

О роли А. П. Шенникова в разработке количественной оценки дифференцирующего разнообразия растительных сообществ

Б. И. СЁМКИН^{1,2}, М. В. ГОРШКОВ¹

¹ Тихоокеанский институт географии ДВО РАН
690041, Владивосток, ул. Радио, 7
E-mail: geogr@tig.dvo.ru

² Дальневосточный федеральный университет
690001, Владивосток, ул. Суханова, 8
E-mail: rectorat@dvfu.ru

Статья поступила 15.11.2013

АННОТАЦИЯ

Рассмотрены два коэффициента для оценки дифференцирующего разнообразия растительных сообществ, предложенных А. П. Шенниковым: коэффициент рассеяния (дисперсности) и коэффициент пестроты сложения. Эти коэффициенты записаны в современных теоретико-множественных обозначениях. Установлена их связь с многоместными мерами сходства и различия серии описаний сообществ, которые используются для оценки дифференцирующего разнообразия.

Ключевые слова: дифференцирующее разнообразие, бета-разнообразие, многоместные меры сходства, коэффициент рассеяния (дисперсности), коэффициент пестроты сложения, индекс частотного насыщения, мера разнообразия Уиттекера.

А. П. Шенников в своей работе “Введение в геоботанику” приводит два коэффициента для оценки степени равномерности сложения фитоценоза [Шенников, 1964]: 1) коэффициент рассеяния (дисперсности), “полученный делением общего числа видов на среднее число их видов на площадке”; 2) коэффициент пестроты сложения, “выраженный процентом видов на средней площадке от общего числа видов”.

Расчет этих коэффициентов произведен А. П. Шенниковым по данным 25 площадок размером 1 м², взятых в чернопопынном фитоценозе. Аналитического выражения для указанных коэффициентов не приводится.

Следует отметить, что достаточно часто введение нового коэффициента иллюстрируется расчетами на конкретных данных, но без предоставления математической формулы самого коэффициента. Например, хорошо известный в биологии коэффициент общности сообществ, предложенный П. Жаккардом [Jaccard, 1901], первоначально был записан в виде простой пропорции, и только со временем коэффициенту придали математическую форму, причем имеется более десяти вариантов записи. К сожалению, предложенные А. П. Шенниковым коэффициенты так и не привели с помощью математических формул и потому, видимо, не полу-

чили широкого распространения в фитоценологии и экологии наряду с другими аналогичными показателями.

Коэффициенты сходства, предложенные в первой половине XX в., часто создавались на основе только одного расчетного примера, например, как это сделал антрополог Я. Чекановский [Czekanowski, 1909]. В дальнейшем при определении другими исследователями математической формулы подобных коэффициентов возникают разночтения. Так, Д. Гудолл [Goodall, 1973] приводит “обобщенный на случай количественных данных коэффициент Серенсена”, который использовался ранее Я. Чекановским [Czekanowski, 1909], однако в указанной работе приводится пример расчета, из которого нельзя вывести этот коэффициент сходства. Во-первых, пример Я. Чекановского демонстрирует не сходство, а различие признаков. Во-вторых, определяются абсолютные разности между парами признаков, выраженные в разных типах шкал, которые затем суммируются и результат делится на число признаков. В-третьих, нельзя определять меры сходства в тех случаях, когда все признаки не выражены в одних единицах измерения [Василевич, 1969]. С современной точки зрения при условии метрологической однородности Я. Чекановским предложен коэффициент различия между двумя описаниями в форме расстояния Хэмминга (сумма абсолютных значений разностей каждой пары признаков), деленного на число признаков. Такой коэффициент различия может иметь численные значения больше единицы и, в случае Я. Чекановского, для него не определена единица измерения. Таким образом, из него невозможно получить обобщенную меру Серенсена, но в справочной литературе и в обзорах закрепилось название “коэффициент Чекановского” [Песенко, 1982; Миркин и др., 1989]. Для качественных данных вместо названия “коэффициент Серенсена” предлагают названия: “коэффициент Серенсена – Чекановского” [Шмидт, 1980], “коэффициент Чекановского – Серенсена” [Песенко, 1982] или “индекс сходства Чекановского” [Фрей, 1967].

