

УДК 532.526

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ТЕЧЕНИЯ СОВЕРШЕННОГО ГАЗА ПРИ НАЛИЧИИ ПОПЕРЕЧНОГО ВДУВА СТРУЙ

А. О. Бекетаева, А. Ж. Найманова

Институт математики Министерства образования и науки Республики Казахстан,
050010 Алма-Ата, Казахстан
E-mail: ked@math.kz

Численно исследуется трехмерное сверхзвуковое турбулентное течение при наличии симметричного поперечного вдува круглых струй через щели на стенках. Моделирование осуществляется на основе осредненных по Фавру уравнений Навье — Стокса, решаемых методом Бима — Уорминга. Исследовано влияние отношения давлений в струе и потоке (параметр нерасчетности) на пространственное взаимодействие вдуваемой струи с набегающим потоком. Численно воспроизведены экспериментально полученные распределения давления на стенке вблизи струи, аппроксимируемые криволинейными замкнутыми эллипсами. Изучен механизм образования двух симметричных вихрей в слое смещения между струей и натекающим потоком. Установлено, что результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментально полученными зависимостями длины отрывной зоны от отношения давления в струе и потоке.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, уравнения Навье — Стокса, параметр нерасчетности, число Маха, численное моделирование.

Введение. Интерес к изучению взаимодействия поперечной струи со сверхзвуковым потоком обусловлен прежде всего разработкой новых конструкций самолетов вертикального взлета и посадки, авиационных силовых установок, управляющих вектором тяги, а также проектированием прямоточных воздушно-реактивных двигателей.

Исследования пространственного истечения звуковой струи в сверхзвуковой поток проводятся в течение длительного времени. Результаты изучения взаимодействия поперечной струи с набегающим потоком [1–3] показывают, что, так же как и в случае плоской задачи [4–7], перед струей возникают головной, наклонный и замыкающий скачки уплотнения, которые, пересекаясь в одной точке, образуют сложную λ -образную систему скачков уплотнения. На схеме течения, представленной на рис. 1, данные скачки уплотнения показаны линиями 1–3. Линия стекания потоков 5 соответствует границе скачка уплотнения 2, за которой образуется область отрыва пограничного слоя перед струей. На линии стекания 6 формируется хвостовой скачок уплотнения. Известно, что такой скачок образуется за соплом вдува при натекании на стенку потока, огибающего вдуваемую струю. Линия растекания 7 является границей замыкающего скачка уплотнения 3, на которой поток из области повышенного давления растекается во всех направлениях. Основная часть потока поворачивает вниз к стенке и проникает в зону противоположно направленного отрывного течения. Достигнув стенки, поток растекается по ней от линии 7 в противоположных направлениях. Одна его часть движется навстречу основному потоку, другая поворачивает к струе. Вследствие этого перед струей в зоне отрывного течения возникает

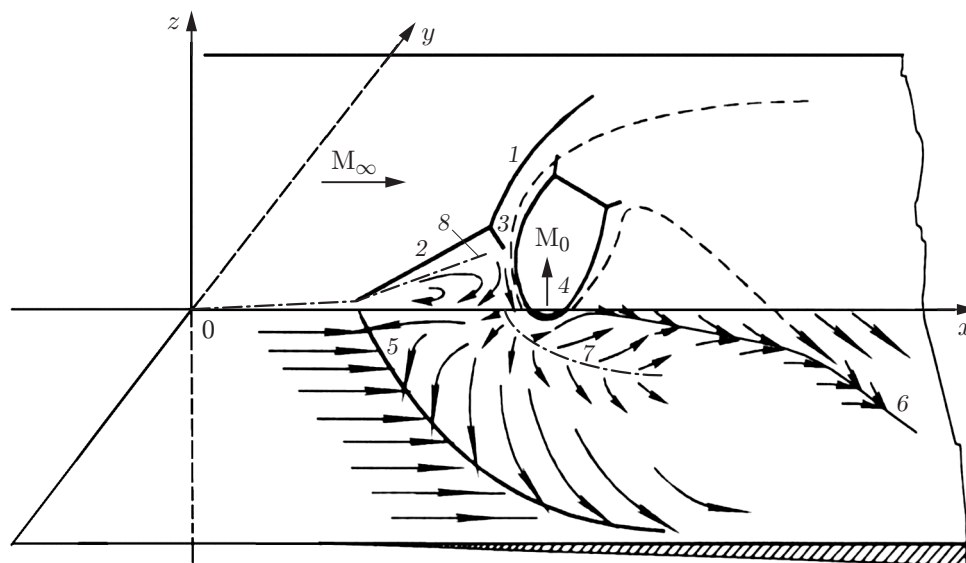


Рис. 1. Схема течения:

1 — головной скачок уплотнения; 2 — наклонный скачок уплотнения; 3 — замыкающий скачок уплотнения; 4 — струя, истекающая в поток; 5 — граница наклонного скачка уплотнения; 6 — линия стекания потока; 7, 8 — линии растекания потока; штриховая линия — граница вдуваемой струи; стрелки — направления потоков

два пространственных вихря, вращающихся в противоположных направлениях, и формируется неоднородная по структуре подковообразная вихревая система [1, 7]. Обобщенная газодинамическая схема взаимодействия вдуваемой струи с набегающим потоком приведена также в работах [2, 3].

