

УДК 622.831:539.3

О РАЗРУШЕНИИ ОБРАЗЦОВ ПОРОД ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

В. Е. Миренков

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
E-mail: mirenikov@misd.nsc.ru,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Предложен метод решения обратных задач идентификации разрушения плоского образца при растяжении с использованием натуральных замеров смещений и результатов акустической эмиссии (АЭ). Область ослабленных связей зависит от концентрации пор и моделируется математическим разрезом с усредненными по длине растягивающими нормальными напряжениями. Места концентрации пор приводят к “деградации” модуля Юнга, т. е. к увеличению их деформирования, вызывающего касательные напряжения. Последние вычисляются последовательными приближениями из решения прямых задач по смещениям контура образца и данным о концентрации АЭ. По существу, рассматриваются основные обратные задачи механики сплошных сред совместно с новым классом обратных задач о разрушении.

Поры, разрушение, блок породы, уравнения, граничные условия, напряжения, смещения, акустическая эмиссия, обратные задачи

Для описания закритического поведения и разрушения пород необходимо более точное моделирование этого процесса с учетом таких важных факторов, как внутренние дефекты, зарождение и рост пор, зависимость от граничных условий и т. д. Процедура определения всех констант и функций материала основана на использовании экспериментальных данных, полученных при механических испытаниях. Замечено, что если растягивать цилиндрический образец с нанесенной круговой выточкой до разрушения, то он окажется более прочным, чем гладкий образец (при этом площади наименьшего сечения у них одинаковы). Это свидетельствует о том, что сложное напряженное состояние в первом случае, в отличие от близкого к одноосному во втором, увеличивает предел прочности. Аналогичная картина наблюдается, когда гладкий образец подвергается дополнительному обжатию гидростатическим давлением, после чего прикладывается одноосное усилие, которое приводит к увеличению предела прочности и модуля Юнга материала образца. Однако при этом не обращается внимание на изменение граничных условий в процессе проведения экспериментов и необходимость формулировки обратных задач для их идентификации.

Зависимость механических свойств многих пород от координат может возникнуть и в процессе нагружения. Адекватное описание деформирования пород связано с проблемой восста-

новления их механических свойств [1]. С практической точки зрения эта проблема особенно важна при изучении процесса разрушения [2].

Обзорную информацию об исследованиях деформирования и разрушения образцов при растяжении можно найти в [3–5]. Однако здесь не рассматривалась проблема влияния граничных условий на результат взаимодействия образца с нагружающим устройством. Математическое моделирование показало [1], что даже при одноосном деформировании развитие пор приводит к изменению не только напряженного состояния и характера разрушения, но и граничных условий.

К анализу процесса разрушения можно подходить с двух точек зрения. Согласно первой, разрушение происходит из “наиболее опасной” отдельной трещины в момент, когда достигается напряжение, необходимое для ее роста. В другом предельном случае повреждения постепенно накапливаются по всему объему образца с увеличением усилий. Они могут быть областями разрушения межфазной границы, пустотами, вакансиями, порами и т. п. По мере нагружения геоматериала повреждения будут накапливаться, пока не будет достигнута критическая концентрация, и материал разрушится. Второй подход представляется более рациональным. Однако в реальных материалах существует много промежуточных стадий между двумя рассматриваемыми.

Для однородного прямоугольного блока пород исследовались четыре варианта симметричных краевых условий, которые для четверти блока с границей $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4$ (Γ_1 — $x = 1$, $0 \leq y \leq 4$; Γ_2 — $y = 4$, $0 \leq x \leq 1$; Γ_3 — $x = 0$, $0 \leq y \leq 4$; Γ_4 — $y = 0$, $0 \leq x \leq 1$) сформулируем следующим образом:

на $\Gamma_1, \Gamma_3, \Gamma_4$ граничные условия одинаковы для всех задач, т. е.

$$\sigma_x = 0, \tau = 0 \text{ на } \Gamma_1; \quad u = 0, \tau = 0 \text{ на } \Gamma_3; \quad v = 0, \tau = 0 \text{ на } \Gamma_4; \quad (1)$$

на Γ_2 имеем четыре различных условия:

$$\sigma_y = 1, \tau = 0, \quad (2)$$

$$v = 1, \tau = 0, \quad (3)$$

$$v = 1, u = 0, \quad (4)$$

на Γ_3

$$\sigma_y = 1, u = 0. \quad (5)$$

Здесь σ_y, τ — нормальные и касательные напряжения; u, v — компоненты смещений в направлении осей x и y соответственно.

