

УДК 532.5+519.63

Численное моделирование пульсационных процессов в проточном тракте гидротурбины на основе трехмерной модели кавитационного течения*

Л.В. Панов¹, Д.В. Чирков¹, С.Г. Чёрный¹, И.М. Пылёв²

¹Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

²ОАО «Силовые машины», филиал ЛМЗ, Санкт-Петербург

E-mail: leonid.v.panov@gmail.com, chirkov@ict.nsc.ru

Предложен подход для моделирования нестационарных кавитационных течений в проточном тракте ГЭС. В области водовода решаются одномерные уравнения гидроакустики. В области турбины решаются трехмерные уравнения турбулентного движения изотермической сжимаемой смеси жидкость–пар. Кавитация описывается уравнением переноса жидкой фазы с источником членом, отвечающим за парообразование и конденсацию. Метод применен для моделирования пульсаций давления, расхода, полной энергии потока, которые распространяются вдоль проточного тракта ГЭС. Полученные результаты качественно и количественно согласуются с экспериментом. Исследовано влияние физических и численных параметров — расхода жидкости, числа кавитации, длины водовода, шага по времени, плотности пара на решение поставленной задачи.

Ключевые слова: численное моделирование, кавитация, гидротурбины, продольные пульсации.

Введение

В проточном тракте гидравлических турбин на многих режимах работы наблюдается явление кавитации — образование пара в жидкости в областях, где давление меньше давления насыщенного пара при данной температуре. Кавитация приводит к снижению мощности, эрозии элементов проточного тракта. Это явление наиболее интенсивно в режимах, отличных от оптимального, к ним относятся режимы частичной и полной нагрузки. В режимах частичной нагрузки в конусе отсасывающей трубы за рабочим колесом наблюдается вихревой жгут (рис. 1, а), который вызывает сильные пульсации давления на стенках конуса отсасывающей трубы. Частота и амплитуда пульсаций давления в этих режимах в случае отсутствия гидравлического резонанса может быть определена в рамках уравнений движения несжимаемой жидкости (см., например, [1, 2]), не учитывая наличие пара в ядре вихря.

В режимах полной нагрузки также образуются пульсации давления, расхода, полной энергии потока. Однако пульсации являются преимущественно продольными и распространяются по всему проточному тракту ГЭС, включающему напорный водовод. Согласно

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 11-01-00475).

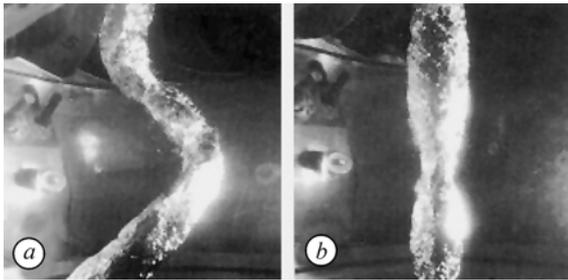


Рис. 1. Кавитационный вихревой жгут. Режимы нагрузки: *a* — неполная, *b* — полная [5].

работам [3, 4], продольные пульсации вызваны колебаниями кавитационной полости в отсасывающей трубе (рис. 1, *b*). Как показывают численные эксперименты авторов, данные пульсации не удается описать в рамках модели несжимаемой жидкости.

На сегодняшний день основной подход к моделированию пульсаций в режимах полной нагрузки основан на решении одномерных уравнений гидроакустики [3–8]. Ниже этот подход приводится для сравнения. Для учета кавитации в этом подходе вводится дополнительное уравнение, отвечающее за изменение расхода вследствие кавитации. В этом уравнении необходимо задание параметров: C — кавитационная податливость и χ — коэффициент усиления по расходу, которые определяются из экспериментов [3, 4] либо из стационарных расчетов [4, 6, 8]. Этот подход позволяет относительно быстро проводить расчет течения в гидротурбине в различных режимах, в частности, позволяет найти режимы с повышенным динамическим воздействием. Однако данный подход обладает рядом недостатков:

- неточность в задании некоторых параметров (например, параметра χ) приводит к снижению достоверности результатов;
- параметры C и χ не являются постоянными (зависят от напора H и расхода Q) и их определение требует серии стационарных расчетов;
- не учитывается сложная конфигурация реального проточного тракта гидротурбины, которая безусловно влияет на характер течения.

В связи с этим актуально рассмотрение более общих пространственных постановок, которые способны моделировать двухфазное течение в режимах полной нагрузки. Первые шаги в этом направлении были сделаны в работе [9], где рассчитывалось двумерное осесимметричное кавитационное течение двухфазной смеси в коническом диффузоре.

В настоящей работе строится оригинальный гибридный 1D-3D численный метод расчета трехмерных нестационарных кавитационных течений, который является развитием методов, предложенных в работах [10, 11, 12]. Метод основан на решении одномерных уравнений гидроакустики в области водовода, трехмерных уравнений кавитационного турбулентного течения смеси жидкость–пар в области турбины. Кавитация в турбине описывается уравнением переноса объемной доли жидкости с источником членом, отвечающим за парообразование и конденсацию [13, 14]. На входе в водовод и на выходе из отсасывающей трубы задаются полные энергии потока [11], что является принципиальным в течениях с кавитацией.

В работе впервые проведено трехмерное моделирование кавитационного течения в гидротурбине в режиме полной нагрузки. Результаты расчетов показали, что в проточном тракте гидротурбины наблюдаются колебания давления, которые распространяются по проточному тракту, а в отсасывающей трубе наблюдается пульсирующая кавитационная полость. Показано хорошее количественное соответствие эксперименту по частотам и амплитудам колебаний давления. Исследовано влияние шага по времени, расхода жидкости, числа кавитации, длины водовода на течение и пульсации.

