H}{a} \lambda\right) \sin\left(\frac{z}{a} \lambda\right)}{\lambda D(\lambda)} d\lambda,$$

который сводится к виду

$$\begin{aligned}\sigma_{zz}(a, z) &= \int_0^{\infty} f(\lambda, K_0(\lambda), K_1(\lambda)) \sin\left(\frac{H}{a}\lambda\right) \sin\left(\frac{z}{a}\lambda\right) d\lambda = \\ &= \int_0^{\infty} f(\lambda, K_0(\lambda), K_1(\lambda)) \left[\cos\left(\frac{H-z}{a}\lambda\right) - \cos\left(\frac{H+z}{a}\lambda\right) \right] d\lambda.\end{aligned}\quad (2)$$

Интегралы вида $\int_0^{\infty} f(\lambda, K_0(\lambda), K_1(\lambda)) \cos(X\lambda) d\lambda$ в интервале интегрирования от 0 до 10 находим с помощью адаптивных Гаусс–Кронрод квадратур, а в интервале от 10 до ∞ будем использовать асимптотические разложения функций K_0 и K_1 , имеющие при $\alpha > 10$ достаточно высокую точность:

$$\begin{aligned}K_0 &= \left[1 - \frac{1}{8\lambda} + \frac{9}{2(8\lambda)^2} - \frac{225}{6(8\lambda)^3} + \frac{11025}{24(8\lambda)^4} \right] \left(\frac{\pi}{2\lambda} \right)^{1/2} e^{-\alpha}, \\ K_1 &= \left[1 + \frac{3}{8\lambda} - \frac{15}{2(8\lambda)^2} + \frac{315}{6(8\lambda)^3} - \frac{14175}{24(8\lambda)^4} \right] \left(\frac{\pi}{2\lambda} \right)^{1/2} e^{-\alpha}.\end{aligned}$$

Разложив в (2) подынтегральную функцию, получаем интеграл

$$\int_{10}^{\infty} \left[\frac{k_1}{\lambda a} + \frac{k_2}{\lambda^2} + \frac{k_3}{\lambda^3} \right] \left[\cos\left(\frac{H+z}{a}\lambda\right) - \cos\left(\frac{H-z}{a}\lambda\right) \right] d\lambda,\quad (3)$$

где k_1, k_2, k_3 — коэффициенты разложения, зависящие от ν . Для анализа (3) необходимо вычислить интегралы вида $\int_{10}^{\infty} \frac{\cos k\lambda}{\lambda^n} d\lambda$, которые с помощью интегрирования по частям сводятся к интегралам $\int_{10}^{\infty} \frac{\cos k\lambda}{\lambda} d\lambda$ или $\int_{10}^{\infty} \frac{\sin k\lambda}{\lambda} d\lambda$. Их определяем с помощью функций интегральных косинуса $\text{Ci}(x)$ и синуса $\text{Si}(x)$.

Расчет других интегралов, входящих в решения вспомогательных задач, проводится аналогичным образом.

Результаты численных расчетов. На рис. 2 представлено отношение σ_{zz}/P_1 в плоскости (z, r) при касательной $S/P_1 = 10$ и нормальной $P = 2.5S$ ($k = 0.4$) нагрузках на контакте короткого якоря ($2H = 0.1a$) со стенкой скважины для различных расстояний между якорями.

Из рис. 2 следует, что применение в устройстве разрыва якорей малой длины приводит к значительным растягивающим напряжениям породного массива вдоль оси скважины. При расстояниях между якорями, равных радиусу скважины или меньше, амплитуда этого растяжения превышает $1.5P_1$ на удалении от стенки скважины вглубь массива до $0.1a$.

На рис. 3 показано отношение σ_{zz}/P_1 в плоскости (z, r) при касательной $S/P_1 = 1$ и нормальной $P = 2.5S$ ($k = 0.4$) нагрузках на контакте якорей длиной $2H = a$ со стенкой скважины для тех же расстояний между якорями, что и на рис. 2.

