

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Теллер К. К теории дисперсии звука // Phys. Z. Sov.— 1936.— Bd 10.— S. 34; Ландау Л. Д. Собр. тр./Под ред. Е. М. Лифшица.— М.: Наука, 1969.— Т. 1.
2. Srinivasan J., Vincenti W. G. Criteria for acoustic instability in a gas with ambient vibrational and radiative nonequilibrium // Phys. Fluids.— 1975.— V. 18, N 12.
3. Коган Е. Я., Мальнев В. Н. Распространение звука в колебательно-возбужденном газе // ЖТФ.— 1977.— Т. 47, вып. 3.
4. Осипов А. И., Уваров А. В. Распространение звука в колебательно-неравновесном газе // Вестн. МГУ. Сер. 3, Физика, астрономия.— 1984.— Т. 25, № 6.
5. Зельдович Я. Б., Райзер Н. Н. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений.— М.: Физматгиз, 1956.
6. Гордиец Б. Ф., Мамедов Ш. С. Функция распределения и скорость релаксации колебательной энергии в системе ангармонических осцилляторов // ПМТФ.— 1974.— № 3.
7. Жданок С. А., Напартович А. П., Старостин А. Н. Установление распределения двухатомных молекул по колебательным уровням // ЖЭТФ.— 1979.— Т. 76, вып. 1.
8. Treanor C. E., Rich J. W., Rehm R. J. Vibrational relaxation of anharmonic oscillators with exchange-dominated collisions // J. Chem. Phys.— 1968.— V. 48, N 4.
9. Демьянов А. В., Жданок С. А. и др. Влияние уровня накачки на динамику установления распределения двухатомных молекул по колебательным уровням // ПМТФ.— 1981.— № 3.
10. Напартович А. П., Старостин А. Н. Механизмы неустойчивости тлеющего разряда повышенного давления // Химия плазмы.— М.: Атомиздат, 1979.— Вып. 6.
11. Гордиец Б. Ф., Осипов А. И., Шеленин Л. А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры.— М.: Наука, 1980.
12. Жданок С. А., Солоухин Р. И. Особенности колебательной релаксации двухатомных газов при адиабатическом расширении в сверхзвуковом соэле // Письма в ЖТФ.— 1981.— Т. 7, № 10.
13. Жданок С. А., Кочетов И. В., Напартович А. П. и др. Исследование параметрических зависимостей для стационарного СО-лазера // ДАН СССР.— 1978.— Т. 241, № 1.
14. Ноздрев В. Ф. Применение ультразвуки в молекулярной физике.— М.: Физматгиз, 1958.
15. Климкин В. Ф., Папырин А. Н., Солоухин Р. И. Оптические методы регистрации быстропотекающих процессов.— Новосибирск: Наука, 1980.

Поступила 2/IV 1987 г.

УДК 532.51 : 534.21

ОСОБЕННОСТИ ПРОТЕКАНИЯ АКУСТИКО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПОСТУПАТЕЛЬНО ДВИЖУЩИХСЯ НЕИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА

П. М. Треблер
(Целиноград)

Исторически сложилось, что как линейная, так и нелинейная акустика развивались преимущественно на базе уравнений гидродинамики, отнесенных к инерциальным системам отсчета. В виде редких исключений могут быть приведены задачи гидрофизики, в которых рассматриваются проблемы излучения и распространения инфразвука на вращающейся с постоянной угловой скоростью сфере (см., например, [1]), и ограниченное число примеров по теории инерционных гидропульсаторов [2]. Появление в технике подвижных объектов конечного размера, движущихся нередко с ускорением (в том числе и переменным во времени), диктует необходимость изучения акустико-гидродинамических явлений относительно систем координат, жестко связанных с подобными техническими средствами.