Аналогичные случаи неоднозначных трактовок коэффициентов и индексов, определенных примерами их расчета, не единичны и требуют специального рассмотрения. Един-

ственный способ избавиться от обозначенной проблемы состоит в том, чтобы записывать такие индексы и коэффициенты, полученные эмпирическим путем, в теоретико-множественной нотации [Юрцев, Сёмкин, 1980; Сёмкин, Лаптев, 2002; Сёмкин, 2007].

Коэффициент рассеяния (дисперсности).

В современных теоретико-множественных обозначениях этот коэффициент можно записать следующим образом:

$$q_1 = \frac{nS}{T},$$

где $S = S(A_1, \dots, A_n) = m(A_1 \cup \dots \cup A_n)$ – число элементов объединения n множеств A_1, \dots, A_n ; $T(A_1, \dots, A_n) = \sum_{i=1}^n m(A_i)$ – сумма числа элементов каждого из рассматриваемых множеств; n – число сравниваемых множеств. В геоботанической интерпретации A_1, \dots, A_n – флористические описания (совокупность видов растений на площадке); S – общий список видов, встреченных на n площадках; $\frac{T}{n}$ – среднее число видов на площадке; $m(A_1), \dots, m(A_n)$ – число видов на каждой площадке; n – число площадок.

Следует отметить, что для оценки бета-разнообразия часто используется мера β_W Уиттекера [Whittaker, 1960; Magurran, 1988, 2004; Мэггаран, 1992; Koleff et al., 2003]:

$$\beta_W = \frac{S}{\bar{\alpha}},$$

где S – общее число видов серии описаний; $\bar{\alpha}$ – среднее число видов в одном описании. Также в литературе встречается мера $\beta'_W = \beta_W - 1 = \frac{nS - T}{T}$, но она содержательно ничего нового не вносит в методологию оценки сходства, а только меняет диапазон меры.

В книге Роберта Хардинга Уиттекера “Сообщества и экосистемы” [Whittaker, 1970; Уиттекер, 1980] приводится высказывание о том, что бета-разнообразие должно быть измерено как степень различий в составе серии описаний. Бета-разнообразие определяется по формуле [Уиттекер, 1980] $BD = \frac{S_c}{S}$, где S_c – общее число видов, зарегистрированных на трансекте или в серии описаний, при этом каждый вид отмечается только один раз,

независимо от того, сколько раз он был встречен в описаниях; \bar{S} – среднее число видов в одном описании. Запишем этот показатель в теоретико-множественных обозначениях:

$$\beta_w = BD = \frac{nS}{T}.$$

Как видно, известная мера Уиттекера полностью совпадает с коэффициентом рассеяния (дисперсности) Шенникова.

Определим диапазон изменения коэффициента рассеяния. Минимальное значение q_1 принимает при условии равенства сравниваемых множеств $A_1 = A_2 = \dots = A_n = A$. В этом случае $S = m(A_1 \cup \dots \cup A_n) = m(A)$, $T = nm(A)$ и $\min(q_1) = n$. Максимальное значение $\max(q_1) = 1$ коэффициент принимает, если множества A_1, \dots, A_n попарно не пересекаются, т. е. $A_i \cap A_j = \emptyset$; $i \neq j$; $i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, n$. Следовательно, справедливо неравенство: $1 \leq q_1 \leq n$.

Коэффициент q_1 измеряет “дисперсность” или разнообразие (различие) семейства множеств, так как чем больше значение различия множеств, тем больше числовое значение рассматриваемого показателя. Коэффициент можно нормировать двумя способами [Песенко, 1982; Сёмкин, Горшков, 2010]:

$$Q_1 = \frac{q_1 - \min(q_1)}{\max(q_1) - \min(q_1)}$$

или

$$Q'_1 = \frac{\max(q_1) - q_1}{\max(q_1) - \min(q_1)}.$$

Очевидно, что нормированные коэффициенты Q_1 и Q'_1 взаимно дополняют друг друга до 1, т. е. $Q'_1 = 1 - Q_1$. Подставляя минимальные и максимальные значения коэффициента q_1 в формулы Q_1 и Q'_1 , получаем соответственно:

$$Q_1 = \frac{\frac{nS}{T} - 1}{(n-1)} = \frac{nS - T}{(n-1)T},$$

$$Q'_1 = 1 - Q_1 = \frac{n(T - S)}{(n-1)T}.$$

Следовательно, $Q = F_0(A_1, \dots, A_n)$ и $Q'_1 = K_0(A_1, \dots, A_n)$, где F_0 – мера различия n множеств [Сёмкин, 1972а, б; Сёмкин, Горшков, 2010]; K_0 – мера сходства n множеств

[Сёмкин, 1972а, б; Сёмкин, 1973; Diserud, Ødegaard, 2007; Сёмкин, Горшков, 2010].

