УДК 622.691.4:622.279.72

ОБОБЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ГИДРАТОВ В МАГИСТРАЛЬНЫХ ГАЗОПРОВОДАХ

Э. А. Бондарев, И. И. Рожин, К. К. Аргунова

Институт проблем нефти и газа СО РАН, 677980 Якутск, Россия E-mails: bondarev@ipng.ysn.ru, rozhin@ipng.ysn.ru, akk@ipng.ysn.ru

В вычислительном эксперименте исследовано влияние изменения проходного сечения магистрального газопровода при образовании гидратов на коэффициент гидравлического сопротивления и динамику температуры и давления с учетом квазистационарного теплообмена с многолетнемерзлым грунтом. Рассмотрен случай, когда в газопровод подается влажный газ, и наряду с другими параметрами определяется динамика гидратообразования. Расчеты проводятся до тех пор, пока давление на выходе не становится ниже нормативного. В результате проведенного эксперимента установлено, что расчеты по модели, в которой коэффициент гидравлического сопротивления считается постоянным, приводят к существенному занижению значения допустимого времени работы газопровода. Следовательно, при математическом моделировании образования гидратов в системах транспортировки природного газа необходимо учитывать взаимосвязь процессов теплообмена и гидродинамического взаимодействия газа со стенками трубопровода.

Ключевые слова: сопряженные задачи теплообмена, транспортировка природного газа, гидраты природного газа.

DOI: 10.15372/PMTF20190312

В работах [1, 2] дана оценка влияния образования гидратов на технологические параметры современного магистрального газопровода, построенного в арктическом регионе России, т. е. в зоне многолетней мерзлоты. Исследование проведено на примере первого участка газопровода "Сила Сибири" (от Чаяндинского месторождения до г. Ленска). При этом полагалось, что коэффициент гидравлического сопротивления является постоянным, а влияние гидратообразования проявляется через изменение площади проходного сечения. В настоящей работе математическая модель исследуемого процесса обобщается на случай, когда этот коэффициент зависит как от площади проходного сечения, так и от массового расхода газа.

Постановка задачи. В качестве базовой модели используем математическую модель стационарного течения газа в трубах [3, 4], а для описания образования и отложения гидратов — квазистационарную математическую модель [1–9], в которой движение несовершенного газа в трубах описывается в рамках трубной гидравлики, а динамика образования гидрата — в рамках обобщенной задачи Стефана, где температура фазового перехода газ — гидрат существенно зависит от давления в потоке газа. В этой модели уравнения

неразрывности, движения и энергии газа в случае горизонтальной трубы сводятся к системе двух обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений относительно давления и температуры:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\sqrt{\pi}\,\psi M^2}{4\rho_a S^{2,5} S_a^{2,5}};\tag{1}$$

$$\frac{dT}{dx} - \varepsilon \frac{dp}{dx} = \frac{\pi d\alpha}{c_p M} \left(T_e - T \right). \tag{2}$$

Здесь c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении; d — диаметр проходного сечения; $M = \rho_g v S S_0$ — постоянный массовый расход; p — давление; S — безразмерная площадь поперечного сечения; S_0 — размерная площадь поперечного сечения до образования гидратов; T — температура; T_e — температура окружающих мерзлых грунтов; x — координата, направленная вдоль оси трубы; α — суммарный коэффициент теплопередачи; ε — коэффициент дросселирования; v — скорость течения; ψ — коэффициент гидравлического сопротивления; ρ_g — плотность газа. Заметим, что в уравнениях (1), (2) отсутствуют слагаемые, связанные с работой гравитационных сил, т. е. газопровод считается горизонтальным.

Плотность газа связана с давлением и температурой уравнением состояния

$$\rho_g = p/(ZRT),\tag{3}$$

а коэффициент дросселирования — соотношением

$$\varepsilon = \frac{RT^2}{c_p p} \left(\frac{\partial Z}{\partial T}\right)_p,\tag{4}$$

где Z = Z(p,T) — эмпирическая функция, зависящая от отношения давления и температуры к критическим значениям этих величин; $R = 8,314/\mu_g$ — газовая постоянная; $\mu_g = \sum_{i=1}^n y_i \mu_{gi}$ — молярная масса газовой смеси; y_i , μ_{gi} — объемная доля и молекулярная масса *i*-го компонента природного газа.

В расчетах процессов добычи и транспортировки природного газа при небольших (до 10 МПа) давлениях и температурах, значительно отличающихся от критических, используется уравнение Бертло в форме, предложенной в [10]:

$$Z = 1 + \frac{9}{128} \frac{p}{p_c} \frac{T_c}{T} \left(1 - 6 \frac{T_c^2}{T^2} \right).$$
(5)

Критические параметры газовой смеси целесообразно определять с помощью правила Кея [11]

$$p_c = \sum_{i=1}^n y_i p_{ci}, \qquad T_c = \sum_{i=1}^n y_i T_{ci},$$

где p_{ci}, T_{ci} — критические давление и температура *i*-го компонента природного газа.

