

УДК 532.546

## ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА ИЗ ПОДЗЕМНОГО РЕЗЕРВУАРА ПРИ БОЛЬШОМ НАЧАЛЬНОМ ПЕРЕПАДЕ ДАВЛЕНИЯ

Т. П. Мирошниченко\*, Н. А. Луценко<sup>\*,\*\*</sup>, В. А. Левин<sup>\*,\*\*</sup>

\* Дальневосточный федеральный университет, 690950 Владивосток, Россия

\*\* Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, 690041 Владивосток, Россия  
E-mails: taisia.miroshnichenko@gmail.com, nickl@inbox.ru, levin@imec.msu.ru

Исследован процесс фильтрации газа из подземного резервуара через слой пористой среды, возникающий вследствие мгновенного повышения давления газа в резервуаре. Задача рассмотрена в одномерной постановке в общем случае, когда температуры газа и пористой среды различны и непостоянны, а также в случае большой теплоемкости твердой фазы и высокой скорости межфазного теплообмена. Проанализирована динамика расхода газа на входе и выходе из подземного резервуара, получены оценки времени разгрузки системы в зависимости от проницаемости пористой среды. Показано существование двух характерных режимов истечения газа в зависимости от свойств пористого слоя: быстрого режима разгрузки и медленного режима, определяемого в основном процессами бародиффузии.

Ключевые слова: фильтрация газа, взрыв газа, бародиффузия.

DOI: 10.15372/PMTF20150513

**Введение.** Изучение течений жидкостей и газов через пористые среды обусловлено необходимостью оптимизации режимов эксплуатации нефтяных и газовых месторождений, решения проблем, возникающих при гидротехническом строительстве, и т. д. [1–4]. В настоящее время существует большое количество работ, посвященных созданию численных моделей течений жидкости и газа в пористых средах [5–8]. Однако изучение фильтрационных течений, в частности ударно-волновых процессов в грунте, также остается актуальной задачей [9].

Настоящая работа посвящена исследованию процесса истечения газа из подземного резервуара, инициированного резким значительным повышением давления газа. Внезапное повышение давления приводит к возникновению движения газа в пористой среде и истечению его в открытое пространство с атмосферным давлением. Целью данной работы является изучение динамики газа в пористой среде и особенностей течения газа на входе и выходе из подземного резервуара, а также оценка времени разгрузки в зависимости от проницаемости и толщины слоя пористого грунта. В настоящей работе задача

---

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (договор № 14.Y26.31.0003, соглашение № 14.575.21.0009), Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 12-01-31064-мол-а), Дальневосточного федерального университета (программа “Научный фонд”), ДВО РАН (грант № 15-I-4-021).

об истечении газа из подземного резервуара через пористый грунт решается численно в одномерной постановке.

**Математическая модель.** Рассмотрим задачу об истечении газа из полости высотой  $H_0$  через слой пористой среды высотой  $H$  в открытое пространство, давление в котором равно атмосферному, в одномерной постановке. Математическая модель процесса фильтрации основана на модели двух взаимодействующих взаимопроникающих континуумов и включает законы сохранения массы, импульса и энергии. Поскольку градиент давления очень большой, при описании движения газа вместо классического уравнения Дарси используется закон сохранения импульса [10]. Пористая среда считается неподвижной и однородной, а газ — идеальным. Полагается, что в уравнениях энергии для газа и пористой среды интенсивность межфазного теплообмена пропорциональна разности температур газа и пористого каркаса. В одномерном случае система уравнений, описывающая нестационарное течение газа в пористой среде, может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} &= 0, & \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x} - a \frac{\mu}{k} v - g\rho, \\ (1-a)\rho_c C_c \frac{\partial T}{\partial t} &= -\alpha(T - T_g) + (1-a)\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \\ a\rho C_p \left( \frac{\partial T_g}{\partial t} + v \frac{\partial T_g}{\partial x} \right) &= \alpha(T - T_g) + a \left( \frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} \right) + a\lambda_g \frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2} + a^2 \frac{\mu}{k} v^2, \\ p &= R\rho T_g, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\rho$ ,  $v$ ,  $p$  — плотность, скорость и давление газа;  $a$  — пористость;  $\mu$  — динамическая вязкость газа;  $g$  — ускорение свободного падения;  $k$  — коэффициент проницаемости твердой фазы;  $\rho_c$  — плотность твердой фазы;  $C_p$ ,  $C_c$  — теплоемкости газа при постоянном давлении и твердой фазы соответственно;  $T$ ,  $T_g$  — температура твердой фазы и газа соответственно;  $\alpha$  — константа, определяющая интенсивность межфазного теплообмена;  $\lambda$ ,  $\lambda_g$  — теплопроводность твердой фазы и газа;  $R$  — газовая постоянная.