1. Одномерные подходы

Одномерные подходы для описания продольных пульсаций давления и расхода в проточном тракте ГЭС [3–8] основаны на системе уравнений гидроакустики

$$\begin{cases} \frac{\partial m}{\partial x} + L' \frac{\partial Q}{\partial t} + R' \cdot Q = 0, \\ \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{1}{K'} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где t — время, с, x — координата вдоль проточного тракта, м, $Q(t, x)$ — расход жидкости, м³/с, $m(t, x) = p/(\rho_L g) - z$ — пьезометрический напор, м, $p(t, x)$ — давление, $z(x)$ — высота точки x проточного тракта, м; $L' = \frac{1}{gS_p}$, $K' = \frac{gS_p}{a^2}$, $R' = \frac{\lambda|Q|}{2gD_p S_p^2}$, g — ускорение свободного падения, м/с², S_p — площадь сечения трубы, м², D_p — диаметр трубы, м, λ — коэффициент трения, a — скорость распространения возмущений давления, м/с, ρ_L — плотность жидкости, кг/м³.

Один из подходов работы [5] к решению системы (1) основан на сведении ее к системе обыкновенных дифференциальных уравнений путем дискретизации по пространству

$$\begin{aligned} \frac{m_{i+1} - m_i}{\Delta x} + L' \frac{dQ_{i+1/2}}{dt} + R' \cdot Q_{i+1/2} &= 0, \\ \frac{dm_{i+1/2}}{dt} + \frac{1}{K'} \frac{Q_{i+1} - Q_i}{\Delta x} &= 0, \\ m_{i+1/2} &= \frac{m_i + m_{i+1}}{2}, \quad Q_{i+1/2} = \frac{Q_i + Q_{i+1}}{2}. \end{aligned}$$

Вводя замену переменных $R = R'\Delta x$, $L = L'\Delta x$, $K = K'\Delta x$ и расщепляя первое уравнение на два, можно получить следующую систему:

$$\begin{cases} K \frac{dm_{i+1/2}}{dt} + Q_{i+1} - Q_i = 0, \\ m_{i+1/2} + \frac{L}{2} \frac{dQ_i}{dt} + \frac{R}{2} Q_i = m_i, \\ \frac{L}{2} \frac{dQ_{i+1}}{dt} + \frac{R}{2} Q_{i+1} - m_{i+1/2} = -m_{i+1}, \end{cases}$$

которая переписывается в матричной форме

$$\begin{bmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & L/2 & 0 \\ 0 & 0 & L/2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} m_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & R/2 & 0 \\ -1 & 0 & R/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_{i+1/2} \\ Q_i \\ Q_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ m_i \\ -m_{i+1} \end{bmatrix}.$$

Выписав данную систему на всех интервалах сетки и сложив второе и третье уравнение, сведем систему из $3n$ уравнений к системе размерности $2n + 1$ [5]:

$$A \frac{dU}{dt} + BU = C,$$

где $U = [m_{1+1/2} \ m_{3+1/2} \ \dots \ m_{n+1/2} \ Q_1 \ Q_2 \ \dots \ Q_{n+1}]^T$, $C = [0 \ 0 \ \dots \ m_1 \ 0 \ 0 \ \dots \ -m_{n+1}]^T$, n — размер сетки. Эту систему обыкновенных дифференциальных уравнений решают, например, методом Рунге–Кутты.

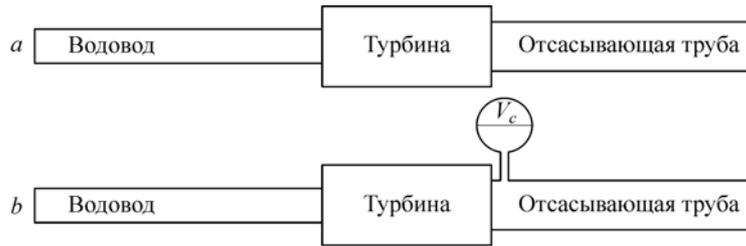


Рис. 2. Представление проточного тракта ГЭС в виде труб.
 а — без кавитационной полости, б — с кавитационной полостью V_c .

Изложенный выше одномерный подход распространяют на проточный тракт ГЭС следующим способом. Проточный тракт ГЭС представляется в виде цепочки соединенных труб, каждая из которых характеризуется своей эффективной длиной, площадью сечения и скоростью распространения волны a (рис. 2, а). Для каждой из труб решается система (1). На входе и на выходе задается пьезометрический напор m .

Если на границе двух труб образуется кавитационная полость (рис. 2, б), то расход в этом месте терпит разрыв. Расходы по обе стороны от разрыва Q_{1c} , Q_{2c} связаны соотношением, которое выводится из закона сохранения массы (см., например, [3, 4]):

$$\chi \cdot \frac{dQ_{2c}}{dt} + C \frac{dm}{dt} = Q_{1c} - Q_{2c},$$

где $C = -\partial V_c / \partial m$ — кавитационная податливость и $\chi = -\partial V_c / \partial Q$ — коэффициент усиления по расходу.

Недостатки данного подхода изложены во введении. Ниже будет предложен принципиально иной — трехмерный подход к моделированию кавитационных течений в режиме полной нагрузки, основанный на решении уравнений Навье–Стокса, не имеющих недостатков одномерного подхода.

2. Постановка задачи трехмерного моделирования

Расчетная область состоит из напорного водовода и самой гидротурбины (рис. 3). Водовод включен в постановку задачи моделирования по причине того, что он влияет на пульсационные характеристики. Решения в водоводе и гидротурбине находятся совместно на каждом шаге по времени.