Анализ работ [8, 9], посвященных численному моделированию сверхзвуковых пространственных течений одноатомного газа, показывает, что в них не проводилось подробное изучение зависимости структуры течений от параметров рассматриваемой задачи. Вследствие сложности численного решения таких задач во многих работах основное внимание уделяется построению методики решения или моделей турбулентности (см., например, [8, 9]). Из этих работ следует, что ударно-волновая структура и размер области отрыва существенно зависят от параметров рассматриваемой задачи. Например, в [8] численно моделируется вдув сверхзвуковой струи в сверхзвуковой поток под углом 25° к обтекаемой пластине. При описании турбулентного течения используются уравнения для напряжений Рейнольдса. В работе [8] в результате вычислительного эксперимента показано, что в струе имеется пара вихрей. В [9] на основе весовой неосциллирующей схемы высокого порядка аппроксимации численно исследуется взаимодействие сверхзвукового турбулентного потока со струей, вдуваемой из квадратного отверстия на стенке перпендикулярно потоку. Из приведенных в [9] данных не следует, что в струе существуют парные вихри. Все это свидетельствует о необходимости проведения дальнейшего исследования процесса взаимодействия струи с набегающим потоком.

Целью данной работы является численное моделирование вдува круглой звуковой струи перпендикулярно сверхзвуковому потоку в прямоугольном канале. Для удобства вычисления рассматривается вдув струи только с нижней стенки (см. рис. 1). Для решения поставленной задачи метод Бима — Уорринга обобщается на трехмерный случай, при этом вводятся дополнительные диффузионные члены четвертого порядка. (В [10] на примере решения плоской задачи показано, что с использованием данного численного метода с достаточной степенью точности можно проводить расчеты сверхзвукового течения одно-

атомного газа при наличии перпендикулярного вдува струй.) Изучено влияние параметра нерасчетности на ударно-волновую структуру течения.

Постановка задачи. Исходной является система трехмерных осредненных по Фавру уравнений Навье — Стокса для турбулентного течения сжимаемого газа, записанная в декартовой системе координат в консервативной форме:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{E} - \mathbf{E}_v)}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v)}{\partial z} + \frac{\partial (\mathbf{G} - \mathbf{G}_v)}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

Здесь векторы \mathbf{U} , \mathbf{E} , \mathbf{F} , \mathbf{G} определяются выражениями

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E_t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uw \\ (E_t + P)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho wv \\ \rho vw \\ \rho w^2 + P \\ (E_t + P)w \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vw \\ \rho v^2 + P \\ \rho vw \\ (E_t + P)v \end{pmatrix},$$

векторы \mathbf{E}_v , \mathbf{F}_v , \mathbf{G}_v связаны с вязкими напряжениями соотношениями

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_v &= (0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, u\tau_{xx} + v\tau_{xz} + w\tau_{xz} - q_x)^T, \\ \mathbf{F}_v &= (0, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz}, u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} - q_z)^T, \\ \mathbf{G}_v &= (0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{yz}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y)^T, \end{aligned}$$

выражения для компонент тензора напряжения и вектора потоков тепла имеют вид

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= \frac{2}{3} \frac{\mu_t}{\text{Re}} (2u_x - w_z - v_y), \quad \tau_{zz} = \frac{2}{3} \frac{\mu_t}{\text{Re}} (2w_z - u_x - v_y), \quad \tau_{yy} = \frac{2}{3} \frac{\mu_t}{\text{Re}} (2v_y - u_x - w_z), \\ \tau_{xz} = \tau_{zx} &= \frac{\mu_t}{\text{Re}} (u_z + w_x), \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{\mu_t}{\text{Re}} (u_y + v_x), \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \frac{\mu_t}{\text{Re}} (w_y + v_z), \\ q_x &= -\frac{\mu_t}{(\gamma - 1) M_\infty^2 \text{Pr Re}} T_x, \quad q_y = -\frac{\mu_t}{(\gamma - 1) M_\infty^2 \text{Pr Re}} T_y, \quad q_z = -\frac{\mu_t}{(\gamma - 1) M_\infty^2 \text{Pr Re}} T_z, \end{aligned}$$

давление P и температура T определяются выражениями

$$P = (\gamma - 1) \left[E_t - \frac{1}{2} (\rho u^2 + \rho w^2 + \rho v^2) \right], \quad T = \frac{1}{\rho c_v} \left[E_t - \frac{1}{2} (\rho u^2 + \rho w^2 + \rho v^2) \right],$$

$$c_v = \frac{1}{\gamma(\gamma - 1) M_\infty^2},$$

t — время; u , w , v — компоненты вектора скорости потока в продольном и поперечном направлениях; ρ — плотность; c_v — теплоемкость при постоянном объеме; γ — показатель адиабаты; M_0 , M_∞ — числа Маха струи и потока; μ_t — коэффициент турбулентной вязкости; Re — число Рейнольдса; Pr — число Прандтля; индекс “ ∞ ” соответствует параметрам потока.

Исходная система уравнений (1) записана в безразмерной форме. В качестве определяющих параметров приняты параметры на входе u_∞ , ρ_∞ , T_∞ , давление и полная энергия отнесены к значению $\rho_\infty u_\infty^2$, характерным размером длины является диаметр отверстия. Система (1) замкнута с помощью алгебраической модели турбулентности Болдуина — Ломакса [11].