Введем следующие обозначения:  $u = av$  — скорость фильтрации газа,  $q = \rho u$  — расход газа. В начальный момент времени давление и температура газа в резервуаре считаются заданными. Полагается, что в последующие моменты времени параметры газа в резервуаре зависят только от времени, т. е. в каждый фиксированный момент времени значения параметров газа одинаковы во всем резервуаре и соответствуют значениям параметров на входе в пористый слой. Масса газа в резервуаре меняется по закону  $dM/dt = -q$ , где  $M(t) = H_0 \rho_r(t)$ , процесс истечения газа считается адиабатическим. Эти условия используются для расчета давления и температуры газа в резервуаре. Поскольку газ истекает в атмосферу, давление на выходе из пористой среды известно. На обеих границах пористого слоя заданы условия теплообмена. Следует отметить, что значение расхода газа на границах пористой среды является неизвестной величиной и должно определяться в ходе решения. Таким образом, граничные условия для пористого слоя можно представить в виде

$$\begin{aligned} p(t, 0) &= p_r(t), & T_g(t, 0) &= T_{gr}(t), & \frac{\partial T(t, 0)}{\partial x} &= \frac{a_*}{\lambda} (T(t, 0) - T_{gr}), \\ p(t, H) &= p_0, & \frac{\partial T_g(t, H)}{\partial x} &= 0, & \frac{\partial T(t, H)}{\partial x} &= \frac{a_*}{\lambda} (T_g(t, H) - T(t, H)). \end{aligned}$$

Здесь  $p_r$ ,  $T_{gr}$  — давление и температура газа в резервуаре;  $a_*$  — коэффициент теплоотдачи;  $p_0$  — атмосферное давление. Распределение величин в пористой среде в начальный момент времени определяется условием отсутствия движения в среде.

**Численная модель и результаты расчетов.** В зависимости от перепада давлений в начальный момент времени и свойств пористой среды распределение давления может иметь вид устойчивой ударной волны или являться достаточно гладким. Поэтому применение большинства стандартных схем приводит либо к появлению в численном решении нежелательных осцилляций (для схем четного порядка точности), либо к излишнему сглаживанию фронта волны (для схем нечетного порядка точности). При решении задачи был реализован численный алгоритм Залесака, который, по сути, является модификацией алгоритма коррекции потоков ФСТ [11], но в отличие от него легко обобщается на многомерный случай, не требуя расщепления по направлениям в пространстве. Поэтому этот алгоритм может быть использован для расчета подобной задачи в дву- и трехмерной постановках. Заметим, что в данном алгоритме комбинируются две схемы низкого и высокого порядка. Расчет потока переноса методом низкого порядка осуществлялся по схеме Русанова, высокого — по схеме Мак-Кормака второго порядка точности. Устойчивость схемы обеспечивалась ограничением шага по времени условием Куранта — Фридрихса — Леви. Для расчета неизвестных величин на границах применялась экстраполяция решения изнутри области.

В расчетах использовались следующие значения параметров, соответствующие задаче о прохождении потока воздуха через слой грунта:  $a = 0,3$ ,  $a_* = 10$  Дж/(м<sup>2</sup>·К·с),  $C_c = 920$  Дж/(кг·К),  $C_p = 10^3$  Дж/(кг·К),  $H = 30$  м,  $H_0 = 3$  м,  $k = 10^{-8}$  м<sup>2</sup>,  $p_0 = 20 \cdot 10^5$  Па,  $T_0 = 1500$  К,  $R = 277$  м<sup>2</sup>/(К·с<sup>2</sup>),  $\mu = 2 \cdot 10^{-5}$  кг/(м·с),  $\alpha = 10^3$  Дж/(м<sup>3</sup>·К·с),  $\gamma = 1,4$ ,  $\rho_c = 2,2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $\lambda = 1,2$  Вт/(м·К),  $\lambda_g = 0,025$  Вт/(м·К).

