

УДК 539.4+539.219.2

МЕТОД РАСЧЕТА ПОЛЕЙ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБРАЗЦАХ С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ ПРОЦЕССА ПОВЕРХНОСТНОГО УПРОЧНЕНИЯ

М. Н. Саушкин, В. П. Радченко, В. Ф. Павлов*

Самарский государственный технический университет, 443100 Самара

* Самарский государственный аэрокосмический университет им. С. П. Королева,
443086 Самара

E-mails: msaushkin@gmail.com, radch@samgtu.ru, sopromat@ssau.ru

Предложена математическая модель, позволяющая рассчитать напряженно-деформированное состояние цилиндрического образца, возникающее в результате поверхностного пластического упрочнения, приводящего к деформационной анизотропии материала. Выполнена проверка адекватности модели экспериментальным данным для цилиндрических образцов из стали марок 30ХГСА и Ст. 45. Разработана методика идентификации параметров модели по результатам определяющего эксперимента. Показано, что результаты расчетов и экспериментальные данные хорошо согласуются.

Ключевые слова: цилиндрический образец, поверхностное пластическое упрочнение, остаточные напряжения, идентификация параметров модели, анизотропия процесса упрочнения.

Введение. Остаточные сжимающие напряжения, возникающие в результате поверхностного пластического деформирования, с одной стороны, оказывают положительное воздействие на элементы конструкций, работающих при нормальных и высоких температурах в условиях квазистатического и циклического растяжения и сжатия, с другой — могут привести к короблению деталей и даже их разрушению. Поэтому напряженно-деформированное состояние, возникающее в результате упрочнения, необходимо учитывать как на стадии проектирования, так и на стадии эксплуатации основных элементов конструкций.

В настоящее время для определения остаточных напряжений широко используются известные эмпирические (расчетно-экспериментальные) методы, такие как методы замера прогибов и деформаций, методы Давиденкова, Закса и др. [1, 2]. Однако эти методы не дают полной информации о распределении полей остаточных напряжений по объему конструкции, поскольку позволяют экспериментально определить лишь одну или две компоненты остаточных напряжений, причем только в области, прилегающей к поверхности элемента конструкции. Кроме того, возникает проблема экстраполяции экспериментальных данных, при которой не нарушаются основные уравнения механики деформируемого твердого тела (уравнения равновесия, самоуравновешенности остаточных напряжений и др.). С теоретической точки зрения задача построения математических моделей рас-

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках аналитической ведомственной целевой программы “Развитие научного потенциала высшей школы” (код проекта 2.1.1/13944).

чета остаточного деформированного состояния является обратной краевой задачей, т. е. при заданном напряженном состоянии может иметь бесконечное множество решений (кинематически допустимых деформаций). Для получения единственного решения необходимо вводить дополнительные гипотезы (ограничения) для компонент тензора остаточных пластических деформаций либо использовать экстремальные вариационные принципы для остаточных напряжений и деформаций.

В работах [3–5] предложен расчетно-феноменологический метод определения компонент остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрическом образце по экспериментально полученной окружной компоненте остаточных напряжений в упрочненном слое (задача решается в стандартной цилиндрической системе координат (r, θ, z)). Для решения поставленной задачи в [3–5] вводится ряд гипотез, одна из которых сводится к следующему: распределение пластических деформаций в упрочненном слое цилиндрического образца имеет такой же характер, как и в полуплоскости, что означает выполнение равенства $q_z = q_\theta$ (q_z, q_θ — осевая и окружная компоненты остаточных пластических деформаций). В дальнейшем будем считать, что технологии упрочнения (пневмо- и гидродробеструйная обработка, обработка микрошариками и т. д.), соответствующие этой гипотезе, обуславливают изотропное упрочнение поверхности в направлениях z и θ . Анализ экспериментальных данных [6] и результатов расчетов, выполненных в [3–5], показывает, что при изотропном упрочнении эпюры осевой и окружной компонент остаточных напряжений в области упрочненного слоя для цилиндрических образцов практически совпадают. Однако построенная на основе этой гипотезы математическая модель не согласуется с экспериментальными данными, полученными для ряда технологических режимов обработки, таких как обкатка роликом, алмазное выглаживание и др., для которых экспериментальные значения осевых и окружных компонент остаточных напряжений в слое существенно различаются.