1. В качестве основных соотношений выберем замкнутую систему уравнений термогидродинамики эйлеровой жидкости (без источников), отнесенную к системе отсчета, движущейся поступательно с ускорением $\mathbf{a} = \mathbf{a}(t)$ относительно инерциальной:

$$(1.1) \quad \dot{\rho}[\mathbf{v} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}] = -\nabla P - \rho\mathbf{a};$$

$$(1.2) \quad \dot{\rho} + \operatorname{div} \rho\mathbf{v} = 0;$$

$$(1.3) \quad \dot{\sigma} + (\mathbf{v}\nabla)\sigma = 0;$$

$$(1.4) \quad P = P(\rho, \sigma);$$

$$(1.5) \quad Td\sigma = dw - dP/\rho.$$

Здесь \mathbf{v} — гидродинамическая скорость; ρ — плотность среды; P — гидродинамическое давление; T — абсолютная температура; σ — энтропия, отнесенная к единице массы; w — удельная энтальпия, выражаемая через внутреннюю энергию единицы массы $\mathcal{E}(\rho, \sigma)$ как $w = \mathcal{E} + P/\rho$. Система (1.1)—(1.5) должна быть дополнена соответствующими начальными и граничными условиями.

Следует отметить, что уравнения равновесной термодинамики могут быть строго применены лишь к объектам, которые движутся как единое целое равномерно прямолинейно или находятся в состоянии равномерного вращения относительно инерциальной системы отсчета [3]. Однако если в неинерциальной системе отсчета допускается справедливость уравнения состояния типа (1.4), то в дальнейшем без всяких ограничений могут применяться принципы равновесной термодинамики [4].

Качественный анализ исходных уравнений (1.1)—(1.5) показывает, что в неинерциальной системе отсчета среда в общем случае стратифицирована, что определяется наличием в правой части (1.1) слагаемого — ρa , характеризующего действия переносных сил инерции. Однако стратификация среды будет устойчива лишь тогда, когда a не является функцией времени. В этом случае при известной функциональной зависимости $w_s = w_s(P_s, \sigma_s)$ с помощью тождественного следствия исходной системы (1.1)—(1.5) могут быть найдены законы стратификации плотности (давления) и энтропии (см., например, [5, 6]), где индексом s выделен режим движения, когда $\dot{\mathbf{v}}_s = 0$ при $\mathbf{a} = \text{const}$. При $\mathbf{a} = \mathbf{a}(t)$ картина будет значительно сложнее. Предположим, что ускорение неинерциальной системы отсчета можно представить в виде

$$(1.6) \quad \mathbf{a}(t) = \langle \mathbf{a} \rangle + \mathbf{a}',$$

разделяющем медленную $\mathbf{a}_0 = \langle \mathbf{a} \rangle$ и быструю \mathbf{a}' зависимости ускорения от времени. Здесь и далее символом $\langle \dots \rangle$ обозначено усреднение по времени

$$(1.7) \quad \langle a(t) \rangle = \frac{1}{t_0} \int_t^{t+t_0} a(t') dt',$$

где интервал времени усреднения t_0 велик по сравнению с характерным временем быстрого процесса τ_1 и мал по сравнению с характерным временем медленного процесса τ_2 . Подобные разбиения ранее уже использовались, в частности, при описании гидродинамики плазмы в сильном высокочастотном поле. В предположении, что «высокочастотный» компонент ускорения отсутствует ($\mathbf{a}' = 0$), можно говорить о стратификационной картине, «плавающей» во времени; формально могут быть применены результаты работ [5, 6], в которых g (ускорение свободного падения) должно быть заменено на a_0 , а все термодинамические переменные будут дополнительно функционально зависеть от τ_2 .

В том случае, когда $\mathbf{a}_0 = \text{const}$ или $1/\tau_2 \gg N$ (здесь и далее принимается, что $\mathbf{a} = a\mathbf{e}_x$), где $N = \left\{ -\langle a \rangle \left[\frac{1}{\langle \rho \rangle} \frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial x} + \frac{\langle a \rangle}{\langle c^2 \rangle} \right] \right\}^{1/2}$ — частота типа Вайсяля [1], $c^2 = \partial P / \partial \rho$ — квадрат скорости звука, \mathbf{e}_x — орт оси Ox , а усреднение понимается в смысле (1.7), при $\mathbf{a}' \neq 0$ на фоне равновесного или квазиравновесного термодинамического состояния развивается волновая картина и дисперсионное уравнение указывает (в отсутствие средних потоков) на существование двух типов волн (акустических и внутренних) — ситуация аналогична гидрофизической [1].