Граничные значения компонент напряжений и смещений для вариантов (1)–(5) на Γ связаны системой сингулярных интегральных уравнений [2]:

$$f(t_0) + 2\mu g(t_0) = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(t) + 2\mu g(t)}{t - t_0} dt, \\ k \overline{f(t_0)} - 2\mu \overline{g(t_0)} = \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} \frac{k \overline{f(t)} - 2\mu \overline{g(t)}}{t - t_0} dt - \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} (f(t) + 2\mu g(t)) d \frac{\bar{t} - \bar{t}_0}{t - t_0}, \quad (6)$$

где $k = 3 - 4\nu$; $\mu = E[2(1 + \nu)]^{-1}$, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона;

$$f(t) = i \int_0^t (X_n + iY_n) ds = \operatorname{Re}(f) + i\operatorname{Im}(f), \quad (7)$$

X_n, Y_n — компоненты усилий в направлении осей x и y ; $g = u + iv$, i — мнимая единица; черта над функцией обозначает комплексно-сопряженное значение; t_0 — аффикс точки границы Γ .

Условия (2), (3) и (1) обеспечивают одноосное напряженно-деформированное состояние. Граничные условия (4), (5) и (1) дают качественно подобное деформирование, которое уже не является одноосным. Возникают касательные напряжения на Γ_2 и нормальные σ_x — на Γ_3 . Растягивающие нормальные напряжения σ_x возникают на границе $y = 4$, $x = 0$, убывают до нуля и переходят в сжимающие, убывающие до нуля на $y = 0$, $x = 0$. Условие $u = 0$ в (4), (5) начинает сказываться в окрестности границы $y = 4$, а при $y = 0$ качественного различия в смещениях нет во всех случаях (1)–(5).

Для тех же условий (1)–(5) и той же области, но ослабленной прямолинейным разрезом $\{y = 0, 0 \leq x \leq 0.25\}$ с граничными условиями на нем

$$\sigma_y = 0, \quad \tau = 0, \quad (8)$$

проводились расчеты деформирования. Напряженно-деформированное состояние для задач (1)–(5) и (8) имеет качественное совпадение компонент напряжений и смещений. Однако для задач (3), (4), (1) и (5), в отличие от аналогичного случая без трещины, наблюдаются сжимающие напряжения σ_x в окрестности $y = 0$, $x = 0$, т. е. область растяжения и сжатия захватывает всю границу Γ_3 до берегов разреза. На грани Γ_1 четко фиксируется образование сужения (шейки) для $y \geq 0$.

На рис. 1 приведены расчетные кривые $\operatorname{Im}(f)$ на границе $0 \leq y \leq 4$, $x = 0$ для задач (1)–(5) и (8). Кривые 1–4 соответствуют четырем задачам (1)–(5), а вместо (8) принималось $\sigma_y = 0.5$ для (2), (3) и $\sigma_y = 0.2$ в случае (4), (5). Во всех случаях наибольшие сжимающие напряжения $\sigma_x(y)$ отмечены на $y = 0$ и, следовательно, это место интенсивного порообразования [1].