Водовод моделируется трубой диаметром D_p , в которой решаются одномерные уравнения гидроакустики (1) без учета трения ($\lambda = 0$):

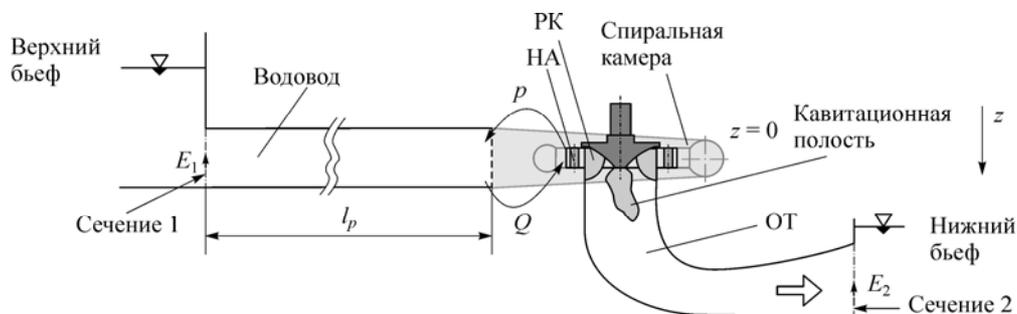


Рис. 3. Схема к постановке задачи моделирования течения в водоводе и гидротурбине.

$$\begin{cases} \frac{\partial m}{\partial x} + \frac{1}{gS_p} \frac{\partial Q}{\partial t} = 0, \\ \frac{\partial m}{\partial t} + \frac{a^2}{gS_p} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad x \in [0, l_p]. \quad (2)$$

Гидротурбина состоит из спиральной камеры, статора, направляющего аппарата (НА), рабочего колеса (РК) и отсасывающей трубы (ОТ). Однако для упрощения задачи течение в спиральной камере и статоре не рассчитывается. В НА, РК, ОТ решаются трехмерные уравнения нестационарного кавитационного турбулентного течения вязкой смеси жидкость–пар. Предполагается, что скорости жидкой и паровой фаз совпадают, а распределение объемной доли жидкой фазы α_L может быть описано уравнением переноса с источниками членами, отвечающими за парообразование m^- и конденсацию m^+ [10]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}) + \nabla \hat{p} = \operatorname{div}(\boldsymbol{\tau}) + \rho \mathbf{f}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \alpha_L}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha_L \mathbf{v}) = \frac{1}{\rho_L} (m^+ + m^-). \quad (5)$$

Здесь ρ — плотность смеси, кг/м³, \mathbf{v} — скорость, м/с, t — время, с, $\hat{p} = p + \frac{2}{3} \rho k$, p — давление, Па, k — кинетическая энергия турбулентных пульсаций, м²/с². При расчете течения во вращающейся системе координат вектор массовых сил \mathbf{f} , помимо силы тяжести, включает центробежную и кориолисову силы: $\mathbf{f} = (x_1 \omega^2 + 2u_2 \omega, x_2 \omega^2 - 2u_1 \omega, g)$, где ω — угловая скорость вращения РК. $\boldsymbol{\tau} = \{\tau_{ij}\}$ — тензор вязких напряжений.

$$\tau_{i,j} = (\mu + \mu_T) \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right],$$

где μ — динамический коэффициент вязкости смеси, μ_T — турбулентная вязкость смеси. Коэффициент μ для смеси рассчитывается по формуле $\mu = \alpha_L \mu_L + (1 - \alpha_L) \mu_V$, где μ_L, μ_V — динамические коэффициенты вязкости жидкости и пара. Для определения турбулентной вязкости смеси $\mu_T = C_{\mu} \rho (k^2 / \varepsilon)$ система (3)–(5) дополняется моделью турбулентности Кима–Чена [15] с пристеночными функциями.

В уравнениях (3)–(5) плотность смеси жидкость–пар рассчитывается по формуле: $\rho = \alpha_L \rho_L + (1 - \alpha_L) \rho_V$, где ρ_V — плотность пара. В работе используются две модели кавитации. Первая была предложена в работе [13]:

$$m^+ = \frac{C_{\text{prod}} \max[p - p_V, 0] (1 - \alpha_L) \rho_L}{t_{\infty} (\rho_L U_{\infty}^2 / 2)}, \quad C_{\text{prod}} = 80,$$

$$m^- = \frac{C_{\text{dest}} \min[0, p - p_V] \rho_L^2 \alpha_L}{\rho_V t_{\infty} (\rho_L U_{\infty}^2 / 2)}, \quad C_{\text{dest}} = 1,$$

вторая рассматривалась в работе [14]:

$$m^+ = C_{\text{prod}} \alpha_V \rho_V \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p - p_V}{\rho_L}}, \quad p > p_V, \quad C_{\text{prod}} = 3 \cdot 10^4,$$

$$m^- = C_{\text{dest}} (1 - \alpha_V) \rho_V \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_V - p}{\rho_L}}, \quad p < p_V, \quad C_{\text{dest}} = 7,5 \cdot 10^4.$$

Характерное время вычисляется по формуле $t_\infty = D_1 / (2U_\infty)$, а характеристическая скорость $U_\infty = 2Q / D_1^2$, где D_1 — диаметр рабочего колеса.

3. Численный метод

Уравнения (3)–(5) решаются с помощью неявного метода искусственной сжимаемости на основе подходов и опыта работы [16]. Для решения нестационарных уравнений на каждом шаге по времени проводятся итерации по псевдовремени. На каждом шаге по псевдовремени решается неявная схема конечных объемов. Для аппроксимации невязких потоков используется MUSCL схема третьего порядка, а для аппроксимации вязких потоков используется центрально-разностная схема. Проводится линеаризация, затем полученная система линейных уравнений разрешается бегущим счетом с помощью приближенной LU-факторизации. Более детально описание численного метода изложено в работах [10, 11]. Предполагается, что во всех каналах НА и РК течения имеют окружающую цикличность, поэтому расчетная область турбины включает только один канал НА, один канал РК и отсасывающую трубу. Уравнения гидроакустики (2) решаются по неявной конечно-разностной схеме первого порядка. На каждом шаге по псевдовремени решаются уравнения (2) и система (3)–(5), затем производится передача параметров из выходного сечения водовода во входное сечение НА и наоборот [12].