Расчетная область была разбита на 1800 интервалов. Тестирование задачи показало, что при использовании более мелких сеток различие полученных значений давления в резервуаре не превышало 1,5 %. На рис. 1 показаны распределения давления и плотности газа в пористом слое в различные моменты времени.

Значение проницаемости твердой пористой среды  $k = 10^{-8}$  м<sup>2</sup>, используемое в расчетах, считается большим для реальных сред. Обычно проницаемость грунта имеет меньшие значения:  $k = 10^{-10} \div 10^{-13}$  м<sup>2</sup>. Однако при взрыве в породе образуются трещины, вследствие чего увеличивается ее пропускная способность. Несмотря на высокую проницаемость, учитываемую при расчете, возникшая в момент взрыва газа ударная волна быстро вырождается в волну сжатия, в которой давление изменяется плавно. Следует отметить, что вблизи границы между пористой средой и воздухом плотность газа меньше, чем в от-

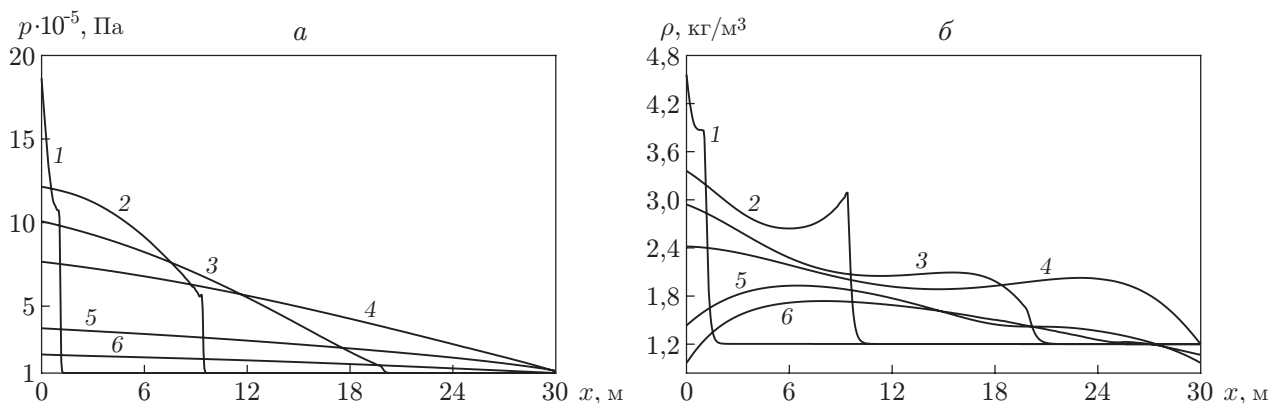


Рис. 1. Распределения давления (а) и плотности (б) газа в пористом слое в различные моменты времени:

1 —  $t = 0,001$  с, 2 —  $t = 0,01$  с, 3 —  $t = 0,03$  с, 4 —  $t = 0,1$  с, 5 —  $t = 0,5$  с, 6 —  $t = 1$  с

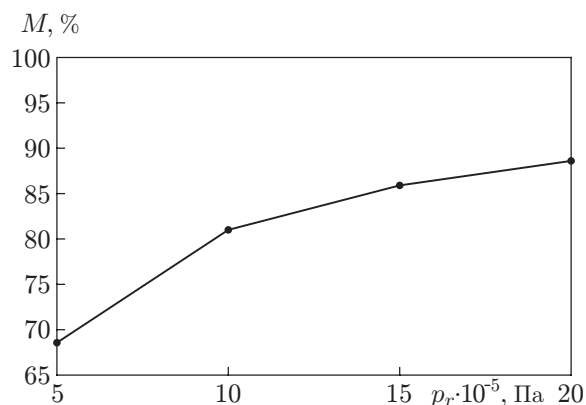


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость относительной массы выходящего газа от начального давления в резервуаре

