УДК 533.65.013

Продольное регулирование динамики самолета на основе оптимизации параметров пропорционально-интегральнодифференциального регулирования

С.Н. Дипа, Г. Судха

Университет Анна, Региональный центр, Коимбатор, Тамилнаду, Индия

E-mail: deepapsg@gmail.com, sudha.gunasekar@gmail.com

В последние годы во многих областях промышленности, в том числе в авиационной отрасли, при разработке систем управления полетом широко используются пропорционально-интегрально-дифференциальные регуляторы для улучшения динамического поведения характеристик аппаратов. В настоящей работе предлагается подобный регулятор для улучшения устойчивости и эффективности системы самолета общей авиации. Проектирование параметров оптимального пропорционально-интегрально-дифференциальные регулятора для управления тангажом самолета важно для расширения диапазона безопасного полета. Разработана математическая модель для описания управления продольным тангажом самолета. Спроектирован регулятор на основе динамического моделирования системы самолета. Использованы различные методы настройки, а именно, метод Зиглера–Николса (3H), модифицированный метод Зиглера–Николса, методы настройки Тиреуса–Луйбена, Астрома–Хаглунда. Различные методы настройки во временной области сравниваются с целью получения оптимальных значений параметров. Результаты показывают, что пропорционально-интегрально-интегрально-интегрально-интегрально-интегрально-интегрально-интегрально-интегрально-дифференциальных значений параметров. Результаты показывают, что пропорционально-интегрально-интегрально-дифференциальных унучие показатели по сравнению с другими по устойчивости и эффективности во всех условиях. В будущем планируется дальнейшее исследование по получению оптимальных параметров данных регуляторов с использованием методов искусственного интеллекта.

Ключевые слова: динамика управления по тангажу, пропорционально-интегрально-дифференциальное регулирование, оптимальные параметры.

Введение

В своё время братья Райт провели тысячи экспериментов с планерами при разработке оптимальной конструкции самолета. Продолжением этих экспериментов стало проектирование самолетов с приемлемыми динамическими характеристиками. Термин "динамическая эффективность" включает в себя понятие устойчивости и другие характеристики управления самолетом, которые называются полетными качествами самолета. Полетные качества определяют комфорт и безопасность полета. Настоящая статья посвящена проектированию пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулятора и поиску оптимальных значений для самолета авиации общего назначения. К такой авиации относятся как планеры и усиленные парашюты, так и реактивные

© Дипа С.Н., Судха Г., 2016

самолеты. Сфера деятельности авиации общего назначения обширная: коммерческий и некоммерческий секторы гражданской авиации, лётные клубы, летные школы, сельскохозяйственная авиация, производство и техническое обслуживание легких самолетов [1–2]. Основной целью настоящей работы является проектирование ПИД-регулятора для регулирования по тангажу самолета общей авиации. Для того, чтобы получить оптимальные значения параметров из различных методов настройки замкнутого контура, используются такие методы, как метод Зиглера–Николса (3Н), модифицированный метод Зиглера–Николса, методы настройки Тиреуса–Луйбена и Астрома–Хаглунда. Для определения константы окончательного выигрыша и периода колебаний самолета используется классический метод геометрического места точек корня. Моделирование выполнено с применением модели Matlab–Simulink. Подход работы позволяет иллюстрировать зависимость технических требований во временной области и эффективности системы при изменении параметров [3–5].

1. Математическая модель самолета

Стандартные обозначения, используемые для описания движения летательного аппарата [6–9], аэродинамические силы и моменты, действующие на аппарат, показаны на рис. 1. Переменные x, y, z — координаты с началом в центре масс аппарата. Ось x находится в плоскости симметрии аппарата и направлена в сторону его носовой части. Ось z также лежит в плоскости симметрии перпендикулярно оси x и направлена вниз. Ось y дополняет ортогональную систему и направлена в сторону правого крыла. Переменные u, v, w мгновенные составляющие линейной скорости в направлениях осей x, y, z соответственно, переменные X, Y, Z — составляющие аэродинамической силы в направлениях осей x, y, zсоответственно, переменные p, q, r — мгновенные составляющие скорости вращения вокруг осей x, y, z соответственно.