2. Для описания энергетике гидродинамических процессов в рассматриваемой неинерциальной системе отсчета приведем запись закона сохранения энергии (теоремы Умова — Пойнтинга)

$$(2.1) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\frac{v^2}{2} + \mathcal{E} + xa \right) \right] + \operatorname{div} \left[\rho \mathbf{v} \left(\frac{v^2}{2} + w + xa \right) \right] = \rho x \dot{a}(t)$$

($E = \rho(v^2/2 + \mathcal{E} + xa)$) — плотность энергии в неинерциальной системе [7], $\dot{a} = da/dt$). Справедливость соотношения (2.1) может быть легко проверена по стандартной методике прямым дифференцированием [8]. Выражение $\rho x \dot{a}(t)$ в правой части (2.1) характеризует объемную мощность сил инерции.

В дальнейшем ограничимся изучением только акустического волнового поля, пренебрегая эффектами, связанными с наличием внутренних волн. Такой переход позволяет от двухпараметрического задания уравнения состояния $P = P(\rho, \sigma)$ перейти к однопараметрическому в форме $P = P(\rho)$. Предлагаемый переход корректен, если частоты рассматриваемых звуковых волн больше частоты N (сюда будем условно относиться и практически важный случай, когда $\langle a \rangle = 0$) или если характерный размер l ограниченного объема среды много меньше масштаба неоднородности среды $L \sim \langle c^2 \rangle / \langle a \rangle$ (для воздуха, принимая $\langle a \rangle \sim 0,3g - 3g$, $\langle c^2 \rangle \sim 9 \cdot 10^4 \text{ м}^2/\text{с}^2$, имеем $L \sim 3-30 \text{ км}$). Последнее условие, разумеется, с большим запасом выполняется для практически интересных задач акустики ограниченных объемов.

Получим в линейном приближении закон сохранения энергии акустического волнового поля. С этой целью основные параметры задачи, входящие в соотношения (1.1)–(1.5) и (2.1), представим в виде $\mathbf{v} = \langle \mathbf{v} \rangle + \mathbf{v}'$, $\rho = \langle \rho \rangle + \rho'$, $P = \langle P \rangle + P'$, $\mathbf{a} = \langle \mathbf{a} \rangle + \mathbf{a}'$, что позволяет разделить «быстрые» и «медленные» параметры. Здесь же мы рассмотрим частный, но практически важный случай, когда $\langle \mathbf{v} \rangle = 0$, $\langle \mathbf{a} \rangle = 0$, $\langle \rho \rangle = \rho_0 = \text{const}$, $\langle P \rangle = P_0 = \text{const}$.

Проводя в левой и правой частях (2.1) разложение по малым параметрам ρ' , \mathbf{v}' , P' , с точностью до величин второго порядка малости получим

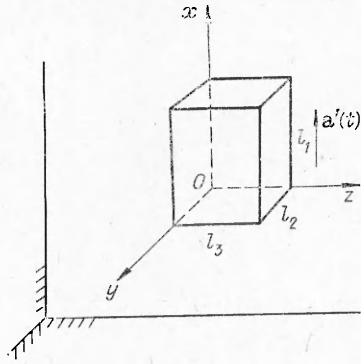
$$(2.2) \quad \frac{\partial}{\partial t} \left\{ [\rho_0 (\mathcal{E}_0 + xa')] + [(w_0 + xa') \rho'] + \left[\frac{\rho_0 v'^2}{2} + \frac{c_0^2}{2\rho_0} \rho'^2 \right] \right\} + \\ + \{ \operatorname{div} [\rho_0 \mathbf{v}' (w_0 + xa')] \} + \{ \operatorname{div} [(P' \mathbf{v}' + \rho' \mathbf{v}' (w_0 + xa'))] \} = \\ = [\rho_0 x \dot{a}'] + [\rho' x \dot{a}']$$

