

4. Еремин Е. А., Колесников А. К. К теории конвективной устойчивости горизонтального слоя реагирующей среды. — Респ. сб. Гидродинамика. Вып. 10. Пермь, 1977.
5. Шварцблат Д. Л. О спектре возмущений и конвективной неустойчивости плоского горизонтального слоя жидкости с проницаемыми границами. — ПММ, 1968, т. 32, № 2.
6. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.
7. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., «Наука», 1972.
8. Бирх Р. В., Рудаков Р. Н. Применение метода Рунге—Кутты для исследования устойчивости плоскопараллельных конвективных течений. — В кн.: Приближенное решение краевых задач и функциональных уравнений. Пермь, изд. Перм. политехн. ин-та, 1971, № 84.
9. Найфэ А. Методы возмущений. М., «Мир», 1976.

УДК 532.525.2

О ЧИСЛЕННОМ ИССЛЕДОВАНИИ НЕУСТОЙЧИВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ С ПЛОСКОЙ ПРЕГРАДОЙ

В. Е. Кузьмина, С. К. Матвеев

(Ленинград)

Неустойчивому взаимодействию сверхзвуковой осесимметричной струи с плоской преградой посвящены многочисленные экспериментальные работы (например, [1—8]), в которых определены границы зоны неустойчивости [7], амплитудно-частотные характеристики процесса и отмечены характерные особенности качественной картины течения в достаточно широком диапазоне режимов взаимодействия. В [9—13] были выдвинуты различные гипотезы о механизме возникновения колебаний и в рамках той или иной модели построены аналитические решения, из которых определены частотные характеристики процесса или нижняя граница зоны неустойчивости. В [14] проведено численное исследование одного режима нестационарного взаимодействия сверхзвуковой струи с преградой конечных размеров.

В данной работе рассмотрено неустойчивое взаимодействие сверхзвуковой струи с безграничной преградой. Задача решалась в рамках модели невязкого нетеплопроводного газа по разностной схеме Годунова. Возможности этой схемы в решении ряда задач нестационарной газовой динамики проиллюстрированы в [15]. В [16] метод Годунова успешно использовался при расчете стационарных режимов взаимодействия сверхзвуковой струи с плоской преградой.

Расчет велся на равномерной прямоугольной сетке. Расстояние от оси симметрии до верхней границы сетки N выбиралось большим, чем диаметр максимального сечения первой бочки свободной струи, определенный по данным [17]. При этом в расчетную область целиком попадала та часть границы струи, которая по данным [9] является источником акустических волн во внешнем пространстве. Если в процессе расчета звуковая линия в растекающейся по преграде струе выходила за пределы расчетной сетки, то ширина сетки соответственно увеличивалась.

Сопло моделировалось трубой толщины Δ с открытым концом, внутри которой задавались постоянные значения параметров газа, соответствующие значениям числа Маха M_a , нерасчетности n_a и показателя адиабаты κ_a потока на срезе профилированного сопла. Начало прямоугольной системы координат rOx выбиралось в центре выходного сечения трубы. Рассчитываемая область течения ограничивалась осью симметрии $r = 0$, линией $r = N$ и сечениями $x = -k$ и $x = x_n$, где x_n — расстояние от среза сопла до преграды. Здесь и далее все линейные размеры отнесены к радиусу сопла r_a .

Т а б л и ц а 1

Номер режи- ма	M_a	n_a	κ_a	k	Δ	x_{II}	r_{II}	m	c
I	1,5	8	1,4	1	0	9,0	∞	6	2400
II	2,0	3	1,4	1	0	6,5	∞	8	2000

В начальный момент времени вне сопла задавались параметры невозмущенной атмосферы. Граничным условием на твердых поверхностях и на оси симметрии являлось условие непроницаемости; на свободных границах расчетного поля значения газодинамических параметров принимались равными значениям параметров в прилегающих к границе ячейках. Такое задание условий на границах расчетной области в принципе не обеспечивает сохранение исходного значения нерасчетности, и реализуемая нерасчетность может отличаться от заданной. Это необходимо учитывать при анализе полученных результатов и сравнении результатов расчета с экспериментом. Вблизи оси симметрии использовалась аппроксимация уравнения для радиальной составляющей скорости, предложенная в [18].

