

УДК 621.4

ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАВИХРЕННОСТИ В ЯДРЕ ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА НА ВОЗМОЖНОСТЬ СПОНТАННОГО ИЗМЕНЕНИЯ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ

Т.О. МУРАХТИНА, В.Л. ОКУЛОВ

Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск

На примере трех широко распространенных аппроксимаций для описания распределения завихренности в ядре закрученного потока изучен вопрос о влиянии их выбора на количество и тип (право- или левовинтовой) вихревых структур, которые могут возникать при одних и тех же интегральных характеристиках потока. Показано, что выбор вида аппроксимации для разных режимов течения должен зависеть от значений среднерасходного числа Рейнольдса.

При адекватном описании интенсивно закрученных потоков приходится преодолевать многочисленные трудности, среди которых — существование спонтанного изменения режимов течения (см., например, [1, 2]). Одним из объяснений этого феномена является возможность возникновения в потоке крупномасштабных вихрей различной структуры (их классификация дана в [3]). В рамках модели идеальной несжимаемой жидкости этот факт был установлен при теоретическом анализе распада вихря [4], где для закрученных течений с винтовой симметрией поля завихренности показана возможность существования как правовинтового, так и левовинтового вихря в потоке при одних и тех же интегральных параметрах основного течения. Одно из ограничений на класс рассмотренных в [4] течений, связанное с предположением о наличии в потоке винтовой симметрии, не является принципиальным, так как проведенная в [3] проверка показала, что этот тип симметрии реализуется с хорошей степенью точности в широком диапазоне режимных параметров и для разных типов завихрителей потока. Существенно более важным ограничением является применение модели идеальной жидкости, которая не позволяет точно описать переход от одного режима течения к другому, но все-таки дает возможность установить факт существования разных режимов течения. Поэтому предложенное в [4] и обобщенное в данной работе аналитическое решение задачи даже в такой упрощенной постановке имеет как теоретическое, так и практическое значение, поскольку позволяет определять для заданных интегральных характеристик потока возможность спонтанного изменения режимов течения.

Другим недостатком модели идеальной жидкости является произвол в выборе распределения завихренности в вихревом ядре закрученного потока. Действительно, например, в рассматриваемом здесь случае осесимметричных закрученных течений любое распределение осевой компоненты завихренности в ядре потока является точным решением уравнений Эйлера, т. е. в рамках самой модели не удастся решить задачу об однозначном выборе распределения завихренности в ядре течения. Очевидно, что для ее решения необ-

ходимо привлечь дополнительные, не заложенные в данную модель сведения. Поэтому целью настоящего исследования является прежде всего решение вопроса о влиянии вида распределения завихренности на возможность спонтанного изменения режимов течения и изучение правомерности использования при разных числах Рейнольдса широко применяемых аппроксимаций поля завихренности для описания осесимметричных закрученных течений.

Для осесимметричных винтовых вихрей при любом распределении завихренности в ядре решение уравнений Эйлера [5] для азимутальной w_φ и осевой w_z компонент скорости и давления p дает следующие соотношения:

$$w_\varphi = \frac{\Gamma}{r} f(r, \varepsilon), \quad w_z = w_0 - \frac{\Gamma}{l} f(r, \varepsilon), \quad p = p_0 + \rho \Gamma^2 \int_0^r \frac{f(\sigma, \varepsilon)^2}{\sigma^3} d\sigma, \quad (1)$$

где Γ — циркуляция вихря, ε — радиус вихря, $2\pi l$ — шаг вихревых линий, w_0 и p_0 — скорость и давление на оси, r — радиальное расстояние от оси; функция $f(r, \varepsilon)$ определяется выбором распределения завихренности.

Рассмотрим три типа распределения осевой компоненты завихренности ω_z , широко применяемых для описания осесимметричных закрученных течений [3]:

— постоянное распределение, эквивалентное вихрю Рэнкина при $l \rightarrow \infty$ в (1):

$$\omega_z = \frac{2\Gamma}{\varepsilon^2} \begin{cases} 1, & r < \varepsilon, \\ 0, & r \geq \varepsilon, \end{cases} \quad f(r, \varepsilon) = \begin{cases} r^2/\varepsilon^2, & r < \varepsilon, \\ 1, & r \geq \varepsilon; \end{cases} \quad (2a)$$

— распределение Гаусса, эквивалентное вихрю Лэмба при $l \rightarrow \infty$ в (1):

$$\omega_z = \frac{2\Gamma}{\varepsilon^2} \exp\left(-r^2/\varepsilon^2\right), \quad f(r, \varepsilon) = 1 - \exp\left(-r^2/\varepsilon^2\right); \quad (2б)$$