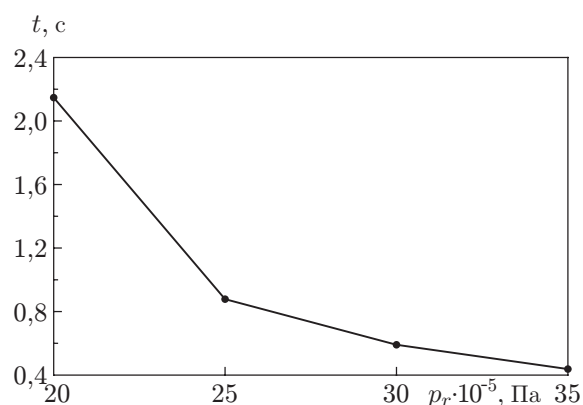


Рис. 3

Рис. 3. Зависимость времени выхода газа из резервуара в атмосферу от начального давления

крытом пространстве в начальный момент времени. Это явление можно объяснить тем, что вблизи границ давление уменьшается быстрее, чем температура газа.

Вычислив площади криволинейных трапеций, ограниченных двумя кривыми зависимости расхода газа на нижней и верхней границах расчетной области от времени, можно определить массу газа, прошедшего через границы этой области в течение выбранного интервала времени.

Расчеты показали, что при выбранных параметрах задачи длительность быстрой фазы разгрузки, в течение которой практически весь газ выходит из резервуара, составляет 1/5 общего времени разгрузки. В оставшееся время происходит медленный фильтрационный процесс, при котором давление плавно уменьшается до значений, равных давлению в окружающем пространстве. В случае менее проницаемых сред промежутки времени, в течение которого газ выходит из резервуара, существенно увеличивается: при значении коэффициента проницаемости  $k = 10^{-7} \text{ м}^2$   $t_c = 0,437 \text{ с}$ , при  $k = 10^{-8} \text{ м}^2$   $t_c = 5,211 \text{ с}$ , при  $k = 10^{-9} \text{ м}^2$   $t_c = 71,022 \text{ с}$ , при  $k = 10^{-10} \text{ м}^2$   $t_c = 730,277 \text{ с}$ .

На рис. 2 приведена зависимость относительной массы выходящего газа от начального давления в резервуаре. На рис. 3 представлена зависимость времени, через которое газ, находящийся в резервуаре, выходит в атмосферу, от начального давления. Эти данные необходимо учитывать, так как в резервуаре могут находиться газы, представляющие опасность для жизни и здоровья людей, а также для окружающей среды.

**Фильтрация при большой теплоемкости твердой фазы и интенсивном межфазном теплообмене.** Если теплоемкость твердой фазы существенно больше теплоемкости газа, то при истечении газа из подземного резервуара нагревом твердой пористой среды можно пренебречь, а температуру твердой фазы можно считать постоянной. Рассмотрим процесс, происходящий при таких условиях, более подробно. Особый интерес представляет случай интенсивного теплообмена между газом и пористой средой, который может иметь место при интенсивном турбулентном течении газа в пористой среде. В этом случае будем использовать значение коэффициента теплообмена  $\alpha = 10^5 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К} \cdot \text{с})$ , остальные значения параметров те же, что и в рассмотренной выше задаче. На рис. 4 приведены профили давления внутри пористого тела в различные моменты времени. При анализе влияния интенсивного теплообмена на основные параметры процесса значение

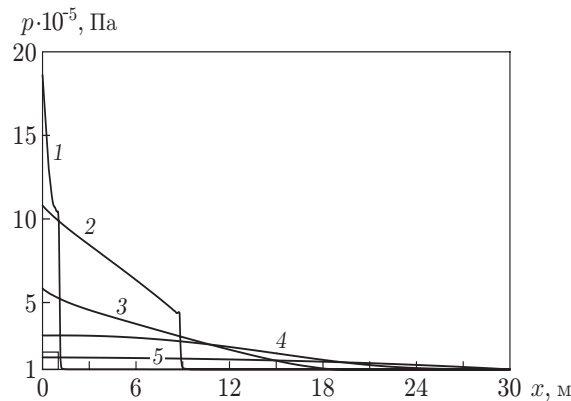


Рис. 4. Распределение давления газа в пористой среде в случае интенсивного теплообмена в различные моменты времени:

