

8. Kipke J. Untersuchungen an schiebenden Wellenreiter-Flügeln im Hyperschallbereich // Z. für Flugwissenschaften.— 1973.— Bd 21, N 11.
9. Чароут А., Редекеопп Л. Сверхзвуковой поток в угле, образованном пересекающимися клиньями // РТК.— 1967.— № 3.
10. Кутлер П. Сверхзвуковое обтекание угла, образованного двумя клиньями // РТК.— 1974.— № 5.
11. Демьяненко В. С., Федосов В. П. Течение сверхзвукового потока около выпуклого двугранного угла // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук.— 1975.— № 13, вып. 3.
12. Гонор А. Л., Швец А. И. Исследование распределения давления на звездообразных телах // ПМТФ.— 1965.— № 6.

Поступила 9/XI 1987 г.

УДК 532.526

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ТЕЧЕНИЯ ОКОЛО ИСКРИВЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В. В. Боголепов

(Москва)

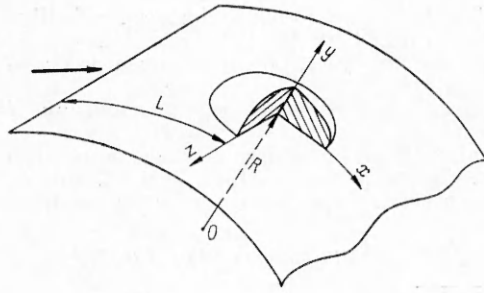
Расчет обтекания и аэродинамического нагрева различных пространственных локальных неровностей на поверхности тела — актуальная научно-техническая проблема (см., например, [1]). Анализ течений около неровностей на плоской поверхности [2] выявил механизм взаимодействия пространственных возмущенных областей с внешним невязким потоком, позволил сформулировать целый ряд оригинальных краевых задач, исследовать основные свойства их решений и построить классификационную схему режимов таких течений.

Практически важен учет искривленности поверхности тела. Это дает возможность моделировать обтекание неровностей на поверхности крыла, на стенке искривленного канала или на лопатке турбины. Изучение взаимодействия ламинарного пограничного слоя около искривленной поверхности с малой неровностью на ней показало возникновение в этом случае специального варианта теории продольно-поперечного взаимодействия [3, 4]. В [2, 3] приведена подробная библиография по асимптотической теории взаимодействия пространственных возмущенных областей течения с внешним невязким потоком.

В данной работе выполнены систематические исследования обтекания вязкой несжимаемой жидкостью малых пространственных неровностей, расположенных на искривленной поверхности. Получено, что влияние искривленности поверхности сказывается только на вытянутых в направлении потока неровностях. Построена классификационная схема режимов обтекания таких неровностей, показаны различия в механизмах взаимодействия возмущенных областей течения с внешним невязким потоком и предложено объяснение возникновения передачи возмущений вверх по потоку при обтекании неровностей на вогнутых поверхностях.

1. Рассматривается обтекание искривленной (с постоянным радиусом кривизны R) пластины потоком вязкой жидкости при больших, но докритических числах Рейнольдса. Предполагается, что на поверхности пластины на расстоянии $L \ll R$ от ее передней кромки находится небольшая пространственная выпуклость или вмятина (рис. 1). Строится стационарное решение уравнений Навье — Стокса для пространственной области возмущенного ламинарного течения при стремлении $Re = u_0 L / \nu = \varepsilon^{-2}$ к бесконечности (u_0 — продольная составляющая скорости во внешнем невязком потоке в точке, где находится малая неровность, ν — коэффициент кинематической вязкости). В дальнейшем используются только безразмерные переменные, для этого все линейные размеры относятся к L , компоненты скорости — к u_0 , давление — к ρu_0^2 (ρ — плотность жидкости).