4. Постановка граничных условий

На входе в водовод (см. рис. 3) фиксируется полная энергия потока

$$E_1 \equiv \left(m + \frac{Q^2}{2gS_p^2} \right)_{\text{in,pipe}} = E_2 + H = \text{const.} \quad (6)$$

На выходе из ОТ фиксируется полная энергия потока E_2 , которую можно вычислить, зная напор H и число Тома σ в соответствии со стандартом IEC 60193 [17]. Пусть ось Oz направлена вниз и уровень $z = 0$ соответствует верхнему кольцу НА (рис. 3.) Согласно стандарту [17],

$$\sigma = \frac{NPSH}{H}, \quad NPSH = \frac{p_{\text{abs},2} - p_V}{\rho_L g} + \frac{v_2^2}{2g} + (z_r - z_2), \quad v_2 = \frac{Q}{S_2}, \quad (7)$$

где $NPSH$ — чистая положительная высота всасывания, $p_{\text{abs},2}$ — усредненное абсолютное давление в ОТ в сечении 2, z_2 — координата z центра сечения 2, z_r — опорный уровень. В нашей системе координат $z_r = b_0/2$, где b_0 — высота НА. Выпишем формулу для полной энергии в выходном сечении ОТ:

$$E_2 = \frac{p_{\text{abs},2}}{\rho_L g} - z_2 + \frac{v_2^2}{2g}. \quad (8)$$

Из выражения (7) получим

$$E_2 = \sigma H + \frac{P_V}{\rho_L g} - z_r. \quad (9)$$

Таким образом, для данного σ и напора H значение E_2 известно и остается фиксированным. Заметим также, что ни расход Q , ни давление $p_{\text{abs},2}$ не известно априори. Следовательно, при численном решении данной задачи E_2 фиксирована и вычисляется по формуле (9).

На каждом шаге по псевдовремени происходит обмен параметрами течения через искусственную границу водовод — направляющий аппарат. А именно, расход Q , полученный на выходе из водовода, и угол потока δ_{sp} подаются на вход в НА. Угол потока δ_{sp} определяется углом установки статорных колонн и предполагается известным. Радиальная C_r , окружная C_u , вертикальная C_z компоненты вектора скорости определяются по формулам $C_r = -\frac{Q}{S}$, $C_u = -\frac{C_r}{tg \delta_{\text{sp}}}$, $C_z \equiv 0$,

где S — площадь входного сечения НА.

Давление из входного сечения НА $p_{WG,\text{in}}$ передается на выходное сечение водовода $p_{p,\text{out}}$ с учетом потерь энергии в спиральной камере Δh_{sp} согласно [12]:

$$\frac{p_{p,\text{out}}}{\rho_L g} = \frac{p_{WG,\text{in}}}{\rho_L g} + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\sin^2 \delta_{\text{sp}} \cdot S_{WG,\text{in}}^2} - \frac{1}{S_p^2} \right) + \Delta h_{\text{sp}},$$

где $S_{WG,\text{in}}$ — площадь входного сечения НА.

Предполагаем, что кавитация имеет место только внутри расчетной области гидротурбины. Поэтому на входе в НА полагается $\alpha_L \equiv 1$.

5. Численное моделирование течений в режиме полной нагрузки

Используя вышеизложенный метод проведено моделирование течений в режиме полной нагрузки в модельной, с рабочим колесом РК1, и в натурной, с рабочим колесом РК2, гидротурбинах. Параметры расчетов приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры решенных задач

Параметры	Модельная турбина	Натурная турбина
Диаметр рабочего колеса D_I , м	0,46	6,77
Напор H , м	21	215,7
Частота вращения РК, об/мин	691,47	142,8
Длина водовода l_p , м	100	238
Диаметр водовода D_p , м	0,5	7,5
Скорость распространения возмущений давления в водоводе a , м/с	500	1200
Число Тома σ	0,07	0,0922
Давление парообразования p_v , м	0,17	0,17
Плотность пара ρ_v , кг/м ³	10	10
Шаг по времени (в долях периода оборота РК T_{PK})	1/24	1/24
Сетка	24 тыс. узлов для НА 42 тыс. узлов для РК 87 тыс. узлов для ОТ	24 тыс. узлов для НА 42 тыс. узлов для РК 75 тыс. узлов для ОТ
Число Куранта CFL	2	2
Модель кавитации	Из работы [13]	Из работы [14]

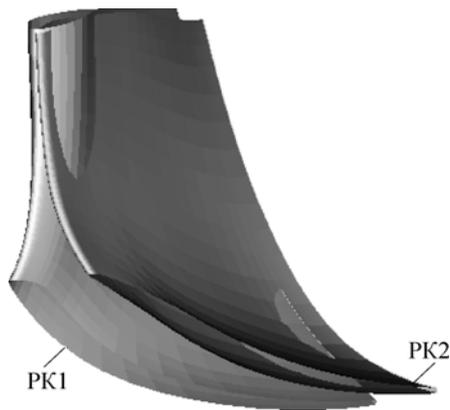


Рис. 4. Сравнение формы лопастей рабочих колес РК1 и РК2.

Следует отметить, что методические исследования проводились в основном на модельной турбине. Затем проводилась серия расчетов течений в натурной турбине для возможности сравнения с экспериментом. Модельная и натурная турбины имеют одинаковые формы НА и ОТ, однако разные формы РК (см. рис. 4), кроме того течения в модельной и натурной турбинах не подобны по числам Re и Fr . Отметим, что нестационарный трехмерный расчет турбулентного течения

в натурной турбине требует использования очень подробной сетки для правильного определения скорости и давления в пограничном слое вблизи твердой стенки. В настоящей работе использована грубая сетка для моделирования течения в пограничном слое, однако этот факт не должен существенно повлиять на результаты, поскольку ключевое явление — кавитирующая полость — наблюдается в середине потока в ОТ.