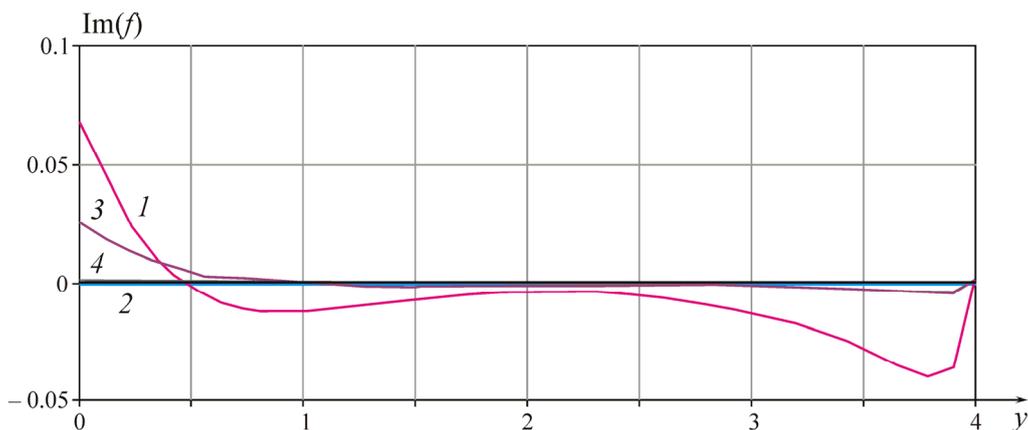


Рис. 1. Расчетные значения $\operatorname{Im}(f)$, характеризующие σ_x для задач (1)–(5) и (8)

Учитывая результаты [1, 2], можно утверждать, что в случаях (1)–(5) (без трещины) наиболее вероятные места возникновения и роста пор находятся в окрестности границы $x = 0$ на оси y и на оси x при $y = 0$. Этот вывод подтверждают результаты акустической эмиссии (АЭ), приведенные в [6]. Аналогичный результат хорошо известен и обсуждался в ряде работ [4–6].

Необходимо отметить, что в них рассматривался конечный результат — подготовка к разрушению и разрушение, но остался открытым вопрос о граничных условиях, реализующихся при деформировании образца. Геометрия изготавливаемого стандартного образца способствует образованию пор в центральной части за счет галтелей на концах для крепления в испытательной машине. Если значения прочности на растяжение и сдвиг различаются на порядок, то возникают сложности при соединении образца с нагружающим устройством. Для плоских, а тем более для круглых образцов из аналогичных материалов не существует такого способа крепления в установке, который не оказывал бы влияния на результат эксперимента. Неоднородность контактной поверхности включает как собственно ее шероховатость, так и краевые области нагружаемого образца, условия на которых обычно сильно отличаются от условий в центральной зоне контактной границы [7].

Таким образом, предположим, что образование пор происходит в узком слое, совпадающем с осью $y = 0$ и концентрацией в окрестности начала координат. Будем считать, что наличие пор можно моделировать математическим разрезом, по контуру которого действуют растягивающие напряжения, осредненные, например, до $\sigma_y = \alpha \sigma_0$, где σ_0 — растягивающие внешние напряжения, $0 < \alpha < 1$. Даже при $\alpha = 0.99$ модельная трещина длиной $0 \leq x \leq 0.25$ создает условия для локализации роста пор и роста смещений $u(x=1)$, подготавливая появление сужения (шейки) и последующего разрушения. Во всех случаях наблюдается сложное напряженно-деформированное состояние образца.

Математическое моделирование процесса образования шейки сводится к выбору факторов, которые наиболее существенны при описании этого явления. Главную роль в объяснении процесса имеют два взаимосвязанных фактора: рост напряжений и внутренние дефекты, создаваемые в результате зарождения, роста и слияния пор.

Главная цель работы — интерпретация плоского расположения пор, позволяющая проводить теоретические исследования на физической основе и использовать имеющиеся экспериментальные данные, предполагая упругое поведение образца, т. е. опираясь на то обстоятельство, что пластичность по объему не реализуется, а образование линий скольжения определяется предельными упругими напряжениями.

Остановимся на варианте, когда на отрезке $y = 0$, $0 \leq x \leq \alpha$, где $0 \leq \alpha \leq 1$ — некоторая константа, образовались и “сгустились” поры, изменив модуль Юнга, т. е. $E = E(x)$. Выделим элементарный слой в виде прямоугольного параллелепипеда на всю длину $0 \leq x \leq 1$. До образования пор на этот элемент действуют только напряжения $\sigma_y = \sigma_0$ и модуль Юнга $E = \text{const}$. Если на этот слой действуют растягивающие напряжения $\sigma_z = \sigma_0$, то в обоих случаях укорочение слоя будет одинаковой длины, равной Δ . Если одновременно действуют $\sigma_y = \sigma_z = \sigma_0$, $\sigma_x = 0$, то укорочение слоя будет 2Δ , которое можно определить, полагая $\sigma_x = -\sigma_0$, $\sigma_y = \sigma_z = 0$, аналогично [1].