Относительно размеров малой неровности предполагается, что ее характерная толщина a по порядку величины меньше или равна характерной толщине невозмущенного пограничного слоя на искривленной пластине в этом месте ($a \leq \delta \sim O(\varepsilon)$), а ее характерная протяженность b по порядку величины больше или равна a и меньше или равна единице ($a \leq b \leq 1$). Характерная ширина неровности c по порядку величины может быть больше или равна a ($c \geq a$). При $a > b$ или $a > c$ течения могут иметь те же особенности, что и при $a \sim b$ или $a \sim c$, только продольный или по-



Р и с. 1

перечный размер области возмущенного течения будет определяться значением a . Очевидно еще, что размеры этой области должны быть больше характерной длины свободного пробега молекул жидкости ($a, b, c > \varepsilon^2$), т. е. a, b и c удовлетворяют соотношениям

$$(1.1)$$

$$\varepsilon^2 < a \leq \varepsilon, a \leq b \leq 1, a \leq c.$$

В [2] была построена общая схема режимов течений около неровностей с характерными размерами (1.1), расположенных на поверхности плоской пластины. Рассматривались случаи, когда вблизи поверхности неровности индуцировались вязкие нелинейные возмущения — $u \sim \Delta u \sim \Delta p_1^{1/2}$ или $w \sim \Delta w \sim \Delta p_1^{1/2}$ (u, w — продольная и поперечная составляющие скорости, $\Delta u, \Delta w$ — возмущения этих составляющих, Δp_1 — возмущение давления, индуцированное малой неровностью на поверхности плоской пластины). При обтекании неровностей на искривленной пластине за счет действия центробежных сил дополнительно индуцируется возмущение давления $\Delta p_2 \sim +\kappa u^2 \Delta y$ (кривизна пластины $k = L/R = \kappa K \leq 1, \kappa \leq 1, K \sim O(1), \Delta y$ — толщина слоя жидкости, в котором индуцируется возмущение давления Δp_2 , верхний или нижний знак относится к выпуклой или вогнутой пластине). Ниже исследуются режимы течений около неровностей на искривленных поверхностях, когда они индуцируют вязкие нелинейные возмущения и одинаковые по порядку величины возмущения Δp_1 и Δp_2 . При определении порядков величин функций течения в возмущенных областях не учитывались как несущественные или пассивные члены, описывающие их изменение вдоль искривленной поверхности (соответствующие оценки выполнены в [3]).

2. В [2] получено, что узкие неровности с характерными размерами (1.1) при $a \leq b \leq c$, расположенные на плоской пластине, индуцируют возмущение давления $\Delta p_1 \sim O(b^{2/3})$. Если неровности целиком погружены в сдвиговую пристеночную часть невозмущенного пограничного слоя на пластине ($u \sim y$), то при $a \sim b \sim O(\varepsilon^{3/2})$ их обтекание описывается уравнениями Навье — Стокса и на искривленной поверхности индуцируется возмущение давления $\Delta p_2 \sim \kappa u^2 a \sim O(\kappa \varepsilon^{5/2}) \ll \Delta p_1 \sim O(\varepsilon)$.

При компенсационном режиме обтекания неровностей $a \sim O(\varepsilon b^{1/3})$, $\varepsilon^{3/2} < b < \varepsilon^{3/4}$, когда в первом приближении нет взаимодействия с внешним невязким потоком, на искривленной поверхности индуцируется возмущение давления $\Delta p_2 \sim \kappa u \Delta u b \sim O(\kappa b^{5/3}) \ll \Delta p_1 \sim O(b^{2/3})$ при $b \leq \varepsilon$ или $\Delta p_2 \sim \kappa u \Delta u \varepsilon \sim O(\kappa b^{2/3} \varepsilon) \ll \Delta p_1 \sim O(b^{2/3})$ при $\varepsilon < b < \varepsilon^{3/4}$.

Если же неровности возмущают внешний невязкий поток ($a \sim O(b^{5/3}), \varepsilon^{3/4} \leq b \leq \varepsilon^{3/5}$ — течения в режиме свободного взаимодействия или при заданном распределении давления), то на искривленной поверхности индуцируется возмущение давления $\Delta p_2 \sim \kappa u \Delta u b \sim O(\kappa b^{5/3}) \ll \Delta p_1 \sim O(b^{2/3})$. Следовательно, при всех возможных режимах обтекания узких ($a \leq b \leq c$) неровностей (1.1) $\Delta p_2 \ll \Delta p_1$ при $\kappa \leq 1$, и поэтому для них в первом приближении никак не будет сказываться влияние искривленности поверхности.