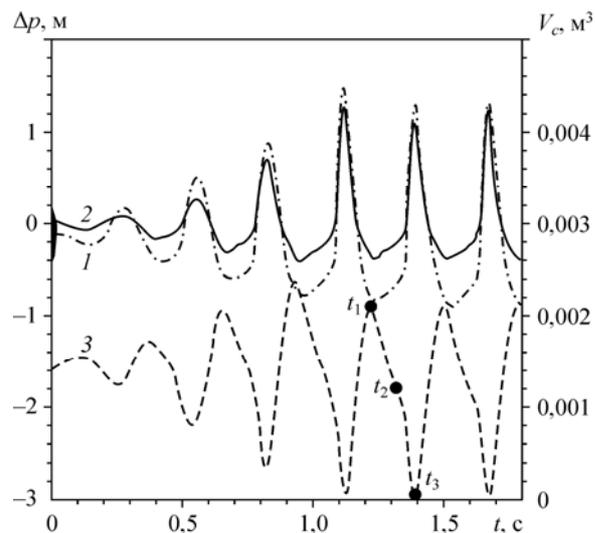
Предварительные экспериментальные и численные исследования показывают, что в режиме полной нагрузки течение в конусе ОТ близко к осесимметричному, поэтому усреднение давления, скорости, объемной доли жидкости по окружному направлению на границе рабочее колесо–отсасывающая труба, которое проводится в нашей постановке, является хорошим. Важно отметить, что расчет в однофазной постановке (по модели несжимаемой жидкости) не дает пульсаций давления и расхода.

5.1. Расчеты течений в модельной гидротурбине

В рассчитанных полях течений образовывались сильные пульсации давления, полной энергии потока, расхода, а также кавитационной полости в ОТ. На рис. 5 отображены пульсации давления на входе в НА и в точке P_1 на стенке конуса ОТ (см. рис. 6), показано колебание объема кавитационной полости — объем полости меняется от 0 до $0,002 \text{ м}^3$. Отмечена ярко выраженная периодичность и синхронность пульсаций, кроме того, видно, что пульсации являются самовозбуждающимися. Частота колебаний $f = 3,63 \text{ Hz} = 0,315 f_n$, где f_n — частота вращения РК. Максимальная амплитуда колебаний давления в НА составляет 4,8 % от напора. На рис. 5 показан характер течения в конусе ОТ в различные моменты времени. Видно, что в середине потока образуется зона низкого давления порядка давления парообразования $p_v = 0,17$, а также вытянутая кавитационная полость.

Рис. 5. Самовозбуждающиеся колебания давления p и объема полости V_c в ОТ.

1 — p на входе в НА, 2 — p на стенке конуса ОТ, 3 — V_c



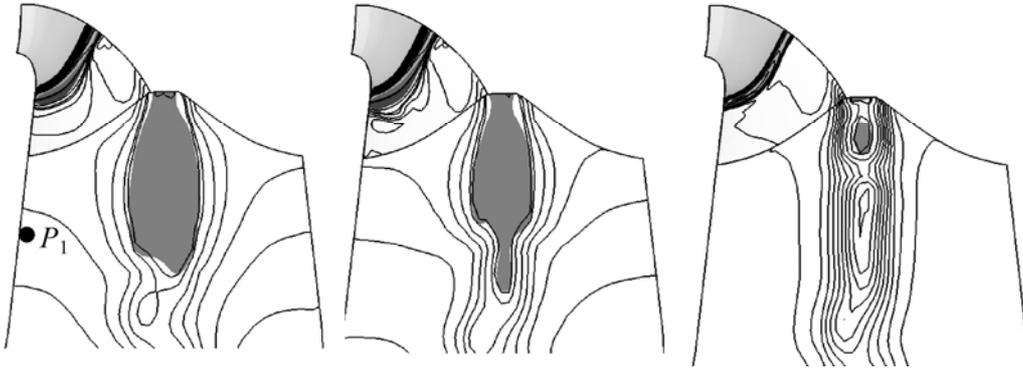


Рис. 6. Изолинии давления и кавитационная полость ($\alpha_L \leq 0,5$) в конусе ОТ в моменты времени t_1, t_2, t_3 .

Также исследовано влияние длины водовода на частоту и амплитуду пульсаций (рис. 7). В более длинном водоводе амплитуда и частота пульсаций меньше, чем в коротком.

В работе [9] сказано, что для кавитационных расчетов требуются очень подробная сетка и маленький шаг по времени $\Delta t/T_{PK} = 1/500$. В противном случае отмечается невыполнение закона сохранения массы в кавитационных расчетах [9]. В настоящей работе также проводилась подобная проверка — вычислялись левая и правая части выражения

$$\frac{dV_c}{dt} = Q_{DT1} - Q_{DT2}, \quad \text{где } V_c = \int_V (1 - \alpha_L) dV, \quad Q = \frac{1}{\rho_L} \int_S \rho(v \cdot dS). \quad (10)$$

Здесь Q_{DT1}, Q_{DT2} — расход смеси жидкость–пар на входе в ОТ и на выходе из нее. На рис. 8 видно, что закон сохранения массы в виде выражения (10) хорошо соблюдается в рассматриваемой постановке — для выбранных сетки и шага по времени. Этот результат является следствием высокого порядка аппроксимации уравнений (3)–(5) и консервативности построенного алгоритма.