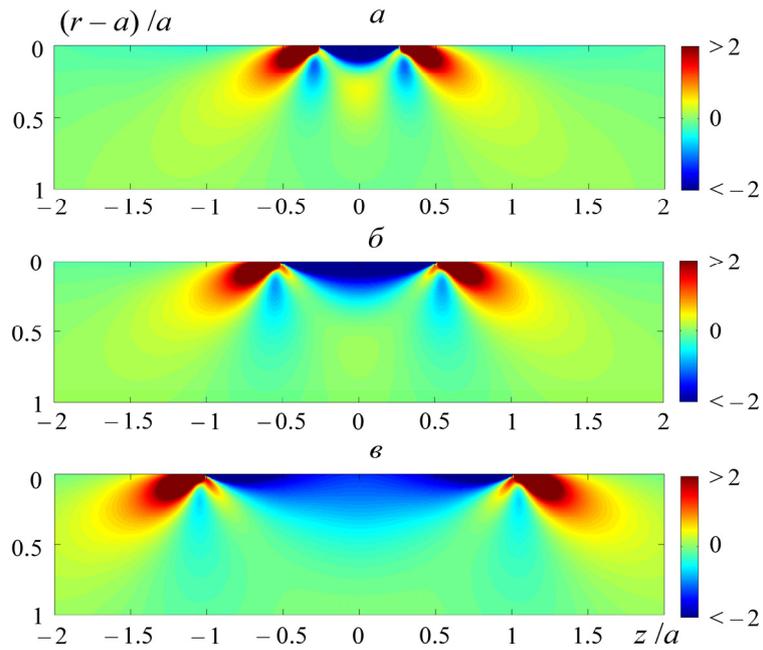


Рис. 2. Распределение напряжений σ_{zz} / P_1 в окрестности устройства из двух якорей, создающих касательную $S/P_1 = 10$ ($2H = 0.1a$) и нормальную $P = 2.5S$ ($k = 0.4$) нагрузки на стенки скважины: a — $2c = 0.5a$; $б$ — $2c = a$; $в$ — $2c = 2a$

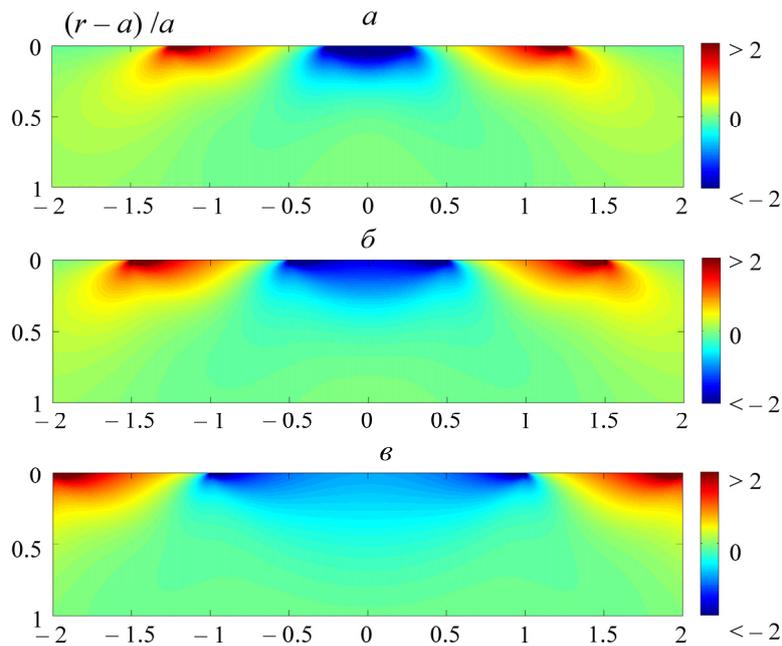


Рис. 3. Распределение напряжений σ_{zz} / P_1 в окрестности устройства из двух якорей длиной $2H = a$, создающих касательную $S/P_1 = 1$ и нормальную $P = 2.5S$ ($k = 0.4$) нагрузки на стенки скважины: a — $2c = 0.5a$; $б$ — $2c = a$; $в$ — $2c = 2a$

Видно, что увеличение длины якоря ведет к уменьшению амплитуды растягивающих напряжений σ_{zz} , но и в этом случае при $2H = a$ и $2c \leq a$ между якорями образуется зона интенсивного растяжения пород вдоль оси скважины, амплитуда которого выше давления жидкости P_1 в интервале разрыва.

В таблице приведены максимальные амплитудные значения σ_{zz}/P_1 в зависимости от значений параметров H , c и удаления от стенки скважины $(r-a)/a$. Также указано смещение Δz максимума амплитуды σ_{zz}/P_1 по оси z от центра интервала между якорями.