1 —  $t = 0,001$  с, 2 —  $t = 0,01$  с, 3 —  $t = 0,03$  с, 4 —  $t = 0,1$  с, 5 —  $t = 1$  с

коэффициента проницаемости было выбрано таким же, как в случае более слабого теплообмена, описанном выше.

Расчеты показали, что, так же как и в первом случае, ударная волна существует лишь в окрестности подземного резервуара. Наличие интенсивного теплообмена приводит к быстрому охлаждению газа, что в свою очередь обуславливает более медленное истечение газа из пористой среды в начале процесса по сравнению с рассмотренным выше случаем. При этом время выхода газа в атмосферу в обеих задачах приблизительно одно и то же.

**Бародиффузионное приближение.** Быстрое разрушение ударной волны, последующее понижение давления и сглаживание его профиля позволяют предположить, что движение газа через достаточно толстый слой пористой среды определяется процессами бародиффузии. В бародиффузионном приближении скорость газа можно считать малой величиной, возмущения плотности и давления — малыми и по порядку величины пропорциональными скорости, а температуру газа — постоянной и равной температуре в “нормальных” условиях. Очевидно, что это приближение справедливо в области вдали от резервуара, где ударная волна разрушилась и ее интенсивность уменьшилась. Поскольку процесс бародиффузии достаточно медленный по сравнению с временем пробега ударной волны до разрушения, этот процесс определяет характерное время разгрузки в больших областях, занимаемых плохо проницаемой средой. Считая возмущения давления  $p_*$  и плотности  $\rho_*$  малыми по сравнению с давлением и плотностью окружающей среды и сохраняя в уравнениях (1) только линейные по скорости и возмущениям плотности и давления члены, можно получить следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial p_*}{\partial t} + p_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p_*}{\partial x} = -\frac{a\mu}{k} v.$$

Исключая скорость из этих уравнений, можно получить уравнение диффузионного типа для возмущений давления

$$\frac{\partial p_*}{\partial t} - \frac{kp_0}{a\mu} \frac{\partial^2 p_*}{\partial x^2} = 0.$$

Если в начальный момент времени в пористой среде имелось локальное возмущение давления, то давление увеличится на расстоянии  $H$  от источника возмущений по истечении характерного времени

$$t_c \approx a\mu H^2 / (kp_0). \quad (2)$$

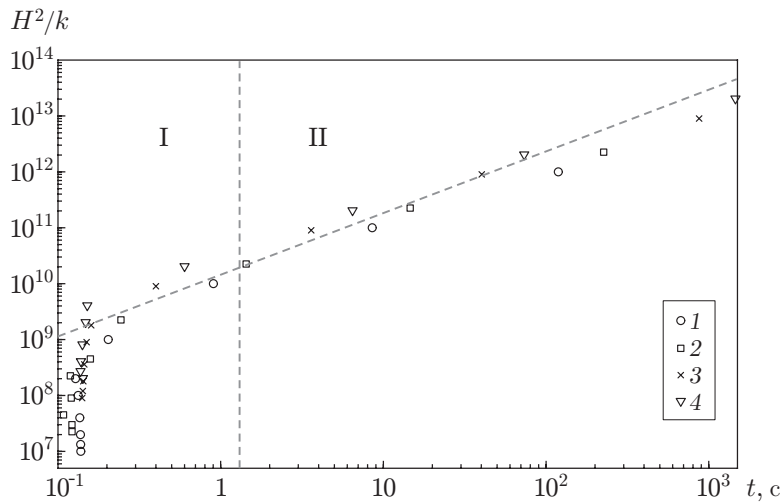


Рис. 5. Зависимость величины  $H^2/k$  от времени при различных значениях толщины пористого слоя:  
 1 —  $H = 10$  м, 2 —  $H = 15$  м, 3 —  $H = 30$  м, 4 —  $H = 45$  м; I — область режима с выходящей ударной волной, II — область бародиффузионного режима