Уравнение, описывающее изменение площади проходного сечения Sтрубы с течением времени, запишем в безразмерном виде

$$\frac{dS}{d\tau} = b_2 \frac{T_e - T_h(p)}{1 - b_2 \ln S} - b_1 \sqrt{S} \left(T_h(p) - T \right), \tag{6}$$

где $b_1 = \alpha_1 d_0/(4\lambda_h)$; $b_2 = \alpha_2 d_0/(4\lambda_h)$; $\alpha_1 d_0/\lambda_g = 0.023 \operatorname{Pr}^{0.43} (4M/(\pi d_0 \eta_g))^{0.8}/S^{0.9}$ — коэффициент теплообмена между газом и слоем гидрата, зависящий от изменяющейся во времени площади проходного сечения трубы S; λ_g , η_g — теплопроводность и динамическая вязкость газа; α_2 — коэффициент теплообмена между слоем гидрата и мерзлыми грунтами; d_0 — диаметр трубы до образования гидрата; $\tau = (\lambda_h T_c/(\rho_h q_h d_0^2))t$ — безразмерное время; λ_h , ρ_h — теплопроводность и плотность гидрата; q_h — удельная теплота гидратообразования; t — время; $T_h(p) = a \ln p + b$ — равновесная температура образования гидрата. В случае если известен состав газа, эмпирические коэффициенты a и b находятся путем аппроксимации кривой термодинамического равновесия гидратообразования, определяемой с использованием методики Слоана [12]. В уравнении (6) значения температур отнесены к критической температуре газа T_c .

Начальные условия для уравнений (1), (2), (6) запишем в виде

$$p(0) = p_0, \qquad T(0) = T_0, \qquad S(0) = 1.$$
 (7)

В сечениях газопровода, где образуется слой гидрата, т. е. где безразмерная площадь проходного сечения S < 1, коэффициент теплообмена в уравнении (2) заменяется на α_1 , при этом значение температуры грунтов T_e заменяется на равновесную температуру гидратообразования T_h .

Для вывода зависимости коэффициента гидравлического сопротивления ψ газопровода от изменяющейся во времени площади проходного сечения трубы *S* используется полуэмпирическая формула, содержащаяся в отраслевом стандарте ОАО "Газпром" [13]:

$$\psi = 0.067 \left(\frac{158}{\text{Re}} + \frac{2K}{d}\right)^{0,2},\tag{8}$$

где K = 0.03 мм — эквивалентная шероховатость труб в отсутствие внутреннего гладкого покрытия.

С использованием выражения для массового расхода газа и числа Рейнольдса находим

$$\psi = 0.067 \left(\frac{79\pi\eta_g d_0}{M} \left(\pi S\right)^{0.5} + \frac{K}{d_0} \left(\frac{\pi}{S}\right)^{0.5}\right)^{0.2}.$$
(9)

В уравнения (2), (6) входит температура грунтов T_e , которая определяется из решения дифференциального уравнения теплопроводности

$$\tilde{C}(T_e) \frac{\partial T_e}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \,\lambda(T_e) \,\frac{\partial T_e}{\partial r} \right), \qquad r_w < r < r_k, \quad t > 0, \tag{10}$$

где r — радиальная координата; r_w — внешний радиус газопровода; r_k — радиус области теплового влияния; теплопроводность $\lambda(T_e)$ и объемная теплоемкость $\tilde{C}(T_e)$ грунта являются кусочно-постоянными функциями температуры в окрестности фазового перехода лед — вода [2, 7].

Уравнение (10) записано в предположении, что тепловой поток в каждом сечении газопровода распространяется строго радиально. Переход от одного сечения к другому осуществляется путем решения уравнения (2) и граничного условия на внешней стенке газопровода

$$\lambda(T_e) \frac{\partial T_e}{\partial r} = \alpha(T_e - T), \qquad r = r_w.$$
(11)

Для условного радиуса области теплового влияния принимаем условие отсутствия теплового потока

$$\frac{\partial T_e}{\partial r} = 0, \qquad r = r_k.$$
 (12)

Начальное распределение температуры грунта в момент пуска газа задается в виде

$$T_e = T_{fr}, \qquad 0 < x < L,\tag{13}$$

где T_{fr} — температура мерзлых грунтов.



