

УДК 551.511+533

## **О ДИФФУЗИОННОМ ПЕРЕМЕШИВАНИИ ПАРА С ГАЗОМ**

**И.М. БАЯНОВ, А.Ф. КАРИМОВ, В.Ш. ШАГАПОВ**

*Бирская государственная социально-педагогическая академия*

Получено автомодельное решение одномерной задачи диффузионного перемешивания пара с газом, сопровождаемое процессом конденсации. Рассмотрены два предельных случая перемешивания: в первом — пар и газ в исходном состоянии занимают объемы полубесконечной протяженности, во втором — пар занимает полубесконечную протяженность, и на его границе поддерживается постоянное значение температуры и концентрации газа. Проанализированы особенности температурных и концентрационных полей в зависимости от температуры пара и газа и найдены значения температур, при которых перемешивание происходит с образованием конденсата.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Большинство промышленных выбросов в атмосферу содержат водяной пар, и их распространение сопровождается образованием мелких капелек, которые обычно определяют визуальную конфигурацию выбросов. Конденсация содержащегося в составе выбросов водяного пара при перемешивании с атмосферным воздухом — достаточно сложный процесс, зависящий от множества факторов, таких как температура и влажность окружающего воздуха, температура и состав выбросов, наличие центров конденсации и т. д. [1]. Кроме того, процессы перемешивания с образованием водяных капелек — широко распространенное природное явление, происходящее при образовании тумана, облаков. Следует отметить также, что изучение закономерностей образования жидких и твердых частиц при диффузионном перемешивании паров с холодным газом является важной проблемой при получении наноматериалов [2].

Такие процессы в полной постановке описываются системой уравнений, которые могут быть решены только численно [3]. Но при этом могут быть утеряны достаточно тонкие структуры, которые образуются при перемешивании пара и воздуха. Фазовые переходы, например, могут происходить как в объемных зонах, так и на фронтальных границах. Для более детального понимания и описания этих эффектов в настоящей работе рассмотрена задача диффузионного перемешивания пара и газа. С точки зрения реальных процессов такая постановка описывает процессы вблизи границы облака в начальной стадии развития, пока температурные и диффузионные волны не успели провзаимодействовать с реальными границами областей, расположенными слева или справа от начала координат. Кроме того, такие аналитические решения могут быть использованы для тестирования численных алгоритмов (как, например, аналитическое решение задачи о распаде разрыва в газовой динамике).

При математическом описании процессов перемешивания пара и газа примем следующие допущения. Объемная концентрация образовавшихся капелек из-за конденсации достаточно мала ( $\alpha_l \ll 1$ ), поэтому они не оказывают влияния

на процесс перемешивания пара и газа, который происходит в диффузионном режиме согласно обобщенного закона Фика

$$\rho_g v_g = -D \frac{\partial \rho_g}{\partial x}, \quad (1)$$

где  $\rho_g$  и  $v_g$  — парциальная плотность и диффузионная скорость газа соответственно,  $D$  — коэффициент диффузии. В процессе перемешивания в области конденсации для парциального давления пара выполняется условие фазового равновесия. Примем, что образовавшиеся при конденсации пара капли жидкости не участвуют в диффузионном движении ( $v_l = 0$ ). Будем также полагать, что в процессе диффузионного перемешивания пара и газа общее давление остается однородным (гомобарическое приближение).

### 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Пусть в исходном состоянии в полубесконечной области слева от перегородки ( $-\infty < x < 0$ ) находится пар при температуре  $T_{v0}$ , справа ( $0 \leq x < \infty$ ) в первом случае — газ при температуре  $T_{g0}$ . В момент времени  $t = 0$  перегородка убирается и начинается диффузионное перемешивание, сопровождаемое в общем случае конденсацией пара. Во втором случае задача решается в полубесконечной области слева от перегородки ( $-\infty < x < 0$ ), где первоначально находился пар при температуре  $T_{v0}$ , а на границе  $x = 0$  при  $t > 0$  поддерживаются постоянные значения температуры  $T_{g0}$  и плотности газа  $\rho_{g0}$ . Давление во всех областях однородно и равно нормальному атмосферному давлению  $P = P_a$ . Эти два случая могут быть записаны в виде следующих начальных и граничных условий. Для первого случая при  $t = 0$ :

$$T = T_{v0}, \quad \rho_v = \rho_{v0}, \quad \rho_g = 0 \quad (x < 0) \text{ и } T = T_{g0}, \quad \rho_g = \rho_{g0}, \quad \rho_v = 0 \quad (x \geq 0), \quad (2)$$