Уравнения движения следуют из второго закона движения Ньютона, который устанавливает, что сумма всех сил, действующих на аппарат, будет соответствовать его количеству движения, а совокупность моментов — его моменту импульса. Уравнение для силы можно записать в виде

$$\sum F = \frac{d}{dt}(mv),\tag{1}$$

где F имеет составляющие силы F_x , F_y , F_z вдоль трех осей x, y, z. При вычислении ускорения каждого элемента массы m величиной v представлен вклад как линейных скоростей (u, v, w), так и угловых скоростей вращения (p, q, r) вокруг осей x, y, z соответст-



венно. Составляющие силы образованы суммой аэродинамической, тяговой и гравитационной сил, действующих на самолет. Уравнение момента может быть записано в виде

$$\sum M = \frac{d}{dt}(H),$$
 (2)

Рис. 1. Составляющие силы, моментов и скорости в координатах, связанных с телом.

где M имеет составляющие L, M, N вдоль осей x, y, z соответственно, а H — момент составляющих количества движения H_x , H_y , H_z вдоль осей x, y, z соответственно.

2. Продольное уравнение

Аэродинамические силы и моменты можно описать функциями всех переменных движения. Полный набор уравнений движения включает:

$$\left[\frac{d}{dt} - X_u\right] u + g_0 \cos\theta_0 - X_w w = X_{\delta_e} \delta_e + X_{\delta_T} \delta_T, \qquad (3)$$

$$-Z_u u + \left[(1 - Z_{\dot{w}}) \frac{d}{dt} - Z_w \right] w - \left[u_0 + Z_q \right] q + g_0 \sin \theta_0 = Z_{\delta_e} \delta_e + Z_{\delta_T} \delta_T, \tag{4}$$

$$-M_{u}u - \left[(M_{\dot{w}})\frac{d}{dt} - M_{w} \right]w + \left[\frac{d}{dt} - M_{q} \right]q = M_{\delta_{e}} + M_{\delta_{T}}\delta_{T}.$$
(5)

Здесь Х_w, Z_w, M_w, M_w называются производными устойчивости и вычисляются при типичных условиях полета; переменные управления δ_e и δ_T соответствуют возмущениям, вызываемым дифферентом руля высоты, и установкам тяги (дросселя); $X_{\delta_{e'}}, Z_{\delta_{e'}}, M_{\delta_{e'}}$ соответствуют установкам руля высоты для Х-силы, Z-силы и момента тангажа; аналогично переменные $X_{\delta_{T}}, Z_{\delta_{T}}, M_{\delta_{T}}$ относятся к установкам дросселя [10–14]. Точка над переменными обозначает в уравнениях (3)-(8) производную от этих переменных. В табл. 1 показана связь между производной устойчивости для продольных движений с безразмерными аэродинамическими коэффициентами. Коэффициенты устойчивости C_{x_a}, C_{x_b}, C_{x_a}, C_{x_b}, C_{x_b}, C_{x_b}, C_{x_b}, C_{x_b}, C_{x_b}, C_{x_b, C_{x_b}, C_{x_b, C_{x_b}, C_{x_b, C_{x_b}, C_{x_b, C_{x_b}, C_{x_b, C_{x_b}, C_{x_b, C_{x_b, C_{x_b}, C_{x_b, C}}}}}}}}}}}}}}}}</sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub></sub> связаны с коэффициентами, соответствующими составляющей силы в направлении x, по отношению к углу атаки, характерному значению и скорости изменения. Коэффициенты устойчивости $C_{z_0}, C_{z_u}, C_{z_a}, C_{z_a}, C_{z_a}$ соответствуют составляющей силы вдоль z по отношению к характерному значению, скорости изменения, углу атаки и скорости изменения тангажа. Коэффициенты устойчивости C_{m_u} , C_{m_a} , C_{m_a} , C_{m_a} , связаны с коэффициентами, соответствующими моменту тангажа. Член I_y — массовый момент инерции тела относительно оси у. Члены m, \bar{c} , u_0 и Q — масса, средняя аэродинамическая хорда крыла, характерная скорость полета и динамическое давление летательного аппарата.

