

УДК 532.5:532.517.4

Диссипация вихревых возмущений в колебательно-неравновесном двухатомном газе

Ю.Н. Григорьев¹, И.В. Ершов^{1,2}

¹Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет

E-mail: i_ershov@ngs.ru, grigor@ict.nsc.ru

На основе уравнений двухтемпературной аэрогидродинамики численно исследовано влияние колебательной релаксации на подавление неустойчивости Кельвина–Гельмгольца в развивающемся во времени сдвиговом слое колебательно-неравновесного двухатомного газа. В качестве начальных возмущений используются плоские волны с максимальными инкрементами нарастания, рассчитанные в рамках линеаризованной системы уравнений невязкой двухтемпературной газовой динамики. Показано, что релаксация неравновесной колебательной моды при уровнях возбуждения, которые можно получить в двухатомных газах при течениях в соплах, недорасширенных струях или умеренной лазерной накачке, сопровождается заметным подавлением вихревых возмущений. Вызванное ей относительное увеличение диссипации кинетической энергии крупной вихревой структуры, осредненное по времени ее “жизни”, достигает примерно 13 %.

Ключевые слова: неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, колебательная релаксация, кинетическая энергия возмущений, диссипация.

Исследования, выполненные в работах [1–4], показали, что термическая релаксация внутренних степеней свободы молекул дает существенный вклад в диссипацию крупных вихревых структур в сдвиговых течениях молекулярных газов. Так как мелкомасштабные возмущения имеют большие, по сравнению с крупными вихрями, декременты затухания, то воздействие релаксационного процесса на поток в целом может быть использовано для управления течением, например, для затягивания ламинарно-турбулентного перехода [5].

В настоящей работе рассматривается типичный для аэродинамики случай течения возбужденного молекулярного газа, когда характерные времена релаксации поступательных (τ_{tt}), вращательных (τ_{rt}) и колебательных (τ_{vv} и τ_{vt}) степеней свободы удовлетворяют условию

$$\tau_{tt} \sim \tau_{rt} \ll \tau_{vv} \ll \tau_{vt} \sim \tau_f,$$

где τ_f — характерное время течения. При этом поступательные и вращательные степени свободы образуют квазиравновесный термостат, характеризуемый статической температурой потока, а в подсистеме колебательных степеней свободы устанавливается квазиравновесное состояние, определяемое колебательной температурой. Общепринятой математической моделью таких течений является система

уравнений двухтемпературной аэрогидродинамики [6, 7]. В настоящей статье на ее основе численно исследуется нелинейное развитие неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. В качестве начальных возмущений используются плоские волны с максимальными инкрементами нарастания, рассчитанные в рамках линеаризованной системы уравнений невязкой двухтемпературной газовой динамики.

Постановка задачи

В координатной плоскости (x_1, x_2) рассматривается плоскопараллельное сдвиговое течение колебательно-неравновесного двухатомного газа, в котором стационарный (несущий) поток равномерной плотности ρ_0 направлен вдоль оси абсцисс x_1 и имеет профиль скорости с точкой перегиба при $x_2 = 0$:

$$U_S(x_2) = U_0(x_2/\delta_0),$$

где параметр δ_0 , имеющий размерность длины, определяется соотношением

$$\delta_0 = U_0 \left[dU_S/dx_2 \Big|_{x_2=0} \right]^{-1}.$$

В качестве характерных величин для обезразмеривания были выбраны: длина δ_0 , асимптотическое значение скорости U_0 , постоянные — плотность ρ_0 , температура T_0 , — и образованные из них характерные — время $\tau_0 = \delta_0/U_0$ и давление $p_0 = \rho_0 U_0^2$. В обезразмеренных с их помощью переменных система уравнений двухтемпературной аэрогидродинамики имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} &= 0, \\ \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta(T) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left(\alpha_1 + \frac{1}{3} \right) \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\eta(T) \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right], \\ \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + (\gamma - 1) \rho T \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= \frac{\gamma}{\text{Re Pr}} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\eta(T) \frac{\partial T}{\partial x_i} \right] + \frac{\gamma_v \rho (T_v - T)}{\tau_v} + \\ &+ \frac{\gamma(\gamma - 1)\eta(T)M^2}{2\text{Re}} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 + 2 \left(\alpha_1 - \frac{2}{3} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2 \right], \\ \gamma_v \rho \left(\frac{\partial T_v}{\partial t} + u_j \frac{\partial T_v}{\partial x_j} \right) &= \frac{\gamma \alpha_2}{\text{Re Pr}} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\eta(T) \frac{\partial T_v}{\partial x_i} \right] - \frac{\gamma_v \rho (T_v - T)}{\tau_v}, \\ \gamma M^2 p &= \rho T, \eta(T) = T^{4/5}, \quad j = 1, 2, \end{aligned} \quad (1)$$

где по повторяющимся индексам предполагается суммирование.

