

УДК 534.222.2

## ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕТОНАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С НЕПРЕРЫВНЫМ СЖИГАНИЕМ

Г. А. Нордин<sup>1</sup>, Д. Швер<sup>2</sup>, Ф. Шауэр<sup>3</sup>, Д. Хоук<sup>4</sup>, Т. Барбер<sup>1</sup>, Б. Сетеген<sup>1</sup><sup>1</sup>Университет Коннектикута, 06269 Storrs, США, can03005@engr.uconn.edu<sup>2</sup>Военно-морская исследовательская лаборатория, 20375 Вашингтон, США<sup>3</sup>Военно-воздушная исследовательская лаборатория, 45433 Райт-Паттерсон, США<sup>4</sup>Группа научных инновационных решений, Дейтон, США

Традиционная теория детонации Зельдовича — Неймана — Дёринга модифицирована с помощью двумерных векторов скорости, с тем чтобы учесть эффективность и особенности стационарного течения в двигателе со спиновой детонацией. Разработанная аналитическая модель объясняет многие особенности стационарного режима спиновой детонации и ее термодинамику. Сравнение с численным моделированием дает хорошие результаты. Показано, что формирование закрутки является основным механизмом передачи энергии.

Ключевые слова: детонационный двигатель с непрерывным сжиганием, термодинамическая модель, модель Зельдовича — Неймана — Дёринга, треугольники скоростей, турбинное уравнение Эйлера, закрутка.

### ВВЕДЕНИЕ

Двигатель, основной принцип которого — непрерывная вращающаяся детонация, впервые был испытан Б. В. Войцеховским в 1950-е годы в Институте гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН СССР [1]. Испытания такого двигателя были проведены также в Мичиганском университете [2]. Аналитическая модель термодинамического процесса в детонационном двигателе с непрерывным сжиганием (ДНД) во вращающейся системе отсчета впервые была предложена Ф. А. Быковским, В. В. Митрофановым и С. А. Жданом [3, 4]. Они показали, что течение на выходе сверхзвуковое и производство энтропии меньше, чем при традиционном горении. Последующие исследования подтвердили, что ДНД обладает значительным потенциалом в производительности и совершенствовании конструкции по сравнению с циклическими двигателями Брэйтона [5–7]. Экспериментальные и теоретические работы в этом направлении в настоящий момент ведутся более чем в десятке институтов по всему миру

[8, 9].

Для реализации ДНД на практике требуется термодинамический цикл, согласованный со структурой течения. Одномерный аналитический цикл ДНД основан на теории Зельдовича — Неймана — Дёринга (ЗНД) с преобразованием векторного поля скоростей к вращающейся системе отсчета. Было показано, что изменение энтальпии торможения пропорционально изменению азимутальной скорости в лабораторной системе отсчета и согласуется с турбинным уравнением Эйлера.

Общая структура течения в ДНД описана в работе [5], термодинамические концепции — в [10, 11], теория детонации ЗНД — в [12]. В настоящей работе изучается взаимосвязь между полем вращающегося детонационного течения и его термодинамикой.

### УРАВНЕНИЕ ЭНЕРГИИ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Цикл детонационного сжигания в двигателе характеризуется двумя основными особенностями: во-первых, термодинамикой стационарного процесса во вращающейся системе отсчета, во-вторых, преобразованием энергии вращения детонационной волны давления в аксиальную кинетическую энергию и ростом давления.

Термодинамика стационарной плоской одномерной детонации ЗНД описывается в систе-

© Nordeen C. A.<sup>1</sup>, Schwer D.<sup>2</sup>, Schauer F.<sup>3</sup>, Hoke J.<sup>4</sup>, Barber T.<sup>1</sup>, Cetegen B.<sup>1</sup>, 2014.

<sup>1</sup>Mechanical Engineering Department, University of Connecticut, Storrs, CT 06269-3139, USA. <sup>2</sup>Naval Research Laboratory Center for Reactive Flow and Dynamical Systems, Code 6410, Washington, DC 20375, USA. <sup>3</sup>Air Force Research Laboratory Propulsion Directorate, Wright-Patterson AFB, OH, 45433, USA. <sup>4</sup>Innovative Scientific Solutions Inc., Dayton, OH, USA.

ме отсчета, движущейся со скоростью детонации [12]. Похожим образом термодинамика стационарного процесса трехмерного ДНД определяется во вращающейся системе отсчета.

Трехмерную геометрию ДНД можно свести к двумерной, если высота круглой камеры мала по отношению к радиусу камеры [3, 13, 14] и пренебрежимо малы радиальные скорости. Затем нужно развернуть поперечное сечение ДНД и отобразить на двумерную декартову систему координат с периодическими граничными условиями. Азимутальное направление становится осью  $x$ , аксиальное — осью  $y$ . Скорости в лабораторной системе отсчета преобразуются к вращающейся системе отсчета с помощью галилеевского преобразования векторов скорости согласно уравнению

$$W = V - U \quad (1)$$

и рис. 1. Для вращающейся волны в фиксированной позиции на оси аксиальная скорость  $U_y$  равна нулю и скорость волны  $U_{wave}$  равна азимутальной скорости  $U_x$ . Поле скоростей  $V$  в лабораторной системе отсчета соответствует движению жидкости вдоль траекторий через контрольный объем ДНД, поле скоростей  $W$  — переносу частиц жидкости вдоль линий тока относительно фронта детонации.

Энтальпия торможения во вращающейся системе отсчета ( $h_w$ ) описывается уравнением

$$h_w = h_s + W^2/2 \quad (2)$$

и сохраняется в случае стационарного режима спиновой детонации. Энтальпия торможения в лабораторной системе ( $h_t$ ) нестационарна и не сохраняется:

$$h_t = h_s + V^2/2. \quad (3)$$

Закрученность течения — характерная особенность ДНД, описываемая (см. рис. 1)

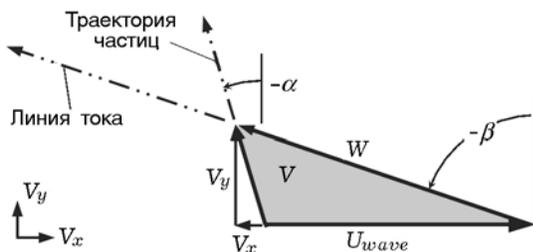


Рис. 1. Двумерное преобразование скорости

с помощью либо угловой ориентации вектора ( $\alpha$  и  $\beta$ ), либо азимутального компонента ( $V_x$  и  $W_x$ ). Реагирующее вещество инжектируется сначала без закрутки потока. Спиновая детонация возникает вследствие появления градиента давления, который отклоняет течение от его первоначальной траектории вдоль оси. Изменение энтальпии торможения в лабораторной системе ( $h_t$ ) пропорционально изменению закрутки [15].

