

УДК 532.72; 669.015.23

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЭКСТРАКЦИИ ВЛАГИ ИЗ ЗЕРЕН РИСА

А. В. Федоров, А. А. Жилин

Институт теоретической и прикладной механики  
им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия  
E-mails: fedorov@itam.nsc.ru, lab20@itam.nsc.ru

С использованием диффузионной модели проведено моделирование процесса экстракции влаги насыпки нешелушенного корейского риса. Определен коэффициент диффузии, что позволило воссоздать динамику распределения влаги в цилиндрической засышке. Показано, что проведенные численные расчеты при различных значениях начальной влажности удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными, полученными при сушке нешелушенного риса в акустоконвективной сушилке. Получены результаты, свидетельствующие о значительной интенсификации процесса акустоконвективной сушки по сравнению с естественной сушкой.

**Ключевые слова:** акустоконвективная сушка нешелушенного корейского риса, экстракция влаги, коэффициенты диффузии и теплоотдачи.

Одной из важнейших задач в пищевой промышленности и сельском хозяйстве является хранение зерновых культур. Для решения этой задачи необходимо удалить свободную влагу, находящуюся внутри зерен, имеющих развитую капиллярно-пористую структуру. Традиционные технологии экстракции влаги из зерновых культур основаны на подводе тепла к осушаемому материалу [1, 2], что при последующем хранении способствует тлению зерна и потере его ценных свойств. Данную проблему можно решить, осуществляя сушку акустоконвективным способом без подвода тепла (при комнатной температуре). Данный подход позволяет экстрагировать влагу из пористого скелета зерновых культур, воздействуя на осушаемый материал высокоинтенсивным акустическим полем. Приведенные в работе [3] результаты экспериментов по сушке нешелушенного корейского риса акустоконвективным способом свидетельствуют о значительной интенсификации процесса экстракции влаги по сравнению с процессом сушки конвективным способом. В настоящей работе на основе методики, предложенной в [4], выполнено математическое моделирование процесса экстракции влаги из нешелушенного корейского риса при акустоконвективном воздействии.

**Физико-математическая постановка задачи.** Исследуется засыпка зерен риса с начальной влажностью  $W_0$ , заключенная во влагопроницаемый контейнер цилиндрической формы радиусом  $R$  и длиной  $l$ . Контейнер помещается в рабочую часть акустоконвективной сушильной установки (АКСУ) Института теоретической и прикладной механики СО РАН. В момент времени  $t = 0$  осуществляется пуск АКСУ и исследуемый материал подвергается воздействию высокоинтенсивных акустических волн. Согласно [3] параметры акустоконвективного потока в рабочей части АКСУ соответствуют частоте колебаний

415 Гц при их интенсивности 167 дБ. Требуется определить динамику экстракции влаги из засыпки зерен риса в последующие моменты времени  $t > 0$ , вычислить значения коэффициентов диффузии и массообмена и сравнить их с соответствующими значениями, полученными в работе [3] при анализе отдельного зерна риса.

При математическом моделировании процесса экстракции влаги из цилиндрической засыпки зерен риса используется двумерное уравнение диффузии, записанное в цилиндрической системе координат:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

( $W = (m - m_0)/m_0$  — абсолютная влажность;  $D$  — коэффициент диффузии;  $r, z$  — пространственные координаты;  $m$  — масса влажного материала;  $m_0$  — масса абсолютно сухого материала).

Уравнение (1) дополняется начальным и граничными условиями

$$\begin{aligned} t = 0: & \quad W(0, r, z) = W_0, \quad (r, z) \in [0, R] \times [0, l], \\ r = 0: & \quad \partial W(t, 0, z)/\partial r = 0, \\ r = R: & \quad \partial W(t, R, z)/\partial r = -\alpha(W - W_k)S_b, \\ z = 0: & \quad \partial W(t, r, 0)/\partial z = \alpha(W - W_k)S_T, \\ z = l: & \quad \partial W(t, r, l)/\partial z = -\alpha(W - W_k)S_T, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $W_k$  — конечная влажность в засыпке;  $\alpha$  — коэффициент влагоотдачи;  $S_b, S_T$  — площади боковой и торцевой поверхностей образца.

Таким образом, задача об экстракции влаги из цилиндрической засыпки зерен риса сводится к нахождению решения начально-краевой задачи (1), (2). По аналогии с [4] для численного решения этой задачи используется метод прямых, а для решения получаемой при этом системы обыкновенных дифференциальных уравнений применяется метод, основанный на формуле дифференцирования назад [5].