На рис. 5 представлена зависимость безразмерной величины  $H^2/k$  от времени, в течение которого происходит истечение газа, при  $k = 10^{-10} \div 10^{-5} \text{ м}^2$  и различных значениях толщины пористого слоя. Область слева от вертикальной штриховой линии (область I) соответствует режиму с выходящей ударной волной. Этот случай реализуется при достаточно большой проницаемости среды. Область справа от штриховой линии (область II) соответствует бародиффузионному процессу [12]. В этом случае зависимость величины  $H^2/k$  от характерного времени разгрузки является линейной, что следует из приближенной формулы (2). Таким образом, даже при небольшой толщине пористого слоя значение  $k = 10^{-8} \text{ м}^2$  является достаточным для рассеивания ударной волны.

**Заключение.** Рассмотрена одномерная задача об истечении газа из резервуара через пористый слой при больших перепадах давления в двух постановках: в общем случае двухтемпературного течения и в частном случае большой теплоемкости твердой фазы и сильного межфазного теплообмена. Задача решена численно, приведены примеры расчетов для пористых сред с различной проницаемостью.

Установлено, что при интенсивном теплообмене и постоянной температуре твердой фазы выход газа в атмосферу в начале процесса происходит медленнее, чем в общем случае неизотермического течения. В обоих случаях возникающая в начальный момент ударная волна существует лишь в начале процесса, а затем ее интенсивность существенно уменьшается даже в хорошо проницаемой пористой среде.

Исследована динамика расхода газа на границах анализируемой области. Рассчитано время выхода основной массы газа из резервуара после взрыва. Обнаружено, что существует два режима истечения газа, при которых ударная волна либо выходит в атмосферу, либо превращается в обычную волну сжатия. В случае когда ударная волна диссипирует, время разгрузки определяется процессами бародиффузии. Для этого случая получены аналитические оценки характерного времени разгрузки.

Авторы выражают благодарность С. С. Минаеву за полезные обсуждения данной работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Лейбензон Л. С.** Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.: Гостехтеоретиздат, 1947.
2. **Чарный И. А.** Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963.
3. **Баренблатт Г. И.** Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа / Г. И. Баренблатт, В. М. Ентов, В. М. Рыжик. М.: Недра, 1972.
4. **Полубаринова-Кочина П. Я.** Теория движения грунтовых вод. Изд. 2-е. М.: Наука, 1977.
5. **Куропатенко В. Ф., Буряков О. В., Мустафин В. К. и др.** Методика расчета нестационарных течений в многослойных неравновесных смесях веществ // Мат. моделирование. 1992. Т. 4, № 9. С. 82–100.
6. **Кубанова А. К., Сагомоян Е. А.** Численное моделирование течения газа в пористой среде // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика, механика. 2004. № 6. С. 63–65.
7. **Русаков В. С., Русаков С. В., Щипанов А. А.** Численное моделирование однофазного течения в пористой среде с учетом взаимовлияния микротрещины — поры // Вестн. Перм. ун-та. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2009. Вып. 3. С. 96–101.
8. **Левин В. А., Луценко Н. А.** Нестационарные течения газа через осесимметричные пористые тепловыделяющие объекты // Мат. моделирование. 2010. Т. 22, № 3. С. 26–44.
9. **Киселев С. П.** Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах / С. П. Киселев, Г. А. Руев, А. П. Трунев и др. Новосибирск: Наука. Сиб. издат. фирма, 1992.
10. **Нигматулин Р. И.** Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
11. **Zalesak S. T.** Fully multidimensional flux-corrected transport algorithms for fluids // J. Comput. Phys. 1979. V. 31, N 3. P. 335–362.
12. **Ландау Л. Д.** Теоретическая физика: Учеб. пособие: В 10 т. Т. 6. Гидродинамика. 3-е изд., перераб. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1986.

*Поступила в редакцию 23/X 2013 г.,  
в окончательном варианте — 24/X 2014 г.*

---