Применение первого закона Ньютона к частице жидкости, по которой прошла ударная волна, дает движение в направлении уменьшения градиента давления. Градиент давления приводит к возникновению суммарной силы  $F$ , действующей на частицу [16], которая входит в контрольный объем (соответствующие параметры отмечены индексом  $a$ ) и покидает его (индекс  $b$ ). Контрольный объем движется с постоянной скоростью  $U$ . Отклоняющие силы, перемещающиеся со скоростью волны, увеличивают энергию со временем ( $\Delta E/\Delta t$ ). Из второго закона Ньютона следует, что импульс меняется. Изменение полной энергии во времени выражается формулой

$$[F_b - F_a] \frac{dX}{dt} = [F_b - F_a]U = \frac{\Delta E}{\Delta t},$$

$$\left[ \frac{d(m_b V_b)}{dt} - \frac{d(m_a V_a)}{dt} \right] U = \frac{\Delta E}{\Delta t}.$$

Скорости  $V_a, V_b$  в условиях стационарного процесса и поток массы  $dm/dt$  постоянны, поэтому

$$\frac{[V_b - V_a]dm}{dt} U = \frac{\Delta E}{\Delta t}.$$

Изменение полной энергии на единицу массы ( $\Delta h_t$ ) пропорционально изменению скорости в лабораторной системе отсчета ( $\Delta V$ ). Осевая компонента  $U_y$  скорости волны равна нулю. Изменение энтальпии торможения становится пропорциональным азимутальной скорости:

$$\Delta V U = \Delta(E/m) = \Delta h_t, \quad \Delta V_x U_{wave} = \Delta h_t. \quad (4)$$

Уравнение (4) часто называют турбинным уравнением Эйлера [15], но его применение не ограничивается турбинами. Оно применимо и к работе, совершаемой движущимися контрольными объемами.

Если уравнение (4) в дифференциальной форме проинтегрировать, то получим, что энтальпия торможения пропорциональна азимутальной скорости  $V_x$  в лабораторной системе отсчета, где коэффициент пропорциональности равен постоянной скорости волны:

$$h_t = V_x U_{wave} + h_I. \quad (5)$$

Здесь  $h_I$  — постоянная интегрирования. Подстановка уравнения (1) в уравнение (5) показывает, что

$$h_I = h_w - U_{wave}^2. \quad (6)$$

Энтальпия  $h_w$  сохраняется в системе отсчета, вращающейся с постоянной скоростью в отсутствие тепловыделения. Скорость волны считалась постоянной, поэтому сохраняется также  $h_I$ . Для сохранения необходимо установившееся изэнтропическое невязкое течение во вращающейся системе координат с постоянной угловой скоростью [17, 18].

Так как  $U_{wave}$  постоянна, добавка теплоты в контрольный объем во вращающейся системе координат ( $q_{add}$ ) приводит к следующему изменению уравнений (2) и (6):

$$h_{w2} = h_{w1} + q_{add}, \quad (7)$$

$$h_{I2} = h_{I1} + q_{add}. \quad (8)$$

### ПРОСТРАНСТВО СКОРОСТЕЙ В МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ЗНД

Последовательность важных состояний течения (1–7) и соответствующие треугольники скоростей показаны на рис. 2. Эта последовательность построена по модифицированной модели ЗНД в пространстве скоростей спиновой детонации. Треугольники накладываются на постоянный общий вектор  $U_{wave}$ . Векторы зоны заполнения (состояния 1, 2) находятся справа от фронта детонации, векторы потока вниз по его направлению (состояния 4–7) — слева от фронта детонации. Полученная моделированием линия тока 18 на рис. 3,а и соответствующая траектория 18 на рис. 4,а (выделены жирными линиями) использовались в качестве линий с характерными параметрами течения для аналитической модели.

Состояние 1 соответствует течению, входящему в зону заполнения из инжектора. Эта зона состоит из неиницированных реагентов,

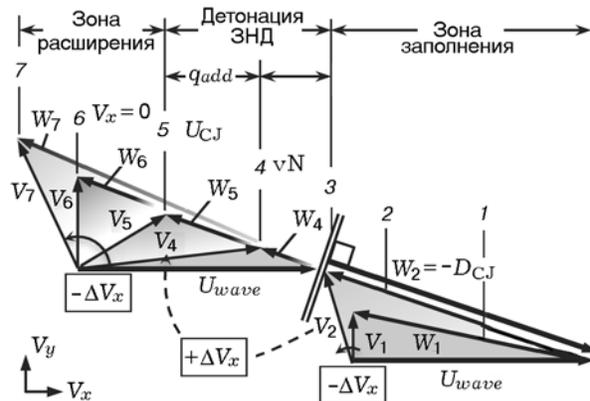


Рис. 2. Схема пространства скоростей модифицированной модели ЗНД:

1 — инжекция, 2 — поток, 3 — ударный фронт, 4 — пик Неймана, 5 — массовая скорость Чепмена — Жуге, 6 —  $V_x = 0$ , 7 — выход

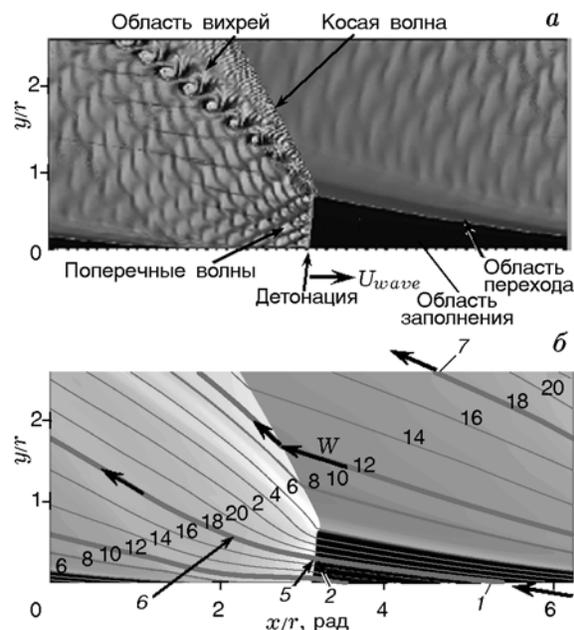


Рис. 3. Моделирование точной эволюции энтальпии торможения (а). Осредненная по времени энтальпия и линии тока во вращающейся системе координат (б):

$y, r$  — в миллиметрах

впрыскиваемых вдоль нижней границы области и вверх по потоку относительно детонации, как показано на рис. 3,а. Условия восходящего потока должны быть определены до применения модели ЗНД.