Граничные условия имеют следующий вид:

— на входе ($x = 0, 0 \leq y \leq H_y, 0 \leq z \leq H_z$)

$$u = 1, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad \rho = 1, \quad T = 1;$$

— на нижней стенке ($z = 0, 0 < x \leq H_x, 0 \leq y \leq H_y$)

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = 0;$$

— в струе ($z = 0, |x^2 + y^2| \leq R$)

$$u = 0, \quad v = 0, \quad T = 0,6, \quad w = \sqrt{T} M_0 / M_\infty, \quad P = nP_\infty$$

($n = P_0/P_\infty$ — степень нерасчетности; P_0 — давление в струе; P_∞ — давление в потоке; индекс 0 соответствует параметрам струи).

Вблизи стенки задается пограничный слой, продольная составляющая скорости аппроксимируется следующим образом [4, 12]:

$$u = 0,1z/\delta_2 + 0,9(z/\delta_2)^2, \quad 0 \leq x \leq H_x, \quad 0 \leq z \leq \delta_2, \quad z^+ \leq 70,$$

$$u = (z/\delta_1)^{1/7}, \quad 0 \leq x \leq H_x, \quad \delta_2 \leq z \leq \delta_1, \quad z^+ \geq 70.$$

Здесь $\delta_2 = 0,2\delta_1$ — толщина пристенного слоя; $\delta_1 = 0,37x(\text{Re}_x)^{-0,2}$ — толщина пограничного слоя; $z^+ = \delta_2(u_\tau \text{Re}_x)$; $u_\tau = (C_f/2)^{1/2}u_\infty$; C_f — коэффициент трения потока на стенке.

На верхней границе ($z = H_z, 0 < x \leq H_x, 0 \leq y \leq H_y$) выполняется условие симметрии

$$w = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0,$$

на боковых границах ($y = 0, y = H_y, 0 < x \leq H_x, 0 \leq z \leq H_z$) — условие

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0$$

(H_x, H_z, H_y — длина, высота, ширина расчетной области соответственно; R — радиус отверстия).

На выходной границе задается условие неотражения [13].

Метод решения. Для более точного учета течения в пограничном слое, вблизи стенки (по координате z) и в окрестности щели, т. е. в областях больших градиентов, осуществляется сгущение сетки в продольном и поперечном направлениях с помощью преобразований

$$\xi = \xi(x), \quad \zeta = \zeta(y), \quad \eta = \eta(z).$$

При этом линеаризованная относительно вектора \tilde{U} система уравнений (1) в обобщенных координатах записывается в виде

$$\left\{ I + \Delta t \left[\frac{\partial A_\xi^n}{\partial \xi} + \frac{\partial B_\eta^n}{\partial \eta} + \frac{\partial Q_\zeta^n}{\partial \zeta} - \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\mu_t \xi_x^2}{\text{Re } J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{U_1^n} - \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\mu_t \eta_z^2}{\text{Re } J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{U_1^n} - \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{\mu_t \zeta_y^2}{\text{Re } J} \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{1}{U_1^n} \right] \right\} \tilde{U}^{n+1} =$$

$$= \tilde{U}^n + \Delta t \left[2 \left(\frac{\partial \tilde{E}_{vm}^n}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_{vm}^n}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}_{vm}^n}{\partial \zeta} \right) - \left(\frac{\partial \tilde{E}_{vm}^{n-1}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_{vm}^{n-1}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}_{vm}^{n-1}}{\partial \zeta} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial \tilde{E}_{v22}^n}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_{v22}^n}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}_{v22}^n}{\partial \zeta} \right] + O(\Delta t^2), \quad (2)$$

где $\tilde{\mathbf{U}} = J^{-1}\mathbf{U}$; $J = \partial(\xi, \eta, \zeta)/\partial(x, z, y)$ — якобиан преобразования; $A_\xi = \xi_x A$; $B_\eta = \eta_z B$; $Q_\zeta = \zeta_y Q$; $A = \partial\mathbf{E}/\partial\mathbf{U}$, $B = \partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{U}$, $Q = \partial\mathbf{G}/\partial\mathbf{U}$ — матрицы Якоби. Диффузионные члены представлены в виде суммы вторых производных искомого вектора \mathbf{U} с переменными вязкостями и векторов $\tilde{\mathbf{E}}_{v22}^n$, $\tilde{\mathbf{F}}_{v22}^n$, $\tilde{\mathbf{G}}_{v22}^n$, содержащих остальные, диссипативные члены.

Для диффузионных векторов потоков со смешанными производными $\tilde{\mathbf{E}}_{vm}$, $\tilde{\mathbf{F}}_{vm}$, $\tilde{\mathbf{G}}_{vm}$ используется аппроксимация по явной схеме при равномерном шаге по времени со вторым порядком точности [14].

Система (2) решается методом Бима — Уорминга. Для этого к (2) применяется факторизация, что позволяет свести задачу к трем одномерным уравнениям, которые решаются с помощью матричной прогонки:

$$\begin{aligned} \left\{ I + \Delta t \left[\frac{\partial A_\xi^n}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{\mu_t \xi_x^2}{\text{Re } J} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{U_1^n} \right] \right\} \mathbf{U}^* &= \mathbf{RHS}^n, \\ \left\{ I + \Delta t \left[\frac{\partial B_\eta^n}{\partial \eta} - \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\mu_t \eta_z^2}{\text{Re } J} \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{U_1^n} \right] \right\} \mathbf{U}^{**} &= \mathbf{U}^*, \\ \left\{ I + \Delta t \left[\frac{\partial Q_\zeta^n}{\partial \zeta} - \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{\mu_t \zeta_y^2}{\text{Re } J} \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{1}{U_1^n} \right] \right\} \tilde{\mathbf{U}}^{n+1} &= \mathbf{U}^{**} \end{aligned}$$

(\mathbf{RHS}^n — правая часть системы уравнений (2)).