В отличие от предыдущих работ [1–5], в (1) включена зависимость коэффициентов переноса от температуры. Это позволило более полно учесть диссипативный эффект «сброса» энергии колебательной моды на поступательные степени свободы, сопровождающийся возрастанием вязкости газа. Выбранная температурная зависимость соответствует условиям относительно холодного несущего потока (мягким потенциалам межмолекулярного взаимодействия). Вместе с тем было принято, что удельные теплоемкости не зависят от статической и колебательной температур потока и постоянны.

Для обезразмеривания коэффициентов переноса использованы их значения при температуре T_0 , отмеченные соответствующим индексом. В коэффициенте теплоемкости при постоянном объеме выделены парциальные теплоемкости c_{vi} , c_{vr} , c_{vv} , связанные соответственно с поступательными, вращательными и колебательными степенями свободы молекул. Коэффициент теплопроводности также разбит на сумму составляющих $\lambda_0 = \lambda_{t,0} + \lambda_{r,0}$ и $\lambda_{v,0}$, характеризующих молекулярный перенос тепла поступательными, вращательными и колебательными степенями свободы.

Параметры, входящие в уравнения системы (1), определяются следующим образом. Коэффициенты: $\alpha_1 = \eta_{b,0}/\eta_0$ — есть отношение объемной и сдвиговой вязкостей; $\gamma = (c_{vi} + c_{vr} + R)/(c_{vi} + c_{vr})$ — показатель адиабаты, R — газовая постоянная; $\gamma_v = c_{vv}/(c_{vi} + c_{vr})$ — представляет отношение парциальных теплоемкостей отдельных мод и косвенно характеризует степень неравновесности колебательной моды, τ_v — характерное время релаксации последней; $\alpha_2 = \lambda_{v,0}/\lambda_0$. Параметры $Re = U_0 \delta_0 \rho_0 / \eta_0$, $M = U_0 / \sqrt{\gamma R T_0}$ и $Pr = \eta_0 c_p / \lambda_0$ — соответственно числа Рейнольдса, Маха и Прандтля несущего потока.

В принятых безразмерных переменных стационарный несущий поток задается соотношениями:

$$U_S(x_2) = x_2, \quad T_S = T_{v,S} = \rho_S = 1, \quad p_S = 1/(\gamma M^2). \quad (2)$$

В момент времени $t = 0$ на основной поток накладывалось двумерное возмущение с длиной волны λ и волновым вектором $\mathbf{k} = (\beta, 0)$, где $\beta = 2\pi/\lambda$. Исходная краевая задача ставится в бесконечной полосе, центр которой совпадает с началом координат: $x_1 \in [-x_{1,0}, x_{1,0}]$, $x_2 \in (-\infty, \infty)$. Ширина полосы по координате $x_{1,0}$ выбиралась равной длине волны возмущения $\lambda = 2\pi/\beta$, при этом $x_{1,0} = \pi/\beta$. В расчетах асимптотические условия при $x_2 \rightarrow \pm \infty$ переносились на $x_2 = \pm x_{2,0}$, где ордината $x_{2,0}$ определялась из условия достижимой компьютерной точности $|x_{2,0} - 1| \leq 10^{-12}$. В итоге было принято значение $x_{2,0} = 20$. На границах расчетной области во все моменты времени при $x_1 = \pm x_{1,0}$ ставились периодические условия, а при $x_2 = \pm x_{2,0}$ — условия невозмущенного потока (2). Начальные условия для поля скорости и термодинамических величин, включающие возмущения, определялись в виде

$$u_1(0, x_1, x_2) = x_2 + u'_1(0, x_1, x_2), \quad u_2(0, x_1, x_2) = u'_2(0, x_1, x_2),$$

$$\rho(0, x_1, x_2) = 1 + \rho'(0, x_1, x_2), \quad T(0, x_1, x_2) = 1 + T'(0, x_1, x_2),$$

$$T_v(0, x_1, x_2) = 1 + \xi T'_v(0, x_1, x_2),$$

где параметр ξ задает амплитуду возмущения колебательной температуры. В работах [3, 7] показано, что при течениях в соплах, в недорасширенных струях или для умеренной лазерной накачки колебательных мод, когда диссоциацией можно пренебречь, значения параметра ξ для двухатомных газов лежат в интервале $\xi = 1 \div 5$.