Нелинейное уравнение движения может быть линеаризовано с использованием теории малых возмущений, применяемой в предположении малости отклонений от условий стационарного полета. Уравнения (6)–(8) представляют собой линеаризован-

Таблица 1

Переменная	X	Ζ	М		
U	$X_u = \frac{QS}{mu_0} \left[2C_{x_0} + C_{x_u} \right]$	$Z_u = \frac{QS}{mu_0} \left[2C_{z_0} + C_{z_u} \right]$	$M_u = \frac{QS\overline{c}}{I_y u_0} C_{m_u}$		
W	$X_w = \frac{QS}{mu_0} C_{x_\alpha}$	$Z_w = \frac{QS}{mu_0} C_{z_{\dot{\alpha}}}$	$M_w = \frac{QS\overline{c}}{I_y u_0} C_{m_\alpha}$		
ŵ	$X_{\dot{w}} = 0$	$Z_{\dot{w}} = \frac{QS}{mu_0^2} C_{z_{\dot{\alpha}}}$	$M_{\dot{w}} = \frac{QS\bar{c}^2}{I_y u_0} C_{m_{\dot{\alpha}}}$		
Q	$X_q = 0$	$Z_w = \frac{QS}{mu_0} C_{z_q}$	$M_q = \frac{QS\overline{c}^2}{I_y u_0} C_{m_q}$		

Производные устойчивости для продольных движений

ные уравнения динамики управления самолетом по тангажу:

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial u} u + \frac{\partial X}{\partial w} w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \delta_T, \qquad (6)$$

$$\Delta Z = \frac{\partial Z}{\partial u} u + \frac{\partial Z}{\partial w} w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}} \dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q} q + \frac{\partial Z}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial Z}{\partial \delta_T},\tag{7}$$

$$\Delta M = \frac{\partial M}{\partial u} u + \frac{\partial M}{\partial w} w + \frac{\partial M}{\partial \dot{w}} \dot{w} + \frac{\partial M}{\partial q} q + \frac{\partial M}{\partial \delta_e} \delta_e + \frac{\partial Z}{\partial \delta_T} \delta_T.$$
(8)

В этих уравнениях переменные управления δ_e и δ_T соответствуют возмущениям, вызываемым дифферентом руля высоты, и установками тяги (дросселя). Заметим, что сила Z и момент тангажа M предполагаются зависящими от скорости изменении угла атаки w и от скорости изменения тангажа q в пренебрежении зависимостью силы X от этих переменных. Линеаризованные продольные уравнения дают ценную информацию о динамических характеристиках движения самолета.

Передаточная функция для изменения скорости тангажа в зависимости от изменения угла отклонения руля высоты описывается уравнением (9):

$$\frac{\Delta q(s)}{\Delta \delta_e(s)} = \frac{-\left(M_{\delta_e} + \frac{M_{\dot{\alpha}} Z_{\delta_e} +}{u_0}\right)s - \left(\frac{M_{\alpha} Z_{\delta_e} +}{u_0} \frac{Z_{\alpha} M_{\delta_e}}{u_0}\right)}{s^2 - \left(M_q + M_{\dot{\alpha}} + \left(Z_{\alpha}/u_0\right)\right)s + \left(\left(Z_{\alpha} M_q/u_0\right) - M_{\alpha}\right)},\tag{9}$$

здесь *s* — комплексная частота.

3. ПИД-регулятор

ПИД-регулятор — механизм с обратной связью, широко используемый во многих отраслях промышленности и в системах управления полетом. ПИД-регулятор вычисляет значение ошибки как разность между переменной измеряемого процесса и желаемой настройкой. Регулятор пытается минимизировать ошибку путем подгонки входных данных регулирования по тангажу. Параметры ПИД-регулятора осуществляют трехчленное регулирование по пропорциональному, интегральному и дифференциальному (P, I, D) значениям [15–17]. Благодаря возможности настройки этих трех параметров в алгоритме ПИД-регулятора регулятор может обеспечить управляющее воздействие, спроектированное для требований конкретного полета. Отклик регулятора характеризуется его чувствительностью к ошибке, уровнем его превышения заданного значения и степенью колебания системы. Такая структура известна как параллельная форма и представляется формулой

$$G(s) = K_{\rm P} + K_{\rm I}(1/s) + K_{\rm D} \cdot s = K_{\rm P} \left(1 + (1/T_{\rm I} \cdot s) + T_{\rm D} \cdot s \right), \tag{10}$$

где $K_{\rm p}$ — пропорциональный выигрыш, $K_{\rm I}$ — интегральный выигрыш, $K_{\rm D}$ — дифференциальный выигрыш; $T_{\rm I}$ — интегральная временная постоянная, а $T_{\rm D}$ — дифференциальная временная постоянная.