— дробно-степенное распределение, эквивалентное вихрю Скулли при $l \rightarrow \infty$ в (1):

$$\omega_z = 2\Gamma \frac{\varepsilon^2}{\left(r^2 + \varepsilon^2\right)^2}, \quad f(r, \varepsilon) = \frac{r^2}{r^2 + \varepsilon^2}. \quad (2в)$$

Исследуем вопрос о влиянии выбора распределения завихренности в вихревом ядре на количество и тип вихревых структур, которые могут существовать при одних и тех же интегральных характеристиках потока в трубе радиуса R : расходе Q , циркуляции скорости течения G , осевых потоков момента количества движения L , количества движения J и энергии E [6], предполагая, что течениям соответствуют осесимметричные винтовые вихри, описываемые тремя типами распределения (2а) — (2в) для осевой компоненты поля завихренности. При фиксированных Q, G, L, J, E для любого распределения завихренности с помощью (1) можно записать систему из пяти нелинейных алгебраических уравнений на параметры вихревых структур $\Gamma, l, \varepsilon, w_0, p_0$. Из первых четырех уравнений, соответствующих законам сохранения Q, G, L и J , для всех распределений завихренности удастся выразить в явном виде параметры вихревых структур Γ, l, w_0 и p_0 как функции ε :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma(\varepsilon) = \frac{G}{k0(\varepsilon)}, \quad l(\varepsilon) = \Gamma(\varepsilon)^2 \frac{k1(\varepsilon)^2 - \pi k2(\varepsilon)}{\pi L - Q\Gamma(\varepsilon)k1(\varepsilon)}, \\ w_0(\varepsilon) = \frac{Lk1(\varepsilon) - Q\Gamma(\varepsilon)k2(\varepsilon)}{\Gamma(\varepsilon)(k1(\varepsilon)^2 - \pi k2(\varepsilon))}, \quad p_0(\varepsilon) = \frac{J}{\pi} - \frac{1}{\pi} \left[w_0(\varepsilon)Q - \frac{L}{l(\varepsilon)} + \Gamma(\varepsilon)^2 k3(\varepsilon) \right]. \end{array} \right.$$

После их подстановки в уравнение для энергии система сводится к изучению одного нелинейного уравнения для определения радиуса вихря ε :

$$w_0(\varepsilon) \left(-\frac{w_0(\varepsilon)}{2} Q + J + \frac{\Gamma(\varepsilon)^2 k2(\varepsilon)}{2l(\varepsilon)^2} + \Gamma(\varepsilon)^2 k4(\varepsilon) \right) - \frac{\Gamma(\varepsilon)}{l(\varepsilon)} \left(p_0(\varepsilon)k1(\varepsilon) + \frac{\Gamma(\varepsilon)^2}{l(\varepsilon)^2} k6(\varepsilon) + \Gamma(\varepsilon)^2 k5(\varepsilon) \right) = E, \quad (3)$$

с коэффициентами, вычисляемыми через заданные в (2а) – (2в) функции f :

$$k0(\varepsilon) = f(1, \varepsilon), \quad k1(\varepsilon) = 2\pi \int_0^1 f r dr, \quad k2(\varepsilon) = 2\pi \int_0^1 f^2 r dr, \quad k3(\varepsilon) = 2\pi \int_0^1 \left(\int_0^r \frac{f^2}{\sigma^3} d\sigma \right) r dr,$$

$$k4(\varepsilon) = \pi \int_0^1 \frac{f^2}{r} dr, \quad k5(\varepsilon) = \pi \int_0^1 \frac{f^3}{r} dr + 2\pi \int_0^1 \left(\int_0^r \frac{f^2}{\sigma^3} d\sigma \right) f r dr, \quad k6(\varepsilon) = \pi \int_0^1 f^3 r dr.$$

Во всех уравнениях под $\Gamma, l, \varepsilon, w_0, p_0, r$ имеются в виду безразмерные величины $\Gamma/R \cdot U, l/R, \varepsilon/R, w_0/U, p_0/\rho \cdot U^2, r/R$, где U — среднерасходная скорость, ρ — плотность жидкости. В качестве безразмерных интегралов Q, G, L, J, E используются величины $Q/\rho \cdot U \cdot R^2, G/R \cdot U, L/\rho \cdot U^2 \cdot R^3, J/\rho \cdot U^2 \cdot R^2, E/\rho \cdot U^3 \cdot R^2$.