Попытка обобщения и уточнения разработанной в [3–5] модели предпринята в работе [7], в которой введен феноменологический параметр α , учитывающий анизотропию распределения полей остаточных деформаций:

$$q_z = \alpha q_\theta, \quad 0 < \alpha < \infty, \quad (1)$$

причем при $\alpha \neq 1$ наблюдается “расслоение” расчетных диаграмм осевых и окружных компонент остаточных напряжений в упрочненном слое. Целью настоящей работы является построение соответствующей феноменологической теории, включающей формализацию математической модели с учетом анизотропии процесса упрочнения, выбор определяющего эксперимента, методику идентификации параметров и экспериментальную проверку модели.

1. Режимы упрочнения. Экспериментальное определение остаточных напряжений в цилиндрических образцах. Исследования проводились на гладких цилиндрических образцах радиусом 8 мм из стали марки 30ХГСА и радиусом 7,5 мм из стали марки Ст. 45. Образцы из стали марки 30ХГСА упрочнялись обкаткой роликом с усилием на трехроликовом приспособлении с роликами диаметром 50 мм и профильным радиусом 13 мм при частоте вращения заготовки 400 об/мин и подаче 0,43 мм/об, усилие обкатки составляло 4,30; 6,45; 8,60; 10,75 кН. Для образцов из стали марки Ст. 45 применялась обкатка роликом с профильным радиусом 1,6 мм при частоте вращения 400 об/мин и подаче 0,11 мм/об с усилием обкатки 0,49 кН.

Отметим, что рассматриваемые режимы упрочнения приводят к анизотропии полей остаточных пластических деформаций в поверхностном слое, для которых выполняется условие (1).

В гладких цилиндрических образцах остаточные напряжения определялись при комнатной температуре методом колец и полосок [1, 8, 9]. Толщина стенки деталей, предва-

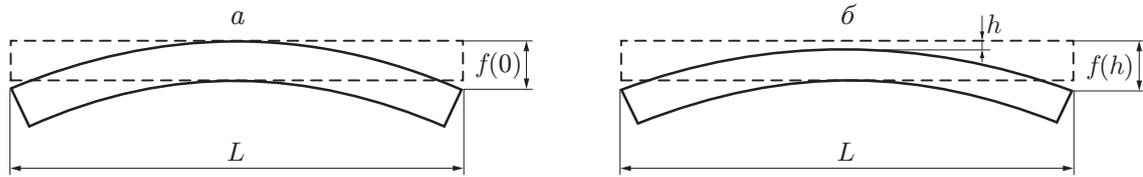


Рис. 1. Схема измерения прогиба полоски:
a — после вырезания; *б* — после вырезания и удаления слоя толщиной *h*; штриховые линии — полоска до вырезания из втулки

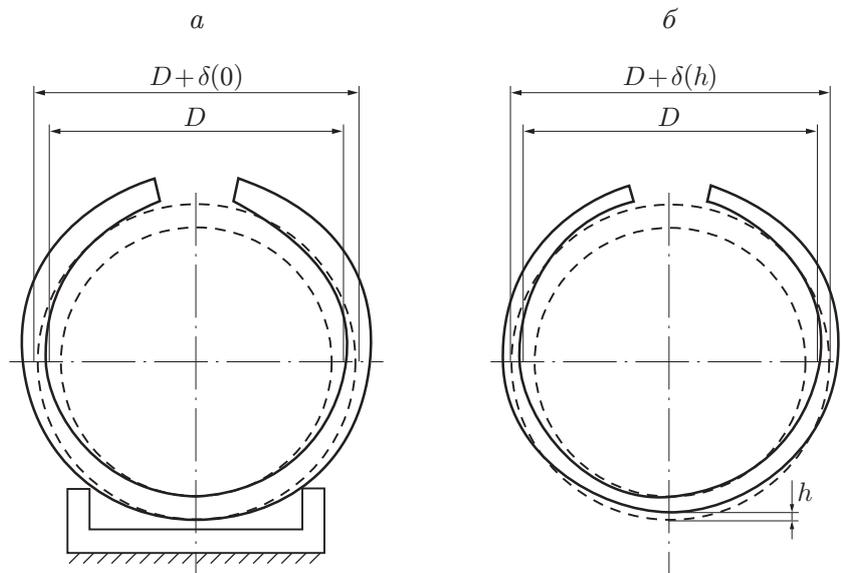


Рис. 2. Схема измерения перемещений кольца:
a — после разрезания; *б* — после разрезания и удаления слоя толщиной *h*; штриховые линии — кольца до вырезания из втулки