3. Узкие неровности с характерными размерами (1.1) и при $a \leq c < b$, расположенные на плоской поверхности, индуцируют возмущение давления $\Delta p_1 \sim O(c^2/b^{4/3})$ [2]. Если $a \sim O(\varepsilon b^{1/3}), \varepsilon b^{1/3} \leq c < \varepsilon/b^{1/3}$ (часть ABD плоскости ABC на рис. 2, линии AB, BC, AC и BD соответствуют $c \sim O(\varepsilon b^{1/3}), b \sim O(1), \tilde{b} \sim c$ и $c \sim O(\varepsilon/b^{1/3})$), то возмущение давления создается за счет взаимодействия неровности с пристеночной сдвиговой частью невозмущенного пограничного слоя на плоской поверхности и нет взаимодействия с внешним невязким потоком. При $a \sim O(c b^{2/3}), \varepsilon/b^{1/3} < c \leq \varepsilon/b^{2/3}$ (плоскость BED на рис. 2, линия BE отвечает $c \sim O(\varepsilon/b^{2/3})$)

возмущение давления создается за счет взаимодействия неровности с внешним невязким потоком. Если характерные размеры неровностей попадают на пересечение плоскостей ABC и BED — линию BD , то возмущение давления создается за счет взаимодействия неровности со всем пограничным слоем на плоской поверхности. Для всех режимов обтекания узких неровностей, расположенных на плоской поверхности, отсутствует передача возмущений вверх по потоку.

Для узких неровностей на искривленной поверхности в пристеночной области 3 с характерными размерами $x \sim O(b)$, $y \sim O(a)$, $z \sim O(c)$, $a \sim O(\epsilon b^{1/3})$ должно индуцироваться возмущение давления $\Delta p \sim \Delta p_1 \sim \Delta p_2 \sim O(\epsilon^2/b^{4/3})$. Тогда из уравнений сохранения поперечного импульса и неразрывности получаются оценки для составляющих скорости: $w \sim \Delta p^{1/2} \sim O(c/b^{2/3})$, $u \sim O(b^{1/3})$ и $v \sim O(\epsilon/b^{1/3})$. Поэтому в области 3 вязких нелинейных возмущений вводятся следующие независимые переменные и асимптотические разложения функций течения:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} x &= bx_3, \quad y = \epsilon b^{1/3} y_3, \\ z &= cz_3, \quad u = b^{1/3} u_3 + \dots, \\ v &= (\epsilon/b^{1/3}) v_3 + \dots, \quad w = \\ &= (c/b^{2/3}) w_3 + \dots, \quad \Delta p \approx \\ &\approx (c^2/b^{4/3}) p_3 + \dots \end{aligned}$$

На искривленной поверхности в области 3 индуцируется возмущение давления $\Delta p_2 \sim ku^2 a \sim O(\kappa \epsilon b)$. Приравнивая порядки возмущений Δp_1 и Δp_2 , легко видеть, что $\Delta p_1 \sim \Delta p_2$ при $c \sim O(\kappa^{1/2} \epsilon^{1/2} b^{7/6})$ — линия FG на рис. 2. При $c \sim a \sim O(\epsilon b^{1/3})$

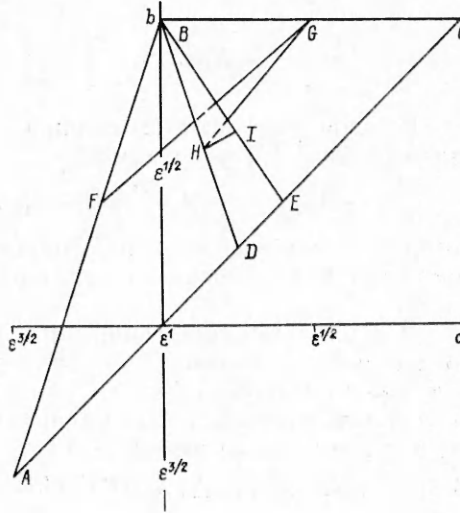


Рис. 2

$$(3.2) \quad a \sim c \sim O(\epsilon^{6/5}/\kappa^{1/5}), \quad b \sim O(\epsilon^{3/5}/\kappa^{3/5})$$

