

УДК 669.86:536.21

СОПРЯЖЕННАЯ ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ В ЗАМКНУТОЙ ОБЛАСТИ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕГО ЭЛЕМЕНТА С ПОСТОЯННОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ

Г. В. Кузнецов, М. А. Шеремет*

Томский политехнический университет, 634050 Томск

* Томский государственный университет, 634050 Томск

E-mail: Michael-sher@yandex.ru

Проведено математическое моделирование термогравитационной конвекции в замкнутой прямоугольной области с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии тепловыделяющего элемента с постоянной интенсивностью тепловыделения, расположенного в основании области, в условиях конвективно-радиационного теплообмена на одной из внешних границ. Проанализировано влияние определяющих параметров (числа Грасгофа, относительной теплопроводности), а также нестационарности течения на локальные термогидродинамические характеристики (линии тока и поле температуры) и интегральный параметр (среднее число Нуссельта на внутренней поверхности твердых стенок). Проведено сравнение результатов, полученных для двух моделей источника тепла (с постоянной температурой и с постоянной интенсивностью тепловыделения).

Ключевые слова: сопряженный теплоперенос, естественная конвекция, тепловыделяющий элемент с постоянной интенсивностью тепловыделения, ламинарный режим течения.

Введение. Естественная конвекция как один из механизмов переноса тепла играет важную роль во многих аппаратах и устройствах (элементы радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники, промышленные установки для выращивания объемных монокристаллов, теплообменники и солнечные коллекторы, элементы систем охлаждения ядерных реакторов) [1–12]. В настоящее время сопряженные задачи теплообмена привлекают все большее внимание исследователей [7–12], что обусловлено возможностью практического применения этих задач [7, 9–11], а также отсутствием полных моделей анализируемых процессов. Например, в работе [8] выполнено численное моделирование сопряженной естественной конвекции тепловыделяющей жидкости вокруг ребренной трубы, помещенной в центральной части квадратной полости. Установлено, что угол наклона трубы, размеры ребер, а также плотность объемного тепловыделения оказывают существенное влияние на интенсивность теплопереноса. Определению оптимального положения локального источника тепла в открытой полости, одна из стенок которой имеет конечную толщину, посвящена работа [9]. Показано, что оптимальное положение нагревателя зависит как от мощности нагревателя, теплофизических характеристик стенки, на которой он находится, так и от геометрических характеристик области решения. Сопряженный комбинированный теплоперенос в открытой полости, одна из стенок которой имеет конечную толщину,

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 08-08-00402-а).

численно исследовался в [10]. По внутренней поверхности стенки равномерно распределен тепловой поток. Установлена степень влияния каждого механизма переноса энергии на формирование тепловых и гидродинамических режимов в полости. Математическое моделирование сопряженной естественной конвекции в горизонтальном кольцевом зазоре между тепловыделяющим твердым блоком и изотермическими внешними границами проведено в [11]. Получены распределения локальных термогидродинамических характеристик, а также выполнен анализ влияния формы внутреннего твердого блока на режимы течения и теплопереноса. Численный и экспериментальный анализ сопряженной термогравитационной конвекции в окрестности нагреваемой твердой стенки представлен в [12]. Получены корреляционные соотношения для среднего числа Нуссельта на поверхности стенки, а также проанализированы масштабы взаимовлияния естественной конвекции в газе и теплопроводности в твердой стенке.

В большинстве представленных выше работ проводится анализ достаточно простых постановок (температура источника постоянная, на внешних границах рассматриваются граничные условия первого рода), что не позволяет использовать полученные результаты при исследовании физических процессов и явлений, имеющих место в реальных промышленных установках. В то же время совместный анализ влияния локального тепловыделяющего элемента и неоднородного теплообмена с окружающей средой может позволить получить результаты, наиболее адекватные реальным рабочим режимам большинства устройств и аппаратов (например, при исследовании тепловых режимов элементов радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники).