Максимальные амплитудные значения σ_{zz}/P_1 и их смещение Δz по оси z от центра интервала между якорями

$2H/a$	$2c/a$	Параметр	Удаление от стенки скважины $(r-a)/a$									
			0.04	0.08	0.12	0.16	0.2	0.24	0.28	0.32	0.36	0.4
10	0.5	$ \sigma_{zz}^{(\max)}/P_1 $	4.29	2.90	1.56	1.14	1.03	0.87	0.71	0.59	0.47	0.38
		$\Delta z/a$	0.09	0.00	0.00	0.30	0.30	0.30	0.30	0.31	0.32	0.32
	1.0	$ \sigma_{zz}^{(\max)}/P_1 $	3.35	2.31	1.87	1.47	1.16	0.85	0.77	0.70	0.62	0.55
		$\Delta z/a$	0.37	0.18	0.00	0.00	0.00	0.55	0.55	0.55	0.55	0.56
	2.0	$ \sigma_{zz}^{(\max)}/P_1 $	2.87	1.75	1.30	1.08	0.98	0.89	0.79	0.72	0.63	0.55
		$\Delta z/a$	0.87	0.74	0.57	0.44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0.5	$ \sigma_{zz}^{(\max)}/P_1 $	2.28	1.88	1.49	1.16	0.93	0.72	0.55	0.44	0.37	0.31
		$\Delta z/a$	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.30	0.32	0.35
	1.0	$ \sigma_{zz}^{(\max)}/P_1 $	1.88	1.48	1.25	1.10	0.98	0.84	0.72	0.62	0.52	0.44
		$\Delta z/a$	0.42	0.32	0.11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	2.0	$ \sigma_{zz}^{(\max)}/P_1 $	1.61	1.20	0.96	0.81	0.73	0.66	0.61	0.57	0.53	0.48
		$\Delta z/a$	0.92	0.84	0.74	0.63	0.54	0.37	0.00	0.00	0.00	0.00

Из представленных результатов следует, что в случае коротких якорей при удалении от скважины вглубь массива происходит смещение максимума растяжения пород вдоль оси z от центра интервала между якорями к его границам. Обратная ситуация имеет место для более длинных якорей, удаленных друг от друга на один – два радиуса скважины. Следует отметить, что длинные якоря предпочтительней из-за простоты технической реализации, а также существенно более низкой нормальной нагрузки P , необходимой для удержания в месте установки. Среди рассмотренных комбинаций параметров наиболее оптимальным по совокупности указанных факторов являются якоря длиной в радиус скважины, удаленные друг от друга на расстояние $2c = a$. Такое сочетание параметров H и c обеспечивает на удалении от скважины $0.16a$ ненамного более низкое амплитудное значение растяжения σ_{zz} , чем близкорасположенные короткие якоря ($2H/a = 10$, $2c/a = 0.5$). Различие растяжений составляет менее 4%, несмотря на существенно более высокое значение S короткого якоря (см. таблицу).

Разрыв пород поперек скважины при касательной и нормальной нагрузках стенок. Для анализа условий формирования поперечной трещины воспользуемся моделью гидроразрыва, не учитывающей проникновение рабочей жидкости в породу. Будем также считать, что напряжения, действующие в породном массиве на бесконечности, равны σ и направление одного из них совпадает с прямолинейной скважиной. Тогда давления продольного P_{CL} и поперечного P_{CS} гидроразрывов породного массива можно записать в следующем виде:

а) схема 1 — якоря расположены вне интервала нагнетания рабочей жидкости разрыва (за пакерами):

$$P_{CL} = T + 2\sigma, \quad P_{CS} = \left| \frac{\sigma_{zz}^{(\max)}}{P_1} \right|^{-1} (T + \sigma), \quad (4)$$

б) схема 2 — якоря расположены внутри интервала нагнетания рабочей жидкости разрыва:

$$P_{CL} = T + 2\sigma + \sigma_{\theta\theta}^{(\text{як})}, \quad P_{CS} = \left| \frac{\sigma_{zz}^{(\max)}}{P_1} \right|^{-1} (T + \sigma), \quad (5)$$

где T — прочность пород на разрыв, равная разнице давлений первого и второго циклов нагружения скважины рабочей жидкостью; $\sigma_{\theta\theta}^{(\text{як})}$ — дополнительное растяжение пород вдоль оси скважины якорями.

Схема 1 более предпочтительна для надежного формирования поперечной трещины, но ее реализация предполагает использование коротких пакеров, что не всегда возможно. При разрыве по схеме 2 помимо создания условий для поперечного гидроразрыва использование якорей также снижает давление продольного гидроразрыва (5). Этот эффект возрастает при уменьшении длины якорей. На рис. 4 приведено распределение отношения $\sigma_{\theta\theta}/P_1$ в плоскости (z, r) при комбинированной касательной $S/P_1=1$ ($2H = a$) и нормальной $P = 2.5S$ ($k = 0.4$) нагрузках на якорях при $2c = a$.