Коэффициент пестроты сложения. В современной теоретико-множественной нотации коэффициент q_2 можно записать следующим образом:

$$q_2 = \frac{1}{q_1} = \frac{T}{nS}.$$

Коэффициент q_2 совпадает с индексом частотного насыщения [Миркин и др., 1989, с. 53]:

$$q_2 = J_8 = \frac{\bar{N}}{N} = \frac{T}{nS},$$

где N – общее число видов во всех описаниях фитоценона, т. е. $N = S$; \bar{N} – среднее число видов для каждого описания, т. е. $\bar{N} = \frac{T}{n}$. Из неравенства $1 \leq q_1 \leq n$ и зависи-

мости $q_2 = \frac{1}{q_1}$ легко определить неравенства $\frac{1}{n} \leq \frac{1}{q_2} \leq 1$ или $\frac{1}{n} \leq \frac{T}{nS} \leq 1$. Из последнего неравенства последовательно получим:

$$0 \leq \frac{T}{nS} - \frac{1}{n} \leq 1 - \frac{1}{n} \Rightarrow 0 \leq \left(\frac{\frac{T}{nS} - \frac{1}{n}}{1 - \frac{1}{n}} \right) \leq 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow 0 \leq \frac{T - S}{(n-1)S} \leq 1.$$

Отметим, что формула $K_{n-1} = \frac{T - S}{(n-1)S}$

известна как индекс биотической дисперсии Коха [Koch, 1957; Грейг-Смит, 1967; Василевич, 1969]. Дополнение индекса K_{n-1} до единицы есть мера различия $F_{n-1} = 1 - K_{n-1}$ [Сёмкин, Горшков, 2010].

Пример расчета коэффициентов. Возьмем данные по 25 площадкам (1 м²) в чернопопынном (*Artemisia pauciflora*) фитоценозе [Шенников, 1964]: $S = 13$; $T = 91$; $n = 25$. Рассчитаем коэффициенты q_1 и q_2 , многоместные меры сходства K_0 , K_{n-1} и соответствующие им F_0 , и F_{n-1} .

$$q_1 = \frac{nS}{T} = \frac{25 \times 13}{91} \approx 3,57,$$

$$q_2 = \frac{1}{q_1} = \frac{1}{3,57} \approx 0,28;$$

$$F_0 = \frac{nS - T}{(n-1)T} = \frac{25 \times 13 - 91}{24 \times 91} \approx 0,107;$$

$$K_0 = 1 - F_0 = 1 - 0,107 = 0,893;$$

$$K_{n-1} = \frac{T - S}{(n-1)S} = \frac{91 - 13}{24 \times 13} \approx 0,25;$$

$$F_{n-1} = 1 - K_{n-1} = 1 - 0,25 = 0,75.$$

Полученные нами значения q_1 и q_2 аналогичны результатам А. П. Шенникова [1964]. Среднее число видов на площадке 1 м^2 (т. е. $\frac{T}{n}$) составляет 3,64.

Рассмотрим проблему содержательной фитоценотической интерпретации полученных результатов расчета численных значений коэффициентов. А. П. Шенников отметил, что чем больше коэффициент рассеяния, тем менее равномерно сложение фитоценоза. Следовательно, коэффициент q_1 является мерой гетеротонности фитоценоза [Миркин и др., 1989]. Название коэффициента вполне соответствует его свойствам, так как он измеряет “рассеяние”, “разброс”, “дисперсность” или разнообразие серии описаний. Минимальное значение $q_1 = 1$ принимает при равенстве всех описаний площадок или фитоценозов (минимальная гетеротонность), а максимальное значение $q_1 = n$ возникает при абсолютном различии описаний (максимальная гетеротонность).