Исследование уравнения (3) при значениях безразмерных интегралов Q, G, L, J, E , соответствующих режимам течения с распадами вихря [7 – 10], показало, что в допустимой области изменения параметра ε ($0 \leq \varepsilon \leq 1$) имеется несколько корней; это означает, что в потоке при одинаковых условиях могут возникать разные вихревые структуры, т. е. существует наблюдаемая в эксперименте возможность изменения режимов течения (переход от одной структуры к другой или распад вихря). В качестве характерного примера на рис. 1 приведены графические решения уравнения (3) для течения из [7] с числом Рейнольдса $Re = 11480$. Из рисунка видно, что при описании

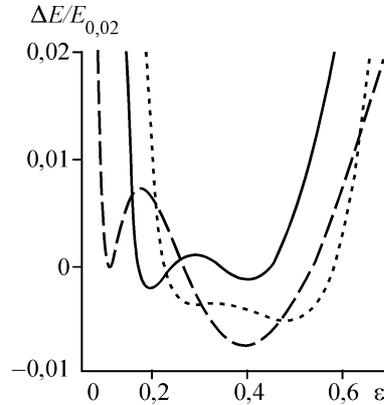


Рис. 1. Для режима течения с распадом вихря из [8] при $Re = 11480$ приведены графические решения уравнения (3) для экспоненциального (сплошная линия), дробно-степенного (штриховая линия) и ступенчатого (пунктирная линия) распределения завихренности.

течения разными распределениями завихренности в ядре число корней варьируется от двух до четырех. Хотя сам факт одновременного существования нескольких вторичных течений наблюдался в экспериментах (см., например, диаграмму режимов распада вихря из [7]), однако неодинаковое число корней уравнения (3) качественно означает неоднозначность решения задачи при использовании разных аппроксимаций распределения завихренности.

Количественные различия расчетных вторичных течений, индуцированных соответствующими вихревыми структурами, показаны на рис. 2, где сопоставлены профили осевой и азимутальной компонент скорости, построенные для всех корней рис. 1. Следует отметить, что при достаточно хорошей аппроксимации первичного течения всеми моделями (сплошные линии) имеет место существенное отличие расчетных профилей скорости для вторичных течений (штриховые линии) от эксперимента. Объяснить это несоответствие и определить вероятности реализации того или иного вторичного течения можно только после учета всех потерь, присутствующих в любых реальных потоках и дополнительно возникающих при перестройке течения. Оценку влияния потерь невозможно получить в рамках рассматриваемой модели идеальной жидкости, и пока нет возможности оценить их приближенно из-за отсутствия необходимых экспериментальных данных. Однако этот вопрос не является предметом данного исследования. Для наших целей более важно обратить внимание на существование как количественных, так и качественных различий в описании вторичных течений при использовании разных аппроксимаций завихренности в ядре течения.

Установленный факт привел к необходимости выяснения вопроса о правильном выборе распределения завихренности хотя бы для качественно-адекватного описания реальных закрученных потоков с помощью модели идеальной жидкости. Если ступенчатое распределение завихренности из-за разрывного характера решения можно априори считать очень грубой моделью, то применение того или иного гладкого распределения не столь очевидно. Для выбора между этими аппроксимациями установим их соответствие с профилями скорости исходных течений, измеренными в интенсивно закрученных потоках на одинаковых установках [7 – 10] при разных расходных числах Рейнольдса ($Re = 3220; 4540; 6000; 11480; 14100; 20660; 100000; 230000$). Как показал проведенный анализ, выбор вида распределения завихренности в ядре должен зависеть от значений числа Рейнольдса. На рис. 3 приведены результаты сравнения для двух характерных течений с малым и большим числами Рейнольдса. В первом случае [7, 8], соответствующем еще ламинарным режимам, течения описываются более точно с помощью экспоненциального распределения завихренности, в то время как при больших числах Рейнольдса [9, 10] для турбулентных течений дробно-степенное распределение дает более точный результат. Этот факт не является неожиданным с учетом того, что дробно-степенное распределение по сечению трубы имеет более “размазанный” характер и, естественно, точнее описывает турбулентные потоки, где завихренность более интенсивно диффундирует из ядра потока на периферию.

Таким образом, установлено, что вид распределения завихренности в ядре закрученного потока существенно влияет на количество и тип вихревых структур, которые могут существовать при одних и тех же интегральных характеристиках потока. С другой стороны, было показано, что при разных по числу Рейнольдса режимах течения целесообразно использовать разные аппроксимации завихренности, однако точно определить интервалы их применимости пока не позволяет недостаток экспериментальных данных.