и для второго случая при  $t = 0$ :  $T = T_{v0}, \quad \rho_v = \rho_{v0}, \quad \rho_g = 0 \quad (x < 0)$  и

$$\text{при } t > 0: \quad T = T_{g0}, \quad \rho_v = 0, \quad \rho_g = \rho_{g0} \quad (x = 0). \quad (3)$$

При перемешивании образуются три области: слева — область горячей парогазовой смеси, справа — область холодной парогазовой смеси и промежуточная область — парогасокапельной смеси, в которой кроме пара и газа присутствуют конденсировавшиеся капли жидкости. На левой границе промежуточной области с координатой  $x_{S1} = x_{S1}(t)$  из-за остывания пара при перемешивании достигается точка росы и начинается конденсация, на правой границе с координатой  $x_{S2} = x_{S2}(t)$  — испарение капель, вызванное перемешиванием с “чистым” газом из правой области.

В рамках принятых допущений из закона сохранения массы для газа с учетом закона Фика (1.1) получим уравнение диффузии

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \rho_g}{\partial x^2}. \quad (4)$$

Запишем уравнение притока тепла в однотемпературном приближении для промежуточной области ( $x_{S1} < x < x_{S2}$ ):

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + l \frac{\partial \rho_l}{\partial t}, \quad \rho c = \rho_g c_g + \rho_v c_v + \rho_l c_l, \quad (5)$$

где  $T$  — температура смеси,  $\rho c$  — удельно-объемная теплоемкость системы “пар, жидкость и газ”, определяемая с учетом массовой доли компонентов,  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности этой системы,  $l$  — удельная теплота фазового перехода,  $c_g, c_v, c_l$  — удельные теплоемкости газа, пара и жидкости,  $\rho_v, \rho_g$  и  $\rho_l$  — парциальные плотности пара, газа и капелек. Последнее слагаемое в (5) соответствует тепловому эффекту фазовых переходов в промежуточной области. В областях  $x < x_{S1}$  и  $x > x_{S2}$  это слагаемое отсутствует.

Пренебрегая вкладом парциального давления капелек в общее давление смеси, согласно закону Дальтона имеем

$$P = P_g + P_v. \quad (6)$$

Для парциальных давлений пара  $P_v$  и газа  $P_g$  примем уравнение Менделеева–Клапейрона:

$$P_v = \rho_v \frac{R}{\mu_v} T, \quad P_g = \rho_g \frac{R}{\mu_g} T, \quad (7)$$

где  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $\mu_v$  и  $\mu_g$  — молярные массы пара и газа.

В области парогазокапельной смеси парциальное давление пара  $P_v$  равно давлению насыщенного пара  $P_s(T)$ , соответствующего текущей температуре ( $P_v = P_s(T)$ ). Эта зависимость определяется из выражения [4]

$$P_s(T) = P_* \exp\left(-\frac{T_*}{T}\right), \quad (8)$$

где  $P_*$ ,  $T_*$  — эмпирические параметры, определяемые на основе табличных данных.

Тогда согласно (6) и (7) плотности пара и газа в парогазокапельной смеси однозначно выражаются через текущую температуру:

$$\rho_v = \frac{\mu_v P_s(T)}{RT}, \quad \rho_g = \frac{\mu_g (P - P_s(T))}{RT}. \quad (9)$$

Приведенные выше уравнения дополним следующими соотношениями на границах областей. На обеих границах промежуточной области  $x = x_{S1}$  и  $x = x_{S2}$  выполняются условие непрерывности парциальной плотности  $\rho_g$  и, согласно закону сохранения массы для газа, равенство потоков масс

$$\rho_g^- = \rho_g^+, \quad -D \left( \frac{\partial \rho_g}{\partial x} \right)^- + D \left( \frac{\partial \rho_g}{\partial x} \right)^+ = 0. \quad (10)$$

Знак “-” соответствует значению величины слева от границы, знак “+” — справа.