Перед проведением расчета течения в натурной постановке было решено проверить, как форма РК (рис. 4) повлияет на характер течения и на пульсации. Из рис. 9 видно, что для РК1 в центре конуса ОТ образуется вытянутая зона низкого давления, что

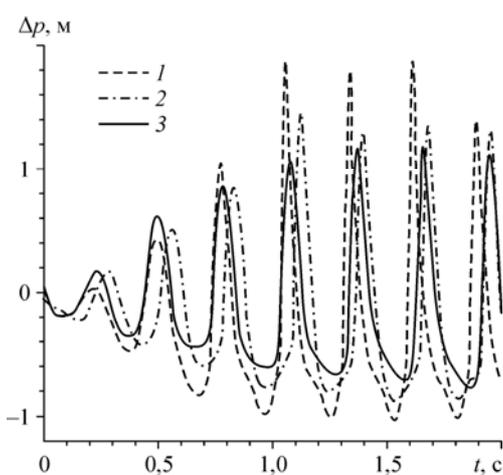


Рис. 7. Влияние длины водовода на пульсации.
 $L_p = 50$ (1), 100 (2), 200 (3) м.

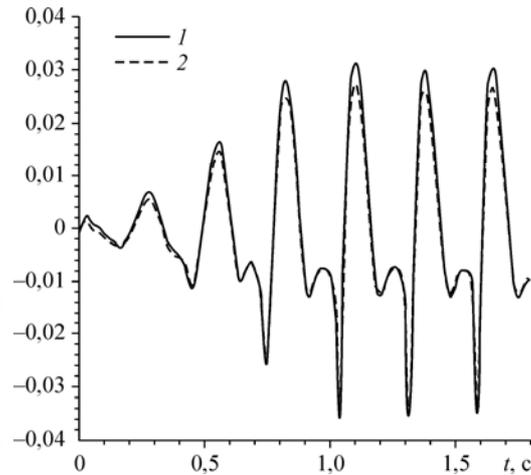


Рис. 8. Проверка закона сохранения массы.
 dV_c/dt (1), $Q_{DT2} - Q_{DT1}$ (2).

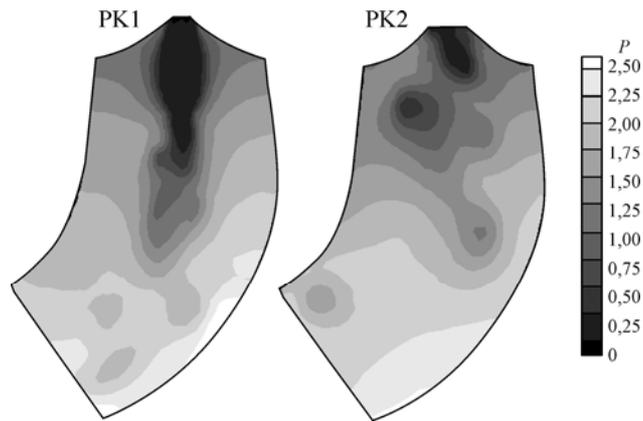


Рис. 9. Распределение давления в конусе ОТ для различных рабочих колес.

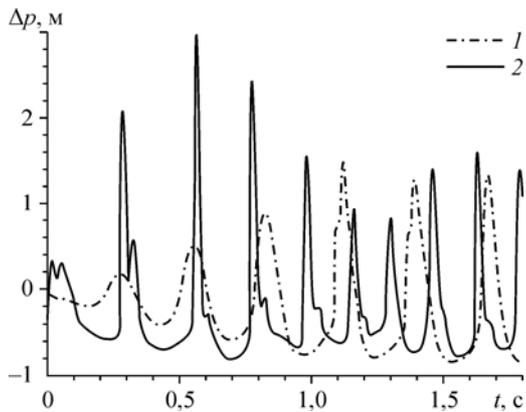


Рис. 10. Влияние формы рабочего колеса на пульсации давления в НА.
1 — РК1, 2 — РК2.

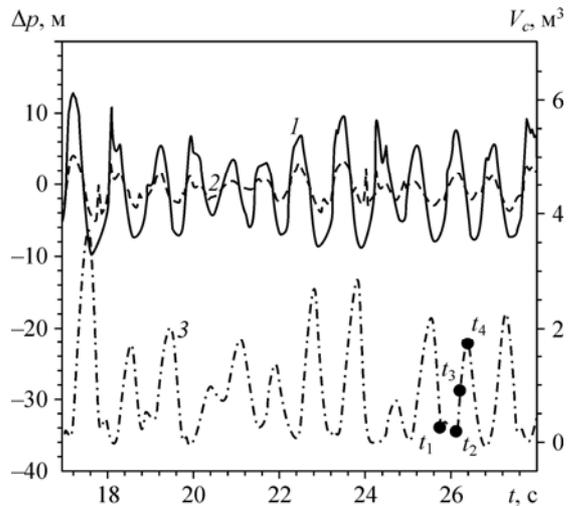
приводит к образованию вытянутой кавитационной полости, для РК2 такой выраженной симметричной зоны нет. Из рис. 10 видно, что изменение РК привело к увеличению частоты пульсаций и к изменению характера пульсаций (для РК2 отсутствует выраженная периодичность пульсаций).

5.2. Расчеты течений в натурной гидротурбине

Несомненный интерес представляет сравнение результатов расчетов для натурной гидротурбины с экспериментом, проведенным на ГЭС, из которого известны частоты и амплитуды пульсаций. На рис. 11 показаны полученные в расчете пульсации давления в НА, ОТ, а также объема кавитационной полости V_c в ОТ. Из расчета получена периодичность пульсации давления в НА и ОТ и непериодичность пульсации объема полости. На рис. 12 показано распределение давления и кавитационная полость в ОТ в различные моменты времени. Видно, что в центральной части конуса ОТ

Рис. 11. Пульсации давления p и объема кавитационной полости V_c в ОТ.

1 — давление на входе в НА, 2 — давление на стенке конуса ОТ, 3 — объем полости V_c в ОТ.