Таблица 1

Спектральные характеристики и инкременты роста наиболее неустойчивых невязких мод при $\tau_v = 1$ и $\gamma_v = 0; 0,66$

M	β		c_i		βc_i	
	$\gamma_v = 0,0$	$\gamma_v = 0,66$	$\gamma_v = 0,0$	$\gamma_v = 0,66$	$\gamma_v = 0,0$	$\gamma_v = 0,66$
0,0	0,4446	0,4446	0,4266	0,4266	0,1897	0,1897
0,2	0,4260	0,4377	0,4255	0,4115	0,1813	0,1801
0,5	0,3970	0,3890	0,3556	0,3449	0,1413	0,1341
0,8	0,2790	0,2895	0,2790	0,2142	0,0778	0,0620
1,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

В качестве вводимых в основной поток начальных возмущений компонент вектора скорости u'_1, u'_2 и термодинамических величин ρ', T', T'_v использовались собственные линейные невязкие колебания с наибольшими инкрементами нарастания, которые рассчитывались авторами в работе [8] на основе линеаризованной системы уравнений двухтемпературной газовой динамики. В табл. 1 приведены использованные в настоящей работе собственные значения фазовых скоростей c_i , соответствующих волновых чисел β и инкрементов роста βc_i наиболее неустойчивых невязких мод для чисел Маха несущего потока $M = 0 \div 1$, времени колебательной релаксации $\tau_v = 1$ и значений параметра $\gamma_v = 0, 0; 0,66$.

На рис. 1 представлены примеры изолиний поля завихренности в начальный момент времени $t = 0$:

$$\omega(0) = -\text{sech}^2 x_2 - [(\beta v_i + du_r/dx_2) \cos \beta x_1 + (\beta v_r - du_i/dx_2) \sin \beta x_1].$$

Здесь $u'_1 = u_r + iu_i, u'_2 = v_r + iv_i$ — комплексные компоненты возмущений поля скорости.

Для расчета эволюции возмущений уравнения (1) аппроксимировались весовой конечно-разностной схемой Ковени–Яненко [9] с расщеплением по физическим процессам и пространственным переменным. Ее исследование применительно к системе (1) было проведено авторами в работе [8]. Вычисления велись на равномерной сетке с шагом h по обоим пространственным переменным. По периодической координате x_1 выполнялась циклическая прогонка, алгоритм реализации которой был взят из работы [10]. Шаги по времени и пространству выбирались равными $h = 0,025$ и $\tau = 0,01$. Режимы течения определялись следующими значениями параметров: $Re = 100, M = 0,2; 0,5, Pr = 0,75, \gamma = 1,4, \alpha_1 = 0 \div 2, \xi = 1 \div 5, \gamma_v = 0; 0,66, \tau_v = 0 \div 1$. При этих значениях параметров, соответствующих случаю

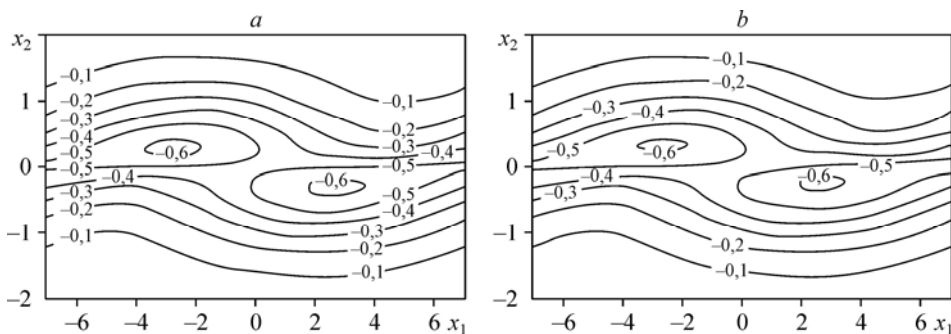


Рис. 1. Картина изолиний поля завихренности ω в момент времени $t = 0$ для $M = 0,5$ и $\tau_v = 1$ ($\gamma_v = 0$ (a), $0,66$ (b)).

двухатомных газов, диссипативный эффект колебательной релаксации рассматривался ранее нами для модельной задачи в работе [2].

Эволюция возмущений в колебательно-неравновесном двухатомном газе

Эволюция вихревого возмущения прослеживалась по поведению поля изолиний полной завихренности потока ω . Сеточная функция ω рассчитывалась с помощью аппроксимации со вторым порядком трансверсальной компоненты вектора вихря центральными разностями от компонент поля скорости. Расчеты позволили детально воспроизвести известную картину нелинейной динамики крупной вихревой структуры «cat's eye» в процессе возникновения и развития неустойчивости Кельвина–Гельмгольца [11]. Структура достаточно быстро при $t \approx 3$ достигает своего максимального размера, после чего возмущение начинает затухать. К моменту времени $t \approx 6$, который можно условно принять за время «жизни», структура минимизируется. При этом ее размер несколько превышает начальный. Примеры изолиний завихренности в вихре в момент достижения максимального размера для различных значений степени колебательной неравновесности ξ приведены на рис. 2.