рительно подвергнутых рассверливанию и растачиванию, составляла $H = 1,4 \div 1,6$ мм. Дополнительные осевые $\hat{\sigma}_z^{res}$ и окружные $\hat{\sigma}_\theta^{res}$ напряжения, вызванные рассверливанием образцов, определялись по формулам [1]

$$\hat{\sigma}_z^{res} = \frac{E}{1 - \mu^2} (\hat{\epsilon}_z + \mu \hat{\epsilon}_\theta), \quad \hat{\sigma}_\theta^{res} = \frac{E}{1 - \mu^2} (\hat{\epsilon}_\theta + \mu \hat{\epsilon}_z), \quad (2)$$

где E , μ — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала, из которого изготовлен образец ($E = 2,15 \cdot 10^5$ МПа для стали марки 30ХГСА, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа для стали марки Ст. 45; $\mu = 1/3$ для обеих марок стали); $\hat{\epsilon}_z$, $\hat{\epsilon}_\theta$ — деформации цилиндрического образца на внешней поверхности в осевом и окружном направлениях соответственно, возникшие в результате расточки (измерялись тензорезисторами).

Из полученных втулок вырезались кольца шириной B с толщиной стенки H , а также полоски вдоль образующей втулки длиной L с центральным углом ψ . Непосредственно после вырезания полосок измерялся их прогиб $f(0)$ (рис. 1, *a*), а после разрезания колец — изменение их диаметра $\delta(0)$ (рис. 2, *a*).

Затем удалялись наружные слои колец и измерялись приращения диаметра $\delta(h)$ (рис. 2, *б*). При удалении слоев полосок их прогибы $f(h)$ измерялись по схеме, представленной на рис. 1, *б*. Значения $f(h)$ (так же, как и $\delta(h)$) отсчитываются от положения полоски (кольца) до вырезания из втулки (штриховые линии на рис. 1, 2).

Удаление слоев полосок и колец, а также измерение возникающих при этом перемещений производились с помощью специального устройства методом анодного растворения при плотности тока на аноде, равной 50 А/дм^2 , в электролите следующего состава: ортофосфорная кислота (H_3PO_4) — 60 %, серная кислота (H_2SO_4) — 29 %, вода (H_2O) — 1 %, хромовый ангидрид (CrO_3) — 10 %.

Толщина удаленных слоев полосок и колец измерялась с помощью специального устройства, в котором в качестве измерительного прибора использовался микронный индикатор типа МИГ-1. Толщина удаленного слоя определялась по разности показаний приборов до и после травления в 10–15 точках, в расчетах использовалось осредненное значение.

Комбинации остаточных окружных $\bar{\sigma}_\theta^{res}$ и осевых $\bar{\sigma}_z^{res}$ напряжений втулки в полосках $\bar{\sigma}_n^{res}(h)$ и кольцах $\bar{\sigma}_k^{res}(h)$ определялись по формулам [9]

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_k^{res}(h) = \bar{\sigma}_\theta^{res}(h) - \mu \bar{\sigma}_z^{res}(h) = 2 \frac{E\delta(0)}{D^2} \left(\frac{H}{2} - h \right) - \frac{1}{3} \frac{E(H-h)^2}{D^2} \frac{d\delta(h)}{dh} + \\ + \frac{4E(H-h)}{3D^2} \delta(h) - \frac{2E}{3D^2} \int_0^h \delta(\xi) d\xi, \\ \bar{\sigma}_n^{res}(h) = \bar{\sigma}_z^{res}(h) - \mu \bar{\sigma}_\theta^{res}(h) = \frac{8E}{L^2 R_2 (2R_2 \sin(\psi/2) - R_c \psi)} \left(f(h) \frac{dI(0)}{dh} + I(0) \frac{df(h)}{dh} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где D — средний диаметр кольца; h — расстояние от внешней поверхности втулки до слоя, в котором вычислялось остаточное напряжение; R_c — радиус центра тяжести поперечного сечения цилиндрической полоски:

$$R_c = \frac{4 \sin(\psi/2)}{3\psi} \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2},$$