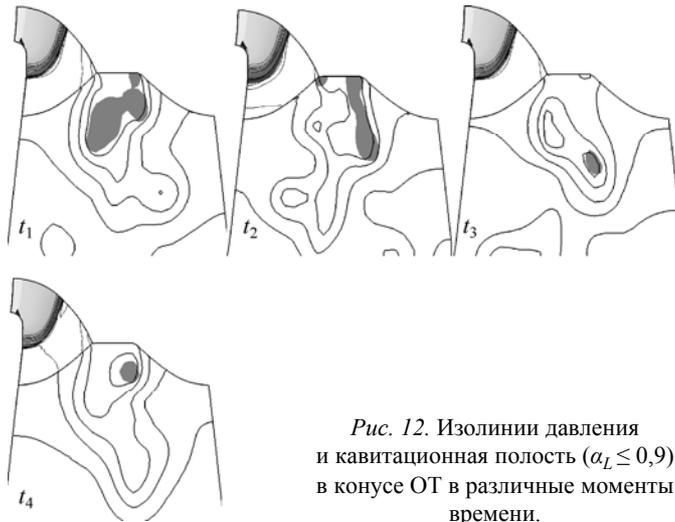


Рис. 12. Изолинии давления и кавитационная полость ($\alpha_L \leq 0,9$) в конусе ОТ в различные моменты времени.

Таблица 2

Сравнение с экспериментом

Расход, м ³ /с	Параметр	Эксперимент	Расчет
382	f , Гц	1,22	1,31
	Δp в НА, м	10	12
	Δp в ОТ, м	4,24	3,2
392	f , Гц	1,19	1,16
	Δp в НА, м	24	15
	Δp в ОТ, м	7	4,4
402	f , Гц	-	1,036
	Δp в НА, м	-	13,6
	Δp в ОТ, м	-	6,4

ближе к ступице расположена область низкого давления, в которой образуется кавитационная полость относительно небольшого размера. Другая область пара расположена на тыльной стороне лопасти РК, у выходной кромки.

Результаты расчетов сопоставлены с экспериментом в табл. 2. В целом численный метод дает приемлемую точность по частоте пульсаций и несколько заниженную амплитуду пульсаций давления.

Численные эксперименты показали, что величина шага по времени $\Delta t = 1/24T_{PK}$ является достаточной для проведения расчета, поскольку при уменьшении шага в 4 раза результаты меняются мало (см. рис. 13). В кавитационных расчетах существует проблема сходимости метода при малых плотностях пара $\rho_V \ll \rho_L$. Настоящая работа показала, что в численном методе можно полагать

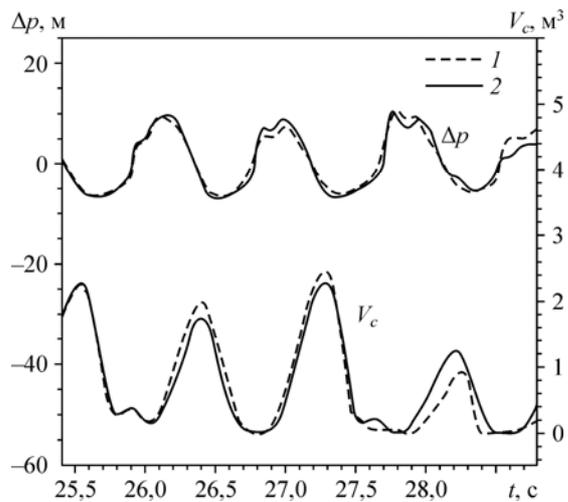


Рис. 13. Влияние шага по времени на пульсации.

$\Delta t = 1/24T_{PK}$ (1), $1/96T_{PK}$ (2).

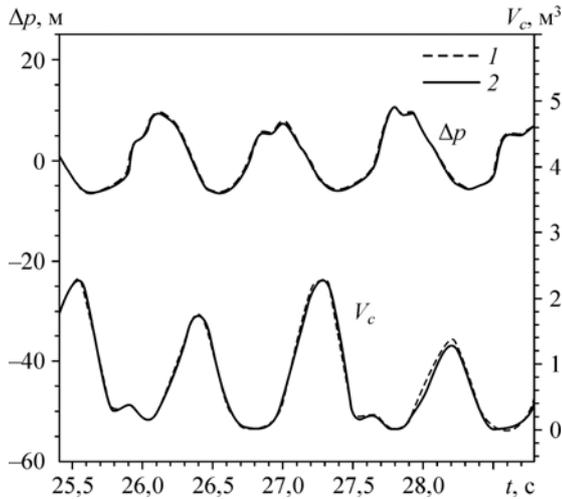


Рис. 14. Влияние плотности пара на пульсации.
 $\rho_v = 10$ (1), 1 (2).

$\rho_v = 10 \text{ кг/м}^3$, поскольку дальнейшее уменьшение ρ_v не влияет на результаты расчетов (рис. 14). Аналогичный вывод был сделан в работах [10, 11].

На рис. 15 и 16 показано, как число Тома σ и расход Q влияют на частоту пульсаций f . Оказалось, что с увеличением σ частота f увеличивается, а с увеличением Q частота f уменьшается, что согласуется с обобщением экспериментальных данных, сделанным в работе [9].

Выводы

В работе предложена численная методика для моделирования пульсаций давления, расхода, полной энергии потока, которые распространяются вдоль проточного тракта гидротурбины. Методика основана на построении и решении гибридной 1D-3D модели кавитационного течения. В области водовода решаются одномерные уравнения гидроакустики, а в области турбины — трехмерные уравнения кавитационного течения жидкости. Таким образом, данная постановка учитывает основные факторы, отвечающие за возбуждение и распространение пульсаций: учет течения слабосжимаемой жидкости в длинном водоводе, кавитацию в турбине, характер течения в основном проточном тракте турбины. Подход направлен на устранение недостатков, присущих одномерным моделям.