Примем, что парциальная плотность капель на левой границе  $x = x_{S1}$  равна нулю ( $\rho_l = 0$ ). Тогда условия неразрывности температуры и тепловых потоков запишутся в виде

$$T^- = T^+ = T_{S1}, \quad -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^- + \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^+ = 0. \quad (11)$$

Поскольку в парогазокапельном слое согласно уравнению (9) парциальная плотность газа однозначно определяется текущей температурой, то их граничные значения должны удовлетворять условию

$$\left(\frac{\partial \rho_g}{\partial x}\right)_{x_{S1}}^+ = \left(\frac{d\rho_g}{dT}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x_{S1}}^+, \quad (12)$$

где, согласно второму выражению из (9), имеем

$$\frac{d\rho_g}{dT} = -\frac{\mu_g}{RT}\left(\frac{P - P_s(T)}{T} + \frac{dP_s(T)}{dT}\right).$$

Используя уравнение Клапейрона–Клаузиуса

$$\frac{dP_s(T)}{dT} = \frac{\rho_v l}{T} \quad (13)$$

и учитывая также уравнение (9), выражение для  $d\rho_g/dT$  из (12) можно привести к виду

$$\frac{d\rho_g}{dT} = -\frac{\mu_g}{RT^2}\left(P - P_s(T)\left(1 - \frac{\mu_v l}{RT}\right)\right). \quad (14)$$

На правой границе  $x = x_{S2}$  температуру полагаем непрерывной, а парциальная плотность капель отлична от нуля ( $\rho_l \neq 0$ ). Тогда первое условие и условие баланса тепла имеют вид

$$T^- = T^+ = T_{S2}, \quad -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^- + \lambda\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)^+ = -\dot{x}_{S2}\rho_{l,S2}l. \quad (15)$$

Аналогично условию (12) на этой границе со стороны парогазокапельного слоя можем записать

$$\left(\frac{\partial \rho_g}{\partial x}\right)_{x_{S2}}^- = \left(\frac{d\rho_g}{dT}\right)\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x_{S2}}^-. \quad (16)$$

## 2. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

В рамках принятой выше системы уравнений (4), (5) с граничными условиями (10), (11) и (15) при начальных условиях (2) и (3) задача является автомодельной. Для процессов переноса в газах в большинстве случаев число Льюиса близко к единице ( $Le = D\rho c/\lambda \approx 1$ ), поэтому значения коэффициентов диффузии и теплопроводности будем полагать постоянными и равными друг другу ( $D = \lambda/\rho c$ ). Введем безразмерную автомодельную переменную

$$\xi = \frac{x}{2\sqrt{Dt}}.$$

Тогда уравнение (4) запишется в виде

$$-2\xi \frac{d\rho_g}{d\xi} = \frac{d^2\rho_g}{d\xi^2}. \quad (17)$$

В области парогазокапельной смеси уравнение теплопроводности (5) примет вид

$$-2\xi \frac{dT}{d\xi} = \frac{d^2T}{d\xi^2} - 2\xi \frac{l}{\rho c} \frac{d\rho_l}{d\xi}. \quad (18)$$

При  $t = 0$  начальные условия для  $x < 0$  и  $x > 0$  преобразуются к граничным условиям при  $x \rightarrow -\infty$  и  $x \rightarrow +\infty$  для обыкновенных дифференциальных уравнений в автомодельных переменных.

Граничные условия (11) и (15) на левой ( $\xi = \xi_{S1}$ ) и правой ( $\xi = \xi_{S2}$ ) границах слоя парогазокапельной смеси в автомодельной переменной запишутся как:

$$-\left(\frac{dT}{d\xi}\right)_{\xi_{S1}}^- + \left(\frac{dT}{d\xi}\right)_{\xi_{S1}}^+ = 0, \quad (19)$$

$$-\left(\frac{dT}{d\xi}\right)_{\xi_{S2}}^- + \left(\frac{dT}{d\xi}\right)_{\xi_{S2}}^+ = -2\xi \frac{\rho l}{\rho c}, \quad (20)$$

где автомодельные координаты левой и правой границ равны, соответственно

$$\xi_{S1} = \frac{x_{S1}}{2\sqrt{Dt}} \quad \text{и} \quad \xi_{S2} = \frac{x_{S2}}{2\sqrt{Dt}}. \quad (21)$$

Решение уравнения (17), удовлетворяющее условию (10) находится во всей области значений переменной  $\xi$ . Для первого случая с учетом начальных условий в автомодельных переменных при  $\xi \rightarrow +\infty$ ,  $\rho_g \rightarrow \rho_{g0}$  и при  $\xi \rightarrow -\infty$ ,  $\rho_g \rightarrow 0$  (21) имеем решение

$$\rho_g(\xi) = \frac{\rho_{g0}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} \exp(-z^2) dz. \quad (22)$$