Подставляя соотношения закона Гука для одноосного нагружения в уравнения равновесия, получим уравнение относительно перемещения $u(x)$:

$$E(x) \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{dE}{dx} \frac{du}{dx} = 0,$$

или

$$\frac{d}{dx} \left(E(x) \frac{du}{dx} \right) = 0.$$

Решение последнего имеет вид

$$u = -\sigma_0 \int_0^1 \frac{dx}{E(x)} = -\sigma_0 \left(\int_0^\alpha \frac{dx}{E(x)} + \frac{1-\alpha}{E} \right), \quad (9)$$

где α и $E(x)$ находятся экспериментально используя, например, метод акустической эмиссии.

Согласно численному решению задач (1)–(5) (см. рис. 1) и результатам [1], образование пор должно также происходить на участке $x = 0$, $0 \leq y \leq \beta$, β — константа, полученная экспериментально, как и α . И хотя эксперименты показывают [3, 4], что поры на $y = 0$, $0 \leq x \leq \alpha$ являются определяющими, нельзя не учитывать влияние пор на участке $x = 0$, $0 \leq y \leq \beta$. При этом кривая накопления пор (трещин) имеет два последовательных характерных участка: участок затухающего роста числа вновь образованных дефектов, занимающих большую часть времени до разрушения, и короткий отрезок быстрого роста активности АЭ перед макроскопическим разрушением образца [6]. Учет уменьшения модуля Юнга на участке $x = 0$, $0 \leq y \leq \beta$ осуществим аналогично (9) при растяжении элементарного слоя напряжениями $\sigma_y = \sigma_0$. В обоих случаях, возникающих одновременно, сжатие и растяжение слоев вызывают соответствующее образование касательных напряжений, действующих на линиях $y = 0$, $\alpha \leq x \leq 1$ и $x = 0$, $\beta \leq y \leq 4$.

Другими словами, по границе сжимаемого (растягиваемого) слоя в непосредственной окрестности $y = 0$ ($x = 0$) с модулем Юнга $E(x)$ ($E(y)$) возникают касательные напряжения $\tau(x)$ ($\tau(y)$), которые и проецируются на ось $x = 0$ ($y = 0$). При наличии экспериментальных данных по смещениям боковых граней образца и АЭ по образованию пор (трещин) из решения прямых задач можно определить касательные напряжения, вызывающие такое деформирование. С другой стороны, варьируя величиной $E(x)$ на участке $0 \leq x \leq \alpha$, можно “градуировать” мощность АЭ, вызывающей рост и слияние пор (т. е. степень изменения упругих характеристик). Аналогичная ситуация может возникать при смещении контура выработки, приводящего к образованию “слабой” точки (разрушение на контакте слоев пород [8]), развивающейся в кольцевой слой зональной дезинтеграции [9, 10], т. е. накоплению и развитию повреждений в массиве пород.

На рис. 2 приведены расчеты смещений компоненты $u(y)$ на грани Γ_1 ($x = 1$, $0 \leq y \leq 4$), учитывающие только изменение $E(x)$ для $0 \leq x \leq 0.25$, $y = 0$ и обеспечивающие значения $\sigma_y = 0.95\sigma_0$, $\tau = 0$ на этом участке. Для $0.25 \leq x \leq 1$ касательные напряжения аппроксимировались выражением $\tau(x) = B(1-x)$. Кривые 1–4 на рис. 2 получены для значений $B = 0.25; 0.15; 0.1; 0.05$ соответственно и показывают, что с уменьшением модуля Юнга исходного состояния увеличивается размер и характер сужения. Сужение (шейка) существенно растет, если учесть дополнительно уменьшение модуля Юнга $E(y)$.