Сравнение картин изолиний на рис. 2 показывает, что при одинаковой начальной амплитуде возмущения поля скорости (завихренности) большее начальное возмущение колебательной моды (рис. 2, *b*) уменьшает градиент ω в ядре сформировавшейся вихревой структуры. В данном случае это объясняется более высокой температурой газа в ядре и, соответственно, большим значением сдвиговой вязкости $\eta(T)$, что приводит к большей диффузии завихренности.

В процессе приближения к термическому равновесию перетекание энергии из возбужденной колебательной моды в поступательные степени свободы приводит к повышению статической температуры газа. Этот результат релаксационного процесса отражен на графиках рис. 3, где приведены профили колебательной и статической температур в поперечном сечении вихря. Сравняются распределения температур для двух амплитуд возмущений ξ колебательной моды: в начальный момент времени $t = 0$ (кривые 1) и при $t = 3$ (кривые 2), когда структура достигает максимального размера. Видно, что при большей амплитуде возмущения ξ колебательной моды процесс релаксации идет более интенсивно. Статическая температура в ядре вихря, условно выделяемом замкнутыми изолиниями завихренности (см. рис. 2), оказывается выше, чем на периферии области течения. Это

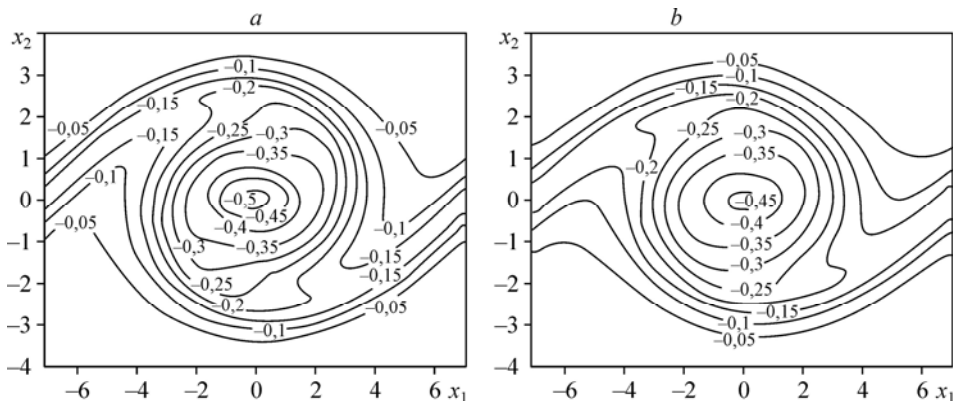


Рис. 2. Изолинии поля завихренности при $M = 0,5$, $\alpha_1 = 0$, $\gamma_v = 0,66$ и $\tau_v = 1$ в момент времени $t = 3$ ($\xi = 1$ (a), 5 (b)).

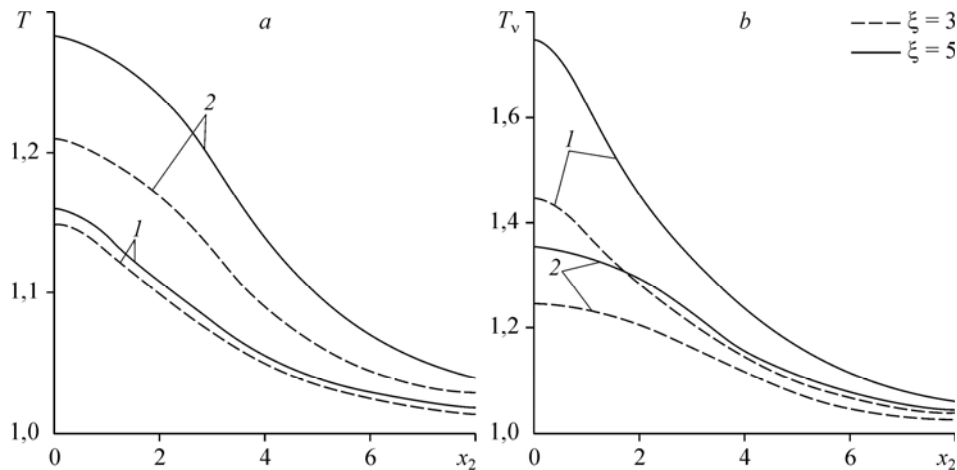


Рис. 3. Профили статической $T(x_2)$ (a) и колебательной $T_v(x_2)$ (b) температур в сечении $x_1 = 0$ для $Re = 100$, $M = 0,5$, $\alpha_1 = 0$, $\gamma_v = 0,66$ и $\tau_v = 1$ при $t = 0$ (1), 3 (2).