Рис. 1. Изменение температуры газа по длине газопровода и времени: a — при наличии теплоизоляции, δ — в отсутствие теплоизоляции; 1 — при значении ψ , взятом из [13], 2 — при $\psi = 0.02$

Следовательно, для определения температуры и давления газа, а также площади проходного сечения газопровода при его тепловом взаимодействии с мерзлыми грунтами необходимо совместно решить уравнения (1)–(13). Алгоритм численного решения сопряженной задачи теплообмена газопровода с окружающими грунтами описан в работах [2, 7].

Результаты вычислительного эксперимента. Основная цель проведенного эксперимента — оценить влияние изменения площади сечения газопровода на технологические параметры транспортировки газа и динамику гидратообразования для газопровода с теплоизоляцией и газопровода в отсутствие теплоизоляции. Вычисления проводились при следующих исходных данных: $c_p = 2300 \text{ Дж/(kr} \cdot \text{K}), d_0 = 1.4 \text{ м}, L = 200\,000 \text{ м}, q_h = 510\,000 \text{ Дж/kr}, p_0 = 98 \cdot 10^5 \text{ Па}, T_0 = 282,15 \text{ K}, \lambda_g = 0,0307 \text{ Br/(M} \cdot \text{K}), \lambda_h = 1,88 \text{ Br/(M} \cdot \text{K}), \eta_g = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot c, \rho_h = 920 \text{ kr/m}^3, T_{fr} = 271,15 \text{ K}, T_{ph} = 273,15 \text{ K}, q_{ph} = 334\,400 \text{ Дж/(m}^3 \cdot \text{K}), C_s = 2,1 \cdot 10^6 \text{ Дж/(m}^3 \cdot \text{K}), \rho = 1760 \text{ kr/m}^3, \omega = 0,233. Природный газ Чаяндинского месторождения имеет следующий состав (объемные доли, %): CH₄ — 85,1366, C₂H₆ — 4,5969, C₃H₈ — 1,5641,$ *i*-C₄H₁₀ — 0,5886,*i* $-C₅H₁₂ — 0,1734, CO₂ — 0,1441, N₂ — 7,3031, He = 0,4034, H₂ — 0,0646, CH₃OH — 0,0226, H₂O — 0,0026. Для этого состава <math>R = 453,524 \text{ Дж/(kr} \cdot \text{K}), p_c = 45,01 \cdot 10^5 \text{ Па}, T_c = 195,075 \text{ K}, a = 10,73 \text{ K}, b = 117,979 \text{ K}. Maccobiй расход газа равен <math>M = 700 \text{ kr/c}$. На участках с вечномерзлыми грунтами газопровод прокладывается в теплоизоляции "Экстрол-45" толщиной 0,2 м с теплопроводностью 0,029 BT/(m \cdot \text{K}). Предусматривается заглубление стальных труб марки K60 толщиной 0,032 м с теплопроводностью 68 BT/(m \cdot \text{K}) не менее 1 м. В случае безгидратного режима для теплоизолированного газопровода коэфициент теплопередачи $\alpha_0 = 0,141 \text{ Br/(m}^2 \cdot \text{K}),$ для газопровода в отсутствие теплоизоляции $\alpha_0 = 5,804 \text{ Br/(m}^2 \cdot \text{K}).$

Результаты вычислений представлены на рис. 1–5. Как и в работах [1, 2], расчеты проводились до момента времени, когда давление на конце участка уменьшалось до 4 МПа.

Следует отметить, что при использовании формулы (9) время работы газопровода существенно увеличивалось: для теплоизолированного трубопровода — приблизительно с 7,0 до 24,4 ч, для трубопровода в отсутствие теплоизоляции — с 6,3 до 18,5 ч. В первом



Рис. 2. Изменение давления газа по длине газопровода и времени: a — при наличии теплоизоляции, δ — в отсутствие теплоизоляции; 1 — при значении ψ , взятом из [13], 2 — при ψ = 0,02



Рис. 3. Изменение безразмерной площади проходного сечения по длине газопровода и времени:

a — при наличии теплоизоляции, б — в отсутствие теплоизоляции; 1 — при значени
и $\psi,$ взятом из [13], 2 — при $\psi=0,02$



Рис. 4. Изменение температуры гидратообразования по длине газопровода и времени:

a— при наличии теплоизоляции, б
— в отсутствие теплоизоляции; 1 — при значени
и $\psi,$ взятом из [13], 2 — при $\psi=0,02$



Рис. 5. Изменение температуры мерзлых грунтов по длине газопровода и времени:

a — при наличии теплоизоляции, б — в отсутствие теплоизоляции; 1 — при значени
и $\psi,$ взятом из [13], 2 — при $\psi=0,02$

случае и температура, и давление газа почти по всей длине трубопровода были выше, чем во втором случае (ср. поверхности 1, 2 на рис. 1, 2). Такие результаты являются следствием того, что при использовании формулы (9) значение коэффициента гидравлического сопротивления меньше 0,02.