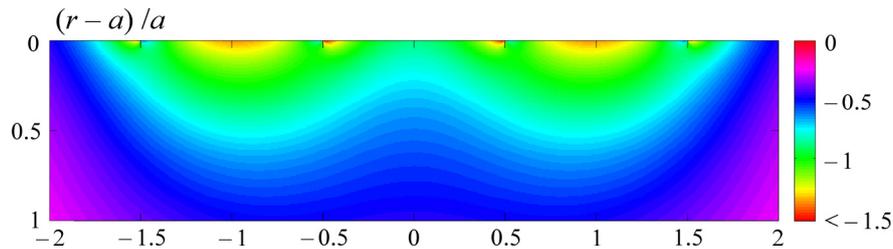


Рис. 4. Распределение напряжений $\sigma_{\theta\theta}/P_1$ в окрестности устройства из двух якорей, создающих касательную $S/P_1=1$ ($2H = a$) и нормальную $P = 2.5S$ ($k = 0.4$) нагрузки на стенки скважины при $2c = a$

Из рис. 4 следует, что якоря вызывают дополнительное тангенциальное растяжение контура $r = a$, амплитуда которого вблизи стенок скважины превышает $1.3P_1$. В слабых породах с малым значением T это может вызывать продольный гидроразрыв, хотя и в этом случае шансы на формирование поперечной трещины выглядят более высокими.

В заключение отметим, что полученные результаты показывают перспективность применения дополнительного касательного нагружения для создания поперечных трещин. Разработка технических решений направленного гидроразрыва с использованием касательной нагрузки стенок необсаженных скважин позволит отказаться от щелевых инициаторов, что значительно снизит трудоемкость проведения работ.

ВЫВОДЫ

Выполнены численные исследования напряженного состояния пород при касательной и нормальной нагрузках двух близкорасположенных конечных интервалов скважины. Показано, что касательная нагрузка механическими якорями, создаваемая давлением жидкости в интервале

разрыва, вызывает интенсивное растяжение пород вдоль оси скважины и обеспечивает формирование поперечных трещин при якорях длиной в радиус скважины и менее, удаленных друг от друга на расстояние до радиуса скважины.

Установлено, что для надежного формирования поперечной трещины предпочтительно размещение якорей вне интервала разрыва.

Полученные результаты демонстрируют перспективность применения касательного нагружения в необсаженных скважинах для создания поперечных трещин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Патутин А. В., Шилова Т. В.** Применение гидроразрыва для повышения эффективности поверхностно-подземного способа термощахтной добычи тяжелых нефтей: Сб. тр. Всерос. научн. конф. “Горняцкая смена – 2015”. — Новосибирск, ИГД СО РАН, 2015.
2. **Jeffrey R., Mills K., and Zhang X.** Experience and results from using hydraulic fracturing in coal mining, Proceedings of the 3rd International workshop on mine hazards prevention and control, Brisbane, 2013.
3. **Курленя М. В., Шилова Т. В., Сердюков С. В., Патутин А. В.** Герметизация дегазационных скважин угольных пластов методом барьерного экранирования // ФТПРПИ. — 2014. — № 4.
4. **Курленя М. В., Сердюков С. В., Шилова Т. В., Патутин А. В.** Технические и методические средства герметизации дегазационных скважин методом барьерного экранирования // ФТПРПИ. — 2014. — № 5.
5. **Board M., Rorke T., Williams G., and Gay N.** Fluid injection for rock burst control in deep mining, Proceedings of the 33rd U.S. symposium on rock mechanics, Rotterdam: Balkema, 1992.
6. **Леконцев Ю. М., Сажин П. В.** Технология направленного гидроразрыва пород для управления труднообрушающимися кровлями в очистных забоях и дегазации угольных пластов // ФТПРПИ. — 2014. — № 5.
7. **Пат. РФ 2522677.** Способ направленного гидроразрыва массива горных пород (приоритет от 27.09.2012) / С. В. Сердюков, А. В. Патутин, А. С. Сердюков, Т. В. Шилова // Оpubл. в БИ. — 2014. — № 20.
8. **Шилова Т. В., Сердюков С. В.** Защита действующих дегазационных скважин от поступления воздуха из горных выработок через вмещающие породы // ФТПРПИ. — 2015. — № 5.
9. **Tratner C. J.** On the elastic distortion of a cylindrical hole by a localized hydrostatic pressure, Quart. Appl. Math, 1946, Vol. 43.
10. **Kehle O. R.** The determination of tectonic stresses through analysis of hydraulic well fracturing, J. Geophys. Research, 1964, Vol. 69, No. 2.

Поступила в редакцию 19/X 2015