связано с тем, что газ, попавший в ядро вихря, остается в нем в течение всей «жизни» вихря, в то время как вне ядра газ выносится конвекцией из расчетной области и релаксация продолжается за ее пределами.

В свою очередь, нагрев приводит к возрастанию вязкости газа и уменьшению плотности в ядре вихря. Следствием этого должно стать дополнительное затухание пульсаций скорости потока. Этот эффект был зафиксирован в работе [12], где моделировалась дорожка Кармана за цилиндром в колебательно-возбужденном газе. В наших расчетах выделить в чистом виде этот канал подавления возмущений не удалось. Возможное объяснение этому заключается в том, что в [12] характерное время релаксации, амплитуда возмущений и время прохождения вихрем расчетной области существенно превышали соответствующие величины, использованные в настоящей работе.

Процесс релаксации, свободный от влияния конвекции, можно наблюдать в центре вихря. Соответствующая эволюция во времени статической и колебательной температур к термодинамическому равновесию показана на рис. 4.

На рис. 4, a приведены релаксационные кривые для двух значений начального возбуждения. Рис. 4, b представляет процесс релаксации для двух значений характерного времени релаксации τ_v . Как следует из уравнения Ландау–Теллера, понижение колебательной температуры в центре вихря определяется не только релаксацией, но и молекулярной теплопроводностью. Вместе с тем кривые изменения T_v , особенно на рис. 4 b, демонстрируют преимущественно экспоненциальное убывание. Это обстоятельство вполне согласуется с оценками динамики обоих процессов, которые можно получить из уравнения для T_v . Действительно, собственно релаксация приводит к оценке $T_v(t) \sim T_v(0)\exp(-t/\tau_v)$. В то же время процесс теплопроводности оценивается как

$$T_v(t) \sim (\text{Re Pr}/t)\exp(-(\text{Re Pr}/t)C).$$

Отсюда видно, что при рассматриваемых параметрах режима диффузионный процесс существенно медленнее релаксационного.

С точки зрения физики и возможных приложений интерес представляет влияние колебательной релаксации на диссипацию кинетической энергии возмущений. Рассматривалась эволюция во времени кинетической энергии возмущения

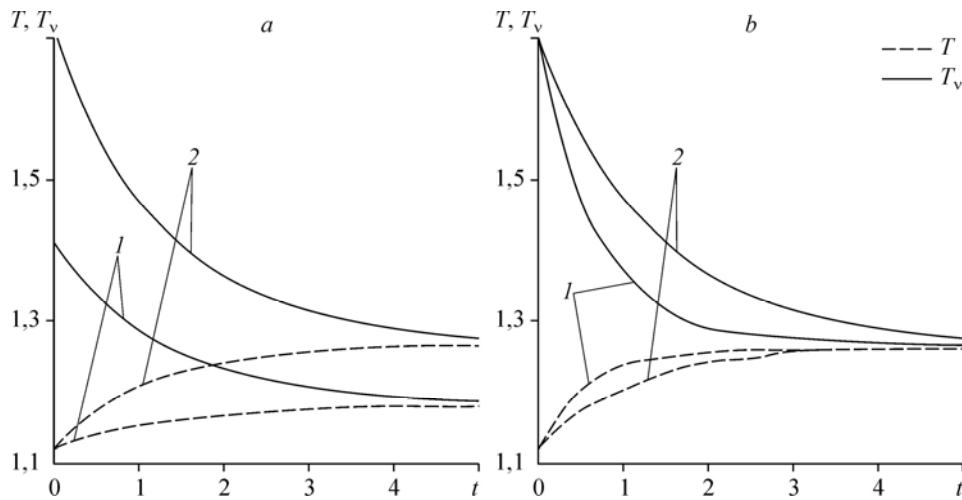


Рис. 4. Временные зависимости статической $T(t)$ и колебательной $T_v(t)$ температур в центре вихревой структуры для $Re = 100$, $M = 0,5$, $\alpha_1 = 0$, $\gamma_v = 0,66$.

a — $\tau_v = 1$, $\xi = 3$ (1), 5 (2); b — $\xi = 5$, $\tau_v = 0,5$ (1), 1 (2).