Чтобы использовать теорию упругости для описания разупрочнения (накопления повреждений), необходимо связать изменение упругих свойств с параметром, характеризующим повреждаемость, который фиксируется, например, АЭ. При этом реализуется “мгновенное” изменение напряжений и образование новых поверхностей растущих трещинами пор, а участок разупрочнения не рассматривается благодаря скачкообразному изменению механического состояния. На необходимость введения дополнительного параметра как количественной меры нарушения сплошности структурированной среды указывает тот факт, что образование и накопление микроповреждений и потеря упругих свойств происходит при достижении критического напряженно-деформированного состояния. Будем считать, что повреждаемость для исходного материала равна нулю и растет по мере накопления нарушений сплошности (дефектов).

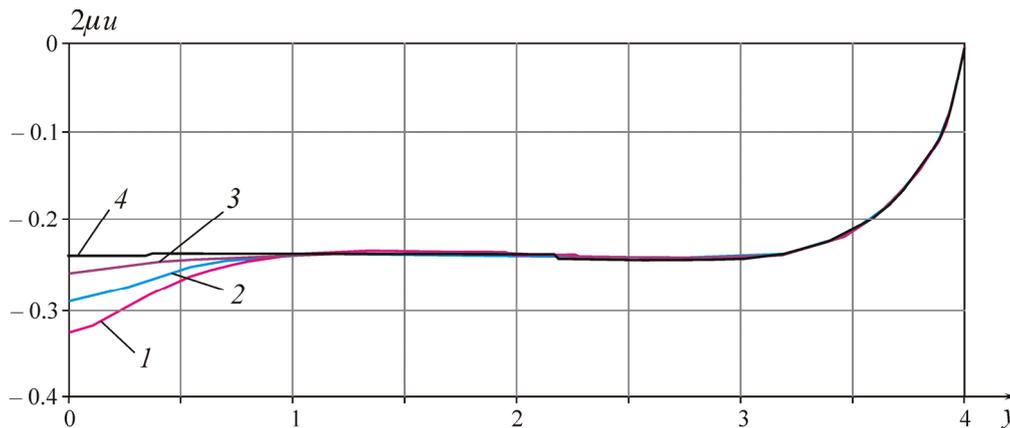


Рис. 2. Смещения боковой грани Γ_1

Известно, что отсутствие повторяемости картины явления разрушения блоков пород в деталях свойственно и физическим экспериментам по разрушению [3–5, 11]. Как показали расчеты, этот факт объясняется не только чувствительностью сценариев развития процесса роста пор к неоднородности, но и небольшими вариациями усилий, передаваемых от нагружающего устройства к образцу.

В настоящее время отсутствует единая общепринятая математическая модель очагов разрушения породных образцов при их растяжении с образованием “шейки”, с помощью которой можно было бы количественно смоделировать предлагаемые способы разрушения. Представляет трудности и проведение адекватных экспериментов испытания образцов, находящихся в состоянии предразрушения при одноосном их нагружении.

Автором рассмотрены возможные изменения модуля Юнга в породном образце и соответствующие способы математического моделирования в таких ситуациях. Это важно, поскольку пока нет необходимых количественных данных по регистрации АЭ и смещениям боковых граней образцов, отвечающих заданному процессу нагружения.

Перейдем далее к описанию алгоритма последовательных приближений в предположении наличия необходимых результатов по записям АЭ и замеров смещений боковых граней образца. Это предполагает знание зависимости частоты образования пор по $y=0$, $0 \leq x \leq 1$ (в том числе и величины α) и по $x=0$, $0 \leq y \leq h$ (в том числе и величины β) и момент начала образования утончения (при соответствующем усилии). Зависимость результатов АЭ связываем с изменением модуля Юнга и по формуле (9) определяем дополнительное укорочение элемента $y=0$, $0 \leq x \leq 1$, вызванное изменением $E(x)$. Это значение (Δ) больше утончения, так как элемент $y=0$, $0 \leq x \leq 1$, укорачиваясь, вызовет касательные напряжения, уменьшающие Δ .