R_2, R_1 — внешний и внутренний радиусы цилиндрической полоски; $I(h)$ — момент инерции поперечного сечения полоски относительно нейтральной оси:

$$I(h) = \frac{\psi + \sin \psi}{8} [(R_2 - h)^4 - R_1^4] - \frac{8 \sin(\psi/2)}{\psi} \frac{[(R_2 - h)^3 - R_1^3]^2}{(R_2 - h)^2 - R_1^2}.$$

Окончательно формулы для определения осевых $\sigma_z^{res}(h)$ и окружных $\sigma_\theta^{res}(h)$ остаточных напряжений в цилиндрических образцах имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_z^{res}(h) = \frac{1}{1 - \mu^2} [\bar{\sigma}_n^{res}(h) + \mu \bar{\sigma}_k^{res}(h)] - \hat{\sigma}_z^{res}, \\ \sigma_\theta^{res}(h) = \frac{1}{1 - \mu^2} [\bar{\sigma}_k^{res}(h) + \mu \bar{\sigma}_n^{res}(h)] - \hat{\sigma}_\theta^{res}, \end{aligned}$$

где $\bar{\sigma}_k^{res}(h), \bar{\sigma}_n^{res}(h)$ определяются по формулам (3), а $\hat{\sigma}_z^{res}, \hat{\sigma}_\theta^{res}$ — по формулам (2).

В каждом случае остаточные напряжения определялись как среднее на 10 образцах.

На рис. 3 приведены экспериментальные зависимости осевых и окружных напряжений от толщины слоя h , полученные с помощью изложенного метода. Видно, что в режимах анизотропного упрочнения значения σ_z^{res} и σ_θ^{res} существенно различаются, в то время как в режимах изотропного упрочнения они различаются незначительно.

2. Методика расчета напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном слое цилиндрического образца. Предполагается, что в результате упрочнения в режиме поверхностного пластического деформирования в поверхностном слое цилиндрического образца наведены остаточные напряжения, при этом касательные остаточные напряжения либо отсутствуют, либо малы по сравнению с нормальными