— точка F на рис. 2. Тогда подстановка разложений (3.1) в уравнения Навье — Стокса и совершение предельного перехода при $\epsilon \rightarrow 0$ показывают, что в первом приближении обтекание неровностей с характерными размерами (3.2) на искривленной поверхности описывается параболизированными в продольном направлении уравнениями Навье — Стокса

$$(3.3) \quad \begin{aligned} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial y_3} + \frac{\partial w_3}{\partial z_3} &= 0, \quad u_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + v_3 \frac{\partial u_3}{\partial y_3} + w_3 \frac{\partial u_3}{\partial z_3} = \frac{\partial^2 u_3}{\partial y_3^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial z_3^2}, \\ u_3 \frac{\partial v_3}{\partial x_3} + v_3 \frac{\partial v_3}{\partial y_3} + w_3 \frac{\partial v_3}{\partial z_3} &+ Ku_3^2 + \frac{\partial p_3}{\partial y_3} = \frac{\partial^2 v_3}{\partial y_3^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial z_3^2}, \\ u_3 \frac{\partial w_3}{\partial x_3} + v_3 \frac{\partial w_3}{\partial y_3} + w_3 \frac{\partial w_3}{\partial z_3} &+ \frac{\partial p_3}{\partial z_3} = \frac{\partial^2 w_3}{\partial y_3^2} + \frac{\partial^2 w_3}{\partial z_3^2}. \end{aligned}$$

На поверхности малой неровности должны выполняться обычные условия прилипания и непротекания

$$(3.4) \quad u_3 = v_3 = w_3 = 0 \quad (y_3 = f(x_3, z_3)).$$

Внешние краевые условия получаются из срачивания с решением для пристеночной сдвиговой части невозмущенного пограничного слоя на искривленной поверхности

$$(3.5) \quad u_3 \rightarrow Au_3, \quad p_3 \rightarrow \pm KA^2 y_3^3/3, \quad v_3, w_3 \rightarrow 0 \quad (x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 \rightarrow \infty).$$

Здесь $A = (\partial u_{20}/\partial y_2)$ при $y_2 = O$ ($y = \epsilon y_2$, $u_{20}(y_2)$ — профиль продольной

составляющей скорости в невозмущенном пограничном слое на искривленной поверхности в точке, где находится малая неровность).

На рис. 2 линия FG ($c \sim O(\kappa^{1/2}\varepsilon^{1/2}b^{7/6})$) построена при $\kappa \sim O(1)$. Для искривленных поверхностей при $1 > \kappa \geq \varepsilon$ линия FG и все последующие построения, очевидно, будут смещаться к точке B .

4. Для тонких узких неровностей с характерными размерами

$$(4.1) \quad a \sim O(\varepsilon b^{1/3}), \quad c \sim O(\kappa^{1/2}\varepsilon^{1/2}b^{7/6}), \quad (\varepsilon/\kappa)^{3/5} < b \leq 1$$

(линия FG на рис. 2) течение в области 3 в первом приближении описывается уравнениями типа тонкого вязкого слоя

$$(4.2) \quad \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial y_3} + \frac{\partial w_3}{\partial z_3} = 0, \quad u_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + v_3 \frac{\partial u_3}{\partial y_3} + w_3 \frac{\partial u_3}{\partial z_3} = \frac{\partial^2 u_3}{\partial y_3^2},$$

$$\frac{\partial p_3}{\partial y_3} = \pm K u_3^2, \quad u_3 \frac{\partial w_3}{\partial x_3} + v_3 \frac{\partial w_3}{\partial y_3} + w_3 \frac{\partial w_3}{\partial z_3} + \frac{\partial p_3}{\partial z_3} = \frac{\partial^2 w_3}{\partial y_3^2}.$$

Решение системы (4.2) должно удовлетворять внутренним (3.4) и начальным краевым условиям

$$u_3 \rightarrow A y_3, \quad p_3 \rightarrow \pm K A^2 y_3^3 / 3, \quad v_3, w_3 \rightarrow 0 \quad (x_3 \rightarrow -\infty, z_3 \rightarrow \pm \infty),$$

которые получаются из сращивания с решением для пристеночной сдвиговой части невозмущенного пограничного слоя на искривленной поверхности.