Целью настоящей работы является математическое моделирование сопряженной термогравитационной конвекции в замкнутой прямоугольной области при наличии локального тепловыделяющего элемента с постоянной интенсивностью тепловыделения в условиях конвективно-радиационного теплообмена с внешней средой, а также сравнение локальных и интегральных термогидродинамических характеристик с результатами, полученными при решении аналогичной задачи с граничными условиями первого рода на источнике тепловыделения [13].

1. Математическая модель. Рассматривается краевая задача нестационарной сопряженной естественной конвекции в замкнутой прямоугольной области (рис. 1).

Исследуемый объект представляет собой газовую полость, окруженную теплопроводными твердыми стенками конечной толщины. На нижнем элементе ограждающей стенки

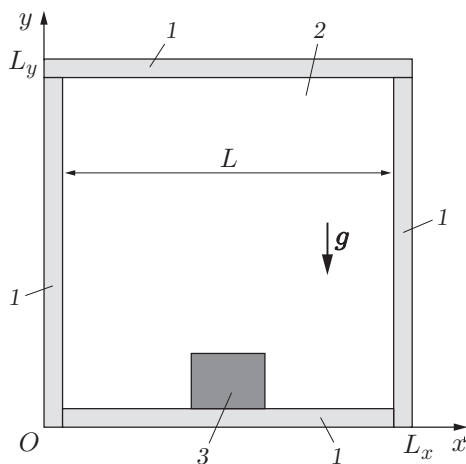


Рис. 1. Область решения задачи:

1 — ограждающие твердые стенки; 2 — газовая полость; 3 — тепловыделяющий элемент

расположен источник тепловыделения с равномерно распределенной плотностью объемного тепловыделения. Внешние поверхности твердых стенок ($y = 0, y = L_y, x = L_x$) являются адиабатическими. На границе $x = 0$ моделируется конвективно-радиационный теплообмен с окружающей средой. Температура внешней среды постоянна и ниже начальной температуры области решения, что позволяет оценить термическую инерционность материала стенок. Излучение на внешней границе области решения моделируется на основе закона Стефана — Больцмана для серых (реальных) тел с учетом приведенной степени черноты поверхности стенки $\varepsilon = 0,3$. Учет радиационной составляющей, действующей со стороны окружающей среды, позволяет описать реальные механизмы и условия теплообмена на поверхности основного элемента радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) и электронной техники (ЭТ). В свою очередь учет излучения в газовой полости приводит к существенному усложнению рассматриваемой модели сопряженного теплопереноса вследствие появления в ней интегродифференциальных уравнений переноса излучения.

В работе [14] проведен анализ конвективно-радиационного теплопереноса внутри газовой полости (излучение рассматривалось в приближении Росселанда) в замкнутом объеме при наличии теплопроводных стенок конечной толщины. Показано, что учет излучения на начальном этапе приводит к повышению температуры в газовой полости в среднем на 11 %, в дальнейшем происходит выравнивание температуры. Полученный результат характеризует рассматриваемый физический процесс в элементах РЭА и ЭТ, для которых типичны незначительные температурные перепады при умеренных рабочих нагрузках.

Предполагается, что теплофизические свойства как материала стенок, так и газа не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным. Газ считается вязкой теплопроводной несжимаемой ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Движение газа и процесс теплоотдачи в полости описываются двумерными уравнениями, теплообмен за счет излучения от источника тепловыделения и между стенками полагается пренебрежимо малым по сравнению с конвективным теплообменом, газ — абсолютно прозрачным для теплового излучения.

Процесс переноса тепла в рассматриваемой области (см. рис. 1) описывается системой нестационарных двумерных уравнений конвекции в приближении Буссинеска для газовой полости [15–17], нестационарным двумерным уравнением теплопроводности с учетом объемного тепловыделения от источника тепла [18] и нестационарным двумерным уравнением теплопроводности на стенках [18] с нелинейными граничными условиями.

Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных функция тока — завихренность — температура.