Коэффициент пестроты сложения q_2 , с точки зрения Шенникова, подчиняется зависимости “чем он больше, тем равномернее сложение” [Шенников, 1964]. Следовательно, q_2 является мерой гомотонности. Название данного коэффициента не вполне соответствует его свойствам, так как он измеряет скорее однородность сложения, чем его “пестроту”. Однако при его нормировании получается мера сходства K_{n-1} (индекс биотической дисперсии Коха), который может служить для измерения степени гомотонности при больших численных значениях показателей и степень гетеротонности при малых численных значениях. В работе Б. М. Миркина с соавт. [1989] отмечено: “Р. Тьюксен считает индекс J_8 мерой обратной по отношению мере гомотонности (т. е. мерой гетеротонности фитоценозов)”. Как мы отмечали выше, J_8 (ин-

декс частотного насыщения) равен q_2 , следовательно, приведенное высказывание неверно. Минимальное значение $q_2 = \frac{1}{n}$ принимает при абсолютном различии описаний (описания попарно не пересекаются, т. е. не имеют общих видов), т. е. имеет минимальную гомотонность, а максимальное значение $q_2 = 1$ принимает при равенстве всех описаний (максимальная гомотонность).

Так как q_1 и q_2 связаны функциональной зависимостью, то можно пользоваться только одним из них, например, q_1 . Это высказывание справедливо и для их нормированных значений.

В общем, можно отметить два направления в интерпретации результатов численных расчетов коэффициентов сходства и различия. Первое направление может быть представлено как наивная точка зрения (она наиболее распространена), которая основана на использовании показателя, созданного эмпирическим путем, обычно под конкретные данные (проверка осуществляется только на одной серии описаний) и без всякого математического основания. В таком случае невозможно объективно определить степень сходства или различия объектов. Например, в нашем случае, при использовании K_0 получаем значение 0,893, которое кажется высоким. Мера F_0 также принимает низкое значение (0,107), что подтверждает представление о высоком сходстве описаний. Однако, если воспользоваться мерой K_{n-1} , то получаем значение 0,25, которое уже не кажется высоким, причем мера F_{n-1} , принимая значение 0,75, также создает ощущение того, что описания имеют малое сходство. Следовательно, получаем явное противоречие.

Избавиться от такого типа противоречий поможет второе направление – аксиоматическая точка зрения на отношения сходства. Показатели сходства, не удовлетворяющие системе аксиом, не допускаются к использованию [Сёмкин, Горшков, 2010]. Численные значения показателей не имеют существенного значения для определения сходства, так как основное значение имеет упорядочивание значений. Две меры, упорядочивание которых не меняется, рассматриваются как эквивалентные.

В нашем случае пример включает только одну серию описаний, и мы не можем сравнить две меры сходства. Необходимо иметь для сравнения хотя бы две серии описаний, содержащие каждая по n описаний. Ранее нами показано, что K_0 и K_{n-1} эквивалентны, т. е. упорядочивание объектов не меняется [Сёмкин, Горшков, 2010].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные коэффициенты, предложенные А. П. Шенниковым (коэффициент рассеяния (дисперсности) и коэффициент пестроты сложения), корректно определены с математической точки зрения, что позволяет записать их в теоретико-множественной нотации. Нами также указаны меры (мера бета-разнообразия Уиттекера, индекс частотного насыщения), которые совпадают с коэффициентами Шенникова, но при этом активно используются в прикладных и теоретических работах зарубежных и отечественных исследователей. Нормирование коэффициентов Шенникова привело к хорошо известным мерам сходства: K_0 (мера сходства Сёмкина [1972б]) и K_{n-1} (мера сходства Коха [Koch, 1957]). Отмечено, что представляют интерес не численные значения мер сходства или различия, а упорядочивание серии описаний с их помощью. В связи с этим возникает проблема оценки доверительных интервалов для многоместных мер сходства и различия. Эта проблема еще ждет своего решения. Вызывает большое сожаление, что современные обзоры и словари не включают коэффициенты Шенникова.