Стехиометрическая смесь воздуха и водорода впрыскивается в камеру через решетку изэнтропических микросопел Лавалья. Усло-

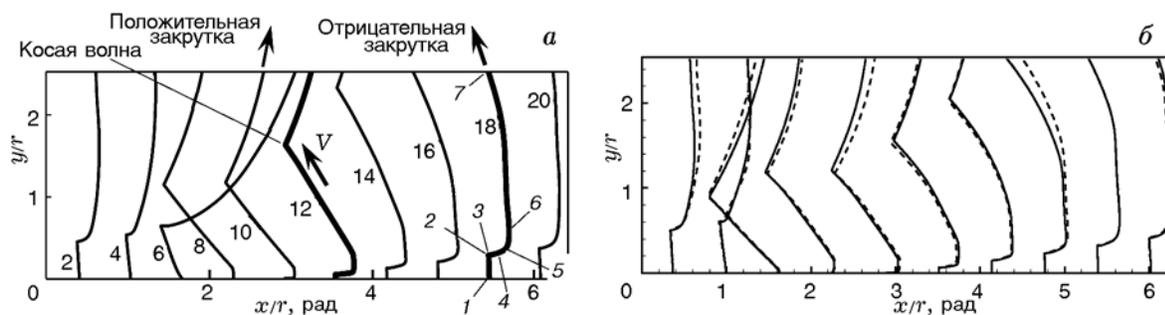


Рис. 4. Линии тока в течении частицы газа:

*a* — осредненное по времени моделирование в лабораторной системе отсчета, *б* — след частицы при расчете точной эволюции (штриховые линии) в зависимости от осредненной по времени траектории (сплошные линии)

вия на входе: давление 10 атм, температура 300 К. Отношение площади входного горла к площади камеры равно 1/5. Смесь впрыскивается по нормали к плоскости впрыска, без закрутки потока ( $V_{x1} = 0$ ). Считается, что давление в камере достаточно низкое для того, чтобы создать звуковое течение в горлышке сопла Лавала, которое ускоряет течение до сверхзвуковой скорости.

Нормальная ударная волна в плоскости инъекции на границе камеры переводит течение в дозвуковое (см. рис. 2,  $V_1$ ). Существование ударной волны обусловлено поведением течения вдоль границы численного моделирования, вдоль которой происходит инъекция. Путем изменения геометрии инжекторов можно получить ударные волны, подобные тем, что возникают в сверхзвуковых соплах [19]. Нормальная к инжектируемому потоку ударная волна является одним из двух первичных источников энтропии в зоне заполнения. Из-за ограниченного течения и нормальной ударной волны термодинамическое состояние  $V_1$  полностью определяется условиями на входе и параметрами инъекции.

Состояние 2 (см. рис. 2) является векторным вверх по течению от фронта детонации. Из численного моделирования следует, что течение в самой области заполнения изоэнтропическое. Тем не менее охлаждение при расширении за счет ускорения течения косвенно служит вторым источником энтропии в зоне смешения.

Течение на входе в камеру оказывается под действием градиента давления после предыдущей детонационной волны. Движущийся отрицательный градиент давления

ускоряет и закручивает течение в лабораторной системе ( $V$ ) против часовой стрелки. Относительное течение ( $W$ ) также ускоряется и поворачивается вверх. Энтальпия  $h_w$  сохраняется вдоль зоны смешения. Поэтому в соответствии с уравнением (2) статическая энтальпия ( $h_s$ ) и статическая температура уменьшаются. Как следует из уравнения (5), индуцированная закрутка ( $-V_{x2}$ ) уменьшает энтальпию торможения ( $h_t$ ), что еще больше снижает статическую температуру в состоянии 2 [20]. Полученная при моделировании закрутка показана на рис. 4, *a*.

Приведенная статическая температура уменьшает локальную скорость звука ( $c$ ) от наблюдаемой в состояниях 1, 2. С уменьшением температуры вверх по потоку увеличивается детонационное число Маха ( $M_{CJ}$ ) и, таким образом, возрастает энтропия. Этот процесс управляется скоростью детонации Чепмена — Жуге ( $D_{CJ}$ ), которая приближенно определяется теплотой горения и показателем адиабаты  $\gamma$  [12]:

$$D_{CJ}^2 \approx 2(\gamma_2^2 - 1)q_{add}. \quad (9)$$

Данный эффект едва заметен при дозвуковой скорости, но становится значительным при сверхзвуковой скорости вверх по потоку. Это согласуется с предыдущими исследованиями, в которых установлено, что стационарная детонационная волна со сверхзвуковой скоростью в потоке генерирует больше энтропии, чем при горении с дозвуковой скоростью [21].

Профили давления и температуры в зоне смешения зависят от затухающего профиля давления предыдущей детонации. Поэтому состояние 2 по потоку неопределенное и зависит

только от параметров истечения из сопла в состоянии 1. Чтобы определить параметры вверх по потоку, требуются два дополнительных параметра: угол закрутки потока  $\alpha$  в лабораторной системе координат и отношение чисел Маха в состояниях 1, 2:

$$\frac{M_{V2}}{M_{V1}} = \frac{\|V_2\|/c_2}{\|V_1\|/c_1}. \quad (10)$$

Средние значения, полученные при моделировании,  $\alpha = -2.3^\circ$  и  $M_{V2}/M_{V1} = 1.96$ . Их отличие от аналитической модели менее 1 %. При  $\alpha = 0$ ,  $M_{V2}/M_{V1} = 2$  отличие значений КПД, полученных численным моделированием и по аналитической модели удельного импульса на единицу массы горючего ( $I_{sp}$ ), составляет 3.2 %.

Перепишем уравнение (5) с использованием уравнения (3), определений энтальпии, числа Маха и с учетом геометрии рис. 1. Константа  $h_I$  сохраняется от места инъекции до состояния 2:

$$h_{I2} = [C_p(T_s - T_{ref}) + (M_V^2(\gamma RT_s))/2 - U_{wave}M_V(\gamma RT_s)^{1/2} \sin(\alpha)]_2. \quad (11)$$

Здесь  $C_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $T_s$  — статическая температура потока,  $T_{ref}$  — исходная температура.

Состояние 3 соответствует фронту детонационной волны, который предполагается перпендикулярным вектору скорости  $W$ . Относительная скорость вверх по потоку  $W_2$ , с которой частицы вещества переносятся поперек вращающегося детонационного фронта, равна скорости Чепмена — Жуге  $D_{CJ}$  с противоположным знаком. Уравнение (1) описывает соотношение для  $U_{wave}$ . Уравнения (1), (10), (11) и соотношение Ренкина — Гюгионо для стационарного процесса решались совместно методом итераций для состояния 2 потока с температурой  $T_s$  и параметрами  $D_{CJ}$ ,  $V_2$  и  $U_{wave}$  [12].