При аппроксимации производных по пространственным координатам в конвективных и диффузионных членах использованы центрально-разностные операторы со вторым порядком точности.

Анализ результатов расчетов. В расчетах использовались преобразования координат следующего вида [15]:

$$\begin{aligned} \xi &= K + \frac{1}{\tau} \text{arsh} \left[\left(\frac{x}{x_c} - 1 \right) \text{sh}(\tau K) \right], \\ \eta &= H \left[\beta + 1 - (\beta - 1) \left(\frac{\beta + 1}{\beta - 1} \right)^{1-z/a} \right] / \left[\left(\frac{\beta + 1}{\beta - 1} \right)^{1-z/a} + 1 \right], \\ \zeta &= K + \frac{1}{\tau} \text{arsh} \left[\left(\frac{y}{y_c} - 1 \right) \text{sh}(\tau K) \right], \end{aligned}$$

где

$$K = \frac{1}{2\tau} \ln \left[\left(1 + (e^\tau - 1) \frac{x_c}{L} \right) / \left(1 - (e^\tau - 1) \frac{x_c}{L} \right) \right],$$

$\beta > 1$, $\tau > 1$ — параметры сгущения; a — высота расчетной области в обобщенных координатах; x_c , y_c — точки, относительно которых проводится сгущение.

Для подавления высокочастотных возмущений на последнем этапе производилось сглаживание четвертого порядка с малым коэффициентом ε при сглаживающих членах. Расчет проводился на разнесенной по пространственным координатам сетке размером $201 \times 101 \times 81$ с шагами $\Delta x = 0,1 \div 0,5$, $\Delta z = 0,06 \div 0,25$, $\Delta y = 0,1 \div 0,5$, шаг по времени варьировался в диапазоне $\Delta t = 0,025 \div 0,050$.

Предварительно для апробации численного метода в двумерной постановке была решена тестовая задача с условиями симметрии на границах. Рассматривалось обтекание струи газа ($M_0 = 1$, $T = 217 \text{ K}$, $P = 1,24 \text{ мПа}$), вытекающей из щели шириной $0,0559 \text{ см}$,