На рис. 2 показана простая блок-схема самолета общей авиации с динамикой актюатора и ПИД-регулятором. Пропорциональный член обеспечивает сигнал ошибки при постоянном коэффициенте усиления, интегральный член должен уменьшить стационарное состояние, а член с производной — улучшить нестационарный отклик. В табл. 2 показано влияние изменения параметров на отклик замкнутого контура.



Рис. 2. Блок-схема ПИД-регулятора.

Таблица 2

Отклик замкнутого контура	Пропорциональный выигрыш (<i>K</i> _P)	Интегральный выигрыш (<i>K</i> _I)	Выигрыш в производной (K _D)
Время подъема	Убывание	Убывание	Малое изменение
Отклонение	Возрастание	Возрастание	Убывание
Время установления сигнала	Малое изменение	Возрастание	Убывание
Ошибка стационарного	Убывание	Исключить	Нет изменений
состояния			

Параметры, влияющие на динамику системы

ПИД-регулятор сравнительно эффективен. Выбор выигрышей от ПИД-регуляторов можно определить с помощью разнообразных методов настройки замкнутого контура.

4. Динамика самолета без учета эффекта регулятора

В общем случае нелинейная модель самолета сложна, и сложность возникает из математической модели динамики, заданной уравнением

$$G(s) = \frac{120s + 253,8}{s^4 + 13,17s^3 + 44,64s^2 + 129,4s}.$$
(11)

На рис. 3 показан отклик регулятора на ступенчатое воздействие. Время подъема 1,1

Рис. 3. Отклик на ступенчатое воздействие без регулятора.

сек., а время установления сигнала — в пределах 9,3 с. Хотя превышение амплитуды сигнала над стационарным значением в случае с ПИДрегулятором меньше по сравнению с превышением амплитуды сигнала в случае без регулятора, однако ответ на ступенчатое воздействие приводит к осцилляциям в течение более дли-



тельного периода. Это порождает трудности для полета самолета. В табл. 3 приводятся значения параметров динамического отклика самолета без ПИД-регулятора.

Таблица З

Параметры	Время подъ- ема (<i>t</i> _r , c).	Врем установле- ния сигнала (t_s, c)	Время за- держки (t _d , c)	Превышение (<i>M</i> _p , %)	Нестационарность
Значения	1,1	9,3	0,46	20	Осцилляция

Влияние отклика замкнутого контура без регулятора



Рис. 4. Геометрическое место корней для системы самолета.

5. Методы настройки

Выбор выигрышей для ПИД-регулятора можно определить с помощью разнообразных методов настройки [18–21]. Выигрыши определяются двумя параметрами: k_{pu} окончательный выигрыш и T_u — период колебания, которое происходит при окончательном выигрыше. Из рис. 4 окончательный выигрыш составляет 1,87, а период колебания определяется как 1,22.

Случай 1: Метод Зиглера-Николса (ЗН)

Зиглер и Николс (1942) впервые предложили метод настройки типа проб и ошибок. Этот метод наиболее широко используется для настройки ПИД-регуляторов, он не требует модели процесса и применим для систем управления полетом на основе замкнутого

Таблица 4

Методы настройки	Пропорциональный выигрыш (<i>K</i> _P)	Интегральный выигрыш (<i>K</i> _I)	Дифференциальный выигрыш (K _D)
ЗН-метод	0,6 k _{pu}	$2 k_{pu} / T_u$	$k_{pu} T_u / 8$
Модифицированный ЗН-метод	0,33 k _{pu}	$T_u/2$	<i>T_u</i> /3
Метод Тиреуса–Луйбена	0,45 k _{pu}	2,2 T _u	<i>T_u</i> /6,3
Метод Астрома-Хаглунда	0,32 k _{pu}	0,94	0

Параметры выигрышей для различных методов настроек



контура. Значения $K_{\rm P}$, $K_{\rm I}$, $K_{\rm D}$ можно определить из табл. 4 как 1,122, 1,833, 0,1711.