Состояния 2–6 примерно коллинеарны в непосредственной близости от зоны детонации вдоль линии тока 18 (см. рис. 3,б). Относительная скорость закрутки ( $\beta$ ) считается постоянной в аналитической модели. Теория ЗНД применялась вдоль прямой линии, определяемой через  $W$ . Уравнение сохранения энергии (7) при пересечении зоны детонации принимает вид

$$h_{w5} = h_{s5} + \frac{W_5^2}{2} = h_{s2} + \frac{D_{CJ}^2}{2} + q_{add}. \quad (12)$$

Условия внутри зоны детонации определяются из уравнений Ренкина — Гюгионо [12]. Сделанные допущения относительно уравнений (11) и (12) функционально аналогичны допущениям в работе [3].

Состояние 4 — это пик Неймана ( $vN$ ), разгрузка фронта детонации и начало тепловыделения. Скорость  $W$  уменьшается от сверхзвуковой до дозвуковой. Скорость  $U_{wave}$  постоянна, поэтому скорость в лабораторной системе  $V_4$  поворачивается примерно на  $90^\circ$  против часовой стрелки от положения вверх по потоку  $V_2$ .

Значимость уравнения (4) и отличие энтальпий  $h_w$  и  $h_t$  становятся явными при пересечении фронта ударной волны. Энтальпия торможения в равномерно вращающейся системе координат ( $h_w$ , уравнение (2)) сохраняется при пересечении фронта. Относительная скорость замедляется от  $W_2$  до  $W_4$ , однако в лабораторной системе поток поворачивается против часовой стрелки и ускоряется от  $V_2$  до  $V_4$ . Изменение скорости закрутки  $\Delta V_x$  положительно, и энтальпия торможения  $\Delta h_t$  возрастает, т. е. ударная волна совершает работу над течением в лабораторной системе отсчета.

Состояние 5 соответствует верхней точке Чепмена — Жуге, окончанию тепловыделения и началу изоэнтропического расширения. Скорость  $W_5$  увеличивается, когда течение достигает теплового предела в верхней точке Чепмена — Жуге и становится звуковой. Модифицированная модель ЗНД допускает линейное тепловыделение вдоль линии Рэля и не требует химических реакций с конечной скоростью.

Скорость  $V$  в лабораторной системе отсчета вращается против часовой стрелки. Отрицательное изменение  $\Delta V_x$  от точки Неймана ( $vN$ ) до точки Чепмена — Жуге ( $U_{CJ}$ ) подразумевает уменьшение энтальпии торможения  $h_t$ . Тем не менее, как видно из уравнения (12),  $h_w$  возрастает на величину  $q_{add}$ . Согласно уравнениям (5) и (8) величина  $h_t$  также возрастает из-за тепловыделения. В результате уменьшение скорости  $V$  приводит к увеличению энтальпии торможения  $h_s$ .

Состояние 6 отмечает часть изоэнтропического расширения из состояния 5 на рис. 2. Относительная скорость закрутки  $\beta$  по-прежнему считается постоянной в аналитической модели. Энтальпии  $h_w$  и  $h_I$  сохраняются между состояниями 5 и 6. Скорость течения  $W$  все еще увеличивается, что уменьшает ста-

Сравнение результатов

Источник	Безразмерная скорость волны $U_{nd}$	Плоскость выхода, система отсчета			
		лабораторная		вращающаяся	
		M(V/C)	угол закрутки $\alpha$ , град	M(W/C)	угол закрутки $\beta$ , град
[4]	0.523 0.685	—	—	1.72 2.36	45.1 50.2
Аналитическая модель	0.689	1.87	0	3.06	51.6
Численное моделирование	0.674	1.16	-29.7	1.90	46.9
		1.49	22.6	3.13	70.8

тическую энтальпию  $h_w$  (уравнение (2)). Скорость  $V$  изменяется в направлении вращения против часовой стрелки, так что  $V_x = 0$ . Энтальпия торможения  $h_t$  уменьшается согласно уравнению (5) и становится равна постоянной величине  $h_I$ .

Состояние 7 — это состояние потока на выходе и соответствует продолжению изоэнтропического расширения. Относительная скорость закрутки  $\beta_{6-7}$  уже не постоянна. Вектор скорости  $V$  продолжает вращаться и ускоряться после состояния 6. Изменение скорости закрутки  $\Delta V_x$  отрицательно, что указывает на дальнейшее уменьшение энтальпии  $h_t$ . Энтальпия превращается в кинетическую энергию ( $V^2/2$ ), и поток ускоряется. Расширение ограничивается условиями на границе выхода потока. Если расширение идеальное, статическое давление в состоянии 7 будет равно окружающему давлению.

Энтальпия торможения  $h_t$  является мерой энергии течения, поступающей в контрольный объем ДНД и уходящей из него. Исходный поток, поступающий в ДНД, не закручен ( $V_x = 0$ ), что следует из граничных условий в зоне инжекции. Поэтому начальная энтальпия торможения  $h_t$  равна постоянной энтальпии  $h_I$ .

Уравнения (6)–(8) показывают, что  $h_I$  изменяется только при выделении тепла в равномерно вращающейся системе. Поэтому энтальпия торможения в плоскости на выходе из ДНД в состоянии 7 равна

$$h_{t7} = V_{x7}U_{wave} + h_{I,plenum} + q_{add}. \quad (13)$$

На объем ДНД не действует момент внешних сил, в силу чего суммарный момент импульса должен быть нулевым для любой расчетной ячейки ( $v$  — объем):

$$\int \rho V_x r dv = 0 \approx \sum \rho V_x r v_{grid\ cell}.$$

Поэтому осредненная по массе закрутка должна равняться нулю для любой расчетной ячейки:

$$\begin{aligned} \sum \rho V_x r v_{grid\ cell} / \sum \rho r v_{grid\ cell} = \\ = V_{x, mass\ avg} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Закрутка потока  $V_x$  в состоянии 7 отрицательна, и  $h_{t7} < h_{I7}$ . Уравнение (13) определяет локальную энтальпию торможения вдоль линии тока. Для всего течения уравнение (8) представляет собой закон сохранения энергии для ДНД:

$$\begin{aligned} H_{I,exit} = H_{t,exit} = \\ = V_{x, mass\ avg} U_{wave} + H_{I,plenum} + Q_{add} = \\ = H_{I,plenum} + Q_{add}. \end{aligned} \quad (15)$$

В состоянии 5 энергия закрутки  $V_x U_{wave}$  положительна и энтальпия  $h_{t5}$  больше, чем постоянная интегрирования ( $h_{I5} = h_{I6}$ ). Мы заключаем, что энтальпия торможения цикла  $h_t$ , которая превышает  $h_{I6}$ , поддерживает распространение детонации и расходует необратимо. В состоянии 6 начинается рост обратной полезной работы в цикле.