Для нахождения внешних краевых условий необходимо дополнительно рассмотреть область 2 с толщиной $y \sim O(c)$ при $\varepsilon^{6/5}/\kappa^{1/5} < c < \varepsilon$ или $y \sim O(\varepsilon)$ при $\varepsilon \leq c \leq \kappa^{1/2}\varepsilon^{1/2}$. Используя соотношение для $\Delta p_2 \sim \sim \kappa \Delta u$ и уравнения неразрывности и сохранения поперечного импульса, в первом случае имеем

$$(4.3) \quad u \sim O(c/\varepsilon), \quad \Delta u \sim O(\varepsilon/\kappa b^{4/3}), \quad v \sim O(\varepsilon c/\kappa b^{7/3}), \quad w \sim O(\varepsilon/b^{1/3}),$$

а во втором

$$(4.4) \quad u \sim O(1), \quad \Delta u \sim O(c^2/\kappa \varepsilon b^{4/3}), \quad v \sim O(c^2/\kappa b^{7/3}), \quad w \sim O(c/b^{1/3}).$$

Эти оценки показывают, что в первом приближении возмущения от неровностей с характерными размерами (4.1) не проникают в область 2 (возмущения функций течения в области 2 по порядкам величин меньше, чем в области 3). Поэтому решение системы (4.2) должно удовлетворять внешним краевым условиям

$$u_3 \rightarrow A y_3, \quad p_3 \rightarrow \pm K A^2 y_3^3 / 3, \quad v_3, w_3 \rightarrow 0 \quad (y_3 \rightarrow \infty),$$

т. е. для рассматриваемого случая также справедливы внешние краевые условия (3.5).

5. В пп. 3 и 4 рассмотрены режимы обтекания малых неровностей на искривленных поверхностях, когда возмущение давления Δp_2 индуцируется в области 3 с характерной толщиной, равной по порядку величины характерной толщине неровности a . При этом внешняя область 2 в первом приближении остается невозмущенной. Очевидно, чтобы возмущалась область 2 и там индуцировалось возмущение давления Δp_2 , в области 3 должна создаваться дополнительная толщина вытеснения. А для этого необходимо нетривиальное сращивание асимптотических разложений для продольной составляющей скорости u в областях 2 и 3 [2]. Сравнивая асимптотические разложения функций течения (3.1) для области 3 и их оценки (4.3) и (4.4) в области 2, можно получить, что это условие выполняется при $c \sim O(\kappa^{1/2}\varepsilon^{1/2}b^{5/6})$, $\varepsilon \leq c \leq \kappa^{1/2}\varepsilon^{1/2}$ — линия HG на рис. 2. Тогда для неровностей с характерными размерами

$$(5.1) \quad a \sim O(\varepsilon b^{1/3}), \quad c \sim O(\kappa^{1/2}\varepsilon^{1/2}b^{5/6}), \quad (\varepsilon/\kappa)^{3/5} \leq b \leq 1$$

течение в области 3 в первом приближении описывается уравнениями пространственного пограничного слоя Прандтля без члена $\partial p/\partial x$ в урав-

нении сохранения продольного импульса:

$$(5.2) \quad \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial y_3} + \frac{\partial w_3}{\partial z_3} = 0, \quad u_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3} + v_3 \frac{\partial u_3}{\partial y_3} + w_3 \frac{\partial u_3}{\partial z_3} = \frac{\partial^2 u_3}{\partial y_3^2},$$

$$\frac{\partial p_3}{\partial y_3} = 0, \quad u_3 \frac{\partial w_3}{\partial x_3} + v_3 \frac{\partial w_3}{\partial y_3} + w_3 \frac{\partial w_3}{\partial z_3} + \frac{\partial p_3}{\partial z_3} = \frac{\partial^2 w_3}{\partial y_3^2}.$$

Решение системы (5.2) должно удовлетворять внутренним (3.4) и начальным краевым условиям

$$(5.3) \quad u_3 \rightarrow Ay_3, \quad v_3, w_3, p_3 \rightarrow 0 \quad (x_3 \rightarrow -\infty, z_3 \rightarrow +\infty),$$

которые получаются из сращивания с решением для пристеночной сдвиговой части невозмущенного пограничного слоя на искривленной поверхности.