и абсолютной величины рейнольдсовых напряжений:

$$E(t) = \frac{1}{2} \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{1,0}}^{x_{2,0}} dx_2 \rho (u_1'^2 + u_2'^2), \quad \sigma_{12}(t) = \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{1,0}}^{x_{2,0}} dx_2 |\rho u_1' u_2'|.$$

Уравнение производства энергии возмущений $D(t)$ имеет вид [3]

$$D(t) = dE/dt = J_1 + J_2 - (1/Re)(J_3 + \alpha_1 J_4). \quad (3)$$

$$J_1 = - \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{1,0}}^{x_{2,0}} dx_2 \rho u_1' u_2' \frac{dU_S}{dx_2}, \quad J_2 = \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{2,0}}^{x_{2,0}} dx_2 p' \left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2'}{\partial x_2} \right).$$

$$J_3 = \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{1,0}}^{x_{2,0}} dx_2 \eta(T) \left[\left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2'}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2'}{\partial x_2} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2'}{\partial x_2} \right)^2 \right], \quad J_4 = \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{1,0}}^{x_{2,0}} dx_2 \eta(T) \left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2'}{\partial x_2} \right)^2.$$

Здесь величины u_1' , u_2' , p' — пульсации компонент скорости и давления, $x_{1,0} = \pi/\beta$, $x_{2,0} = 20$. Волновые числа β для различных значений режимных параметров γ_v , M и τ_v брались из табл. 1.

Интегралы J_1 и J_2 описывают соответственно обмен энергией между возмущением и основным потоком и работу при пульсационном расширении (сжатии) газа. Интегралы J_3 и J_4 , определяющие диссипацию кинетической энергии возмущений, в данном случае включают зависящий от температуры коэффициент сдвиговой вязкости. Последнее, естественно, сохраняет их положительную определенность. Таким образом, в уравнении (3) вклад релаксации колебательной моды в диссипацию кинетической энергии возмущений осуществляется не только через плотность и давление газа, связанные уравнением состояния с температурой, но и непосредственно через температурную зависимость $\eta(T) = T^{4/5}$.

Пульсационные характеристики течения определялись следующим образом:

$$\Psi'(t, x_1, x_2) = \Psi(t, x_1, x_2) - \Psi_S(t, x_1, x_2),$$

где компоненты вектор-функции Ψ представляют собой мгновенные значения характеристик возмущенного течения, а Ψ_S — соответствующие характеристики несущего потока. Поскольку в данном случае невозмущенное течение (2) не являлось точным стационарным решением системы (1), то его мгновенные характеристики рассчитывались параллельно с расчетом возмущенного потока. Интегралы в (3) вычислялись по квадратурным формулам трапеций с шагом $h = 0,025$ на сетке, использованной в расчетах.

Примеры временных зависимостей кинетической энергии возмущений $E(t, \xi)$ и производства пульсационной энергии $D(t, \xi)$ для некоторых режимов представлены соответственно на рис. 5, 6. Видно, что расслоение кривых $E(t)$ по параметру неравновесности колебательной энергии ξ достаточно заметное, а эволюция структуры для всех значений ξ носит универсальный характер: рост и достижение максимального значения энергии структуры при $t \approx 3$, затем ее спад и стабилизация при $t > 5$ к некоторому значению, несколько превышающему начальное.

Из графиков рис. 5 следует, что чем больше значение параметра ξ , тем меньше кинетическая энергия структуры на всем временном интервале. Возрастание глубины возбуждения колебательной моды ξ , как и увеличение объемной вязкости η_b (параметра α_1), приводит к возрастанию диссипации кинетической энергии возмущений. Временные зависимости модуля рейнольдсовых напряжений $|\sigma_{12}|(t, \xi, \alpha_1)$ практически повторяют приведенные графики $E(t, \xi, \alpha_1)$. Вместе с тем вычисления показали, что варьирование времени колебательной релаксации τ_v от нуля до единицы слабо влияет на поведение временных зависимостей $E(t)$ и $|\sigma_{12}|(t)$.

Сопоставление графиков на рис. 5, 6 показывает, что на временном интервале, где происходит рост кинетической энергии возмущений, ее производство сначала положительно и возрастает, достигая некоторого максимума, а затем начинает убывать и становится отрицательным, что соответствует убыванию энергии структуры. Точки перехода кривых $D(t)$ через нуль соответствуют максимумам на кривых $E(t)$, а точки максимума и минимума графиков $D(t)$ отвечают точкам перегиба на графиках $E(t)$.