В качестве масштаба расстояния выбрана длина газовой полости вдоль оси x . Система уравнений приводится к безразмерному виду с использованием соотношений

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad \tau = \frac{t}{t_0}, \quad U = \frac{u}{V_0}, \quad V = \frac{v}{V_0}, \quad \Theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \quad \Psi = \frac{\psi}{\psi_0}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$$

при $\Delta T = q_V L^2 / \lambda_3$, $\psi_0 = V_0 L$, $\omega_0 = V_0 / L$. Здесь x, y — координаты декартовой системы координат; X, Y — безразмерные координаты, соответствующие координатам x, y ; L — длина газовой полости вдоль оси x ; t — время; t_0 — масштаб времени; τ — безразмерное время; u, v — проекции скорости на оси x, y соответственно; U, V — безразмерные скорости, соответствующие скоростям u, v ; $V_0 = \sqrt{g\beta \Delta T L}$ — масштаб скорости (скорость естественной конвекции); Θ — безразмерная температура; T_0 — начальная температура в области решения; β — температурный коэффициент объемного расширения; g — ускорение свободного падения; ψ — функция тока; ψ_0 — масштаб функции тока; Ψ — безразмерный аналог функции тока; ω — вихрь скорости; ω_0 — масштаб вихря скорости; Ω — безразмерный аналог вихря скорости; q_V — плотность объемного тепловыделения источника тепла; λ_3 — теплопроводность материала источника тепла.

Ниже приведены безразмерные уравнения сопряженного теплопереноса:

— в газовой полости (см. рис. 1)

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{\text{Gr}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\partial \Theta}{\partial X},$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr} \sqrt{\text{Gr}}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right);$$
(1)

— в тепловыделяющем элементе

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\text{Pr} \sqrt{\text{Gr}}} a_{3,2} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + 1 \right);$$
(2)

— в твердых стенках

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\text{Pr} \sqrt{\text{Gr}}} a_{1,2} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right).$$
(3)

В (1)–(3) $\text{Gr} = g\beta \Delta T L^3 / \nu^2$ — число Грасгофа; ν — кинематическая вязкость; $\text{Pr} = \nu/a$ — число Прандтля; $a_{i,j} = a_i/a_j$ — относительная теплопроводность; a_i — теплопроводность i -й подобласти.

Для сформулированной задачи (1)–(3) начальное условие имеет вид

$$\Psi(X, Y, 0) = \Omega(X, Y, 0) = \Theta(X, Y, 0) = 0.$$

Кроме того, задаются следующие граничные условия:

1) на границе $X = 0$ выполняется условие конвективно-радиационного теплообмена с окружающей средой (граничное условие третьего рода), учитывающее возможные тепловые режимы работы основных элементов РЭА и ЭТ:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X} = \text{Bi} \Theta - \text{Bi} \Theta_e + N \left[\left(\Theta + \frac{T_0}{\Delta T} \right)^4 - \left(\frac{T_e}{\Delta T} \right)^4 \right];$$

2) на остальных внешних границах заданы условия теплоизоляции

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X^k} = 0, \quad X^1 \equiv X, \quad X^2 \equiv Y;$$

3) на всех участках области решения, где контактируют материалы с различными теплофизическими характеристиками, выполняются условия четвертого рода

$$\Theta_i = \Theta_j, \quad \frac{\partial \Theta_j}{\partial X^k} = \lambda_{i,j} \frac{\partial \Theta_i}{\partial X^k}, \quad i, j = \overline{1, 3}, \quad i \neq j, \quad k = 1, 2;$$

4) на границах твердого материала и газа, параллельных осям OX , OY , ставятся условия

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y (\partial X)} = 0,$$

$$\Theta_i = \Theta_2, \quad \frac{\partial \Theta_i}{\partial Y (\partial X)} = \lambda_{2,i} \frac{\partial \Theta_2}{\partial Y (\partial X)}, \quad i = 1, 3$$

($\text{Bi} = \alpha L / \lambda_1$ — число Био; α — коэффициент теплообмена между внешней средой и областью решения; T_e — температура окружающей среды; Θ_e — безразмерная температура окружающей среды; $N = \varepsilon \sigma L (\Delta T)^3 / \lambda_1$ — число Старка; ε — приведенная степень черноты; σ — постоянная Стефана — Больцмана; $\lambda_{i,j} = \lambda_i / \lambda_j$ — относительная теплопроводность; λ_i — теплопроводность i -й подобласти).