При использовании оценок (4.4) в области 2 вводятся новые независимые переменные и асимптотические разложения функций течения

$$(5.4) \quad x = bx_2, \quad y = \epsilon y_2, \quad z = cz_2, \quad u = u_{20}(y_2) + (c^2/\kappa \epsilon b^{4/3})u_2 + \dots,$$

$$v = (c^2/\kappa b^{7/3})v_2 + \dots,$$

$$w = (c/b^{1/3})w_2 + \dots, \quad \Delta p \approx \pm \kappa \epsilon K \int_0^{y_2} u_{20}^2 dy_2 + (c^2/b^{4/3})p_2 + \dots$$

Подстановка разложений (5.4) в уравнения Навье — Стокса и совершенные предельного перехода при $\epsilon \rightarrow 0$ показывают, что в первом приближении течение в области 2 около неровностей (5.1) описывается системой линейных невязких уравнений

$$\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial y_2} = 0, \quad u_{20} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + v_2 \frac{\partial u_{20}}{\partial y_2} = 0,$$

$$\frac{\partial p_2}{\partial y_2} = \pm 2Ku_{20}u_2, \quad u_{20} \frac{\partial w_2}{\partial x_2} + \frac{\partial p_2}{\partial z_2} = 0,$$

которая допускает частичное интегрирование

$$(5.5) \quad u_2 = D du_{20}/dy_2, \quad v_2 = -u_{20} \partial D / \partial x_2, \quad p_2 = \mp KD(1 - u_{20}^2) + p_2(y_2 \rightarrow \infty)$$

($D = D(x_2, z_2)$ — толщина вытеснения области 3). Сращивание асимптотических разложений функций течения (3.1) и (5.4) в областях 3 и 2 при использовании соотношений (5.5) позволяет получить внешние краевые условия для системы (5.2)

$$(5.6) \quad u_3 \rightarrow A(y_3 + D), \quad w_3 \rightarrow 0, \quad p_3 = \mp KD + p_2(y_2 \rightarrow \infty) \quad (y_3 \rightarrow \infty).$$

Для определения функции $p_2(x_2, y_2 \rightarrow \infty, z_2)$ необходимо дополнительно рассмотреть возмущенную область 1 невязкого внешнего течения с характерными размерами $x \sim O(b)$, $y \sim z \sim O(c)$, в которой вводятся новые переменные и асимптотические разложения функций течения

$$(5.7) \quad x = bx_1, \quad y = cy_1, \quad z = cz_1, \quad u \approx 1 + b^{2/3}u_1 + \dots,$$

$$v = (c/b^{1/3})v_1 + \dots, \quad w = (c/b^{1/3})w_1 + \dots, \quad \Delta p \approx \kappa c Ky_1 +$$

$$+ (c^2/b^{4/3})p_1 + \dots$$

Сращивание асимптотических разложений функций течения (5.4) и (5.7) в областях 2 и 1 показывает, что при $b > (\epsilon/\kappa)^{3/7}$, $c \sim O(\kappa^{1/2} \epsilon^{1/2} b^{5/6})$ вертикальная составляющая скорости v по порядку величины в области 1 больше, чем в области 2. Это означает, что при $b > (\epsilon/\kappa)^{3/7}$ для неровностей (5.1) область 1 остается невозмущенной и все возмущения от малой неровности должны затухать в области 2, т. е. $p_2(x_2, y_2 \rightarrow \infty, z_2) = 0$.