Модифицированная аналитическая модель ЗНД предполагает полное и идеальное расширение не от состояния 7, а от состояния 6. В таблице приведены результаты, полученные по модифицированной аналитической модели ЗНД, в сравнении с результатами численного моделирования и работы [4]. Результирующее течение сверхзвуковое как в лабораторной, так и во вращающейся системе координат. Угол закрутки потока на выходе во вращающейся системе  $\beta = 51.6^\circ$  согласуется с данными [4]. Угол закрутки в лабораторной системе отсчета

$\alpha$  равен нулю, поскольку считается, что производство полезной работы начинается в состоянии  $\beta$  и равно осредненному по массе полному течению.

Проверка результатов моделирования показала, что локальное течение сильно отличается от свойств осредненного по массе течения.

Углы  $\alpha$  и  $\beta$  на выходе значительно варьируются. Угол  $\alpha$  в лабораторной системе меняется практически симметрично относительно нулевого среднего значения. Числа Маха при моделировании также сверхзвуковые, однако меньше, чем в аналитической модели. За исключением эффектов, связанных с моментом импульса, аналитическая модель не учитывает роста энтропии, обусловленного косой волной. Эти различия наводят на мысль, что эффективность предсказаний аналитической модели может быть очень хорошей.

### СРАВНЕНИЕ С ЧИСЛЕННЫМ МОДЕЛИРОВАНИЕМ

Точное решение методом численного моделирования изложено в [19] и резюмировано в [22]. Стехиометрическая смесь водорода с воздухом инжектируется вдоль стенки. Граничное условие на стенке инжекции моделируется как изоэнтропическое течение из микросопел с фиксированным отношением площади суженной части к площади камеры. Обратного течения можно избежать, если давление в камере будет больше, чем первичное давление. Высота кольцевого канала считается малой по сравнению с диаметром камеры [14]. Цилиндрическая геометрия разворачивается и отображается на двумерную эйлерову область с периодическими граничными условиями. Химия горения моделируется с использованием модели с индукционным параметром [13, 23], разработанной в Военно-морской лаборатории США.

После того как вычислено поле точного во времени решения, применяется осреднение по времени, с тем чтобы определить стационарный процесс с осредненными по времени термодинамическими свойствами. Средние значения величин, полученные моделированием, соответствуют квазистационарному состоянию. На каждом шаге по времени моделирование дает «снимок» поля решения. Начало детонации вдоль границы инжекции отмечено на каждом снимке быстрым изменением градиента давления. Азимутальные  $x$ -координаты сдвигаются

в положение, соответствующее началу процесса, при том же самом значении  $x$ . Переменные решения затем осредняются по всем снимкам. Осреднение поля характеристик численного решения выполняется по 10 циклам детонации с 500 снимками в одном цикле.

Сравним зависимость энтальпии торможения от времени на рис. 3,а с осредненным по времени решением на рис. 3,б. Стационарные характеристики, такие как главный фронт детонации, область перехода и косая волна, сохраняются, а нестационарные особенности, например вихревой след или поперечные волны, не сохраняются при осреднении по времени.

Скорость волны при моделировании меняется в пределах 3 %. Моделирование плоских детонационных волн и лабораторные испытания ротационного детонационного двигателя подтверждают потенциальные вариации скорости [24, 25]. Для осредненного по времени решения средняя скорость волны  $U_{wave}$  считается постоянной и используется для вычисления средней скорости  $W$  во вращающейся системе координат путем преобразования координат в уравнении (1).

Линии тока начинаются на границе на входе и следуют за градиентом относительной скорости поля течения  $W$  (см. рис. 3,б). Когда линии тока достигают левой периодической границы, они поворачивают в обратную сторону, направо. Это повторяется до тех пор, пока линии тока не закончатся на выходной границе. После этого давление, температуру, векторы скорости и другие параметры можно получить интерполяцией вдоль линии тока. Линии тока на рис. 3,б приведены для вращающейся системы координат. Линия тока 18 соответствует термодинамическому процессу, подобному тому, что дает модифицированная модель ЗНД, линия 12 характерна для потока, который пересекает косую волну.

Из рис. 3,б видно, что изменяющийся наклон линий тока соотносится с увеличивающимся наклоном скорости  $W$  на рис. 2. Зона перехода на рис. 3 примерно линейная. Она начинается как касательная к плоскости инжекции; затем кривые немного поднимаются вверх, когда относительное течение ускоряется и расходится. Изменение наклона показано на рис. 2 как увеличение наклона скорости  $W$  из состояний 1, 2 и 5–7. Угол закрутки  $\beta$  в условиях вверх по потоку (состояние 2) определяет наклон фронта детонации на рис. 3,б.

Траектории (см. рис. 4,а) — геометрическое место точек частиц газа в лабораторной системе отсчета, их можно вычислить интегрированием скорости вдоль линий тока. Векторы лабораторной системы отсчета  $V$  касательны к траекториям. Пересечения траекторий малозначимы, так как траектории отмечают путь частиц газа в нестационарном поле течения.

Линии тока на рис. 3,б в равномерно вращающейся системе отсчета смещаются вправо со скоростью волны  $U_{wave}$  по отношению к лабораторной системе отсчета на рис. 4,а. В начальный момент времени начальные точки для линий тока и траекторий совпадают вдоль плоскости впрыска. При времени  $t > 0$  пересечение линий с одинаковым номером указывает положение частицы газа в обеих системах отсчета.

Траектории частиц (штриховые линии на рис. 4,б) вычисляются в ходе отдельного расчета эволюции и сравниваются с осредненными во времени траекториями, опирающимися на линии тока (сплошные линии). Разница между точными во времени и осредненными линиями обусловлена численными артефактами и ошибками осреднения. Различия на рис. 4,а и 4,б вызваны тем, что начальные точки отличаются. Общая форма траекторий подтверждается. Осредненный во времени метод имеет преимущества перед методом точных траекторий частиц, так как в нем подавляются кратковременные изменения решения и становится возможным точное определение положения линий тока в области моделирования.

Переходы между состояниями (1, 2, 3, 6 и 7) на рис. 2 хорошо заметны на осредненных по времени траекториях рис. 4,а. Закрутка потока, индуцированная в области заполнения в состояниях 1, 2, становится явно заметной вдоль траекторий 2–6. Эти линии подвергаются воздействию градиента давления, который перемещается, в течение длительного времени. Поворот на  $90^\circ$ , вызванный фронтом детонации (состояния 2, 3), также хорошо виден.