Результаты представлены в безразмерных переменных. В качестве характерной длины принимается радиус цилиндрической засыпки  $R$ , в качестве масштаба времени — продолжительность каждого эксперимента  $t_s$ . Коэффициент диффузии  $D$  обезразмеривался по величине  $R^2/t_s$ , а коэффициент влагоотдачи  $\alpha$  — по  $R^{-3}$ .

До проведения численных расчетов необходимо определить коэффициент влагоотдачи  $\alpha$ . В работе [4] показано, что коэффициент влагоотдачи при акустоконвективной сушке зависит от частоты колебаний акустоконвективного потока. С помощью полученного в [4] интерполяционного полинома второй степени, описывающего зависимость  $\alpha$  от частоты, при частоте 415 Гц находим  $\alpha = 10\,657 \text{ м}^{-3}$  ( $\alpha/R^{-3} = 0,036$ ). В работах, посвященных изучению процесса термоконвективной сушки, в качестве аналогичного показателя используется коэффициент конвективного массопереноса. В [6] значение этого коэффициента для необработанного риса составляло  $3,789 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}$ , в рассматриваемом случае при сушке акустоконвективным способом получено значение  $1,883 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$ . Для сравнения отметим, что вычисленный в работе [7] коэффициент конвективного массопереноса для винограда, подвергнутого термоконвективной сушке, равен  $8,05 \cdot 10^{-8} \text{ м/с}$ . Таким образом, при акустоконвективной сушке имеет место значительное ускорение процесса экстракции влаги, о чем свидетельствует увеличение коэффициента конвективного массопереноса.

**Результаты численных расчетов.** На первом этапе определялся коэффициент диффузии путем решения последовательности прямых задач. Для этого использовались

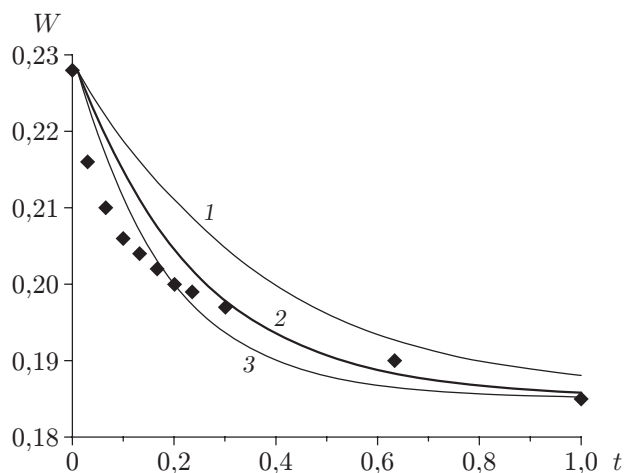


Рис. 1

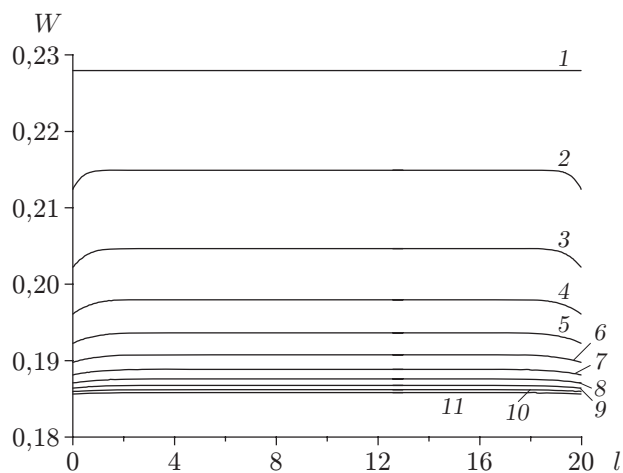


Рис. 2

Рис. 1. Расчетные (линии) и экспериментальная (точки) зависимости влажности от времени при  $\alpha = 0,036$  и различных значениях коэффициента диффузии: 1 —  $D = 1,0$ , 2 —  $D = 1,5$ , 3 —  $D = 2,0$

Рис. 2. Распределение влажности в засыпке риса в различные моменты времени: 1 —  $t = 0$ , 2 —  $t = 0,1$ , 3 —  $t = 0,2$ , 4 —  $t = 0,3$ , 5 —  $t = 0,4$ , 6 —  $t = 0,5$ , 7 —  $t = 0,6$ , 8 —  $t = 0,7$ , 9 —  $t = 0,8$ , 10 —  $t = 0,9$ , 11 —  $t = 1,0$