Для второго случая с учетом начальных и граничных условий при  $\xi \rightarrow -\infty$ ,  $\rho_g \rightarrow 0$  и при

$$\xi = 0, \quad \rho_g = \rho_{g0} \quad (23)$$

получим

$$\rho_g(\xi) = \frac{2\rho_{g0}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\xi} \exp(-z^2) dz. \quad (24)$$

Тогда по известному распределению парциальной плотности газа  $\rho_g(\xi)$  из (22) и (24) с учетом (9) имеем для распределения температуры  $T(\xi)$  решение в неявном виде

$$\rho_g(\xi) = \frac{\mu_g}{RT} \left( P - P_* \exp\left(-\frac{T_*}{T}\right) \right). \quad (25)$$

Используя эту зависимость, на основе уравнения теплопроводности (18) получим уравнение для определения  $\rho_l$ :

$$\frac{d\rho_l}{d\xi} = \frac{1}{2\xi} \frac{\rho c}{l} \frac{d^2 T}{d\rho_g^2} \left( \frac{d\rho_g}{d\xi} \right)^2, \quad (26)$$

где

$$\frac{d^2 T}{d\rho_g^2} = \frac{1}{T} \left( \frac{RT^2/\mu_g}{P - P_* \exp\left(-\frac{T_*}{T}\right) \left(1 - \frac{T_*}{T}\right)} \right)^2 \left( 2 + \frac{P_* \exp\left(-\frac{T_*}{T}\right) \left(2 - \frac{T_*}{T}\right) \frac{T_*}{T}}{P - P_* \exp\left(-\frac{T_*}{T}\right) \left(1 - \frac{T_*}{T}\right)} \right).$$

Для первого и второго случаев согласно (22) и (24) имеем

$$\frac{d\rho_g}{d\xi} = \frac{\rho_{g0}}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) \quad \text{и} \quad \frac{d\rho_g}{d\xi} = \frac{2\rho_{g0}}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2).$$

Плотность пара  $\rho_v(\xi)$  и температура  $T(\xi)$  в парогазокапельной области определяются на основе уравнений (7) и (25) по известному закону распределения  $\rho_g(\xi)$  (24).

Решение для распределения температуры в областях парогазовой смеси находим из уравнения (18), записанного без учета фазовых переходов. При  $\xi \leq \xi_{S1}$  ( $x \leq x_{S1}$ ) для обоих случаев решение имеет вид

$$T = T_{v0} + (T_{S1} - T_{v0}) \frac{\int_{\xi_{S1}}^{\xi} \exp(-z^2) dz}{\int_{-\infty}^{\xi_{S1}} \exp(-z^2) dz}. \quad (27)$$

При  $\xi \geq \xi_{S2}$  ( $x \geq x_{S1}$ ) для первого и второго случаев имеем соответственно:

$$T = T_{g0} + (T_{S2} - T_{g0}) \frac{\int_{\xi_{S2}}^{\xi} \exp(-z^2) dz}{\int_{\xi_{S2}}^{\infty} \exp(-z^2) dz}, \quad (28)$$

$$T = T_{g0} + (T_{S2} - T_{g0}) \frac{\int_0^{\xi} \exp(-z^2) dz}{\int_{\xi_{S2}}^{\infty} \exp(-z^2) dz}, \quad (29)$$

где  $T_{S1}$  и  $T_{S2}$  — значения температуры на левой и правой границах парогазокапельной смеси с автомодельными координатами  $\xi = \xi_{S1}$  и  $\xi = \xi_{S2}$ .

По полученным распределениям плотности газа  $\rho_g(\xi)$  и температуры  $T(\xi)$ , также можно определить плотность пара  $\rho_v(\xi)$  в областях парогазовой смеси из выражений (6) и (7)

$$\rho_v(\xi) = \mu_v \left( \frac{P}{RT(\xi)} - \frac{\rho_g(\xi)}{\mu_g} \right).$$

Проанализируем граничные условия (19) и (20) более подробно. Для первого условия из (12) получим

$$\left( \frac{dT}{d\xi} \right)^+ = \left( \frac{dT}{d\rho_g} \right) \left( \frac{d\rho_g}{d\xi} \right)^+.$$

Отсюда, используя решения (22), (27) и выражение (25), имеем следующее трансцендентное уравнение для определения температуры  $T_{S1}$  на левой границе

$$\frac{T_{v0}}{T_{S1}} - 1 = \frac{1 - \frac{P^*}{P} \exp\left(-\frac{T^*}{T_{S1}}\right)}{1 - \frac{P^*}{P} \exp\left(-\frac{T^*}{T_{S1}}\right) \left(1 - \frac{T^*}{T_{S1}}\right)}. \quad (30)$$