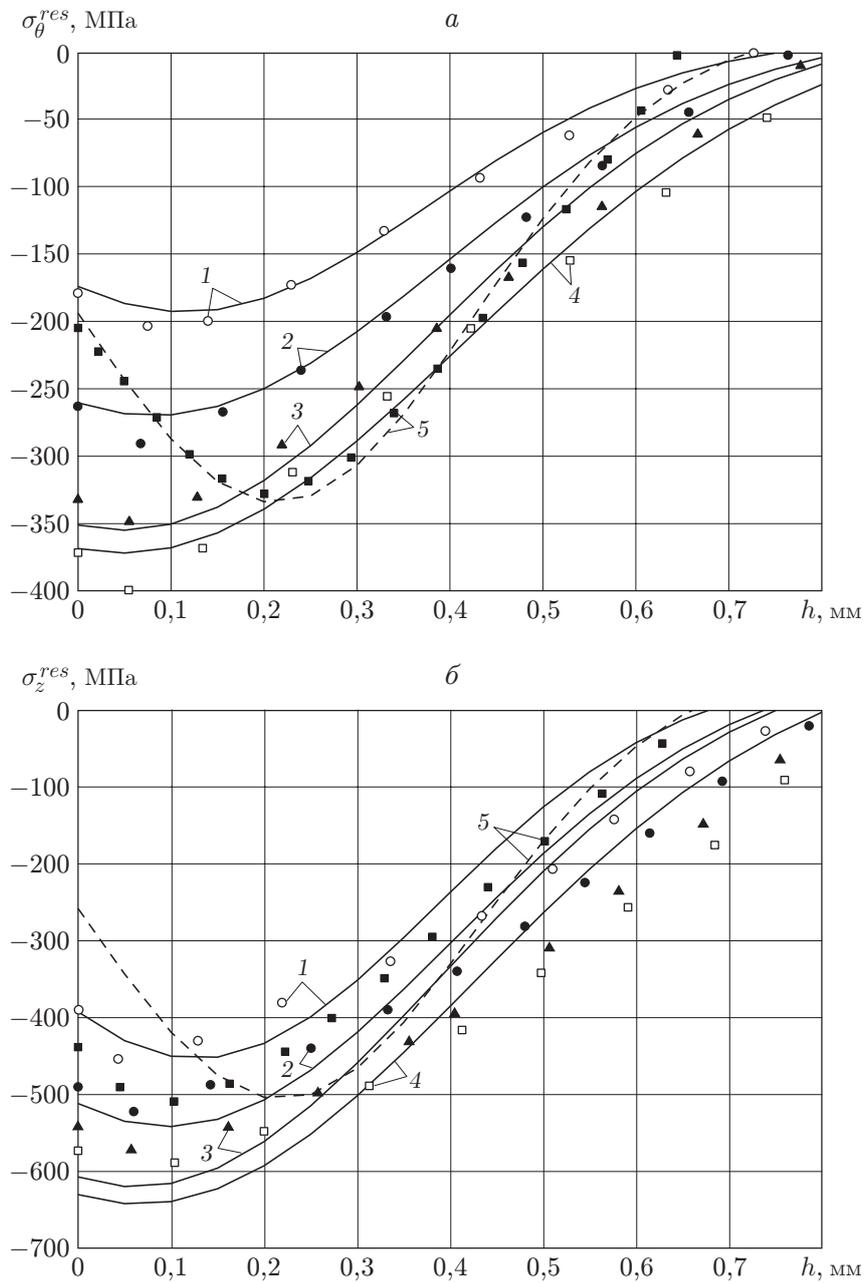


Рис. 3. Экспериментальные (точки) и расчетные (линии) эпюры окружной (а) и осевой (б) компонент тензора остаточных напряжений в упрочненном слое при различных значениях усилия обкатки P :
 1-4 — сталь марки 30ХГСА, 5 — сталь марки Ст. 45; 1 — $P = 4,3$ кН, 2 — $P = 6,45$ кН, 3 — $P = 8,6$ кН, 4 — $P = 10,75$ кН, 5 — $P = 0,49$ кН

напряжениями, и ими можно пренебречь. Кроме того, выполняется условие анизотропного упрочнения (1).

В данной работе рассматриваются зависимости всех компонент остаточных напряжений и пластических деформаций от радиуса r , а не от глубины упрочненного слоя $h = R - r$ (R — радиус цилиндрического образца).

Из уравнения равновесия

$$r \frac{d\sigma_r^{res}}{dr} + \sigma_r^{res} = \sigma_\theta^{res}$$

и условия

$$\sigma_r^{res}(R) = 0,$$

которое означает, что цилиндрический образец находится в естественном ненагруженном состоянии, получаем равенство

$$\sigma_r^{res}(r) = \frac{1}{r} \int_0^r \sigma_\theta^{res}(\xi) d\xi, \quad (4)$$

позволяющее вычислить $\sigma_r^{res}(r)$ по измеренным значениям функции $\sigma_\theta^{res}(r)$. Значение $\sigma_z^{res}(r)$ может быть вычислено лишь с учетом остаточных пластических деформаций.

Полную деформацию цилиндрического образца ε_i^0 , приобретенную в результате поверхностного упрочнения, представим в виде

$$\varepsilon_i^0 = e_i^0 + q_i \quad (i \equiv r, \theta, z),$$

где e_i^0 , q_i — компоненты тензоров упругих и остаточных пластических деформаций.

С помощью условия несжимаемости при пластическом деформировании $q_\theta + q_z + q_r = 0$ и гипотезы (1) нетрудно установить, что

$$q_r = -(1 + \alpha)q_\theta, \quad (5)$$

и из уравнения совместности деформаций получить дифференциальное уравнение для окружной компоненты

$$r \frac{dq_\theta^0}{dr} + (2 + \alpha)q_\theta = e_r^0 - e_\theta^0 - r \frac{de_\theta^0}{dr}. \quad (6)$$

Входящие в (6) упругие деформации можно выразить через остаточные напряжения из закона Гука:

$$Ee_r^0 = \sigma_r^{res} - \mu(\sigma_\theta^{res} + \sigma_z^{res}), \quad Ee_\theta^0 = \sigma_\theta^{res} - \mu(\sigma_r^{res} + \sigma_z^{res}). \quad (7)$$

В соотношения (7) наряду с известными компонентами σ_θ^{res} и σ_r^{res} входит неизвестная компонента σ_z^{res} . Для определения σ_z^{res} необходимо ввести гипотезу плоских сечений для цилиндрического образца, согласно которой плоские до начала процесса упрочнения поперечные сечения остаются плоскими и после его окончания, что характерно для не очень коротких образцов. При этом

$$\varepsilon_z^0(r) = e_z^0(r) + q_z(r) \quad (\varepsilon_z^0(r) \equiv \text{const}, \quad r \in [0; R]).$$

Гипотеза неверна лишь вблизи свободных торцов цилиндрического образца.