Для известного $E(x)$ по формуле (9) вычислим смещения $u(x)$, $0 \leq x \leq 1$. Тогда для рассматриваемой области можно сформулировать граничные условия на Γ_4 в виде

$$v = 0, \quad u = u(x), \quad (10)$$

а на Γ_1 , Γ_2 и Γ_3 — те же условия (1) и (2)–(5), которые определяют действительную и мнимую части $f(t)$ из (7), т. е. нормальные и касательные напряжения. Существенно, что условие (10) позволяет контролировать нормальные и касательные напряжения в зоне разрушения $y=0$, $0 \leq x \leq 1$. Варьируя величиной $E(x)$, по измеренным смещениям $u(y)$ на Γ_1 можно установить соответствие между концентрацией пор и изменением модуля Юнга. Изменение упругих характеристик приводит к концентрации пор на $y=0$ в окрестности $0 \leq x \leq \alpha$, что позволяет мо-

делировать геомеханическую ситуацию в этой области разрезом с соответствующими механическими связями. Вне разреза изменение $E(x)$ характеризуется, как и ранее, величиной концентрации пор. Варьируя величиной $\sigma_y = \gamma\sigma_0$, $0 \leq \gamma \leq 1$ на $0 \leq x \leq \alpha$, вычисляем γ на данный момент времени. Естественно, что рассматриваемая последовательность нахождения $E(x)$ определяется необходимой полнотой и адекватностью натуральных экспериментов (АЭ и смещения периметра), а пересчет деформирования проводится аналитически.

ВЫВОДЫ

1. Описан алгоритм математического моделирования процесса накопления и развития поврежденности в породном образце при растяжении с образованием зоны утончения в центральной его части.

2. Показано, что места наиболее интенсивного трещино- или порообразования находятся на осях симметрии образца. Опираясь на это, проведены теоретические исследования в рамках упругой модели при наличии экспериментальных данных для интерпретации процесса разрушения, т. е. сформулирован новый класс обратных задач.

3. Класс обратных задач объединяет не только классические обратные задачи механики горных пород, но и ставит проблему учета структуры пород, предъявляя дополнительные требования к экспериментальным исследованиям. Здесь предполагается необходимость использования данных, например акустической эмиссии, с тестовыми испытаниями для получения количественной меры повреждаемости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Миренков В. Е., Красновский А. А. К вопросу накопления повреждений в кусочно-однородном блоке пород при сжатии // ФТПРПИ. — 2012. — № 4.
2. Миренков В. Е. О некоторых некорректных задачах в геомеханике // ФТПРПИ. — 2011. — № 3.
3. Ужик Г. В. Метод определения сопротивления материалов разрушению от отрыва // Изв. АН СССР. ОТН. — 1948. — № 10.
4. Perzyna P., Pecherski R. B. Analysis of strain rate effects on ductile fracture of metals, Arch. Mechanics, 1983, Vol. 35.
5. Roy G. L., Embury J. D., Edward G., and Ashby M. F. A model of ductile fracture based on the nucleation and growth of voids, Acta Metall, 1981, Vol. 29.
6. Щербаков И. П., Куксенко В. С., Чмель А. Е. Накопительная стадия сигналов акустической эмиссии при компрессионном и ударном разрушении гранита // ФТПРПИ. — 2012. — № 4.
7. Миренков В. Е. Моделирование процессов деформирования образцов пород // ГИАБ. — 2009. — № 11.
8. Миренков В. Е. О возможности разрушения подработанных пород в массиве // ФТПРПИ. — 2009. — № 2.
9. Шемякин Е. И., Фисенко Г. Л., Курленя М. В., Опарин В. Н. и др. Эффект зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок // ДАН СССР. — 1986. — Т. 289. — № 5.
10. Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Розенбаум М. А. и др. Зональная дезинтеграция горных пород и устойчивость подземных выработок. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008.
11. Усольцева О. М., Назарова Л. А., Цой П. А., Назаров Л. А., Семенов В. Н. Исследование генезиса и эволюции нарушений сплошности в геоматериалах: Теория и лабораторный эксперимент // ФТПРПИ. — 2013. — № 1.

Поступила в редакцию 25/III 2013