Соответственно, если при $\psi = 0.02$ безразмерная площадь проходного сечения уменьшалась приблизительно до 0.83 для теплоизолированного трубопровода (поверхность 2 на рис. 3,*a*) и приблизительно до 0.87 для трубопровода в отсутствие теплоизоляции (поверхность 2 на рис. 3,*b*), то при расчетах по формуле (9) она составила 0.50 в первом случае (поверхность 1 на рис. 3,*b*) и 0,60 во втором (поверхность 1 на рис. 3,*b*).

Аналогичные тенденции наблюдались также в поведении температуры гидратообразования: в первом случае почти по всей длине трубопровода она была выше, чем во втором (ср. поверхности 1, 2 на рис. 4). Это справедливо также для температуры в зоне контакта грунта с трубой (ср. поверхности 1, 2 на рис. 5). При этом температура гидратообразования скачкообразно (на 10 K) уменьшается при приближении к выходному сечению, тогда как температура грунта монотонно убывает во времени и в первом, и во втором случае (поверхности 1, 2 на рис. 5).

Заключение. Результаты проведенного вычислительного эксперимента показали необходимость учета взаимосвязи процессов теплообмена и гидродинамического взаимодействия газа со стенками трубопровода при математическом моделировании образования гидратов в системах транспортировки природного газа. Точные оценки роли гидравлического сопротивления возможны лишь после экспериментального изучения степени гладкости (шероховатости) внутренней поверхности гидратного слоя, однако можно предположить, что она будет больше, чем в формуле (9).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Бондарев Э. А., Рожин И. И., Воеводин А. Ф., Аргунова К. К. Термогидродинамика магистрального газопровода "Сила Сибири" // Сб. докл. 12-й Междунар. азиат. шк.-семинара "Проблемы оптимизации сложных систем", Новосибирск, 12–16 дек. 2016 г. Новосибирск: Ин-т вычисл. математики и мат. геофизики СО РАН, 2016. С. 79–86.
- 2. Бондарев Э. А., Рожин И. И., Аргунова К. К. Особенности математического моделирования систем добычи и транспорта природного газа в арктической зоне России // Зап. горного ин-та. 2017. Т. 228. С. 705–716.
- Бондарев Э. А. Термогидродинамика систем добычи и транспорта газа / Э. А. Бондарев, В. И. Васильев, А. Ф. Воеводин, Н. Н. Павлов, А. П. Шадрина. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1988.
- 4. Бондарев Э. А. Решение задач трубной гидравлики в системах добычи и транспорта природного газа / Э. А. Бондарев, А. Ф. Воеводин. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2017.
- 5. Аргунова К. К., Бондарев Э. А., Николаев В. Е., Рожин И. И. Определение интервала гидратообразования в скважинах, пробуренных в многолетнемерзлых породах // Нефтегазовое дело. 2008. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: http://www.ogbus.ru/authors/Argunova/Argunova_2.pdf.
- 6. Аргунова К. К., Бондарев Э. А., Рожин И. И. Математические модели образования гидратов в газовых скважинах // Криосфера Земли. 2011. Т. 15, № 2. С. 65–69.
- 7. Бондарев Э. А., Рожин И. И., Аргунова К. К. Моделирование образования гидратов в газовых скважинах при их тепловом взаимодействии с горными породами // Инж.-физ. журн. 2014. Т. 87, № 4. С. 871–878.

- Бондарев Э. А., Рожин И. И., Аргунова К. К. Обобщение алгоритма определения расхода по замерам давления в системах добычи и транспортировки газа // ПМТФ. 2017. Т. 58, № 5. С. 111–120.
- Бондарев Э. А., Рожин И. И., Аргунова К. К., Воеводин А. Ф. Особенности термогидродинамики магистральных газопроводов в криолитозоне // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. 2017. № 4. С. 18–22.
- Вукалович М. П. Уравнения состояния реального газа / М. П. Вукалович, И. И. Новиков. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1948.
- Kay W. B. Density of hydrocarbon gases and vapors at high temperature and pressures // Industr. Engng Chem. Res. 1936. V. 28. P. 1014–1019.
- 12. Sloan E. D. Clathrate hydrates of natural gases / E. D. Sloan, C. A. Koh. Boca Raton: Taylor and Francis Group: CRC Press, 2008.
- 13. СТО Газпром 2-3.5-051-2006. Нормы технологического проектирования магистральных газопроводов. Введ. 03.07.2006. М.: Полиграфия, 2006.

Поступила в редакцию 18/IX 2018 г., после доработки — 26/XI 2018 г. Принята к публикации 24/XII 2018 г.