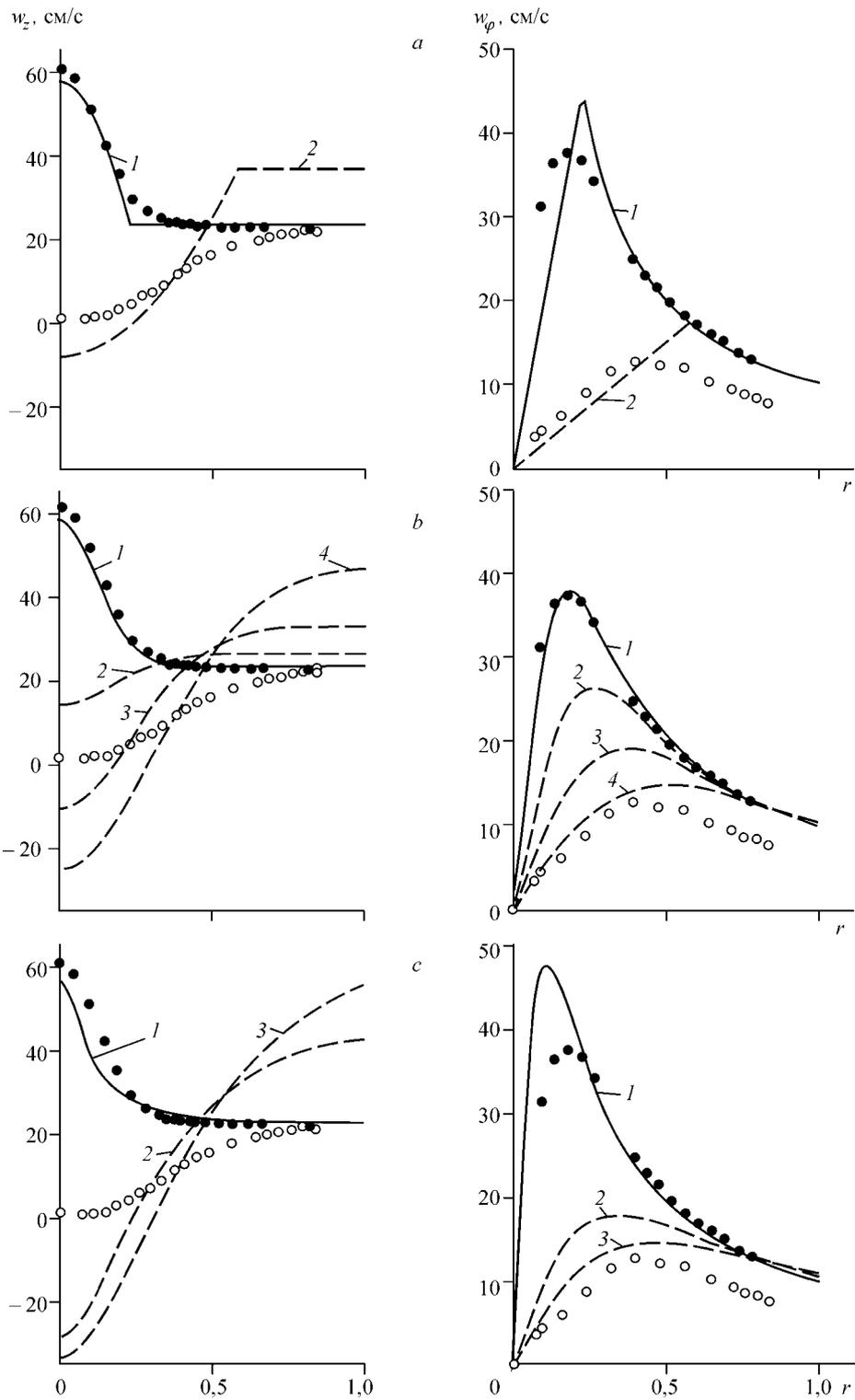


Рис. 2. Сопоставление профилей тангенциальных w_ϕ и осевых w_z компонент скорости для исходного (сплошные линии) и вторичных (штриховые линии) режимов течения с экспериментом (точки) [8] при $Re = 11480$ при ступенчатой (а), экспоненциальной (б) и дробно-степенной (в) аппроксимации завихренности.

Нумерация кривых соответствует корням уравнения (3) (см. рис. 1) в порядке их возрастания.