По найденному отсюда значению  $T_{S1}$ , подставив его в левую часть уравнения (25) решение (22) или (24), получим уравнение для определения автомодельной координаты левой границы  $\xi = \xi_{S1}$  для двух случаев:

$$\frac{\rho_{g0}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\xi_{S1}} \exp(-z^2) dz = \frac{\mu_g}{RT_{S1}} \left( P - P_* \exp\left(-\frac{T_*}{T_{S1}}\right) \right).$$

или

$$\frac{2\rho_{g0}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\xi_{S1}} \exp(-z^2) dz = \frac{\mu_g}{RT_{S1}} \left( P - P_* \exp\left(-\frac{T_*}{T_{S1}}\right) \right). \quad (31)$$

Из (30) нетрудно видеть, что если пар в начальном состоянии находится в точке насыщения и, следовательно, его начальная температура удовлетворяет условию

$$P = P_* \exp\left(-\frac{T_*}{T_{v0}}\right),$$

то температура  $T_{S1}$  на границе  $\xi_{S1}$  будет равна начальной температуре пара  $T_{v0}$  ( $T_{S1} = T_{v0}$ ). В этом случае, как видно из (31) левая граница удалится в бесконечность ( $\xi_{S1} \rightarrow -\infty$ ).

Граничное условие (20) с учетом решений (22) и (28), а также условия (16) можно представить для двух случаев в виде

$$\left( \frac{dT}{d\rho_g} \right)_{\xi_{S2}} \frac{\rho_{g0}}{\sqrt{\pi}} + \frac{T_{S2} - T_{g0}}{\int_{\xi_{S2}}^{\infty} \exp(-z^2) dz} = 2\xi \frac{\rho_l l}{\rho c} \exp(\xi_{S2}^2)$$

или

$$\left( \frac{dT}{d\rho_g} \right)_{\xi_{S2}} \frac{2\rho_{g0}}{\sqrt{\pi}} + \frac{T_{S2} - T_{g0}}{\int_{\xi_{S2}}^{\infty} \exp(-z^2) dz} = 2\xi \frac{\rho_l l}{\rho c} \exp(\xi_{S2}^2), \quad (32)$$

где

$$\left( \frac{dT}{d\rho_g} \right)_{\xi_{S2}} = -\frac{RT_{S2}^2}{\mu_g} \left( P - P_* \exp\left(-\frac{T_*}{T_{S2}}\right) \left( 1 - \frac{T_*}{T_{S2}} \right) \right)^{-1}.$$

Уравнение (26) решается численно при начальном условии  $\rho_l(\xi_{S1}) = 0$ . Счет продолжается до выполнения граничных условий (32) с заданной точностью. При таком решении помимо распределения  $\rho_l(\xi)$  в области  $\xi_{S1} \leq \xi \leq \xi_{S2}$  получим значение координаты границы  $\xi_{S2}$  и значение температуры на этой границе  $T_{S2}$ .

Такого рода решения с автомодельной координатой  $x = x/2\sqrt{Dt}$  встречаются в задачах, в которых процессы описываются уравнением теплопроводности (задачи теплопроводности, диффузии и т.д. [5, 6]).

### 3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для расчетов в качестве примера рассмотрим перемешивание водяного пара и сухого воздуха. Парциальное давление пара  $P_v$  при температуре смеси  $T$  для равновесных процессов не может превышать давления насыщенного пара ( $P_v(T) \leq P_s(T)$ ). Следовательно, парциальная плотность пара  $\rho_v$  также не может превышать предельного значения, зависящего от температуры  $\rho_{v,m}(T)$  (рис. 1).

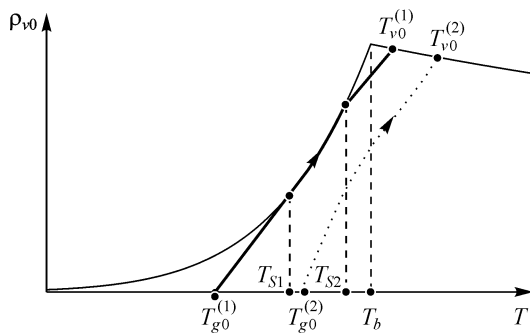


Рис. 1. Фазовые траектории на координатной плоскости  $T, \rho_v$ , описывающие два режима диффузионного перемешивания пара и газа. Для режима с образованием конденсата с исходными температурами газа  $T_{g0}^{(1)}$  и пара  $T_{v0}^{(1)}$  участок фазовой траектории между значениями температур  $T_{S1}$  и  $T_{S2}$  находится на линии фазового равновесия.