Отрицательное изменение закрутки в процессе тепловыделения (см. рис. 2, состояния 4, 5) отображается на рисунке как восходящий поворот траектории. Состояние 6 соответствует началу полезной работы расширения, в лабораторной системе закрутка потока здесь отсутствует ( $V_{x6} = 0$ ) [18].

Траектории 16–20 и 2–4 не пересекают ко-

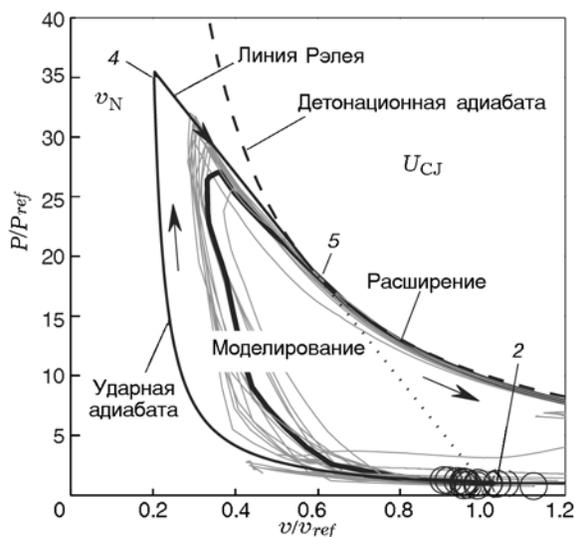


Рис. 5. Статическая  $P$ - $v$ -диаграмма линий тока и модифицированный цикл ЗНД

сую волну и выходят с отрицательной закруткой (состояние 7). Косая волна меняет направление закрутки на обратное примерно для половины всего потока (траектории 6–14), что в результате приводит к нулевой закрутке на сетке [22, 23].

Из рис. 5 ясно, что между модифицированной моделью ЗНД и моделируемыми линиями тока на безразмерной  $P$ - $v$ -диаграмме существует сильная корреляция. Очевидно, что численное моделирование следует общей модели детонации ЗНД. Большинство его отличий от аналитической модели прослеживается на эффектах, связанных с осреднением по времени и с размерами сетки. Каждая линия тока показывает единственный термодинамический путь. Отличия возникают вследствие градиента начальных условий вверх по потоку от фронта детонации. Центры окружностей, группирующихся около состояния 2, отмечают начало каждой линии тока детонации (жирная кривая — линия тока 18).

На рис. 6 показана энтальпия торможения  $h_s$  на безразмерной  $h$ - $s$ -диаграмме. Рисунок иллюстрирует производство энтропии ударной волны, нормальной к направлению инъекции. Линии тока горения, которые пересекают зону перехода и зону восстановления, не дают существенной энтропии по сравнению с детонацией. В то же время тепла выделилось больше, чем в результате детонации. В состояниях 6 и 7 наблюдается статическая энтальпия идеального

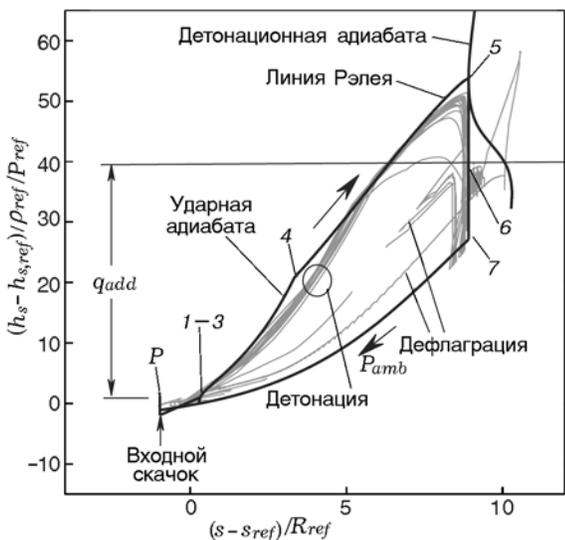


Рис. 6.  $h_s$ - $s$ -Диаграмма зоны расширения с линиями тока и модифицированный цикл ЗНД

расширения, осредненная по массе.

Пересечение кривой тепловыделения и кривой Гюгонно соответствует окончанию процесса горения с постоянным давлением. Дополнительная энтропия, генерируемая таким процессом, означает более низкий коэффициент полезного действия, чем в детонационном цикле.

Рис. 7 иллюстрирует энтальпию торможения в зоне расширения, масштаб энтропии растянут с тем, чтобы различать характерные

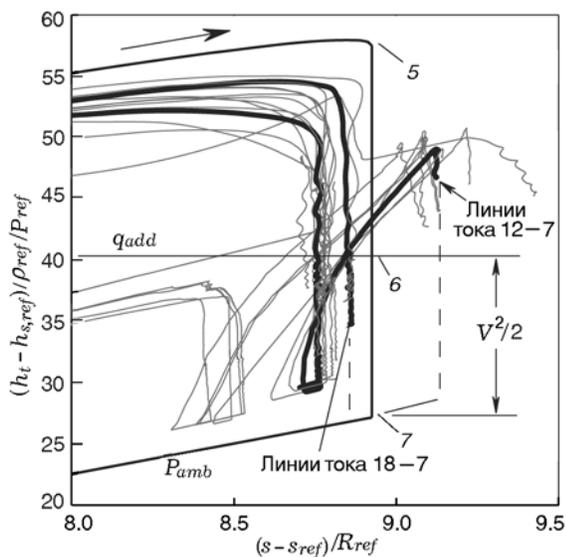


Рис. 7.  $h_t$ - $s$ -Диаграмма торможения зоны расширения с линиями тока и модифицированный цикл ЗНД

особенности. Аналитическая модель предсказывает несколько большие значения энтропии при адиабатическом расширении, чем полученные при моделировании. Линия тока 18 заканчивается ниже линии тепловыделения вместе с другими линиями тока, которые не пересекают косую ударную волну. Линия тока 12 заканчивается выше линии тепловыделения вместе с другими линиями, которые проходят через косую ударную волну. Косая волна приводит к увеличению энтропии для этих линий тока.

Изменение энтальпии торможения в состояниях 6, 7 по аналитической модели показывает идеальную удельную кинетическую энергию, полученную из ДНД. Штриховые линии между конечными точками линий 12 и 18 и окружающие линии давления иллюстрируют удельную кинетическую энергию, полученную при моделировании.

Из рис. 8 видно, что моделирование хорошо согласуется с предсказанием турбинного уравнения Эйлера. Безразмерные значения энтальпии  $h_t$  для линии тока 18 приведены в зависимости от азимутальной скорости  $V_x$ . Величина  $h_t$  меняется линейно по  $V_x$  от окончания тепловыделения в состоянии 5 до окончания адиабатического расширения в состоянии 7. Наклон линейной части равен скорости волны  $U_{wave}$  с точностью до 2% и соответствует уравнению (5). Все остальные линии тока (не показаны) ведут себя аналогично.