данные о динамике экстракции влаги, полученные в эксперименте продолжительностью 90 мин. За это время влажность уменьшилась с 0,228 до 0,185. На рис. 1 приведены экспериментальные данные и результаты численных расчетов при различных значениях коэффициента диффузии. Видно, что оптимальное соответствие между экспериментальными и численными данными достигается при  $D = 1,5$ . Коэффициент диффузии для корейского нешелушенного риса, подвергнутого сушке акустоконвективным способом, равен  $6,25 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$  (для сравнения значение коэффициента диффузии для зернистого силикагеля составляет  $10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$  [4]). Уменьшение коэффициента диффузии для нешелушенного риса, по-видимому, обусловлено наличием у него растительной оболочки. В работе [8] представлены результаты экспериментов по сушке необработанного риса конвективным способом при температуре  $40 \text{ }^\circ\text{C}$ , в [9] в результате обработки этих данных получен коэффициент диффузии, равный  $9,04 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$ . Таким образом, акустоконвективное воздействие приводит к значительной интенсификации процесса сушки, что проявляется в увеличении значения  $D$  почти на четыре порядка.

На рис. 2 представлено распределение влажности в засыпке зерен корейского риса в различные моменты времени ( $t = 0 \div 1$ ) в соответствии с продолжительностью эксперимента  $t_3$ . Расчеты проведены при найденных значениях коэффициентов влагоотдачи и диффузии. На рис. 2 видно, что основной вклад в осушение засыпки зерен риса вносит миграция влаги к боковой поверхности. Этот факт объясняется тем, что площадь боковой поверхности засыпки больше площади торцевой поверхности. (Это соотношение площадей составляет  $2l : 1$ , в данном случае при  $l = 20$  оно равно  $40 : 1$ .) По мере развития процесса эффекты, происходящие вблизи поверхности, сглаживаются, и влажность во внутренних областях образца уже не столь значительно превышает влажность в краевых областях.

Дальнейшие расчеты выполнялись при определенном выше коэффициенте диффузии и соответствующем режиме работы АКСУ коэффициенте влагоотдачи.

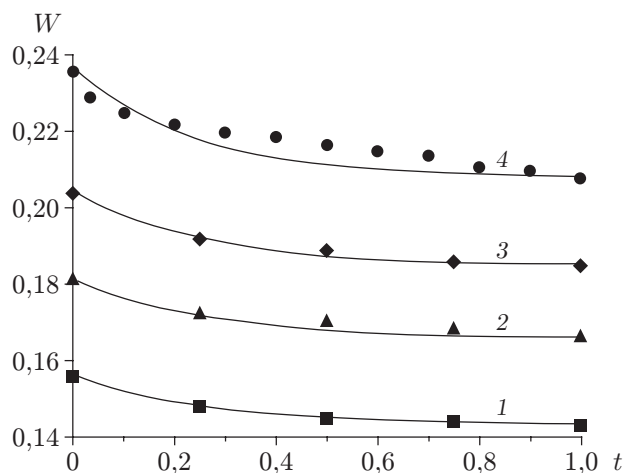


Рис. 3

Рис. 3. Влияние начальной влажности на динамику сушки:

1–3 —  $t_3 = 12$  мин (1 —  $W_0 = 0,156$ , 2 —  $W_0 = 0,181$ , 3 —  $W_0 = 0,204$ ), 4 —  $t_3 = 30$  мин,  $W_0 = 0,236$

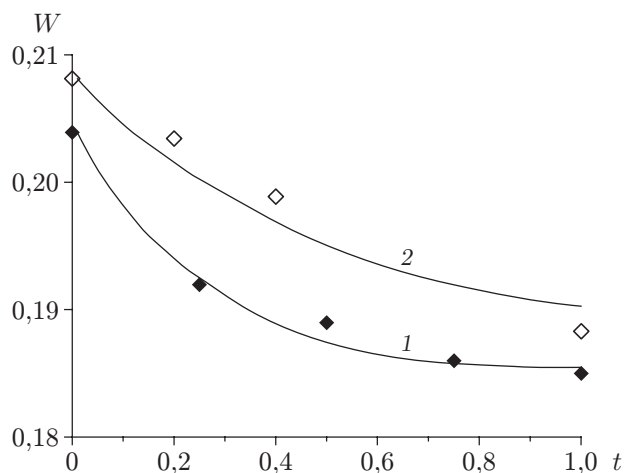


Рис. 4

Рис. 4. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) зависимости влажности от времени:

1 — акустоконвективная сушка ( $W_0 = 0,204$ ,  $t_3 = 12$  мин,  $\alpha = 0,036$ ), 2 — естественная сушка ( $W_0 = 0,208$ ,  $t_3 = 5$  сут,  $\alpha = 0,01$ )