В табл. 1 приведены исходные данные рассчитанных режимов неустойчивого взаимодействия с преградой радиуса $r_{II} = \infty$, а также параметры расчетной сетки: m — число ячеек, приходящихся на радиус сопла, c — количество узлов расчетной сетки.

В процессе расчета в начальные моменты времени для каждого режима наблюдались переходные процессы, связанные с начальной стадией взаимодействия формирующейся струи с преградой, при этом имело место немонотонное изменение параметров в зоне взаимодействия. После окончания переходных процессов наступал режим колебаний, близких к периодическим. При этом реализуемая нерасчетность, определяемая как отношение давления на срезе сопла к среднему на периоде значению давления в точке $x = 0$, $r = N$, отличалась от исходной не более чем на 5%. В дальнейшем наблюдался некоторый дрейф нерасчетности в сторону меньших значений.

Относительные пульсации давления $(p_{\max} - p_{\min})/p_{\text{ср}}$, где p_{\max} , p_{\min} и $p_{\text{ср}}$ — максимальное, минимальное и среднее на периоде значения давления в рассматриваемой точке расчетной области, в левом верхнем углу расчетной сетки на режимах I и II не превышали 5%.

Расчет режима I проводился при ширине сетки $N = 6,5$ и $8,1$. Увеличение N не привело к каким-либо существенным изменениям в качественной картине течения в области взаимодействия, по крайней мере на первом периоде после «установления» колебаний. Значения давления в центре преграды и периферийного максимума давления на преграде при $N = 8,1$ отличались от соответствующих значений при $N = 6,5$ меньше чем на 10%.

В табл. 2 приведены расчетные и экспериментальные значения некоторых амплитудно-частотных характеристик пульсационного процесса: числа Струхала $Sh = fr_a/a_0$ (f — частота процесса, a_0 — скорость звука в невозмущенной атмосфере), среднего расстояния от преграды до центрального скачка уплотнения $\langle \epsilon \rangle$, удвоенной амплитуды колебаний центрального скачка уплотнения $\Delta \epsilon$, относительных пульсаций давления в центре преграды $\Delta p/p_{II}$ (Δp и p_{II} — переменная и постоянная составляющие давления на преграде соответственно). Индекс p присвоен расчетным значениям параметров пульсационного процесса, индекс ϵ —

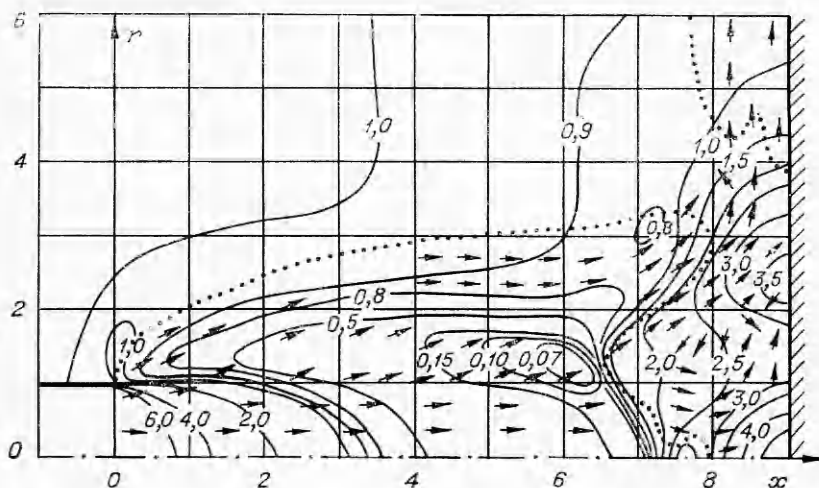
Т а б л и ц а 2

Номер режи- ми	Sh_p	$Sh_э$	$\langle \epsilon \rangle_p$	$\langle \epsilon \rangle_э$	$\Delta \epsilon_p$	$\Delta \epsilon_э$	$\left(\frac{\Delta p}{p} \right)_p$	$\left(\frac{\Delta p}{p} \right)_э$
I	0,067	0,066	2,9	3,3	0,70	0,72	0,26	0,25
II	0,080	0,090	1,6	2,1	0,40	0,80	0,15	—