Постоянная интегрирования  $h_I$  вычисля-

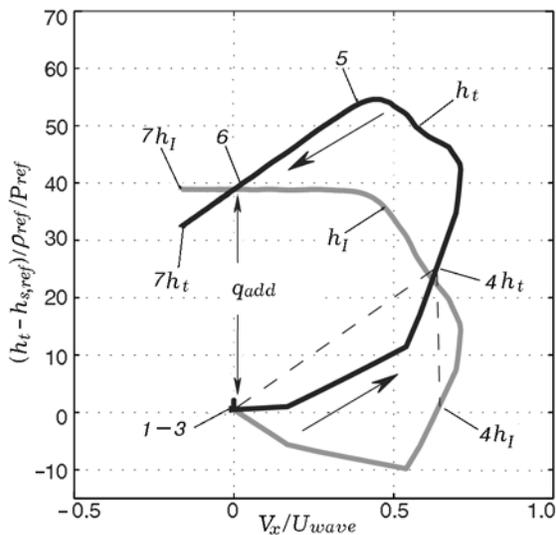


Рис. 8. Энтальпия торможения вдоль линии тока 18 в зависимости от закрутки

ется из уравнений (2) и (6) и характеристик вдоль линии тока 18. Линейная часть  $h_I$  между состояниями 5 и 7 постоянна с точностью 5 %. Отличие от линейной части  $h_I$  в условиях на входе равно добавке тепла  $q_{add}$  с точностью до 15 %. Оставшиеся линии тока (не показаны) имеют аналогичные характеристики.

Кривые  $h_t$  и  $h_I$  в состоянии 6 пересекаются в точке, где угол закрутки равен нулю, как предсказывает уравнение (5). Разница энтальпии в состоянии 6 и на входе равна удельному тепловыделению с точностью до 2 % и согласуется с уравнением (8). Вид тех частей кривых  $h_t$  и  $h_I$ , которые соответствуют зоне заполнения, неразличимы на масштабе рис. 8. Их линейные характеристики также сходны и согласуются с уравнениями (5) и (11).

Кривые в состояниях 3, 4 на рис. 8 нелинейны из-за фронта детонационной волны. Относительная энтальпия торможения  $h_w$  (не показана) сохраняется вдоль ударной волны, но отсутствует внутри нее из-за производства энтропии [17]. Поэтому  $h_I$  сохраняется по ширине ударной волны и согласуется с уравнением (6). Соответствующая точка  $h_I$  в состоянии 4 лежит на линии (штриховой), параллельной участку адиабатических состояний 5–7. Поэтому соотношение Эйлера (5) выполняется в пределах между конечными точками штриховых линий вдоль ударной волны и согласуется с сохранением энтальпии торможения  $h_w$  вдоль волны.

Слагаемое  $V_x U_{wave}$  в уравнении (5) представляет собой удельную энергию, связанную с азимутальной закруткой. Нами обнаружено, что осредненная по массе энергия закрутки по периметру выходного канала равна нулю в пределах точности расчета 1 % и согласуется с уравнением (14). Полученная моделированием осредненная по массе энтальпия  $h_t$  равна  $h_I$  в пределах точности 2 % и согласуется с уравнением (15). Поэтому энергия на выходе канала ДНД согласуется как с сохранением энергии, так и с сохранением момента импульса. Работа, которая необходима, чтобы закрутить течение, также была получена в независимом исследовании ДНД [7].

В таблице факторы кручения согласно модифицированной аналитической модели ЗНД и численному моделированию приведены в сравнении с данными из работы [4]. Результаты очень похожи, несмотря на то что исследования различны. В [4] изучали стехиометриче-

скую смесь пропана и кислорода при варьировании температуры (200 ÷ 1000 К) и давления подачи. В нашей работе рассматривается стехиометрическая смесь водорода и воздуха при 300 К и 10 атм. Использование в [4] безразмерной скорости волны  $U_{nd}$  дает масштаб зависимости между скоростью волны и тепловыделением подобно уравнению (9), что позволяет сравнивать результаты исследований:

$$U_{nd} = U_{wave}/[2(h_{t1} + q_{add})]^{1/2}.$$

Диапазон значений в работе [4] обусловлен диапазоном управляющих параметров. В нашей работе применяется одиночный набор управляющих параметров. Диапазон, указанный для численного моделирования, это вариации, наблюдаемые в плоскости на выходе. В [4] не обращалось внимание на появление кручения в лабораторной системе отсчета.

Существование сверхзвукового потока на выходе присутствует в обоих исследованиях. Замечено, что сверхзвуковое течение во вращающейся системе соответствует относительному числу Маха, а не числу Маха частицы жидкости. Число Маха в лабораторной системе отсчета указывает на правильную скорость газа.

Углы закрутки  $\beta$  на выходе в обоих аналитических исследованиях близки. Диапазон моделирования угла закрутки представлен на рис. 3, б как угол  $\beta$  между окончаниями каждой линии тока и вертикальной осью вдоль плоскости на выходе. Аналогичный диапазон наблюдается для угла кручения  $\alpha$  в лабораторной системе отсчета, который показывает наклон линий тока на плоскости выхода на рис. 4.

## ТЕРМОДИНАМИКА И ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ

Остаточная энтальпия ( $h_{t,rej}$ ) представляет собой энтальпию торможения (состояние 7) в конце адиабатического расширения. Поэтому уравнение сохранения энергии контрольного объема ДНД ( $E$ ) принимает форму

$$E = h_{t,plenum} + q_{add} - h_{t,rej}.$$

С учетом уравнения (8) его можно переписать в виде

$$E = h_{I,plenum} + q_{add} - h_{t,rej}.$$

Полный или макроскопический импульс [26] равен

$$I_{sp} = [2(h_{I,plenum} + q_{add} - h_{t,rej})]^{1/2} / g_e Y_{fuel},$$

где  $g_e$  — ускорение свободного падения,  $Y_{fuel}$  — массовая доля топлива.

Численное моделирование предсказывает значение  $I_{sp} = 4970$  с на основе осевого напора и потока топлива. Модифицированная модель ЗНД предсказывает  $I_{sp} = 5130$  с. Отличие результатов находится в пределах 3.2 %.