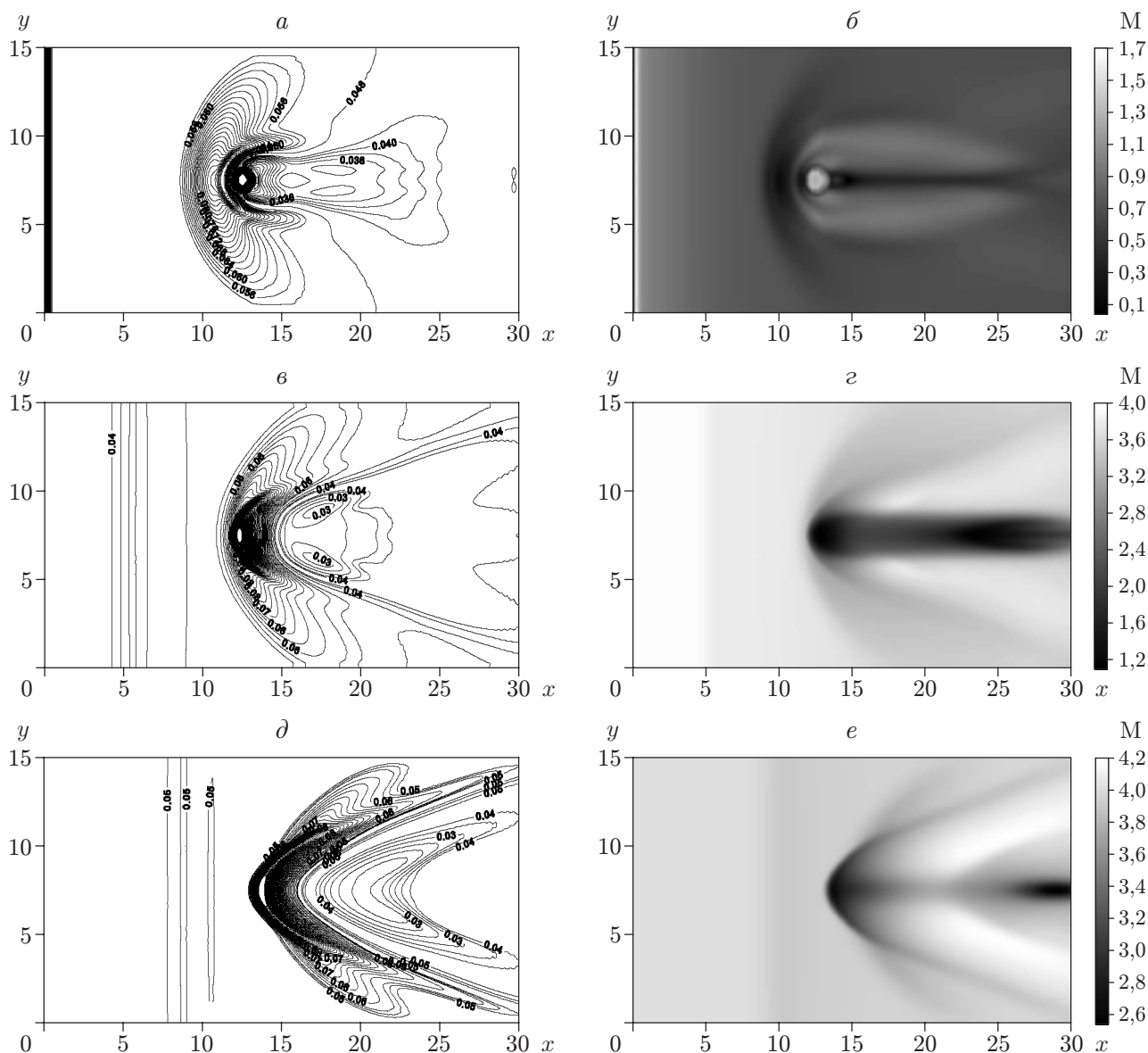


Рис. 2. Изобары (а, в, д) и распределение локального числа Маха (б, г, е) в плоскости x, y в различных сечениях z при $M_\infty = 4, M_0 = 1, n = 10, Pr = 0,9, Re = 10^4, \gamma = 1,4$: а, б — $z = 0,063$; в, г — $z = 1,01$; д, е — $z = 1,8$

поперечным потоком воздуха ($M_\infty = 2,9, T = 108 \text{ К}, P = 0,0663 \text{ мПа}$) в канале прямоугольного сечения. Высота канала 7,62 см, длина 15 см. Полученные результаты расчетов полей скорости и давления на стенке, изложенные в [10], удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными [4, 5].

Численные расчеты проводились при следующих значениях характерных параметров: $Pr = 0,9, M_0 = 1, 2 \leq M_\infty \leq 4, 4 \leq n \leq 15$, расстояние от входной границы до центра струи $x_0 = 12,5$ калибров, $H_x = 30$ калибров, $H_z = 10$ калибров, $H_y = 15$ калибров.

На рис. 2, а, в, д приведены изобары (давление указано в миллипаскалях) в плоскости x, y в различных сечениях z . В экспериментах [1–3] распределение давления на стенке вблизи струи, т. е. изобарические кривые, аппроксимировались криволинейными замкнутыми вложенными эллипсами, давление вдоль которых являлось постоянным. Проведен-

ные численные эксперименты подтверждают такую структуру поля давления. В частности, на рис. 2,*a* видно, что в зоне высоких давлений перед струей изобары представляют собой вложенные эллипсы. Также на рис. 2,*a* видна граница наклонного скачка уплотнения (линия 5 на рис. 1). Линии замыкающего скачка уплотнения (линия 7 на рис. 1) примыкают к струе.

Полученные распределения давления согласуются с распределениями локального числа Маха $M = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} / a$ (a — локальная скорость звука) (см. рис. 2,*б,з,е*). В частности, четко видны граница вдуваемой струи и сверхзвуковая зона вблизи нее, которая возникает в результате ускорения потока, обогнувшего струю.

Тем не менее, несмотря на то что за струей происходит ускорение обогнувшего струю потока, хвостовой скачок уплотнения не формируется.

При изучении истечения струй в сверхзвуковой поток возникает вопрос о глубине, на которую струя проникает в поток. В настоящее время известно, что глубина проникновения не зависит однозначно от отношения количества движения струи и набегающего потока [1–3]. Поля векторов скоростей, представленные на рис. 3, позволяют оценить глубину проникновения вдуваемой струи. Из рис. 3,*a* следует, что течение вблизи стенки имеет четко выраженные границы, приведенные на рис. 1, положение которых согласуется с экспериментальными данными работы [1].

На рис. 3,*б* видно, что размер отрывной зоны перед струей уменьшается в результате уменьшения толщины дозвукового пограничного слоя и почти вплотную приближается к вдуваемой струе, соответственно область обтекания струи потоком сужается. Численные эксперименты показывают, что при уменьшении степени нерасчетности до $n = 4$ в сечении $z = 0,44$ отрывная зона исчезает.

На рис. 3,*в,г* видно, что отрывная зона перед струей отсутствует и поток проходит над препятствием (струей). Это свидетельствует о том, что в сечении $z = 1,01$ имеет место обтекание струи потоком. Из результатов расчетов следует, что в этом случае максимальная глубина проникновения струи составляет 0,91, тогда как при $n = 4$ ее значение равно 0,58.

Таким образом, численные эксперименты показывают, что так же, как и в плоской задаче [10], глубина проникновения струи и размер вихревой зоны перед ней существенно зависят от соотношения давлений в струях и потоке.

Картина полей вектора скорости в области вдува струи, приведенная на рис. 4, позволяет получить представление о процессе формирования боковых вихрей в этой зоне. В зоне перед струей, т. е. на расстоянии от начала расчетной области, равном $x = 11,7$ калибра (см. рис. 4,*a*), наблюдается существенное отклонение потока вверх и его растекание. На рис. 4,*б* ($x = 13,06$) видно, что в области вдуваемой струи поток интенсивно расширяется. Из рис. 4 следует, что в результате столкновения набегающего потока с расширяющейся струей часть его поворачивается по направлению к соплу. Вследствие этого по обе стороны от вдуваемой струи возникает два симметричных вихря. Центр вращения вихрей расположен вне расширяющейся струи, следовательно, вихри образуются в слое смещения струи и потока. Кроме того, над вдуваемой струей наблюдается отклонение вверх натекающего потока, обусловленное наличием головного скачка уплотнения.