(c_0^2 — средний квадрат «фоновой» скорости звука). При упрощении (2.2) необходимо учесть тождественность выражения $\frac{\partial}{\partial t} [\rho_0 (\mathcal{E}_0 + xa')] \equiv \rho_0 x \dot{a}'$. Что же касается производной от линейной части плотности энергии среды

$$(2.3) \quad \frac{\partial}{\partial t} [\rho' (w_0 + xa')],$$

то она тождественно не компенсируется со слагаемым $[\rho' x \dot{a}']$ в правой части (2.2), так как при дифференцировании появляются члены следующих порядков малости вида $[-(w_0 + xa') \operatorname{div} \rho' \mathbf{v}']$. Следовательно, член «типа источника» $\rho' x \dot{a}'$ должен быть отнесен не только к линейной, но и к квадратичной (в рассматриваемом приближении) части разложения (2.2). Упрощая с учетом высказанных соображений (2.2) и интегрируя по всему неинерциальному пространству, можно записать

$$(2.4) \quad \frac{\partial}{\partial t} \int d^3 \mathbf{x} \left(\frac{\rho_0 v'^2}{2} + \frac{c_0^2 \rho'^2}{2} \right) + \oint dS \cdot P' v'_n = 0,$$



где v'_n — проекция акустической скорости на направление внешней нормали; S — поверхность, охватывающая объем интегрирования. При выводе (2.4) использована теорема Остроградского — Гаусса и сделано реалистичное предположение о том, что суммарные потоки массы и импульса (при интегрировании по всему пространству) дают нулевой вклад. Последнее предположение, по существу, эквивалентно усреднению слагаемых, имеющих размерность энергии по пространственным, а потоков импульса по временным переменным (см. [9]). Из закона сохранения энергии волнового поля (2.4)

следует, что член «типа источника» $\rho x \dot{a}(t)$, входящий в (2.1), не приводит в безграничном пространстве к возбуждению звука. Это связано с тем, что массовые силы инерции вызывают синфазное движение частиц среды, т. е. могут вызывать движение среды как единого целого. Отметим, что соотношение (2.4) применительно к неинерциальным системам отсчета, по-видимому, не обсуждалось.

3. Перейдем к рассмотрению граничных задач. Для этого проведем линеаризацию системы (1.1)—(1.5) в акустическом приближении, полагая, что $P = P(\rho)$ и выполняется соотношение (1.6). В рассматриваемой модели получим волновое уравнение для возмущения давления $P' = P - \langle P \rangle$:

$$(3.1) \quad \Delta P' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} = 0.$$

Зададимся для определенности конкретной геометрией задачи. Пусть параллелепипед с ребрами l_1, l_2, l_3 и абсолютно жесткими стенками совершает ускоренное движение в направлении оси Ox , проведенной вдоль ребра длиной l_1 (см. рисунок). Здесь и далее для простоты будем считать, что $\langle a \rangle = 0$, $a' = b_0 \sin \omega_0 t$ (b_0 — амплитуда переменной части ускорения подвижного объема, ω_0 — частота колебаний). Для P' в (3.1) априори неизвестны граничные условия на гранях параллелепипеда. Чтобы преодолеть эту трудность, перейдем к волновому уравнению для потенциала акустической скорости

$$(3.2) \quad \Delta \varphi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{x b_0 \omega_0}{c_0^2} \cos \omega_0 t.$$

Уравнения (3.1), (3.2) будем решать в предположении узости объема, т. е. в приближении $l_2, l_3 \ll \lambda$ (λ — длина звуковой волны). В рассматриваемом приближении $P' = P'(x, t)$, т. е. возмущение давления не зависит от координат y, z , что хорошо известно из общей теории вынужденных колебаний в узких трубах [10]. Причем частота вынужденных колебаний совпадает с частотой ω_0 возмущающего воздействия.

Решение уравнения (3.2) при граничных условиях $v'_x|_{x=0, l_1} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}|_{x=0, l_1} = 0$ имеет вид $\varphi = \left[x + \frac{1}{k} \frac{\sin k \left(\frac{l_1}{2} - x \right)}{\cos \frac{kl_1}{2}} \right] \frac{b_0}{\omega_0} \cos \omega_0 t$, где $k = 2\pi/\lambda = \omega_0/c_0$ — волновое число. Воспользовавшись соотношением $P' = -\rho_0 a' x - \rho_0 \partial \varphi / \partial t$, получим решение

$$(3.3) \quad P'(x, t) = \frac{b_0 \rho_0}{k} \frac{\sin k \left(\frac{l_1}{2} - x \right)}{\cos \frac{kl_1}{2}} \sin \omega_0 t,$$

которое удовлетворяет волновому уравнению (3.1) с граничными условиями $P'|_{x=0} = \frac{b_0 \rho_0}{k} \operatorname{tg} \frac{kl_1}{2} \sin \omega_0 t$, $P'|_{x=l_1} = -\frac{b_0 \rho_0}{k} \operatorname{tg} \frac{kl_1}{2} \sin \omega_0 t$. Физический смысл обсуждаемых граничных условий очевиден. В поступательно движущихся неинерциальных системах отсчета на частицы среды действуют силы инерции, направленные в сторону, противоположную ускорению a' . Следовательно, давление минимально на той крышке, в сторону которой направлено ускорение a' (на рисунке на крышке при $x = l_1$), и максимально на противоположной крышке (на крышке при $x = 0$).