Метод применен для расчета течений в модельной и натурной турбинах. Получено удовлетворительное качественное и количественное согласование с экспериментальными данными. Исследована чувствительность решений к физическим и численным параметрам — расходу жидкости Q , коэффициенту Тома σ , длине водовода l_p , плотности пара ρ_v , шагу по времени Δt .

Таким образом, данный подход представляется перспективным для исследования течений в гидротурбинах в режимах, в которых образуются пульсации. К недостаткам данного подхода относятся большие вычислительные затраты для аккуратного расчета

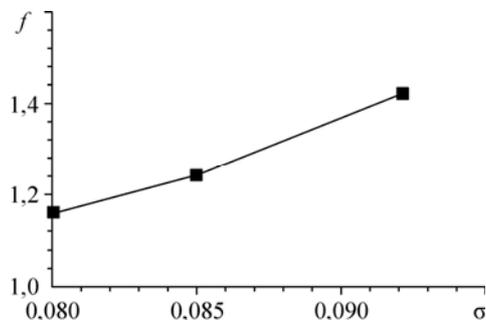


Рис. 15. Влияние коэффициента Тома на частоту пульсаций f .

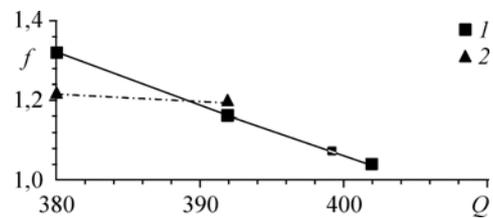


Рис. 16. Влияние расхода Q на частоту пульсаций f .
1 — расчет, 2 — эксперимент.

в натурной постановке, медленная сходимость внутренних итераций, отсутствие учета течения в спиральной камере и сжимаемости жидкой фазы в области рабочего колеса и отсасывающей трубы.

В дальнейшем планируется развитие изложенного подхода путем учета нерастворенного газа в модели, ускорения сходимости внутренних итераций.

Список литературы

1. Cherny S.G., Chirkov D.V., Bannikov D.V., Lapin V.N., Skorospelov V.A., Eshkunova I., Avdushenko A. 3D numerical simulation of transient processes in hydraulic turbines // IAHR Symp. On Hydraulic Machinery and Systems, Timisoara, Romania, 20–24 September, 2010.
2. Ciocan G.D., Hiescu M.S., T.C., Nennemann B., Avellan F. Experimental study and numerical simulation of the FLINDT draft tube rotating vortex // J. Fluids Eng. 2007. Vol. 129, No. 2. P. 146–158.
3. Doerfler P. System dynamics of the Francis turbine half load surge // IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems, Amsterdam, Netherlands, 1982.
4. Koutnik J., Nicolet C., Schohl G.A., Avellan F. Overload surge event in a pumped storage power plant // IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems, Yokohama, Japan, 2006.
5. Nicolet C. Hydroacoustic modelling and numerical simulation of unsteady operation of hydroelectric systems. PhD thesis (EPFL № 3751, <http://library.epfl.ch/theses/?nr=3751>), 2007.
6. Flemming F., Foust J., Koutnik J., Fisher R.K. Overload surge investigation using CFD data // IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems, Foz do Iguassu, Brazil, 2008.
7. Alligne S., Nicolet C., Allenbach P., Kawkabani B., Simond J.J., Avellan F. Influence of the vortex rope location of a Francis turbine on the hydraulic system stability // IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems, Foz do Iguassu, Brazil, 2008.
8. Alligne S., Maruzewski P., Dinh T., Wang B., Fedorov A., Iosfin J., Avellan F. Prediction of a Francis turbine prototype full load instability from investigations on the reduced scale model // IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems, Timisoara, Romania, 2010.
9. Doerfler P.K., Keller M. and Braun O. Francis full-load surge mechanism identified by unsteady 2-phase CFD // IAHR Symp. on Hydraulic Machinery and Systems, Timisoara, Romania, 2010.
10. Панов Л.В., Чирков Д.В., Черный С.Г. Численные алгоритмы моделирования кавитационных течений вязкой жидкости // Вычислительные технологии. 2011. Т. 16, № 4. С. 96–113.
11. Панов Л.В., Чирков Д.В., Черный С.Г., Пылев И.М., Сотников А.А. Численное моделирование стационарных кавитационных течений вязкой жидкости в гидротурбине Френсиса // Теплофизика и аэромеханика. 2012. Т. 19, № 4. С. 461–473.
12. Авдюшенко А.Ю., Черный С.Г., Чирков Д.В. Численный алгоритм моделирования пространственных течений несжимаемой жидкости на подвижных сетках // Вычислительные технологии. 2011. Т. 17, № 6. С. 3–25.
13. Singhal A.K., Vaidya N., Leonard A.D. Multi-dimensional simulation of cavitating flows using a PDF model for phase change // ASME Fluids Engng Division Summer Meeting, ASME Paper FEDSM97-3272. 1997.
14. Zwart P.J., Gerber A.G., Belamri T.A. Two-phase flow model for predicting cavitation dynamics // ICMF 2004 Intern. Conf. on Multiphase Flow Yokohama, Japan, May 30–June 3, 2004. Paper No. 152.
15. Chen Y.S., Kim S.W. Computation of turbulent flows using an extended k - ϵ turbulence closure model, NASA CR-179204, 1987. 21 p.
16. Черный С.Г., Чирков Д.В., Лапин В.Н., Скорospelов В.А., Шаров С.В. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006. 206 с.
17. IEC Standard 60193. IEC: Intern. Electrotechnical Commission. Hydraulic turbines, storage pumps and pump-turbines. Model acceptance tests. Publication data: 1999-11-01.

*Статья поступила в редакцию 15 марта 2013 г.,
после доработки — 26 апреля 2013 г.*