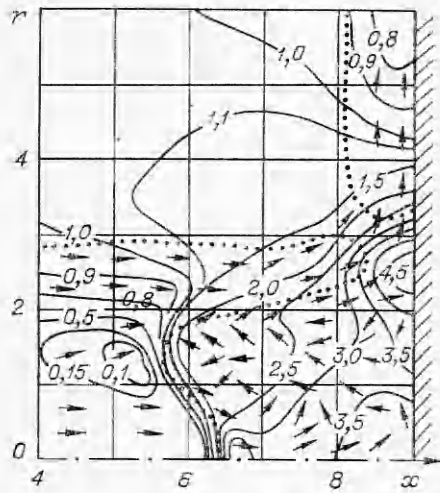
экспериментальным значениям. Данные для значений числа $Sh_э$ взяты по зависимости, приведенной в [4] (которая представляет собой аппроксимацию экспериментальных данных работы [6]); значения $\langle \epsilon \rangle_э$ и $\Delta \epsilon_э$ получены по формулам (16), (17) работы [6]. Для режима II значения $\Delta \epsilon_э$ и $(\Delta p/p)_э$ соответствуют данным эксперимента, приведенным в [8].

Как видно из табл. 2, совпадение результатов расчета с экспериментом по частоте удовлетворительное. Величина $\langle \epsilon \rangle_p$ меньше соответствующего значения $\langle \epsilon \rangle_э$. На режиме II различие в значениях $\langle \epsilon \rangle_p$ и $\langle \epsilon \rangle_э$ достигает 25% от $\langle \epsilon \rangle_э$. Это связано в первую очередь с недостаточной точностью расчета параметров на начальном сверхзвуковом участке струи, в частности с недостаточной точностью расчета по методу Годунова параметров в центрированной волне разрежения у кромки сопла (см., например, [19]), и с сильным размывом границы струи при сквозном счете. Расчетные значения амплитуды колебаний и отхода скачка, однако, удовлетворяют соотношению, полученному экспериментально в [6].

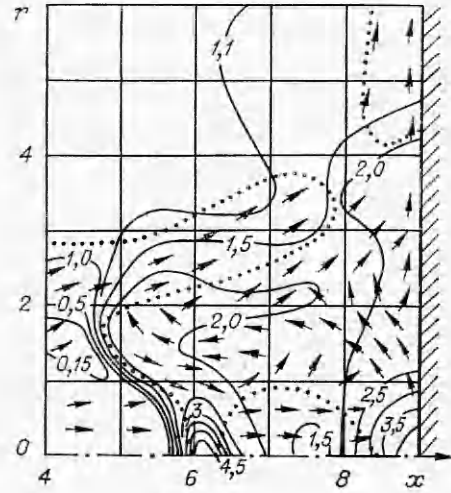
Для анализа качественной картины течения в струе перед преградой (за отраженным и центральным скачками уплотнения) на фиг. 1—5 для режимов I и II в области $0 \leq r \leq N$, $x_{п}/2 \leq x \leq x_{п}$ приведены линии постоянных значений давления (сплошные), звуковые линии (точки) и поля направлений вектора скорости (стрелки). Цифры около изобар представляют значения давления p , отнесенного к атмосферному. При $p \geq 1,0$ линии $p = \text{const}$ даны через $\Delta p = 0,5$. Области сгущения изобар указывают положение скачков уплотнения. Для общей характеристики течения на фиг. 1 для режима I изобары и звуковая линия приведены на всем расчетном поле. Фиг. 1—4 соответствуют четырем последовательным фазам периода колебаний на режиме I, отвечающих: фиг. 1, 3 — мини-