Аналитическое вычисление остаточной энтальпии требует отдельной оценки энтропии инжекции, зоны заполнения, фронта волны и тепловыделения. Одно уравнение для КПД может быть непрактично, так как многие явления не до конца понятны. Согласно рис. 5 и 6 вдоль каждой линии тока происходит термодинамический цикл [13]. Полное уравнение для КПД требует осреднения по массе и массовую долю этих потоков. Энтропия инжекции зависит от схемы конкретной конфигурации. Эффекты косой волны и форсунки не описаны. Зависимости угла закрутки  $\alpha$  и соотношения Маха в зоне заполнения  $M_{V2}/M_{V1}$  изучены не до конца. Хорошее согласие между модифицированной моделью ЗНД и численным моделированием позволяет предположить, что такие эффекты малы [27].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен анализ работы ДНД на основе теории ЗНД, модифицированной посредством преобразования скоростей к вращающейся системе отсчета. Преобразование позволяет учесть азимутальную скорость в лабораторной системе отсчета и согласуется с турбинным уравнением Эйлера.

Сравнение модифицированной теории ЗНД с численным моделированием свидетельствует, что они согласуются в предсказаниях КПД. Моделирование подтвердило, что поток на выходе сверхзвуковой, как и в предыдущих исследованиях. Изменение энтальпии торможения, полученной моделированием, пропорционально изменению закрутки потока. Осредненная по массе энтальпия торможения на выходе равна сумме энтальпии торможения поступающих реагентов и теплоты горения.

Предварительные испытания в Военно-воздушной лаборатории США опытного детонационного двигателя показали, что аналитическая модель находится в хорошем соответствии по КПД с экспериментальной установкой. Согласие аналитической модели, числен-

ного моделирования и экспериментальных результатов служит основанием для разработки действующего двигателя на основе спиновой детонации.

Работа выполнена в рамках контракта с Innovative Scientific Solutions, Inc.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Войцеховский Б. В.** Стационарная детонация // Докл. АН СССР. — 1959. — Т. 129, № 6. — С. 1254–1256.
2. **Nicholls J. A., Cullen R. E.** The feasibility of a rotating detonation wave rocket motor: Final report. — Univ. of Mich. Ann Arbor, MI, 1964.
3. **Быковский Ф. А., Митрофанов В. В.** Детонационное сжигание газовой смеси в цилиндрической камере // Физика горения и взрыва. — 1980. — Т. 16, № 5. — С. 107–117.
4. **Ждан С. А., Мардашев А. М., Митрофанов В. В.** Расчет течения спиновой детонации в кольцевой камере // Физика горения и взрыва. — 1990. — Т. 26, № 2. — С. 91–95.
5. **Vykovskii F. A., Zhdan S. A., Vedernikov E. F.** Continuous spin detonations // J. Propul. Power. — 2006. — V. 22, N 6. — P. 1204–1216.
6. **Hishida M., Fujiwara T., Wolanski P.** Fundamentals of rotating detonations // Shock Waves. — 2009. — V. 19. — P. 1–10.
7. **Braun E. M., Lu F. K., Wilson D. R., Camberos J. A.** Airbreathing rotating detonation wave engine cycle analysis // Aerosp. Sci. Technol. — 2013. — V. 27, N 1. — P. 1–8.
8. **Kailasanath K.** The rotating-detonation-wave engine concept: a brief status report // 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting. — 2011. — AIAA 2011-580. — P. 1–8.
9. **Wolanski P.** Detonative propulsion // Proc. Combust. Inst. — 2013. — V. 34, N 1. — P. 125–158.
10. **Çengel Y. A., Boles M. A.** Thermodynamics: an Engineering Approach. — 6th ed. — Boston, MA: McGraw-Hill, 2008.
11. **Saad M. A.** Compressible Fluid Flow. — 2nd ed. — Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1993.
12. **Lee J. H. S.** The Detonation Phenomenon. — Cambridge; N.Y.: Cambridge Univ. Press, 2008.
13. **Schwer D. A., Kailasanath K.** Numerical investigation of the physics of rotating-detonation-engines // Proc. Combust. Inst. — 2011. — V. 33, N 2. — P. 2195–2202.
14. **Schwer D. A., Kailasanath K.** Numerical study of the effects of engine size on rotating detonation engines // 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting. — 2011. — AIAA 2011-581. — P. 1–13.
15. **Dixon S. L.** Fluid Mechanics, Thermodynamics of Turbomachinery. — 5th ed. — Amsterdam: Elsevier Butterworth-Heinemann, 1998.

16. **Urbach H. B.** Some Implications of a Differential Turbomachinery Equation With Viscous Correction. — Naval Surface Warfare Center Carderock Div. Bethesda, MD, 1993.
17. **Lyman F. A.** On the conservation of rothalpy in turbomachines // J. Turbomach. — 1993. — V. 115, N 3. — P. 520–526.
18. **Nordeen C. A., Schwer D. A., Schauer F., Hoke J., Cetegen B., Barber T.** Energy transfer in a rotating detonation engine // 47th AIAA Joint Propulsion Conference. — 2011. — AIAA 2011-6045. — P. 1–17.
19. **Schwer D. A., Kailasanath K.** Effect of inlet on fill region and performance of rotating detonation engines // 47th AIAA Joint Propulsion Conference. — 2011. — AIAA 2011-6044. — P. 1–17.
20. **Nordeen C. A., Schwer D., Schauer F., Hoke J., Cetegen B., Barber T.** Inlet effects on the thermodynamics of a rotating detonation engine // 7th US National Combustion Meeting. — 2011. — P. 1–11.
21. **Wintenberger E., Shepherd J. E.** Stagnation Hugoniot analysis for steady combustion waves in propulsion systems // J. Propul. Power. — 2006. — V. 22, N 4. — P. 835–844.
22. **Schwer D. A., Kailasanath K.** Numerical investigation of rotating detonation engines // 46th AIAA Joint Propulsion Conference. — 2010. — AIAA 2010-6880. — P. 1–15.
23. **Schwer D. A., Kailasanath K.** Thermodynamic properties of a rotating detonation engine // 7th US National Combustion Meeting. — 2011. — P. 1–9.
24. **Henrick A. K., Aslam T. D., Powers J. M.** Simulations of pulsating one-dimensional detonations with true fifth order accuracy // J. Comput. Phys. — 2006. — V. 213, N 1. — P. 311–329.
25. **Hayashi A. K., Kimura Y., Yamada T.** Sensitivity analysis of rotating detonation engine with a detailed reaction model // 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting. — 2009. — AIAA 2009-633. — P. 1–9.
26. **Hill P. G., Peterson C. R.** Mechanics and Thermodynamics of Propulsion. — 2nd ed. — Reading, MA: Addison — Wesley Publ. Co., 1992.
27. **Nordeen C. A.** Thermodynamics of a Rotating Detonation Engine. — 2013. — <http://digitalcommons.uconn.edu/dissertations/277>.

*Поступила в редакцию 5/IV 2013 г.,  
в окончательном варианте — 7/X 2013 г.*

---