Если же

$$(5.8) \quad a \sim O(\epsilon^{8/7}/\kappa^{1/7}), \quad b \sim O(\epsilon^{3/7}/\kappa^{3/7}), \quad c \sim O(\kappa^{1/7} \epsilon^{6/7})$$

(точка H на рис. 2), то подстановка разложений (5.7) в уравнения Навье — Стокса и совершение предельного перехода при $\varepsilon \rightarrow 0$ показывают, что в первом приближении течение в области 1 описывается системой линейных невязких уравнений, которую удобно свести к одному уравнению для возмущения давления

$$(5.9) \quad \partial^2 p_1 / \partial y_1^2 + \partial^2 p_1 / \partial z_1^2 = 0, \quad p_1 \rightarrow 0 \quad (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \rightarrow \infty), \\ p_1(x_1, 0, z_1) = p_2(x_2, y_2 \rightarrow \infty, z_2).$$

Внутреннее краевое условие для этого уравнения получается из сращивания разложений (5.4) и (5.7) при использовании соотношений (5.5)

$$(5.10) \quad \partial p_1 / \partial y_1 = \partial^2 D / \partial x_1^2 \quad (y_1 = 0).$$

При $b < (\varepsilon/\kappa)^{3/7}$, $c \sim O(\kappa^{1/2} \varepsilon^{1/2} b^{5/5})$ в области 1 индуцируются бесконечно большие возмущения вертикальной составляющей скорости v , что недопустимо.

Рассмотренные в этом разделе режимы обтекания неровностей исследовались в [3, 4]; в [4] представлены еще результаты численных расчетов краевой задачи (3.4), (5.2), (5.3) и (5.6) при $p_2(x_2, y_2 \rightarrow \infty, z_2) = 0$ в линейном приближении.

6. Характерная толщина «толстых» (по терминологии [2]) неровностей $a \sim O(cb^{2/3})$ (плоскость BED на рис. 2) по порядку величины больше толщины вязкого слоя $\delta_1 \sim O(\varepsilon b^{1/3})$ вблизи их поверхности. Поэтому в области 3 справедливы асимптотические разложения (3.1), только координата y_3 отсчитывается теперь от поверхности неровности $f(x_3, z_3)$. В области 2 вертикальная составляющая скорости v по порядку величины должна быть равна характерному наклону неровности в продольном направлении $v \sim a/b \sim O(c/b^{1/3})$. Используя асимптотические разложения (5.4), легко получить, что это условие выполняется при $c \sim O(\kappa b^2)$ (линия HI в плоскости BED на рис. 2). Тогда обтекание неровностей с характерными размерами

$$(6.1) \quad a \sim O(cb^{2/3}), \quad c \sim O(\kappa b^2), \quad (\varepsilon/\kappa)^{3/7} < b < (\varepsilon/\kappa)^{3/8}$$

в первом приближении при $\varepsilon \rightarrow 0$ описывается системой (5.2), решение которой должно удовлетворять начальным краевым (5.3) и внутренним краевым условиям

$$(6.2) \quad u_3 = v_3 = w_3 = 0 \quad (y_3 = 0).$$

В области 2 вводятся новые независимые переменные

$$(6.3) \quad x = bx_2, \quad y = \varepsilon y_2 + cb^{2/3} f(x_2, z_2) + \dots, \quad z = cz_2.$$

Применение переменных (6.3) и асимптотических разложений функций течения (5.4) показывает, что в первом приближении при $\varepsilon \rightarrow 0$ в области 2 справедливы уравнения вида

$$\frac{\partial u_2}{\partial x_2} - \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{du_{20}}{dy_2} + \frac{\partial v_2}{\partial y_2} = 0, \quad u_{20} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} - \frac{\partial f}{\partial x_2} \frac{du_{20}}{dy_2} \right) + v_2 \frac{du_{20}}{dy_2} = 0, \\ \frac{\partial p_2}{\partial y_2} = \pm 2Ku_{20}u_2, \quad u_{20} \frac{\partial w_2}{\partial x_2} + \frac{\partial p_2}{\partial z_2} = 0,$$

которые допускают частичное интегрирование

$$(6.4) \quad u_2 = \bar{D} \frac{du_{20}}{dy_2}, \quad v_2 = u_{20} \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} - \frac{\partial D}{\partial x_2} \right), \quad p_2 = \mp KD(1 - u_{20}^2) + p_2(y_2 \rightarrow \infty).$$

Сращивание асимптотических разложений функций течения (3.1) и (5.4) (с независимыми переменными (6.3)) в областях 3 и 2 при использовании соотношений (6.4) показывает, что в рассматриваемом случае $D(x_2, z_2) = -f(x_2, z_2)$ и решение системы (5.2) удовлетворяет внешним краевым условиям

$$(6.5) \quad u_3 \rightarrow Ay_3, \quad w_3 \rightarrow 0, \quad p_3 = \pm Kf + p_2(y_2 \rightarrow \infty) \quad (y_3 \rightarrow \infty).$$