Ф и г. 1



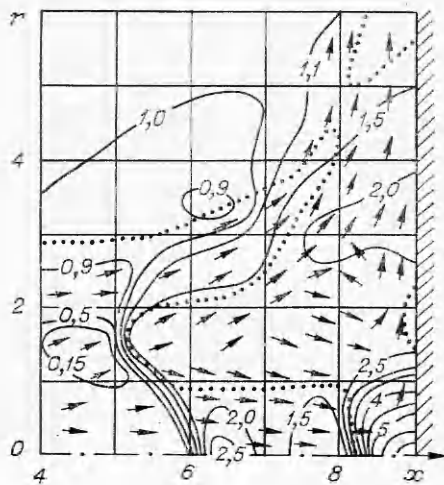
Фиг. 2



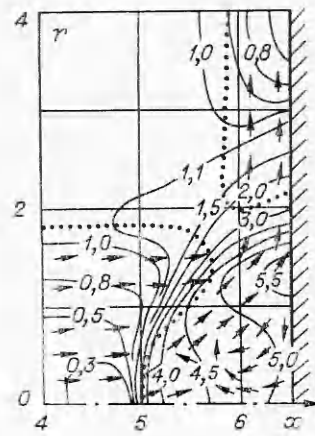
Фиг. 3

мальному и максимальному отходу центрального скачка уплотнения от преграды, фиг. 2, 4 — среднему отходу скачка от преграды при движении скачка к соплу и к преграде соответственно. На фиг. 5 представлена для режима II картина течения в струе перед преградой в момент времени, соответствующий минимальному отходу скачка от преграды. Такая картина течения за центральным скачком уплотнения характерна для режима II и в остальные моменты времени. На фиг. 6, а, б для режимов I и II соответственно приведены в зависимости от безразмерного времени $\langle t \rangle = ta_0/r_a$ значения давления в центре преграды p_0 (штриховая линия), значения периферийного максимума давления на преграде p_m (штрихпунктирная линия) и расстояние от преграды до центрального скачка уплотнения ε (сплошная линия).

Анализ приведенных результатов показывает, что в соответствии с известными экспериментальными данными [1, 3, 7] как для режима I, так и для режима II характерно следующее: равенство частот колебаний

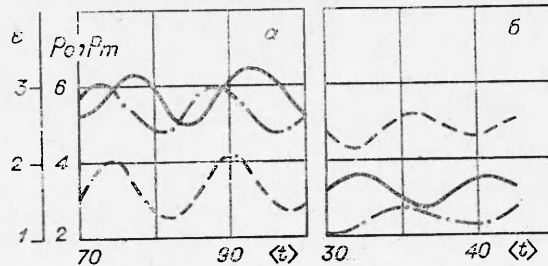


Фиг. 4



Фиг. 5

центрального скачка уплотнения и давления на преграде; наличие периферийного максимума давления на преграде; существование в отдельные моменты времени в центральной области — области, ограниченной центральным скачком уплотнения, осью симметрии, поверхностью преграды и поверх-



Ф и г. 6

ностью тангенциального разрыва — «возвратного» потока газа от периферии к центру и встречного потока газа от преграды в сторону сопла; поток газа за отраженным скачком уплотнения остается сверхзвуковым в течение всего периода колебаний. Результаты расчета, кроме того, показывают, что в периферийном потоке газа вблизи преграды имеется область дозвукового течения (см. фиг. 1—5).

В качественной картине течения для режимов I и II имеются также различия. На режиме II возвратный поток газа от периферии к центру достигает оси симметрии, и встречное течение газа от преграды к соплу идет по оси симметрии; на режиме I возвратный поток не достигает оси, и встречный поток является кольцевым. При этом значения периферийного максимума давления на режиме II всегда больше, а на режиме I — меньше давления в центре преграды (фиг. 6, б, а).

Другой особенностью качественной картины течения на режиме I по сравнению с режимом II является существование в отдельные моменты времени в центральной области местных сверхзвуковых зон. Именно при движении центрального скачка от преграды к соплу в дозвуковом потоке газа, прошедшего через центральный скачок, в определенные моменты времени появляется местная сверхзвуковая зона, которая локализуется вблизи оси струи. Размеры ее быстро увеличиваются по мере удаления центрального скачка от преграды, и в момент начала движения скачка в сторону преграды эта зона смыкается со сверхзвуковой зоной, образующейся за центральным скачком (см. фиг. 3, 4). При этом за центральным скачком в окрестности тройной точки скорость газа остается дозвуковой. Наличие сверхзвукового течения в центральной области приводит к появлению второго скачка уплотнения перед преградой (см. фиг. 4).

Существование второго скачка уплотнения перед преградой кольцевого встречного потока газа на режиме, близком к режиму I, было установлено экспериментально в [7]. Принципиальная возможность сверхзвукового течения за центральным скачком и наличия второго скачка перед преградой на режимах неустойчивого взаимодействия была отмечена также в работе [10], хотя тот факт, что при этом в течение всего периода колебаний скорость газа за центральным скачком в окрестности тройной точки остается дозвуковой, не был отмечен.