На рис. 5 показан отклик динамики самолета на ступенчатое воздействие при использовании ЗН-метода.

Рис. 5. Отклик на ступенчатое воздействие при настройке ПИД-регулятора по 3Н-методу.





Рис. 6. Отклик на ступенчатое воздействие при настройке ПИД-регулятора по модифицированному ЗН-методу.

Случай 2: модифицированный метод Зиглера-Николса (ЗН)

Для некоторых управляющих контуров мера колебания, обеспечиваемая отношением затухания в 1/4 и соответствующими большими превышениями для изменений в заданной точке, являются нежелательными, поэтому часто более предпочтительными являются консервативные методы, такие как модифицированные ЗН-установки. Эти модифицированные установки показаны в табл. 3. Значения $K_{\rm P}$, $K_{\rm I}$, $K_{\rm D}$ могут быть вычислены равными 0,6171, 0,61, 0,406. Отклик динамики самолета на ступенчатое воздействие при использовании модифицированного ЗН-метода показан на рис. 6.

Случай 3: метод Тиреуса-Луйбена

Метод Тиреуса–Луйбена аналогичен методу Зиглера–Николса, но окончательные установки регулятора различны. Этот метод лишь предлагает установки для ПИ и ПИД-регуляторов. Значения ПИД-регулятора учитываются при верификации. Значения $K_{\rm P}$, $K_{\rm I}$, $K_{\rm D}$ можно вычислить как 0,8415, 2,684 и 0,193. Ступенчатое воздействие на динамику самолета при использовании метода Тиреуса–Луйбена показано на рис. 7.

Случай 4: метод настройки Астрома-Хаглунда

Этот метод предложен Астромом и Хаглундом. Они использовали нелинейную релейную обратную связь. Можно получить окончательный выигрыш и период осцилляции из колебания предельного цикла. Значения $K_{\rm P}$, $K_{\rm I}$ и $K_{\rm D}$ можно вычислить как 0,5984, 0,94 и 0. Отклик динамики самолета на ступенчатое воздействие с использованием метода Астрома–Хаглунда показан на рис. 8.

Результаты сравнения различных методов настройки даны в табл. 5. Времена подъема и установления сигнала свидетельствуют о том, как быстро система отвечает на ступенчатое воздействие. Время подъема в модифицированном ЗН-методе меньше по сравнению с другими методами. Время установления меньше в ЗН-методе

Рис. 8. Отклик на ступенчатое воздействие при настройке ПИД-регулятора по методу Астрома–Хаглунда.



Рис. 7. Отклик на ступенчатое воздействие при настройке регулятора методом Астрома–Хаглунда.

Таблица 5

Параметры	3H- метод	Модифицированный ЗН-метод	Настройка по Тиреусу–Луйбену	Настройка по Аст- рому–Хаглунду
Время задержки <i>T</i> _d , с	0,3	0,2	0,45	0,62
Время подъема T_r , с	0,6	0,4	0,9	1
Время установления $T_{\rm s}$, с	3,8	5,5	3,8	5,8
Пиковое превышение <i>M</i> _p , %	37	18	46	50
Нестационарное поведение	Гладкое	Гладкое	Гладкое	Осциллирующее

Сравнение различных методов настройки

и методе Тиреуса–Луйбена. Пиковое превышение ниже в модифицированном ЗН-методе. Ответ на ступенчатое воздействие при использовании метода Астрома–Хаглунда имеет осциллирующий характер. По сравнению с рассматриваемыми методами модифицированный ЗН-метод показывает хорошие во времени характеристики отклика. Хотя модифицированный ЗН-метод дает лучшие показатели по времени подъема, он имеет высокое время установления (5,5 с). При проектировании системы управления самолетом требуется, чтобы система быстро отвечала на любое входящее изменение. Это помогает обеспечить безопасный режим полета. С учетом сказанного ЗН-метод дает оптимальные значения выигрыша параметров ПИД-регулятора.