ЛИТЕРАТУРА

- Василевич В. И. Статистические методы в геоботанике. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1969. 232 с.
- Грейг-Смит П. Количественная экология растений. М.: Мир, 1967. 360 с.
- Миркин Б. М., Розенберг Г. С., Наумова Л. Г. Словарь понятий и терминов современной фитоценологии. М.: Наука, 1989. 223 с.
- Мэгарран Э. Экологическое разнообразие и его изменение. М.: Мир, 1992. 184 с.
- Песенко Ю. А. Принципы и методы количественного анализа в фаунистических исследованиях. М.: Наука, 1982. 287 с.
- Сёмкин Б. И. Дескриптивные множества и их приложения // Исследование систем. Т. 1: Анализ сложных систем. Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1973. С. 83–94.
- Сёмкин Б. И. Количественные показатели для оценки односторонних флористических связей, предложенных Б. А. Юрцевым // Ботан. журн. 2007. Т. 92, № 4. С. 114–127.
- Сёмкин Б. И. Об аксиоматическом подходе определению мер различия и квазиразличия на семействах множеств // Информационные методы в системах управления измерения и контроля. Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1972а. Т. 1. С. 23–26.
- Сёмкин Б. И. Общие принципы введения мер различия, сходства и разнообразия в биоценологии // Принципы и методы экспериментального изучения растительных сообществ. Л.: Наука. Ленингр. отделение, 1972б. С. 12–16.
- Сёмкин Б. И., Горшков М. В. Об оценке сходства и различия в серии флористических и фитоценологических описаний // Комаровские чтения. 2010. Вып. 57. С. 203–220.
- Сёмкин Б. И., Лаптев Д. В. О сравнении флор методом В. Н. Ворошилова // Ботан. журн. 2002. Т. 87, № 6. С. 157–161.
- Уиттекер Р. Сообщества и экосистемы. М.: Прогресс, 1980. 327 с.
- Фрей Т. Э.-А. О математико-фитоценологических методах классификации растительности: автореф. дис. ... канд. биол. наук. Тарту: ТГУ, 1967. 18 с.
- Шенников А. П. Введение в геоботанику. Л.: ЛГУ, 1964. 447 с.
- Шмидт В. М. Статистические методы в сравнительной флористике. Л.: ЛГУ, 1980. 176 с.
- Юрцев Б. А., Семкин Б. И. Изучение конкретных и парциальных флор с помощью математических методов // Ботан. журн. 1980. Т. 65, № 12. С. 1706–1718.
- Czekanowski J. Zur differential Diagnose der Neandertalgruppe // Korrespbl. Dtsch. Ges. Anthropol. 1909. Bd. 40. S. 44–47.
- Diserud O. H., Ødegaard F. A multiple-site similarity measure // Biol. Lett. 2007. N 3. P. 20–22.
- Goodall D. W. Sample similarity and species correlation // Handbook of Vegetation science. Part 5: Ordination and classification of vegetation. The Hague, 1973. P. 107–156.
- Jaccard P. Distribution de la flore alpine dans le Bassin des Dranses et dans quelques regions voisines // Bul. Soc. Vaudoise sci. Natur. 1901. Vol. 37. Bd. 140. S. 241–272.

- Koch L. F. Index of biotal dispersity // *Ecology*. 1957. Vol. 38, N 1. P. 145–148.
- Koleff P., Gaston K. J., Lennon J. J. Measuring beta diversity for presence-absence data // *J. Animal Ecol.* 2003. Vol. 72. P. 367–382.
- Magurran A. E. *Ecological diversity and its measurement*. New Jersey: Princeton Univ. Press, 1988. 179 p.
- Magurran A. E. *Measuring biological diversity*. Oxford, UK.: Blackwell Publishing, 2004. 256 p.
- Whittaker R. H. *Communities and ecosystems*. N-Y.: London: Macmillan., 1970. 162 p.
- Whittaker R. H. Vegetation of the Siskiyou Mountains, Oregon and California // *Ecol. Monogr.* 1960. N 30. P. 279–338.

On the Role of A. P. Shennikov in the Development of Quantitative Evaluation of Differentiating Diversity of Plant Communities

B. I. SEMKIN^{1,2}, M. V. GORSHKOV¹

¹ *Pacific Institute of Geography FEB RAS
690041, Vladivostok, Radio str., 7
E-mail: geogr@tig.dvo.ru*

² *Far Eastern Federal University
690001, Vladivostok, Sukhanova str., 8
E-mail: rectorat@dvfu.ru*

The two coefficients for estimation of differentiating diversity of plant communities, proposed by A. P. Shennikov were considered: coefficient of dispersity and coefficient of variegation of addition. These coefficients are given in modern set-theoretic notation. Their connection with multiple-site measures of similarity and difference of communities' descriptions, which are used to evaluate the differentiating diversity, was established.

Key words: differentiating diversity, beta-diversity, multiple-site measures of similarity, coefficient of dispersity, coefficient of variegation of addition, index of saturation quotient, diversity index of Whittaker.