Принимая для упругой осевой деформации закон Гука и подставляя выражение для нее в формулу для полных осевых деформаций, находим

$$\sigma_z^{res}(r) = E(\varepsilon_z^0 - q(r)) + \mu(\sigma_r^{res}(r) + \sigma_\theta^{res}(r)). \quad (8)$$

С помощью (8) из соотношений (7) можно исключить $\sigma_z^{res}(r)$:

$$\begin{aligned} Ee_r^0 &= (1 + \mu)[(1 - \mu)\sigma_r^{res} - \mu\sigma_\theta^{res}] - E\mu(\varepsilon_z^0 - q_z), \\ Ee_\theta^0 &= (1 + \mu)[(1 - \mu)\sigma_\theta^{res} - \mu\sigma_r^{res}] - E\mu(\varepsilon_z^0 - q_z). \end{aligned} \quad (9)$$

Преобразуем правую часть дифференциального уравнения (6) с учетом (1) и (9):

$$e_r^0 - e_\theta^0 - r \frac{de_\theta^0}{dr} = \frac{1 + \mu}{E} (\sigma_r^{res} - \mu\sigma_\theta^{res}) - r \frac{1 + \mu}{E} \left((1 - \mu) \frac{d\sigma_\theta^{res}}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r^{res}}{dr} \right) - \alpha\mu r \frac{dq_\theta}{dr}. \quad (10)$$

С учетом (10) дифференциальное уравнение (6) можно записать в виде

$$\frac{1 + \alpha\mu}{1 + \mu} r \frac{dq_\theta^0(r)}{dr} + \frac{2 + \alpha}{1 + \mu} q_\theta(r) = g(r), \quad (11)$$

где

$$g(r) = \frac{1}{E} [\sigma_r^{res}(r) - \mu\sigma_\theta^{res}(r)] - \frac{r}{E} \left((1 - \mu) \frac{d\sigma_\theta^{res}(r)}{dr} - \mu \frac{d\sigma_r^{res}(r)}{dr} \right).$$

Решение дифференциального уравнения (11) с учетом граничного условия $\lim_{r \rightarrow 0} q_\theta(r) = 0$ имеет вид

$$\begin{aligned} q_\theta(r) &= \frac{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}{E(1 + \alpha\mu)^2} r^{-(2+\alpha)/(1+\alpha\mu)} \int_0^r \xi^{(1+\alpha-\alpha\mu)/(1+\alpha\mu)} [\sigma_r^{res}(\xi) + (1 + \alpha)\sigma_\theta^{res}(\xi)] d\xi - \\ &\quad - \frac{1 + \mu}{E(1 + \alpha\mu)} [(1 - \mu)\sigma_\theta^{res}(r) - \mu\sigma_r^{res}(r)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Теперь можно полностью определить поля остаточных пластических деформаций: согласно (12) вычисляется $q_\theta(r)$, а затем в соответствии с (1) и (5) — $q_z(r)$ и $q_r(r)$.

Согласно (8) для определения компоненты $\sigma_z^{res}(r)$ достаточно найти ε_z^0 , используя условие равенства нулю суммарного осевого усилия, действующего на образец:

$$\int_0^R \xi \sigma_z^{res}(\xi) d\xi = 0.$$

Из последнего условия и (8) находим выражение

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{R^2} \int_0^R \xi \left(q_z(\xi) - \frac{\mu}{E} [\sigma_r^{res}(\xi) + \sigma_\theta^{res}(\xi)] \right) d\xi. \quad (13)$$

Вычислив согласно (13) величину ε_z^0 , в соответствии с (8) можно однозначно определить распределение компоненты $\sigma_z^{res}(r)$.

Следует отметить, что в частном случае при $\alpha = 1$ изложенная методика совпадает с методикой, используемой в случае изотропного упрочнения [5, 10].

Таким образом, схема расчета полей остаточных напряжений и пластических деформаций имеет следующий вид:

$$\sigma_\theta^{res}(r) \xrightarrow{(4)} \sigma_r^{res}(r) \xrightarrow{(12)} q_\theta(r) \xrightarrow{(1)} q_r(r) \xrightarrow{(5)} q_z(r) \xrightarrow{(13)} \varepsilon_z^* \xrightarrow{(8)} \sigma_z^{res}(r). \quad (14)$$

Здесь стрелками показана последовательность определения величин; цифры над стрелками — номера формул, по которым определяются эти величины.