Неизвестная функция $p_2(x_2, y_2 \rightarrow \infty, z_2)$ определяется из решения для области 1 (5.9) и внутреннего краевого условия

$$(6.6) \quad \partial p_1 / \partial y_1 = -2\partial^2 f / \partial x_1^2 \quad (y_1 = 0).$$

7. Проведенный анализ режимов обтекания узких неровностей на искривленной поверхности показывает существенные отличия в механизме возникновения возмущений по сравнению с обтеканием неровностей на плоской поверхности (см. п. 3 и [2]). Так, неровности (3.2) и (4.1), индуцирующие вблизи своей поверхности (в области 3) наибольший по толщине вязкий слой, не возмущают в первом приближении внешние области 2 и 1 (линия FG на рис. 2). Здесь возмущения от неровностей уравниваются в области 3 сильным полем центробежных сил $\Delta p_2 \sim \sim y^3$, течения описываются параболизированными в продольном направлении уравнениями Навье — Стокса или уравнениями типа тонкого вязкого слоя (краевые задачи (3.3)—(3.5) или (3.4), (3.5) и (4.2) соответственно).

Для неровностей (5.1) (линия HG на рис. 2) центробежные силы уже не уравнивают возмущения от неровностей в более тонком слое 3. Это происходит на основной толщине пограничного слоя на искривленной поверхности в области 2, и течения описываются уравнениями пространственного пограничного слоя Прандтля с «центробежным» условием взаимодействия между областями 3 и 2 (краевая задача (3.4), (5.2), (5.3) и (5.6) при $p_2(x_2, y_2 \rightarrow \infty, z_2) = 0$). Для неровностей (5.8) (точка H на рис. 2) возмущения не затухают в области 2 и проникают в область 1 (здесь дополнительно для определения функции $p_2(x_2, y_2 \rightarrow \infty, z_2)$ необходимо решать краевую задачу (5.9), (5.10)).

При обтекании неровностей (6.1) («толстых», по терминологии [2]) на их поверхности индуцируется наиболее тонкий из всех рассмотренных выше вязкий слой. Поэтому области 2 и 1 возмущаются только формой неровности, и в этом случае необходимо решать уравнения пространственного пограничного слоя Прандтля с заданным распределением давления (краевая задача (5.2), (5.3), (5.9), (6.2), (6.5) и (6.6), линия HI на рис. 2).

В [2] получено, что из-за уменьшения по порядку величины поперечной составляющей скорости w при переходе от обтекания неузких неровностей ($c \sim b$), расположенных на плоской поверхности, к узким ($c < b$) для них пропадает передача возмущений вверх по потоку. Если неровность располагается на искривленной поверхности, то Δp_1 и Δp_2 имеют одинаковые знаки для вогнутой поверхности и разные — для выпуклой. Поэтому для узких неровностей, расположенных на вогнутой поверхности, суммарное возмущение давления больше, чем для неровностей на плоской поверхности. Это приводит к увеличению поперечной составляющей скорости w и возникновению передачи возмущений вверх по потоку [3, 4]. Для неровностей, расположенных на выпуклых поверхностях, такое явление не должно реализовываться.

ЛИТЕРАТУРА

1. Viscous flow drag reduction: Techn. pap. from the symp. on viscous drag reduction/ Ed. by G. R. Hough.— Dallas, Texas, 1979. Рус. пер. Снижение вязкостного трения.— М.: Машиностроение, 1984.
2. Боголепов В. В. Общая схема режимов пространственных локальных течений // ПМТФ.— 1986.— № 6.
3. Рожко С. Б., Рубан А. П. Продольно-поперечное взаимодействие в трехмерном пограничном слое // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1987.— № 3.
4. Рожко С. Б., Рубан А. П., Тимошин С. Н. Взаимодействие пространственного пограничного слоя с вытянутым препятствием // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1988.— № 1.

Поступила 20/VII 1987 г.