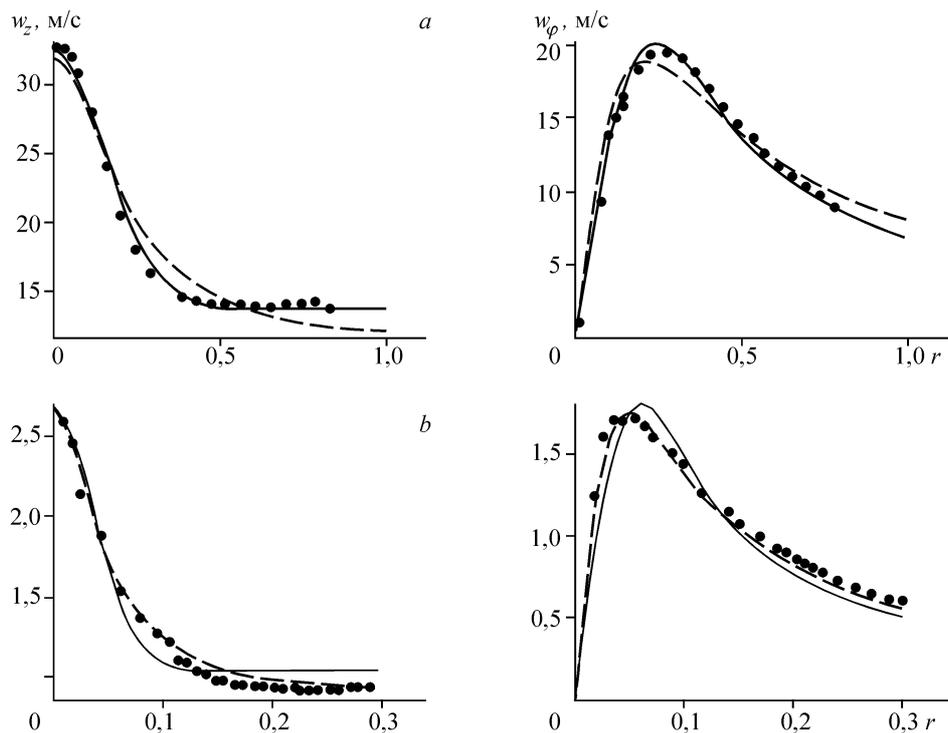


Рис. 3. Сопоставление измеренных в [7, 10] тангенциальных w_ϕ и осевых w_z профилей скорости (точки) с их экспоненциальной (сплошная линия) и дробно-степенной (штриховая линия) аппроксимацией завихренности.

Re = 6000 (a), 230000 (b).

Авторы выражают благодарность С.В. Алексеенко за внимание к работе. Работа выполнена при частичном финансировании РФФИ (Грант № 97-05-65254).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Спотарь С.Ю., Терехов В.И. Два спонтанно меняющихся режима течения вихря над плоскостью // ПМТФ. — 1987. — № 2. — С. 68 – 70.
2. Volchkov E.P., Dvornikov N.A., Lebedev V.P., Lukashov V.V. The investigations of vortex chamber aerodynamics // Proc. of III Russian-Korean Int. Symp. on Sci. and Tech. Vol. 1. — Novosibirsk, 1999. — P. 40 – 43.
3. Alekseenko S.V., Kuibin P.A., Okulov V.L., Shtork S.I. Helical vortices in swirl flow // J. Fluid Mech. — 1999. — Vol. 382. — P. 195 – 243.
4. Окулов В.Л. Переход от правой винтовой симметрии к левой при распаде вихря // Письма в ЖТФ. — 1996. — Т. 22, вып. 19. — С. 47 – 54.
5. Куйбин П.А., Окулов В.Л. Одномерные решения для течений с винтовой симметрией // Теплофизика и аэромеханика. — 1996. — № 4. — С. 311 – 315.
6. Okulov V.L., Alekseenko S.V., Legrand J., Legentilhomme P. Some problems of the establishment of the similarity theory for laminar swirl flows // Russ. J. Eng. Thermophys. — 1997. — Vol. 7, No. 3 – 4. — P. 149 – 164.
7. Faler J.H., Leibovich S. Disrupted states of vortex flow and vortex breakdown // Phys. Fluids. — 1977. — Vol. 20, No. 9. — P. 1385 – 1399.
8. Garg A.K., Leibovich S. Spectral characteristics of vortex breakdown flow fields // Ibid. — 1979. — Vol. 22, No. 11. — P. 2053 – 2064.
9. Sarpkaya T., Novak F. Turbulent vortex breakdown: experiments in tube at high Reynolds numbers // Proc. IUTAM-Symp. on Dynamics of Slender Vortices / Eds. E. Krause & K. Gersten // Fluid Mech. & its Appl. — 1998. — Vol. 44. — P. 287 – 296.
10. Sarpkaya T., Novak F. Turbulent vortex breakdown at high Reynolds numbers. — AIAA Paper 99-0135, 1999.

Статья поступила в редакцию 4 ноября 1999 г.