3. Методика идентификации параметров математической модели. Из схемы (14) следует, что если априори известна величина α в (1), то поля остаточных напряжений σ_r^{res} , σ_z^{res} и пластических деформаций q_r , q_θ , q_z определяются через величину $\sigma_\theta^{res}(r)$. Однако экспериментально величину α можно определить только в тонком упрочненном слое (области сжатия) [1], поэтому экспериментальные данные для $\sigma_\theta^{res}(r)$ необходимо экстраполировать в область растяжения. В этом случае дискретные экспериментальные значения $\sigma_\theta^{res}(r)$ целесообразно аппроксимировать аналитической функцией, но при этом не должно нарушаться свойство самоуравновешенности.

В настоящей работе предлагается следующая аппроксимация компоненты $\sigma_\theta^{res}(r)$:

$$\sigma_\theta^{res}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp(-(R - h^* - r)^2/b^2) \quad (15)$$

($h^* = R - r^*$ — толщина слоя, при котором компонента $\sigma_\theta^{res}(r)$ принимает минимальное значение; σ_0 , σ_1 , b — параметры, которые необходимо определить).

Приведем методику определения параметров σ_0 , σ_1 , b в (15) в предположении, что известна экспериментальная информация для окружной компоненты $\sigma_\theta^{res}(r)$ и задан параметр анизотропии α в (1).

Обозначим через σ^* экспериментальное минимальное значение $\sigma_\theta^{res}(r^*)$, где $r^* = R - h^*$, а через $h_0 = R - r_0$ — толщину слоя, при которой выполняется равенство $\sigma_\theta^{res}(r_0) = 0$. Тогда, используя условия

$$\sigma_\theta^{res}(r^*) = \sigma^*, \quad \sigma_\theta^{res}(r_0) = 0 \quad (16)$$

и условие самоуравновешенности окружной компоненты остаточных напряжений

$$\int_0^R \sigma_\theta^{res}(\xi) d\xi = 0, \quad (17)$$

с учетом (15) получаем систему трех нелинейных алгебраических уравнений относительно σ_0 , σ_1 , b , численное решение которой не вызывает затруднений.

Теперь задача определения полей остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрическом образце после упрочнения по схеме (14) при известном значении параметра α в (1) может быть решена полностью. Схема решения этой задачи принимает следующий вид:

$$R, r_0, r^* \xrightarrow{(16),(17)} \sigma_0, \sigma_1, b \xrightarrow{(15)} \sigma_\theta^{res}(r) \xrightarrow{(4)} \sigma_r^{res}(r) \xrightarrow{(12)} \xrightarrow{(12)} q_\theta(r) \xrightarrow{(1)} q_r(r) \xrightarrow{(5)} q_z(r) \xrightarrow{(13)} \varepsilon_z^* \xrightarrow{(8)} \sigma_z^{res}(r). \quad (18)$$

Однако, как правило, величина α в соотношении (1) априори неизвестна, и ее можно определить лишь после проведения экспериментальных исследований. В данном случае схема (18) существенно изменяется, при этом необходима исходная экспериментальная информация о распределении $\sigma_\theta^{res}(r)$ и $\sigma_z^{res}(r)$ по толщине упрочненного слоя, а параметр α должен быть идентифицирован. Тогда задача может быть решена с использованием поискового метода оптимизации: целенаправленно варьируются параметры r_0 , r^* , σ^* , в результате чего варьируются параметры аппроксимации (15) и α . Для каждой совокупности значений этих параметров проводится численный расчет по схеме (18) до достижения минимума функционала

$$\Delta_\theta + \Delta_z \rightarrow \min,$$

Параметры аппроксимации (15) и среднеквадратичная погрешность расчетных значений σ_θ^{res} и σ_z^{res}

| Марка стали | Номер линии на рис. 3,б | σ_0 , МПа | σ_1 , МПа | b , мм | h_0 , мм | h^* , мм | α | Δ_θ | Δ_z |
|-------------|-------------------------|------------------|------------------|----------|------------|------------|----------|-----------------|------------|
| 30ХГСА | 1 | 11,26 | 203,77 | 0,372 | 0,749 | 0,116 | 20,0 | 0,142 | 0,187 |
| | 2 | 16,89 | 286,59 | 0,441 | 0,824 | 0,081 | 8,1 | 0,106 | 0,155 |
| | 3 | 22,01 | 376,97 | 0,473 | 0,845 | 0,048 | 4,8 | 0,090 | 0,185 |
| | 4 | 25,20 | 397,21 | 0,519 | 0,910 | 0,048 | 4,8 | 0,107 | 0,161 |
| Ст. 45 | 5 | 21,34 | 355,90 | 0,301 | 0,719 | 0,214 | 3,0 | 0,040 | 0,226 |