В интервале температур до точки кипения  $T_b$ , соответствующей значению давления  $P$ , это предельное значение парциальной плотности определяется из выражения (9), а выше точки кипения  $T_b$  — плотностью чистого перегретого пара, когда пар под давлением  $P$  находится в перегретом состоянии, согласно уравнению Менделеева–Клапейрона

$$\rho_{v,m} = \frac{\mu_v P}{RT}.$$

На диаграмме, представленной на рис. 1 приведены фазовые траектории для двух режимов перемешивания. Для первого режима, определяемого начальными температурами  $T_{v0}^{(1)}$  и  $T_{g0}^{(1)}$ , процесс перемешивания происходит с образованием промежуточной парогазокапельной области. Участок фазовой траектории, соответствующий этой области, находится на линии  $\rho_{v,m}(T)$ . Когда начальные температуры  $T_{v0}^{(2)}$  и  $T_{g0}^{(2)}$  достаточно велики, фазовая траектория не попадает на эту линию. В этом случае промежуточная область с конденсатом не образуется.

Для первого случая с условиями (2) температура и концентрация газа поддерживаются постоянными и равными начальным значениям на бесконечности. На рис. 2 представлены результаты расчетов, иллюстрирующие структуру зоны перемешивания при двух режимах. Парциальные плотности пара и воздуха для этих двух режимов отличаются незначительно (рис. 2, *a*). При конденсации образуется относительно небольшое количество жидкости (рис. 2, *b*) — максимальное значение плотности капель в смеси достигает  $\rho_l \approx 0,02 \text{ кг/м}^3$ . Это соответствует гипотезе о том, что объемная доля капель в смеси пренебрежимо мала (в представленном случае

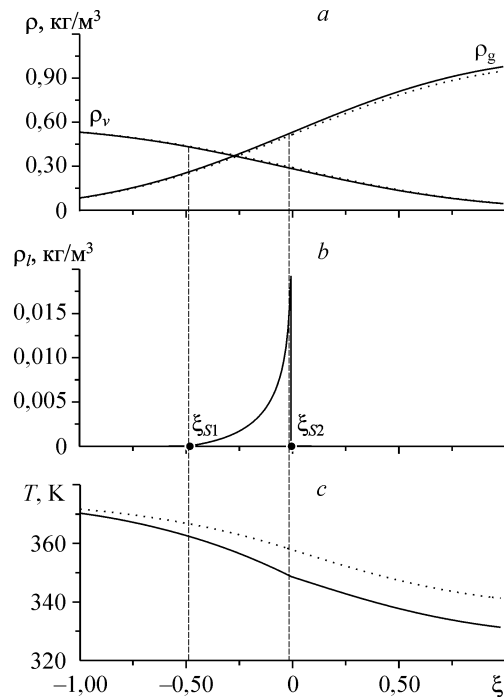


Рис. 2. Структура области перемешивания пара и газа с фиксированными условиями для газа на бесконечности.



$\alpha_l = \rho_l / \rho_l^0 \approx 2 \cdot 10^{-5}$ ). При наличии конденсации кривая распределения температуры (рис. 2, *c*) на правой границе промежуточного слоя имеет небольшой излом (“скачок” производной) из-за затрат тепла на испарение на границе  $\xi_{S2}$  в соответствии с граничным условием (20).

Перемешивание пара и газа с образованием конденсата сопровождается двумя конкурирующими процессами. С одной стороны, перемешивание пара с газом приводит к охлаждению, последующему достижению точки росы и образованию капелек жидкости в смеси. Этот механизм, в частности, определяет координату и закон движения левой границы промежуточной области  $x_{S1} = x_{S1}(t)$ . Но поскольку эта промежуточная область, содержащая конденсат, граничит с правой стороны с абсолютно сухим на бесконечности газом, ее правая граница, где происходит полное испарение, имеет конечную координату  $x_{S2} = x_{S2}(t)$ . Скорость продвижения этой границы определяется интенсивностью испарения, которая в свою очередь зависит от диффузионного транспорта пара.