6. Обсуждение результатов

Продольные уравнения (6)–(8) достаточно просты, коэффициенты в дифференциальных уравнениях зависят от производных аэродинамической устойчивости, характеристик массы и инерции самолета. Эти уравнения можно записать как систему дифференциальных уравнений первого порядка, называемых уравнениям состояния в пространстве, и их можно представить уравнением

$$\dot{x} = Ax + B\eta,\tag{12}$$

где x — вектор состояния, η — вектор управления, а матрицы A, B содержат размерные производные устойчивости самолета. Коэффициенты устойчивости подсчитываются с использованием значений, приведенных в табл. 1. Матрица в пространстве продольных состояний динамики самолета дается уравнением

$$A = \begin{bmatrix} -63,17 & -203,14 & -776,4 & 0,0000 \\ 1,00000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ 0,00000 & 1,0000 & 0,0000 & 0,000 \\ 0,0000 & 0,0000 & 1,0000 & 0,0000 \end{bmatrix}.$$
 (13)



Рис. 9. Геометрическое место корней ПИД-регулятора вместе с откликом динамики самолета.



Теплофизика и аэромеханика, 2016, том 23, № 2

Рис. 10. Отклик ПИД-регулятора. $T_{\rm d}$ = 3 c, $T_{\rm r}$ = 8 c, $T_{\rm c}$ = 33 c, $M_{\rm p}$ = 59 %.

Собственные значения продольного переноса даются следующими уравнениями:

$$\lambda_{1,2} = 0, \, 60, \tag{14}$$

$$\lambda_{34} = -1,585 \pm i \ 3,22. \tag{15}$$

На рис. 9 показано геометрическое место корней ПИД-регулятора с замкнутым контуром для динамики самолета. Корни вещественные, периодичность отсутствует, и единственным параметром является время, которое либо удваивается, либо делится пополам. Когда моды осциллирующие, именно ордината огибающей удваивается или делится пополам. Поскольку огибающую можно рассматривать как модуляцию амплитуды, можно применить способ удваивания или деления пополам по отношению к переменной амплитуде. Устойчивость самолета определяется вещественными частями собственных значений, корнями характеристического уравнения.

На рис. 10 показан отклик на ступенчатое воздействие ПИД-регулятора. Отклик имеет по своей природе осциллирующий характер.

Выводы

Параметры регулирующей системы могут иметь тенденцию изменяться вследствие меняющихся внешних условий, и это изменение в параметрах влияет на требуемую эффективность регулирующей системы. Таким образом, в настоящей работе получены оптимальные параметры выигрыша ПИД-регулятора для управления нелинейным продольным тангажом самолета. В последние годы было разработано много методик с использованием ПИД-регулятора для управления динамикой самолета. По сравнению с другими методами настройки метод Зиглера–Николса дает оптимальные значения выигрыша ПИД-регуляторов. Настроенные значения параметров ПИД-регулятора могут эффективно устранять опасные колебания и обеспечивать безопасную эксплуатацию самолетов. Найденное оптимальное значение эффективно для нелинейной динамики регулирования самолета по тангажу, где безопасность является высшим приоритетом.

Обозначения

- *g* ускорение силы тяжести,
- M_q размерное изменение момента тангажа в зависимости от скорости тангажа,
- М., размерное изменение момента тангажа
 - в зависимости от скорости,
- X_u размерное изменение силы вдоль xв зависимости от скорости, s — комплексная частота,
- *X_α* размерное изменение силы вдоль *x* в зависимости от угла атаки,

- *M_α* размерное изменение момента тангажа
 в зависимости от угла атаки,
- *М*_{*a*} размерное изменение момента тангажа
- в зависимости от скорости изменения угла атаки,
- *q* возмущенная скорость тангажа,
- S характерная площадь крыла,
- *Т* тяга,
- *и* возмущенная скорость вдоль *x*,
- U₀ составляющая скорости в стационарном состоянии вдоль *X*.
- *X_q* размерное изменение силы вдоль *х* в зависимости от скорости тангажа,

- *w* возмущенная скорость вдоль *z*,
- *Z_q* размерное изменение силы вдоль *z* в зависимости от скорости тангажа,
- $Z_{\rm u}$ размерное изменение силы вдоль *z*
- в зависимости от скорости, Z_a размерное изменение силы вдоль z
- в зависимости от угла атаки,
- Z_ά размерное изменение силы вдоль *z* в зависимости от скорости изменения угла атаки,
- *α* характерный возмущенный угол атаки,
- θ_0 возмущенный угол по тангажу положения самолета в воздухе.