**Влияние начальной влажности образца.** Выясним, насколько точно предложенная математическая модель с определенными коэффициентами описывает экспериментальные данные при различных значениях начальной влажности зерен риса. На рис. 3 представлены экспериментальные данные [3], полученные при начальных значениях влажности  $W_0 = 0,236; 0,204; 0,181; 0,156$ , а также результаты численных расчетов. Заметим, что при  $W_0 = 0,236$  продолжительность сушки в эксперименте составляла  $t_3 = 30$  мин, а при остальных значениях  $W_0$  —  $t_3 = 12$  мин. Из рис. 3 следует, что результаты расчетов по предлагаемой математической модели удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными как при различных начальных значениях влажности, так и при различной продолжительности акустоконвективного воздействия на осушаемую засыпку зерен риса.

На рис. 4 представлены кинетические характеристики акустоконвективного и естественного режимов сушки зерен риса при комнатной температуре. Естественная сушка происходила в помещении при комнатной температуре в течение 5 сут, продолжительность акустоконвективной сушки составляла 12 мин, при этом объем экстрагированной влаги в обоих случаях был один и тот же. Таким образом, время сушки в акустоконвективном режиме уменьшилось в 600 раз по сравнению с временем сушки в естественных условиях.

Для математического описания процесса сушки зерен риса при комнатной температуре в условиях естественной конвекции требовалось подобрать коэффициент влагоотдачи, так как для риса данный режим не был изучен ранее. Проведенные численные эксперименты показали, что для режима естественной сушки нешелушенного корейского риса оптимальным является безразмерное значение коэффициента влагоотдачи 0,01, соответствующее размерному значению  $\alpha = 2963 \text{ м}^{-3}$ . В работе [6] значение этого параметра было на порядок меньше, что обусловлено, по-видимому, различием сортов риса и учетом в [6] теплоподвода.

**Заключение.** В работе на основе математической модели диффузии влаги численно исследована динамика экстракции влаги из засыпки зерен риса при воздействии акусто-конвективного потока.

Показано, что методика, примененная в [4] для описания экстракции влаги из зернистого силикагеля, может быть использована и для описания процесса сушки неошелушенного корейского риса.

Определен коэффициент диффузии для неошелушенного корейского риса, что позволило воспроизвести динамику распределения влаги в цилиндрической засыпке зерен корейского риса.

Результаты численных расчетов, проведенных при различных начальных значениях влажности, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Показано, что интенсивность процесса акустоконвективной сушки значительно выше интенсивности процесса естественной сушки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Лыков А. В.** Теория сушки. М.: Энергия, 1968.
2. **Лыков А. В.** Тепло- и массообмен в процессах сушки. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1956.
3. **Коробейников Ю. Г., Трубочеев Г. В., Федоров А. В. и др.** Экспериментальное исследование акустоконвективной сушки неошелушенного корейского риса // Инж.-физ. журн. 2008. Т. 81, № 4. С. 652–655.
4. **Жилин А. А., Федоров А. В., Коробейников Ю. Г.** Исследование процессов пропитки и сушки зернистого силикагеля // Инж.-физ. журн. 2011. Т. 84, № 5. С. 897–906.
5. **Berzins M., Dew P. M., Fuzeland R. M.** Developing software for time-dependent problems using the method of lines and differential-algebraic integrators // Appl. Numer. Math. 1989. N 5. P. 375–397.
6. **Wilton Pereira da Silva, Jürgen W. Precker, Cleide M. D. P. S. e Silva, Josivanda Palmeira Gomes.** Determination of effective diffusivity and convective mass transfer coefficient for cylindrical solids via analytical solution and inverse method: Application to the drying of rough rice // J. Food Engng. 2010. V. 98. P. 302–308.
7. **Wilton Pereira da Silva, Cleide M. D. P. S. e Silva, Jürgen W. Precker, et al.** Diffusion models for the description of seedless grape drying using analytical and numerical solutions // Agricultural Sci. 2012. V. 3, N 4. P. 545–556.
8. **Hacihafizoglu O., Cihan A., Kahveci K., Lima A. G. B.** A liquid diffusion model for thin-layer drying of rough rice // Eur. Food Res. Technol. 2008. V. 226, N 4. P. 787–793.
9. **Wilton Pereira da Silva, Cleide M. D. P. S. e Silva, Diogo D. P. S. Silva, Cleiton D. P. S. Silva.** Numerical simulation of the water diffusion in cylindrical solids // Intern. J. Food Engng. 2008. V. 4, iss. 2. Art. 6.

*Поступила в редакцию 19/VII 2013 г.,  
в окончательном варианте — 28/XI 2013 г.*