В [20] в аналитическом решении с постоянной плотностью показано, что наблюдаемому экспериментально переходу от стационарного режима взаимодействия к нестационарному соответствует изменение знака касательной к центральному скачку составляющей скорости в окрестности оси с $+$ на $-$, где за положительное направление принято направление от оси. В расчете как на режиме I, так и на режиме II на всем периоде колебаний касательная к скачку составляющая скорости в окрестности оси отрицательна, а в окрестности тройной точки — положительна. Точка, в которой центральный скачок ортогонален набегающему потоку, в расчете совпадает с точкой перегиба скачка.

В данной работе рассматривались режимы сильной неустойчивости, далекие от верхней границы зоны неустойчивости (см. [12]), около которой по данным [1, 3] возможно существенное влияние вязкости на параметры и картину течения в зоне взаимодействия.

Численные расчеты в рамках модели невязкого нетеплопроводного газа стационарных режимов взаимодействия, проведенные в [16], показали хорошее совпадение с экспериментом. На режиме, близком к режиму сильной неустойчивости, в [16] нестационарного течения не наблюдалось (в процессе установления параметры во всей области стремились к стационарным значениям); возможно, это было вызвано особенностями расчетной схемы, а именно тем, что одна из границ подвижной расчетной сетки совмещалась с границей струи. Таким образом, не учитывалось влияние на параметры струи возмущений, распространяющихся во внешнем поле.

Опыт проведенных расчетов свидетельствует о возможности численного исследования неустойчивых режимов взаимодействия по конечно-разностной схеме Годунова при введении в расчетную область ближнего внешнего поля струи. Проведенные расчеты позволили получить подробную информацию о картине течения, подтвердить и уточнить ряд выводов, сделанных ранее экспериментальным или теоретическим путем.

Поступила 2 XI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург И. П., Семплетенко Б. Г., Тернигорьев В. С., Усков В. Н. Некоторые особенности взаимодействия сверхзвуковой недорасширенной струи с плоской преградой. — ИФЖ, 1970, т. 19, № 3.
2. Голубков А. Г., Козьменко Б. К., Остапенко В. А., Солотчин А. В. О взаимодействии сверхзвуковой недорасширенной струи с плоской ограниченной преградой. — «Изв. СО АН СССР», 1972, вып. 3, № 13.
3. Губанова О. П., Лунев В. В., Пластинина А. П. О центральной срывной зоне при взаимодействии сверхзвуковой недорасширенной струи с преградой. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1971, № 2.
4. Набережная Г. В., Нестеров Ю. Н. Неустойчивое взаимодействие расширяющейся сверхзвуковой струи с преградой. — «Труды ЦАГИ», 1976, вып. 1765.
5. Остапенко В. А., Солотчин А. В. О критериях моделирования течения сверхзвуковой струи при наличии преграды. — «Изв. СО АН СССР», 1974, вып. 2, № 8.
6. Семплетенко Б. Г., Собколов Б. Н., Усков В. Н. Особенности неустойчивого взаимодействия сверхзвуковой струи с безграничной преградой. — «Изв. СО АН СССР», 1972, вып. 3, № 13.
7. Семплетенко Б. Г., Собколов Б. Н., Усков В. Н. Исследование взаимодействия сверхзвуковой струи с нормально расположенной преградой на устойчивом и неустойчивом режимах. — Сб. рефератов НИР, сер. 02, 1972, № 5.
8. Солотчин А. В., Терехов В. И. Натканье сверхзвуковой недорасширенной струи на нормально расположенную «бесконечную» преграду. — «Изв. СО АН СССР. Вопросы газодинамики», 1975, вып. 5.
9. Глазнев В. И., Демин В. С. Полуэмпирическая теория генерации дискретных тонов сверхзвуковой недорасширенной струи, падающей на преграду. — Препринт № 1. Новосибирск, изд. ИТПМ СО АН СССР, 1976.
10. Дулов В. Г. О движении тройной конфигурации ударных волн с образованием следа за точкой ветвления. — ПМТФ, 1973, № 6.
11. Moreh K. A. A theory of the mode of operation of the Hartmann air jet generation. — «J. Fluid Mech.», 1964, vol. 20, p. 1. Рус. пер. Мерч К. Теория струйного генератора Гартмана. — Сб. пер. Механика. 1965, № 2.
12. Полубояринов А. К., Спириин Н. П. О взаимодействии ударной волны с тангенциальным разрывом. — ИФЖ, 1971, т. 21, № 2.
13. Семплетенко Б. Г., Собколов Б. Н., Усков В. Н. Приближенный расчет амплитудно-частотных характеристик неустойчивого взаимодействия сверхзвуковой струи с нормально расположенной плоской преградой. — «Изв. СО АН СССР», 1975, вып. 3, № 3.