Результаты расчетов показывают, что за вдуваемой струей набегающий поток движется по направлению к плоскости симметрии, образуя две системы вихревых следов (см. рис. 4,*в,з*). Очевидно, что вихри, примыкающие к нижней стенке, расположены в горизонтальном вихревом следе за струей. На рис. 4,*г* на достаточном расстоянии вниз по потоку эти вихри практически исчезают, тогда как другая система вихрей является устойчивой.

На рис. 5 представлена динамика сходимости численного решения для рассматриваемой задачи при следующих размерах сеток (N — число итераций): $144 \times 66 \times 52$, $181 \times 81 \times 66$,

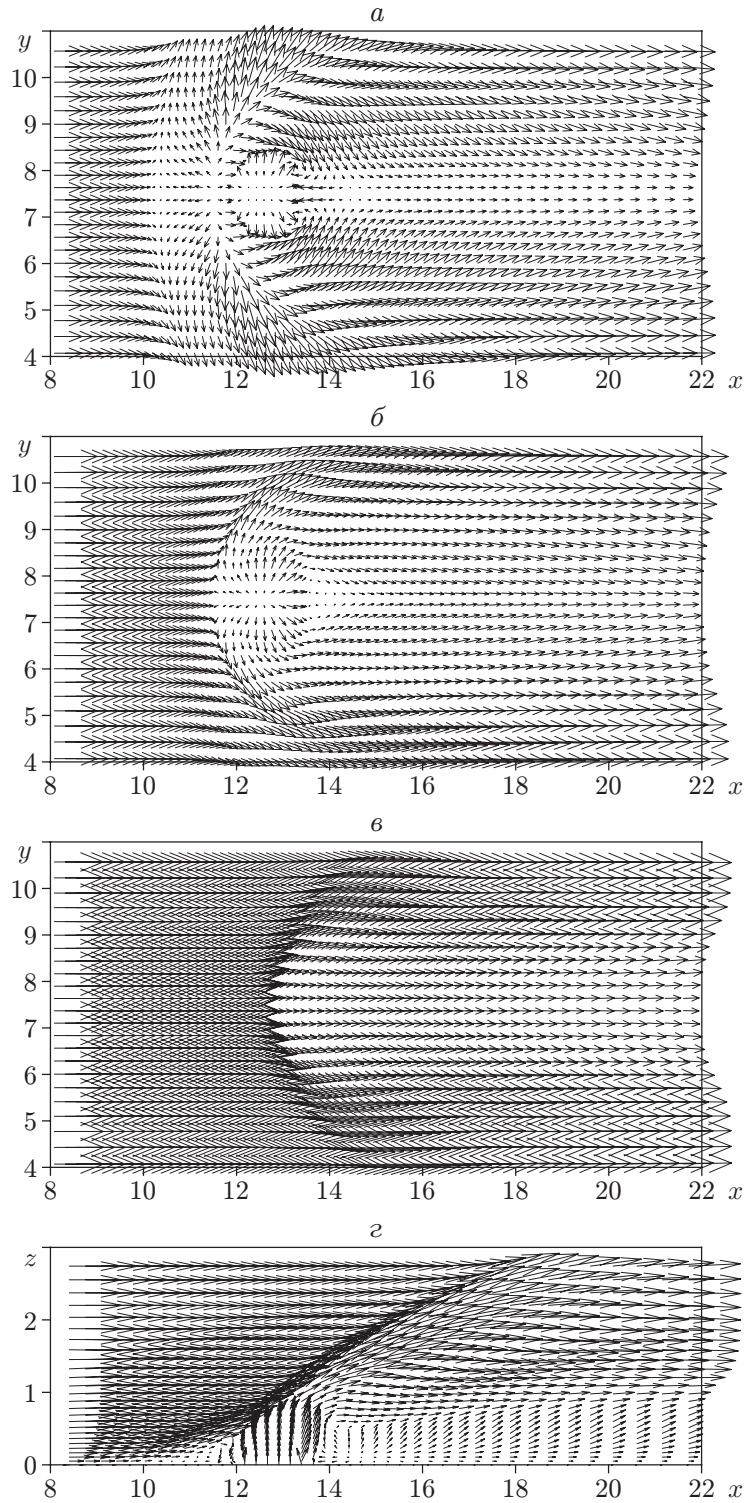


Рис. 3. Поле вектора скорости ($M_\infty = 4$, $M_0 = 1$, $n = 10$, $Pr = 0,9$, $Re = 10^4$, $\gamma = 1,4$):
a-в — в плоскости x, y (*a* — $z = 0,15$, *б* — $z = 0,44$, *в* — $z = 1,01$); *г* — в плоскости симметрии x, z