Рассмотрим длинноволновое (низкочастотное) приближение, когда параметр kl_1 мал. Разлагая (3.3) в ряд по kl_1 и ограничиваясь членами третьего порядка малости, получим

$$(3.4) \quad P' \simeq \frac{b_0 \rho_0}{k} \left[k \left(\frac{l_1}{2} - x \right) - \frac{k^3 \left(\frac{l_1}{2} - x \right)^3}{6} + \frac{k^3 l_1^2 \left(\frac{l_1}{2} - x \right)}{8} \right] \sin \omega_0 t.$$

В данном приближении возмущение давления P' может быть разделено на две части — акустическую π и пульсационную p : $P' \simeq \pi + p$, $\pi \simeq \frac{b_0 \rho_0 k^2}{2} \left(\frac{l_1}{2} - x \right) \left[\frac{l_1^2}{4} - \frac{\left(\frac{l_1}{2} - x \right)^2}{3} \right] \sin \omega_0 t$, $p \simeq b_0 \rho_0 \left(\frac{l_1}{2} - x \right) \sin \omega_0 t$. Пульсационная часть возмущения давления представляет собой синфазные изменения давления во всех точках рассматриваемого объема — псевдозвук. В случае предельного перехода к несжимаемой среде ($c_0 \rightarrow \infty$) $P' \rightarrow p$.

Проведем сравнительную оценку компонент давления в (3.4):

$$(3.5) \quad |p/\pi| \sim 10 (kl_1)^{-2}.$$

При характерном размере подвижного объема $l_1 \sim 1$ м вклад пульсационной части давления оказывается преобладающим на частотах $\omega \ll \ll 300$ с⁻¹ (для воздуха), $\omega \ll 1500$ см⁻¹ (для воды), т. е. в инфразвуковой области. Проведем здесь оценку по формуле (3.5) уровней давления в кузове легкового автомобиля для наиболее характерной области частот $\omega \sim 36-130$ с⁻¹ (см. [11]), $|p/\pi| \sim 10^3-10^2$. Так, при $x = 0$, $l_1 = 1$ м, $\omega = 100$ с⁻¹ получим $|p/\pi| \simeq 131$.

Вернемся к произвольной зависимости $a'(t)$ от времени, когда $\langle a \rangle = 0$, и ограничимся диапазоном инфразвуковой области частот. При рассматриваемой геометрии задачи (см. рисунок) справедливо представление

$$(3.6) \quad P' \simeq \pi + p \simeq \pi - a' \rho_0 (x - l_1/2).$$

Проведем сравнительную оценку компонент давления в (3.6). Полагая $\pi \sim 10^{-4}-10^2$ Па, $(x - l_1/2) \sim 1$ м, $\rho_0 \sim 1,3$ кг/м³ (для воздуха), $\rho_0 \sim 10^3$ кг/м³ (для воды), найдем, при каких ускорениях a' $|p| \gg |\pi|$. Оценки дают $a' \sim 10^{-4}-10^2$ м/с² (для воздуха), $a' \sim 10^{-7}-10^{-1}$ м/с² (для воды). Следовательно, при обычных для техники переменных частях ускорения подвижного объекта вклад пульсационной части давления может оказаться преобладающим. Так, для воды уже при $a' = 1$ м/с² $|p/\pi| \sim 10-10^7$.

В исследуемом приближении соотношение (3.1) может быть преобразовано к виду $\Delta \pi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \pi}{\partial t^2} = \frac{\rho_0 x}{c_0^2} \frac{\partial^2 a'}{\partial t^2}$, который должен рассматриваться как волновое уравнение для звукового давления в инфразвуковой области частот.