14. Набережнова Г. В. Расчет нестационарного взаимодействия сверхзвуковой струи с плоской преградой методом «крупных частиц». — «Труды ЦАГИ», 1978, вып. 1899.
15. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М., «Наука», 1976.
16. Дубинская Н. В., Иванов М. Я. Численное исследование стационарных режимов взаимодействия сверхзвуковой недорасширенной струи с плоской преградой, расположенной перпендикулярно к ее оси. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1976, № 5.
17. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М., «Наука», 1969.
18. Матвеев С. К. Некоторые аспекты применения метода Годунова к решению задач нестационарной газовой динамики. — «Учен. зап. Ленингр. ун-та. Газодинамика и теплообмен», 1976, № 5.
19. Минайлос А. Н. Невязкое сверхзвуковое течение у тонкой прямоугольной пластины. — «Учен. зап. ЦАГИ», 1976, т. 7, № 3.
20. Соколов Е. И. Течение в ударном слое перед преградой, перпендикулярной оси сверхзвуковой недорасширенной струи. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1977, № 4.

УДК 532.517.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕНОСА ИМПУЛЬСА В СЛЕДЕ ЗА ЦИЛИНДРОМ С ПРИВЛЕЧЕНИЕМ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ТРЕТЬИХ МОМЕНТОВ

А. Ф. Курбацкий, А. Т. Онуфриев

(Новосибирск, Долгопрудный)

1. Один из путей развития современной феноменологической теории турбулентного переноса состоит в формулировании некоторой системы уравнений для моментов гидродинамических полей турбулентного потока, максимальный порядок которых продиктован обычно как физическими соображениями, так и принятым способом замыкания этой системы.

В последнее время были предложены модели турбулентного переноса, замкнутые на уровне вторых моментов, в которых искомые — вторые моменты, а третьи моменты моделируются на основании эвристических соображений. Привлечение уравнений для моментов высокого порядка вызывается в конечном счете тем, что в целом ряде физических задач не удается правильно описать турбулентный перенос импульса, тепла и скалярных свойств в рамках простейших градиентных моделей первого порядка (например, прандтлевской теории пути смешения). Такие задачи не исключение, и с некоторыми из них можно ознакомиться в работах [1—4]. Примером модели турбулентного переноса, замкнутой на уровне вторых моментов (модель второго порядка), может служить модель [5], в которой турбулентные потоки (т. е. вторые моменты турбулентных флуктуаций) замкнуты с помощью использования метода кинетической теории газов применительно к третьим моментам. При этом, по сути, проводится грубая аналогия с кинетической теорией, в которой присутствует элемент веры: если грубое приближение для моментов второго порядка позволяет в простых случаях вычислять величины первого порядка (так обстоит дело в простейших феноменологических моделях турбулентного переноса, основанных на длине пути смешения), то, возможно, аналогичные грубые аппроксимации позволят правильно предвычислить вторые моменты. Несмотря на то, что с помощью моделей второго порядка удалось получить правильное описание турбулентного переноса в тех задачах, где простейшие феноменологические модели переноса оказываются несостоятельными, все модели второго порядка имеют основной недостаток: не дают рационального метода для вычисления третьих моментов.

Полученные к настоящему времени результаты по численному моделированию турбулентного переноса в ряде конкретных физических задач (например, [4—8]) с помощью моделей переноса второго порядка дают основание полагать, что многие явления турбулентного переноса в развитой (трехмерной) турбулентности могут быть правильно описаны, если физически непротиворечивым образом в модель турбулентного переноса будут включены в качестве искомых величины третьи моменты, описывающие процессы турбулентной диффузии тех или иных вторых моментов гидродинамических полей (скорости, концентрации,