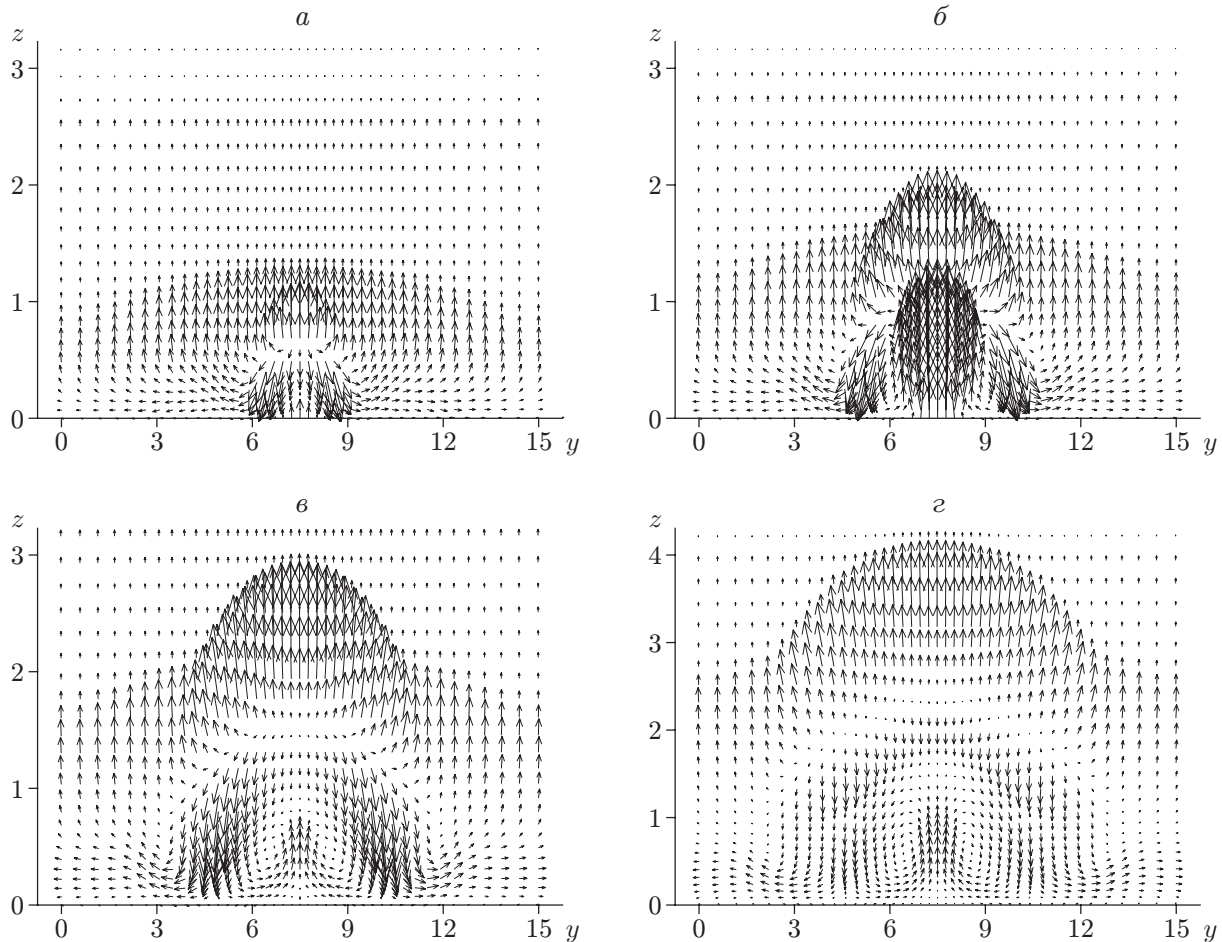


Рис. 4. Поле вектора скорости ($M_\infty = 4$, $M_0 = 1$, $n = 10$, $Pr = 0,9$, $Re = 10^4$, $\gamma = 1,4$) в плоскости y, z в различных сечениях:
 а — $x = 11,70$; б — $x = 13,06$; в — $x = 14,43$; г — $x = 21,72$

$201 \times 101 \times 81$. Значения z_1^+ для этих сеток ($z_1^+ = z Re \sqrt{c_f/2}$, где $c_f = 0,059(x Re)^{-0,2}$ [12]) равны 60, 50, 38 соответственно. На рис. 5 видно, что минимальное значение ε существенно уменьшается и скорость сходимости решения увеличивается.

На рис. 6 приведены результаты численного эксперимента поставленной задачи ($M_\infty = 3$, $M_0 = 1$, диаметр отверстия $d = 1,4$ см, $Re = 1,87 \cdot 10^7$, расстояние от переднего заостренного края пластины, на котором находится центр струи, $x_0 = 14$ см). Проведено сравнение этих результатов с экспериментальными данными работы [1]. Поскольку эксперимент проводился для параметра нерасчетности, изменяющегося в диапазоне $1,2 \leq n \leq 130,0$, а результаты расчетов были получены только для параметра нерасчетности в диапазоне $3 \leq n \leq 15$, сравнение проводилось только в диапазоне $3 \leq n \leq 15$. Из рис. 6 следует, что поведение кривой зависимости $l_s(n)$ в двумерном и трехмерном случаях одинаковое. Однако в двумерном случае значения l_s больше, что объясняется отсутствием растекания в плоской задаче. Результаты расчетов для трехмерной задачи хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Заключение. С использованием осредненных по Фавру уравнений Навье — Стокса для совершенного газа получено решение задачи о поперечном вдуве круглой струи в сверхзвуковой поток. Исследована зависимость глубины проникновения струи от параметра нерасчетности, определен механизм образования вихревого следа за вдуваемой струей.