Предельное значение начальных температур  $T_{v0}$  и  $T_{g0}$ , при которых наблюдается образование конденсата, определяется из условия совпадения автомодельных координат границ  $\xi_{S1} = \xi_{S2} = \xi_S$ . На рис. 3 представлена трехмерная картина, описывающая зависимость автомодельных координат границ  $\xi_{S1}$  и  $\xi_{S2}$  от начальных температур  $T_{v0}$  и  $T_{g0}$  в виде двух поверхностей. Промежуток между поверхностями определяет ширину области перемешивания с образованием конденсата. В частности, по величине разности  $\Delta\xi = \xi_{S2} - \xi_{S1}$  определяется реальная ширина этой области  $\Delta x = x_{S2} - x_{S1}$  как  $\Delta x = 2\Delta\xi\sqrt{Dt}$ . Проекция линии пересечения  $\Delta\xi = 0$  этих поверхностей (рис. 3) на координатную плоскость  $(T_{v0}, T_{g0})$  определяет границу области значений температур (рис. 4), при которых перемешивание происходит с образованием конденсата. Как следует из рис. 3 и 4 для значений начальных температур  $T_{v0}$  и  $T_{g0}$  вдоль верхней границы области, соот-

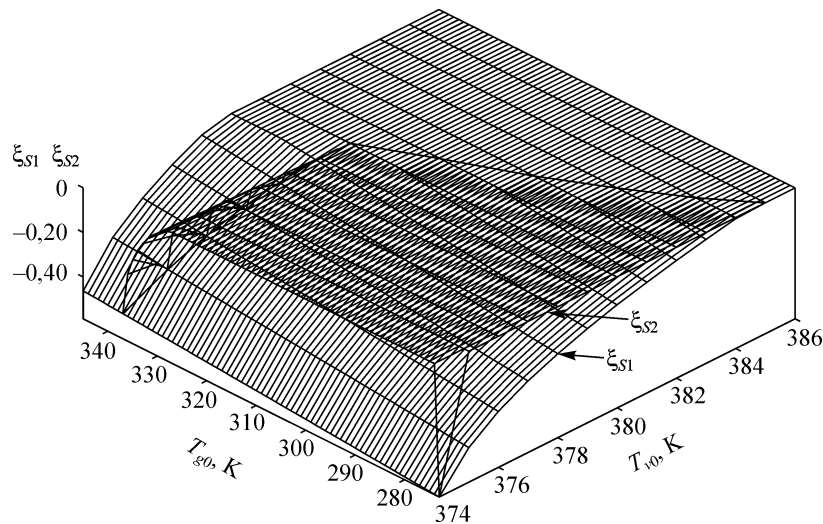


Рис. 3. Зависимость координат левой  $\xi_{S1}$  и правой  $\xi_{S2}$  границ от начальных значений температуры газа  $T_{g0}$  и пара  $T_{v0}$ .

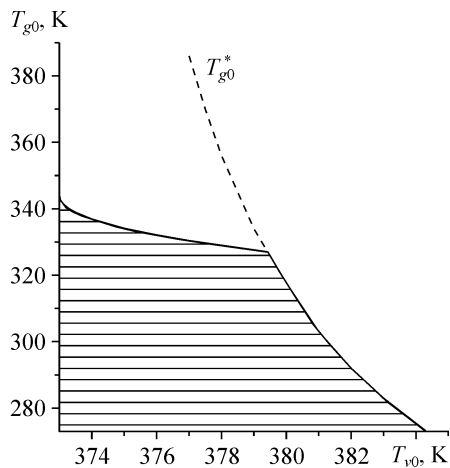


Рис. 4. Заштрихованная область начальных температур пара и газа соответствует режиму перемешивания с конденсацией с фиксированными условиями для газа в бесконечности.

ветствующей режиму перемешивания с образованием конденсата, на участке изменения температуры пара от  $T_{v0} = 373$  К до значения  $T_{v0} = 379,4$  К автомодельная координата  $\xi_S$  ( $\xi_{S1} = \xi_{S2} = \xi_S$ ) меняется от  $\xi_S = 0,58$  до  $\xi_S \approx 0$ . Далее, для промежутка от  $T_{v0} = 379,4$  К до  $T_{v0} = 384,3$  К значение автомодельной координаты  $\xi_S$  равно нулю ( $\xi_S = 0$ ). Зависимость  $T_{g0}(T_{v0})$  для границы области на этом участке фактически определяется из условия равенства нулю автомодельной координаты границы достижения точки росы ( $\xi_{S1} = 0$ ).