Список литературы

- Bryan G.H, Williams W.E. The longitudinal stability of aerial gliders // Proc. Roy. Soc. London. Series A. 1904. Vol. 73. P. 110–116.
- Tobak M., Schiff L.B. On the formulation of the aerodynamic characteristics in aircraft dynamics. NACA TR. 1976. No. 456. 63 p.
- 3. Гоман М.Г., Столяров Г.И, Тыртышников С.Л, Усольцев С.П., Храбров А.Н. Описание продольных аэродинамических характеристик самолета на больших углах атаки с учетом динамических эффектов отрывного обтекания. Препринт ЦАГИ. 1990. № 9. С. 1–56.
- Wang Q., Stengel R.F. Robust nonlinear flight control of a high-performance aircraft // IEEE Trans. Control Systems Technol. 2005. Vol. 13, No. 1. P. 15–26.
- Snell A., Stout P. Robust longitudinal control design using dynamic inversion and quantitative feedback theory // AIAA J. Guidance, Navigation, and Control. 1997. Vol 20, No. 5. P. 933–940.
- Bossert D.E. Design of robust quantitative feedback theory controllers for pitch attitude hold systems // AIAA J. Guidance, Navigation, and Control. 1994. Vol 17, No. 1. P. 217–219.
- Fujimoro A., Tsunetomo H. Gain-scheduled control using fuzzy logic and its application to flight control // AIAA J. Guidance, Navigation, and Control. 1999. Vol. 22, No. 1. P. 175–177.
- 8. Anderson J. Introduction to flight fourth edition. N.Y.: McGraw-Hill, 2000.
- 9. Etkin B., Reid L.D. Dynamics of flight; stability and control. 3 ed. N.Y.: John Wiley & Sons, 1998.
- 10. Nelson R.C. Flight stability and automatic control. 2 ed. N.Y.: McGraw-Hill, 1998.
- Chen F.C., Khalil H.K. Two-time-scale longitudinal control of airplanes using singular perturbation // AIAA J. Guidance, Navigation, and Control. 1990. Vol. 13, No. 6. P. 952–960.
- Deepa S.N., Sudha G. A design of longitudinal control of an aircraft using a fuzzy logic based PID controller // Proc. Third Inter. Conf. on Soft Computing for Problem Solving: SocProS 2013, Vol. 1. Springer, 2014.Vol. 258. P. 547–559.
- Deepa S.N., Sudha G. Modeling and approximation of STOL aircraft longitudinal aerodynamic characteristics // J. Aerosp. Eng. 2015. Vol. 28, No. 2. P. 04014072.
- Deepa S.N., Sudha G. Longitudinal control of an aircraft using artificial intelligence // Inter. J. Engng. and Technol. 2015. Vol. 5, No. 6. P. 4752–4760.
- Sivanandam S.N., Deepa S.N. Control system engineering using MATLAB. New Delhi: VIKAS Publishing Co. Ltd, 2007.
- 16. Alfaro V.M., Vilanova R., Arrieta O. Two-degree-of-freedom PI/PID tuning approach for smooth control on cascade control systems // Proc. 47th IEEE Conf. on Decision and Control Cancun, Mexico, Dec. 9–11, 2008. P. 273–280.
- Ang K.H., Chong G.L., Li Y. PID control system analysis, design, and technology // IEEE Trans. Cont. Systems Technol. 2005. Vol. 13, No. 4. P. 559–576.
- 18. Yurkevich V.D. Advances in PID Control. Rijeka: InTech, 2011. 274 p.
- Myint M., Oo H.K., Naing Z.M., Myint Y.M. PID controller for stability of piper cherokee's pitch displacement using MATLAB // Inter. Conf. on Sustainable Development: issues and prospects for the GMS, China, 2008.
- 20. Zhou X., Wang Z., Wang H. Design of series leading correction PID controller // IEEE Inter. Conf., 2009.
- Deepa S., Sudha G. Design of an autopilot aircraft using the state feedback and quadratic optimal regulator method // Australian J. Basic Appl. Sci. 2014. Vol. 8, No. 11. P. 248–255.

Статья поступила в редакцию 22 ноября 2013 г., после переработки — 16 марта 2015 г.