где Δ_i — функционал нормированного среднеквадратичного отклонения расчетных значений $\sigma_i^{res}(r_k)$ от соответствующих экспериментальных значений $\sigma_i^{res*}(r_k)$:

$$\Delta_i = \left(\sum_{k=1}^N [\sigma_i^{res}(r_k) - \sigma_i^{res*}(r_k)]^2 / \sum_{k=1}^N [\sigma_i^{res*}(r_k)]^2 \right)^{1/2}, \quad i \equiv \theta, z, \quad (19)$$

N — число точек дискретизации r_k в упрочненном слое, в которых известны экспериментальные и расчетные значения окружной и осевой компонент тензора остаточных напряжений.

Задача оптимизации решалась релаксационным методом, при этом в качестве нулевого приближения использовались величины r_0 , r^* , σ^* из условий (16), (17) для экспериментальной зависимости $\sigma_\theta^{res*}(r)$, а значение α полагалось равным единице.

4. Анализ результатов расчетов. На рис. 3 показаны значения окружной и осевой компонент тензора остаточных напряжений, рассчитанные по методике, изложенной в п. 3. В таблице для каждой пары экспериментальных значений осевой и окружной компонент тензора остаточных напряжений приведены параметры аппроксимации (15), значение h_0 , при котором $\sigma_\theta^{res}(h_0) = 0$, значения параметра α и максимальные отклонения Δ_z и Δ_θ экспериментальных значений от расчетных, вычисленные по формулам (19).

Анализ данных, представленных в таблице, позволяет сделать вывод о том, что при использовании некоторых технологий упрочнения параметр анизотропии достигает достаточно больших значений. Поэтому учет параметра α при решении краевых задач о напряженно-деформированном состоянии в цилиндрических изделиях в условиях внешнего нагружения при наличии начальных полей остаточных напряжений и деформаций, обусловленных предварительным упрочнением, может привести к существенным погрешностям расчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Биргер И. А. Остаточные напряжения. М.: Машгиз, 1963.
2. Мрочек Ж. А. Остаточные напряжения / Ж. А. Мрочек, С. С. Макаревич, Л. М. Кожуро, М. Ф. Пашкевич, А. Ф. Ильющенко. Минск: Технопринт, 2003.
3. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Расчет релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое цилиндрического изделия в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2001. № 12. С. 61–73.
4. Радченко В. П., Саушкин М. Н. Математические модели восстановления и релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном слое цилиндрических элементов конструкций при ползучести // Изв. вузов. Машиностроение. 2004. № 11. С. 3–17.
5. Радченко В. П. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях / В. П. Радченко, М. Н. Саушкин. М.: Машиностроение-1, 2005.

6. **Павлов В. Ф.** Остаточные напряжения и сопротивление усталости упрочненных деталей с концентраторами напряжений / В. Ф. Павлов, В. А. Кирпичев, В. Б. Иванов. Самара: Сам. науч. центр РАН, 2008.
7. **Саушкин М. Н., Афанасьева О. С., Дубовова Е. В., Просвиркина Е. А.** Схема расчета полей остаточных напряжений в цилиндрическом образце с учетом организации процесса поверхностного пластического деформирования // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2008. № 1. С. 85–89.
8. **Иванов С. И.** Определение остаточных напряжений в поверхностном слое цилиндра // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. Куйбышев: Куйбышев. авиац. ин-т, 1971. Вып. 48. С. 139–152.
9. **Иванов С. И.** К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок // Остаточные напряжения. Куйбышев: Куйбышев. авиац. ин-т, 1971. Вып. 53. С. 32–42.
10. **Радченко В. П., Саушкин М. Н.** Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненном изделии цилиндрической формы при ползучести // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 6. С. 90–99.

Поступила в редакцию 8/II 2010 г.