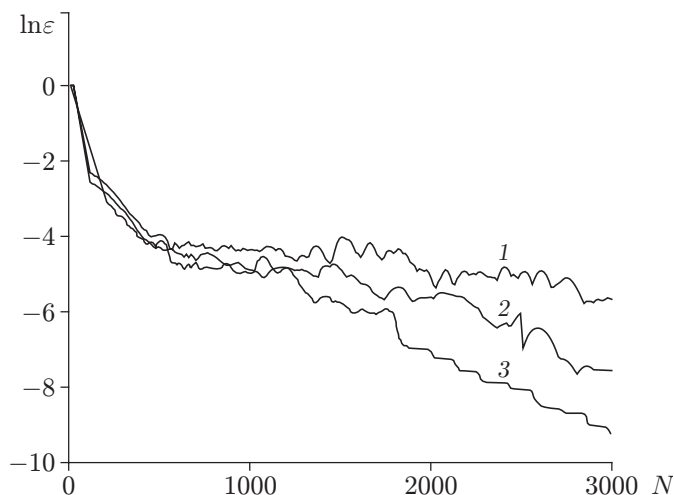


Рис. 5

Рис. 5. Динамика безразмерной нормы невязки плотности газа при $M_\infty = 4$, $M_0 = 1$, $n = 10$, $Pr = 0,9$, $Re = 10^4$, $\gamma = 1,4$ и различных размерах сетки:
 1 — $144 \times 66 \times 52$, 2 — $181 \times 81 \times 66$, 3 — $201 \times 101 \times 81$

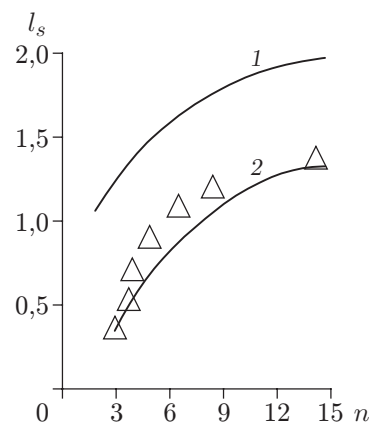


Рис. 6

Рис. 6. Зависимость длины отрывной зоны l_s от параметра нерасчетности при $M_\infty = 3$, $M_0 = 1$, $Re = 1,87 \cdot 10^7$, $n = 15$, $d = 1,4$ см:
 1 — плоская задача, 2 — пространственная задача; точки — экспериментальные данные [1]

Полученные численно поля скорости на поверхности пластины качественно согласуются с известными экспериментальными данными. Приведены экспериментальные зависимости длины отрывной зоны от параметра нерасчетности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Глаголев А. И., Зубков А. И., Панов Ю. А. Обтекание струйного газообразного препятствия на пластине сверхзвуковым потоком // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1967. № 3. С. 97–102.
2. Авдудевский В. С., Медведев К. И., Полянский М. Н. Взаимодействие сверхзвукового потока с поперечной струей, вдуваемой через круглое отверстие в пластине // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1970. № 5. С. 193–197.
3. Глаголев А. И., Зубков А. И., Панов Ю. А. Взаимодействие струи газа, вытекающей из отверстия в пластине, со сверхзвуковым потоком // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1968. № 2. С. 99–102.
4. Драммонд Д. Ф., Вайднер Э. Х. Численный метод расчета в канале ПВРД // Аэрокосм. техника. 1983. Т. 1, № 4. С. 42–49.
5. Шунь Дж. Ш., Юнь С. Численное исследование течений с химическими реакциями на основе LU-факторизованной схемы, построенной методом симметричной последовательной верхней релаксации // Аэрокосм. техника. 1990. № 10. С. 102–113.
6. Ramakrishnan R., Singh D. J. Modeling scramjet combustor flowfields with a grid adaptation scheme // AIAA J. 1994. V. 32, N 5. P. 930–935.
7. Grasso F., Magi V. Simulation of transverse gas injection in turbulent supersonic air flows // AIAA J. 1995. V. 33, N 1. P. 56–62.
8. Chenault C. F., Beran P. S. Numerical investigation of supersonic injection using a Reynolds stress turbulence model // AIAA J. 1999. V. 37, N 10. P. 1257–1269.

9. **SUN De-chuan, HU Chun-bo, CAI Ti-min.** Computation of supersonic turbulent flowfield with transfer injection // Appl. Math. Mech. 2002. V. 23, N 1. P. 107–114.
10. **Бекетаева А. О., Найманова А. Ж.** Численное моделирование сверхзвукового течения с поперечным вдувом струй // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 3. С. 72–80.
11. **Флетчер К.** Вычислительные методы в динамике жидкости. М.: Мир, 1991.
12. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
13. **Poinsot T. J., Lele S. K.** Boundary conditions for direct simulation of compressible viscous flows // J. Comput. Phys. 1992. N 101. P. 104–129.
14. **Бим Р. М., Уорминг Р. Ф.** Неявная факторизованная разностная схема для уравнений Навье — Стокса течения сжимаемого газа // Ракет. техника и космонавтика. 1978. Т. 16, № 4. С. 145–156.
15. **Андерсон Д.** Вычислительная гидромеханика и теплообмен / Д. Андерсон, Дж. Таннехил, Р. Плетчер. М.: Мир, 1990.

*Поступила в редакцию 6/IV 2010 г.,
в окончательном варианте — 11/I 2011 г.*