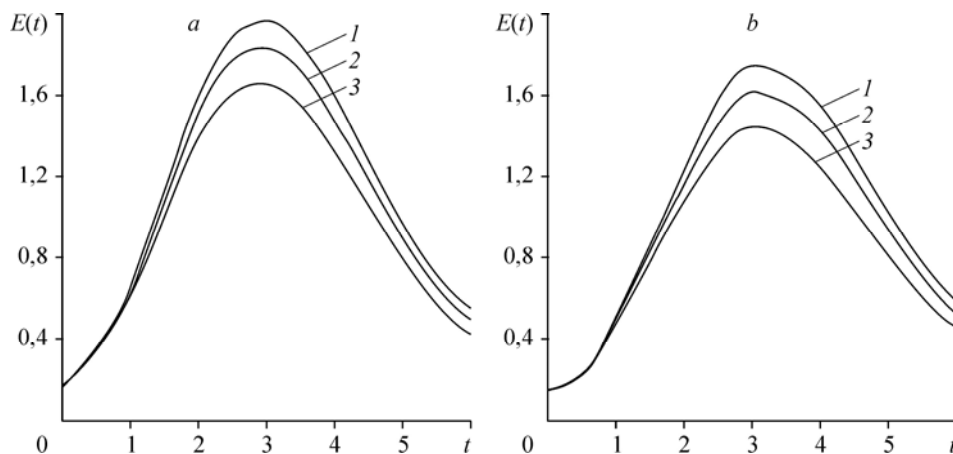


Рис. 5. Временные зависимости энергии возмущений $E(t)$ для $Re = 100$, $M = 0,5$, $\gamma_v = 0,66$ и $\tau_v = 1$. $\alpha_1 = 0$ (a), 2 (b), $\xi = 1$ (1), 3 (2), 5 (3).

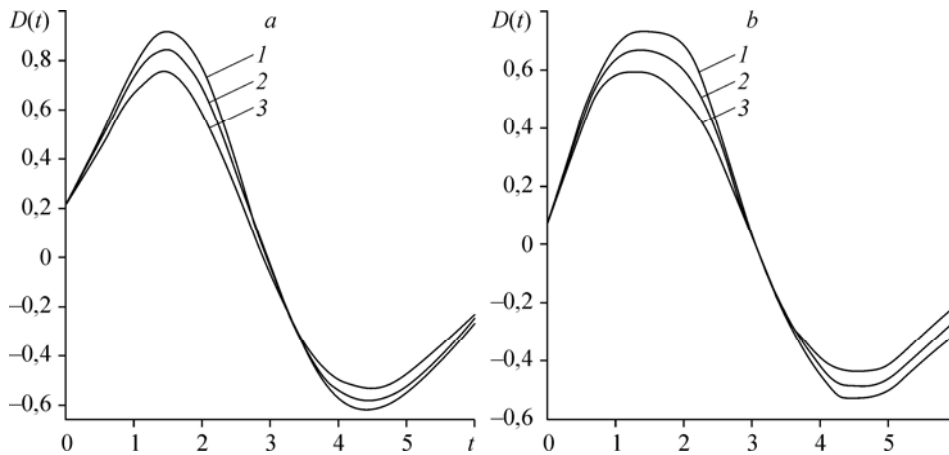


Рис. 6. Временные зависимости производства пульсационной энергии $D(t)$ для $Re = 100$, $M = 0,5$, $\gamma_v = 0,66$ и $\tau_v = 1$.
 $\alpha_1 = 0$ (a), 2 (b), $\xi = 1$ (1), 3 (2), 5 (3).

Для количественного сравнения вклада колебательной релаксации в диссипацию кинетической энергии возмущений находились относительные отклонения

$$\varepsilon_E(\xi) = \left| \frac{\langle E(t, \xi) \rangle - \langle E(t, 0) \rangle}{\langle E(t, 0) \rangle} \right| \cdot 100\%, \quad \xi = 1 \div 5,$$

где угловые скобки $\langle \dots \rangle$ означают осреднение по условному времени «жизни» структуры $\Theta = 6$. Результаты расчетов относительных отклонений $\varepsilon_E(\xi)$ для некоторых наборов параметров представлены в табл. 2.

Из табл. 2 следует, что рост параметра ξ при фиксированных значениях числа Маха M и параметрах α_1 , τ_v приводит к большей диссипации кинетической энергии возмущения. В частности, в отсутствие объемной вязкости, когда $\alpha_1 = 0$, относительное уменьшение средней по времени энергии $\langle E(t, \xi) \rangle$ для $\xi = 5$ и $M = 0,5$ достигает $\varepsilon_E = 11,35\%$. Полученное значение хорошо согласуется с результатами работы [2] для диссипации энергии возмущений $\langle E(t, \xi) \rangle$ за счет только релаксационного процесса колебательной моды молекул при отсутствии в течении других диссипативных процессов, хотя в [2] рассматривалась модельная задача, в которой воспроизводилось только затухание структуры, что в данном случае соответствует убывающим ветвям кривых на рис. 5. В расчетах для максимальных значений объемной вязкости при $\alpha_1 = 2$, числа Маха $M = 0,5$ и параметра $\xi = 5$ среднее относительное подавление кинетической энергии возмущений составило $\varepsilon_E \approx 13,1\%$.