Для второго случая с условиями (3) температура и концентрация газа поддерживаются постоянными и равными начальным значениям на границе с паром в точке с координатой  $x = 0$ . Здесь наблюдается несколько иная эволюция температурных и концентрационных полей. Перенос условий для температуры и плотности газа на бесконечности к границе  $x = 0$  приводит к существенному снижению температурного фона в области перемешивания (рис. 5, *c*). Поэтому левая граница парогазокапельного слоя проникает значительно быстрее в область пара (соответственно автомодельная координата этой границы  $\xi_{S1}$  сдвигается левее, чем для первого случая). Но поскольку при этом в сечении  $x = 0$  поддерживается нулевая концентрация пара (рис. 5, *a*), происходит также и более интенсивное испарение на правой фронтальной границе с автомодельной координатой  $\xi = \xi_{S2}$ . При этом значение координаты  $\xi_{S2}$  также смещается влево по сравнению с первым случаем при тех же значениях  $T_{v0}$  и  $T_{g0}$ . В этом случае, как следует из рис. 6, автомодельная координата  $\xi_{S1}$  достижения точки росы при тех же принятых значениях  $T_{v0}$  и  $T_{g0}$  всегда расположена левее, чем для первого случая, и область значений  $T_{v0}$

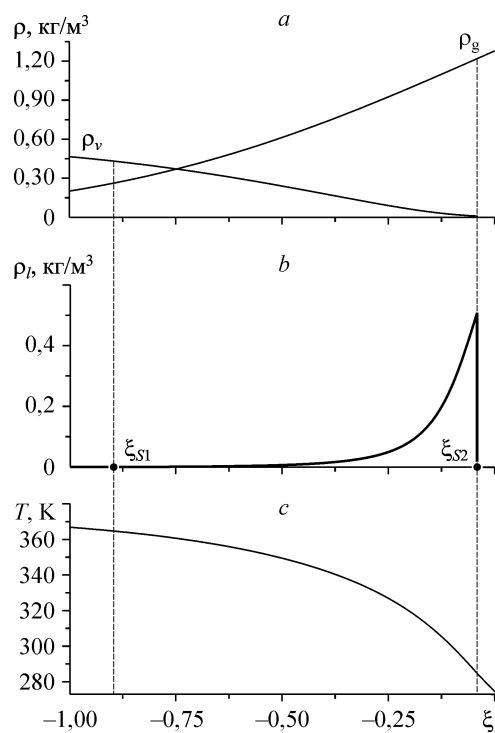


Рис. 5. Структура области перемешивания пара и газа с фиксированными условиями для газа в точке  $\xi = 0$ .

Рис. 6. Заштрихованная область начальных температур пара и газа соответствует режиму перемешивания с конденсацией с фиксированными условиями для газа в точке  $\xi = 0$ .

и  $T_{g0}$ , при которых реализуется решение с образованием конденсата, значительно шире.

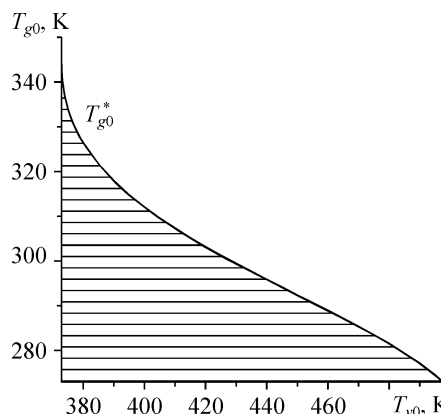
#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлена теоретическая модель диффузионного перемешивания пара с газом с образованием конденсата. Построены автомодельные решения, описывающие структуру области перемешивания.

Рассмотрены два предельных случая перемешивания: в первом — пар и газ имеют бесконечную протяженность, во втором — на границе пара и газа поддерживается постоянное значение температуры и концентрации газа. Для обоих случаев определены области значений начальных температур пара и газа, при которых реализуются режимы перемешивания с конденсацией и без нее.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. — Л.: Гидрометеиздат, 1976. — 639 с.
2. Krättschmer W., Lamb L.D., Fostiropoulos K., Huffman D.R. Solid C60: a new form of carbon // Nature. — 1990. — Vol. 347. — P. 354–358.
3. Баянов И.М., Хамидуллин И.Р., Шагапов В.Ш. Сведение облака выбросов с большим влагосодержанием в приземном слое атмосферы // Теплофизика высоких температур. — 2007. — Т. 45. — № 2. — С.
4. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
5. Самарский А.А. Уравнение математической физики. — М., Наука, изд-во МГУ, 2004. — 798 с.
6. Баренблатт Г.И., Енгов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. — М., Недра, 1984. — 211 с.



Статья поступила в редакцию 14 июня 2006 г.