В более общем случае разделение возмущения давления P' на компоненты p и π может быть проведено из тех соображений, что при $P' \rightarrow p$ (это условие соответствует переходу к несжимаемой среде) волновое уравнение (3.1) преобразуется в уравнение Лапласа $\Delta p = 0$.

В заключение следует отметить, что проведенный анализ может оказаться полезным при планировании экспериментов и трактовке результатов акустических измерений, проводимых в подвижных объектах.

Автор выражает благодарность В. А. Красильникову за интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Госсард Э., Хук У. Волны в атмосфере. — М.: Мир, 1978.
2. Федяков Е. М., Колтаков В. К., Богдатов Е. Е. Измерение переменных давлений. — М.: Изд-во стандартов, 1982.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. — М.: Наука, 1976. — Ч. 1.
4. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. — М.: Мир, 1977.
5. Павлов В. И., Треблер П. М. К теории волн в сдвиговых потоках неоднородной сжимаемой жидкости // ПМТФ. — 1983. — № 2.
6. Треблер П. М. Теория акустических явлений, связанных с излучением волн в неоднородных и движущихся средах: Дис... канд. физ.-мат. наук. — М.: МГУ, 1981.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. — М.: Наука, 1973.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. — М.: Наука, 1986.
9. Островский Л. А. Величины второго порядка малости в бегущей звуковой волне // Акуст. журн. — 1968. — Т. 14, № 1.
10. Исакович М. А. Общая акустика. — М.: Наука, 1973.
11. Пюнин Б. И., Стержанов В. П. Исследование изменения уровня инфразвука в кузове легкового автомобиля // Автомоб. пром-сть. — 1977. — № 1.

Поступила 10/II 1987 г.

УДК 532.526.5

О ДИСКРЕТНОМ ХАРАКТЕРЕ ВИХРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРИ ВОЗНИКНОВЕНИИ ЦИРКУЛЯЦИОННОГО ОБТЕКАНИЯ КРЫЛА

В. С. Садовский, Г. И. Таганов

(Москва)

Проблема возникновения циркуляционного обтекания крыла, начавшего движение с постоянной скоростью из состояния покоя в невязкой несжимаемой жидкости, получила первое количественное описание (в линейном приближении) более 60 лет тому назад в работе Вагнера [1], основанной на предположении Прандтля о сходе непрерывной вихревой пелены с задней острой кромки крыла. Проблема нестационарного обтекания в более общем случае движения крыла в связи с явлением флаттера привлекла около 50 лет тому назад внимание советских ученых М. В. Келдыша, М. А. Лаврентьева, А. И. Некрасова, Л. И. Седова, в большой мере способствовавших разработке существующей стандартной теории неустановившегося движения крыла в линейном приближении. О понимании трудностей нелинейной задачи, существовавшим 50 лет тому назад, свидетельствует их описание, принадлежащее Л. И. Седову [2], справедливое для точного описания течения и в настоящее время.

Поскольку точное описание течения связано с указанными трудностями, представляется разумным заменить точное описание схода вихревой пелены с задней кромки модельным описанием. В применении к задаче возникновения циркуляционного обтекания крыла, начавшего движение с постоянной скоростью из состояния покоя, в [3, 4] с помощью дипольной модели рассмотрено обтекание плоской пластины под углом атаки $\alpha = 90^\circ$ в предположении, что обтекание передней кромки происходит без отрыва. Следует отметить, что поле диполя представляет собой не только предельное состояние системы источник — сток, но и предельное состояние (в направлении, перпендикулярном оси диполя) системы двух вихрей с циркуляциями скорости разного знака, поэтому дипольная модель для описания течений, содержащих области с замкнутыми линиями тока, может рассматриваться как вырождение классической модели Фёйшля в модель с вихрями бесконечно большой циркуляции, расположенными на поверхности тела.

В упомянутых работах обнаружено, что после достижения некоторого критического времени t_* линия тока, сходящая с задней кромки пластины, перестает быть линейной, замыкающей область с замкнутыми траекториями частиц, и высказано предположение о том, что при $t > t_*$ происходит отсоединение этой области от пластины. Предполагалось также, что, спустя некоторое время, на задней кромке начинает образовываться новая область с замкнутыми траекториями частиц, размер которой возрастает до нового предельного значения при $t = t_{**}$ и т. д.