Можно отметить отраженную в табл. 2 однонаправленность воздействий сжимаемости, объемной вязкости и возбуждения колебательных степеней свободы, возрастание которых вызывает увеличение диссипации энергии возмущений. Вместе с тем видно, что допустимые возбуждения колебательных мод приводят к существенно большему диссипативному эффекту по сравнению с возможным вкладом объемной вязкости. Относительная доля последнего не превышает 15 %.

Таблица 2
 Относительные отклонения $\varepsilon_E(\xi)$, % для $Re = 100$, $\tau_v = 1$, $\gamma_v = 0,66$

M	$\alpha_1 = 0$			$\alpha_1 = 1$			$\alpha_1 = 2$		
	$\xi = 1$	$\xi = 3$	$\xi = 5$	$\xi = 1$	$\xi = 3$	$\xi = 5$	$\xi = 1$	$\xi = 3$	$\xi = 5$
0,2	1,986	3,324	9,721	2,121	3,690	10,448	2,332	4,087	11,455
0,5	2,750	5,424	11,348	3,799	5,730	12,009	3,096	6,177	13,074

Это позволяет рассматривать принудительную накачку колебательных мод в качестве реального способа управления течениями молекулярных газов.

Заключение

Выполнено численное моделирование нелинейного развития дозвуковых вихревых возмущений в эволюционирующем во времени сдвиговом слое колебательно-возбужденного газа. Диапазон параметров течения, в частности, отношения коэффициентов объемной и сдвиговой вязкостей α_1 и параметра неравновесности колебательной моды ξ , соответствовал реально достижимым значениям для двухатомных газов. Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. Релаксация неравновесной колебательной моды при уровнях возбуждения, которые можно получить в двухатомных газах в течениях в соплах, в недорасширенных струях или умеренной лазерной накачкой, сопровождается заметным подавлением вихревых возмущений. Вызванное ей относительное увеличение диссипации кинетической энергии крупной вихревой структуры, осредненное по времени ее «жизни», в отсутствие объемной вязкости достигает 12 %. Этот фактор может существенно повлиять на тягу сопел реактивных двигателей, сопротивление тракта газодинамических лазеров и т. п.

2. Допустимые возбуждения колебательной моды в пределах $1 \leq \xi \leq 5$ приводят к существенно большему диссипативному эффекту по сравнению с возможным вкладом объемной вязкости при $0 \leq \alpha_1 \leq 2$.

3. Диапазон изменения диссипативного эффекта при релаксации колебательной моды сопоставим с механическим способом воздействия на крупные вихревые структуры (LEBU) [13]. Поэтому лазерная накачка колебательных мод может стать реальным способом управления течениями молекулярных газов.

Список литературы

1. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Подавление вихревых возмущений релаксационным процессом в течениях возбужденного молекулярного газа // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 4. С. 22–34.
2. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В., Ершова Е.Е. Влияние колебательной релаксации на пульсационную активность в течениях возбужденного двухатомного газа // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 3. С. 15–23.
3. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В., Зырянов К.В. Численное моделирование волн Кельвина–Гельмгольца в слабо неравновесном молекулярном газе // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13, № 5. С. 25–40.
4. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Влияние объемной вязкости на неустойчивость Кельвина–Гельмгольца // ПМТФ. 2008. Т. 49, № 3. С. 73–84.
5. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В. Энергетическая оценка критических чисел Рейнольдса в сжимаемом течении Куэтта. Влияние объемной вязкости // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 5. С. 25–40.
6. Жданов В.М., Алиевский М.Я. Процессы переноса и релаксации в молекулярных газах / М.: Наука, 1989. 335 с.
7. Осипов А.И., Уваров А.В. Кинетические и газокинетические процессы в неравновесной молекулярной физике // Успехи физ. наук. 1992. Т. 162, № 11. С. 1–42.
8. Григорьев Ю.Н., Ершов И.В., Зырянов К.И. Численное моделирование инерционной неустойчивости в колебательно-неравновесном двухатомном газе // Вычислительные технологии. 2010. Т. 15, № 6. С. 42–57.
9. Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1981. 304 с.
10. Квасов Б.И. Интерполяция кубическими и бикубическими сплайнами // Учебное пособие. Новосибирск: НГУ. 2004. 40 с.
11. Patnaik P.C., Sherman F.S., Corcos G.M. A numerical simulation of Kelvin-Helmholtz waves of finite amplitude // J. Fluid Mech. 1976. Vol. 73, part 2. P. 215–239.
12. Винниченко Н.А., Никитин Н.В., Уваров А.В. Вихревая дорожка Кармана в колебательно-неравновесном газе // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2005. № 5. С. 107–114.
13. Savill A.M. Drag reduction by passive devices — a review of some recent developments // Structure of turbulence and drag reduction / Ed. by A.Gyr. Berlin etc.: Springer-Verlag, 1990. P. 429–465.

Статья поступила в редакцию 8 февраля 2011 г.