Уравнения (1)–(3) решались конечно-разностным методом [19–21] на равномерной сетке размером 200×200 с использованием неявной двухслойной схемы. В твердых стенках в поперечном направлении количество узлов было не менее 10, что позволило получить подробную картину изотерм.

Для аппроксимации конвективных слагаемых в эволюционных уравнениях применялась схема второго порядка, позволяющая учесть знак скорости, для аппроксимации диффузионных слагаемых — центральные разности. Значения вихря скорости на поверхности стенки определялись по формуле Вудса [20]. Уравнения параболического типа решались с использованием локально-одномерной схемы Самарского [21], т. е. совершался переход на промежуточный временной слой. Полученная таким образом система линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей разрешалась методом прогонки. Для дискретизации уравнения Пуассона применялись формулы симметричной аппроксимации вторых производных с использованием пятиточечного шаблона “крест”. При этом полученная система линейных алгебраических уравнений разрешалась методом последовательной верхней релаксации. Оптимальное значение параметра релаксации подбиралось на основе вычислительных экспериментов.

Разработанный численный алгоритм протестирован при различных сеточных параметрах на ряде модельных задач [22–24], в том числе на задаче естественной конвекции в замкнутой полости с изотермическими вертикальными и адиабатическими горизонтальными стенками [22, 24]. Установлено, что уже на сетке размером 100×100 отклонения среднего числа Нуссельта на вертикальной стенке при переходных числах Рэлея ($R = 10^6$) от соответствующих значений, полученных в работах [22, 24], составляют не более 3 %.

При исследовании сопряженной задачи конвективного теплопереноса выбиралась более мелкая сетка, что позволяло выполнить подробный анализ распределений искомых величин в пристенных слоях.

2. Результаты численного моделирования. Численные исследования краевой задачи (1)–(3) с соответствующими начальными и граничными условиями проведены при следующих значениях безразмерных комплексов, характеризующих типичные рабочие режимы естественной конвекции для охлаждаемых элементов РЭА и ЭТ [7]:

1) $Pr = 0,7$; $\lambda_{2,1} = 3,7 \cdot 10^{-2}$, $Bi = 2,86$, $Gr = 4 \cdot 10^6$ ($N = 4,76 \cdot 10^{-5}$), $Gr = 8 \cdot 10^6$ ($N = 3,81 \cdot 10^{-4}$), $Gr = 4 \cdot 10^7$ ($N = 4,76 \cdot 10^{-2}$);

2) $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $Bi = 0,043$, $Gr = 4 \cdot 10^6$ ($N = 7,24 \cdot 10^{-7}$), $Gr = 8 \cdot 10^6$ ($N = 5,79 \cdot 10^{-6}$), $Gr = 4 \cdot 10^7$ ($N = 7,24 \cdot 10^{-4}$).

Число Био выбиралось на основе анализа предельных условий теплообмена с окружающей средой при $\alpha = 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $T_e = 243 \text{ К}$. С использованием рассматриваемых параметров окружающей среды можно оценить критические условия воздействия внешней среды на тепловые режимы работы основных элементов РЭА или ЭТ [25, 26].

Масштаб времени определялся из соотношения $t_0 = L/V_0 = \sqrt{\lambda_3/(g\beta q_V L)}$.

Проведен анализ влияния числа Грасгофа, характеризующего плотность объемного тепловыделения источника тепла, нестационарности процесса, определяющей не только формирование и развитие гидродинамических структур в газовой полости, но и тепловую инерционность твердых стенок, а также теплофизических характеристик стенок, определяющих термические режимы внешнего по отношению к газовой полости воздействия.

2.1. *Влияние числа Грасгофа.* На рис. 2 представлены линии тока и поля температуры при $\tau = 300$, $\lambda_{2,1} = 0,037$ и различных значениях числа Грасгофа. При $Gr = 4 \cdot 10^6$ (рис. 2, а, б) в рассматриваемый момент времени в газовой полости формируются две конвективные ячейки, различающиеся размерами, а также скоростями циркуляции газа. Появление таких циркуляционных зон обусловлено влиянием как тепловыделяющего элемента (в результате чего вблизи его поверхности возникает градиент температуры), так и окру-

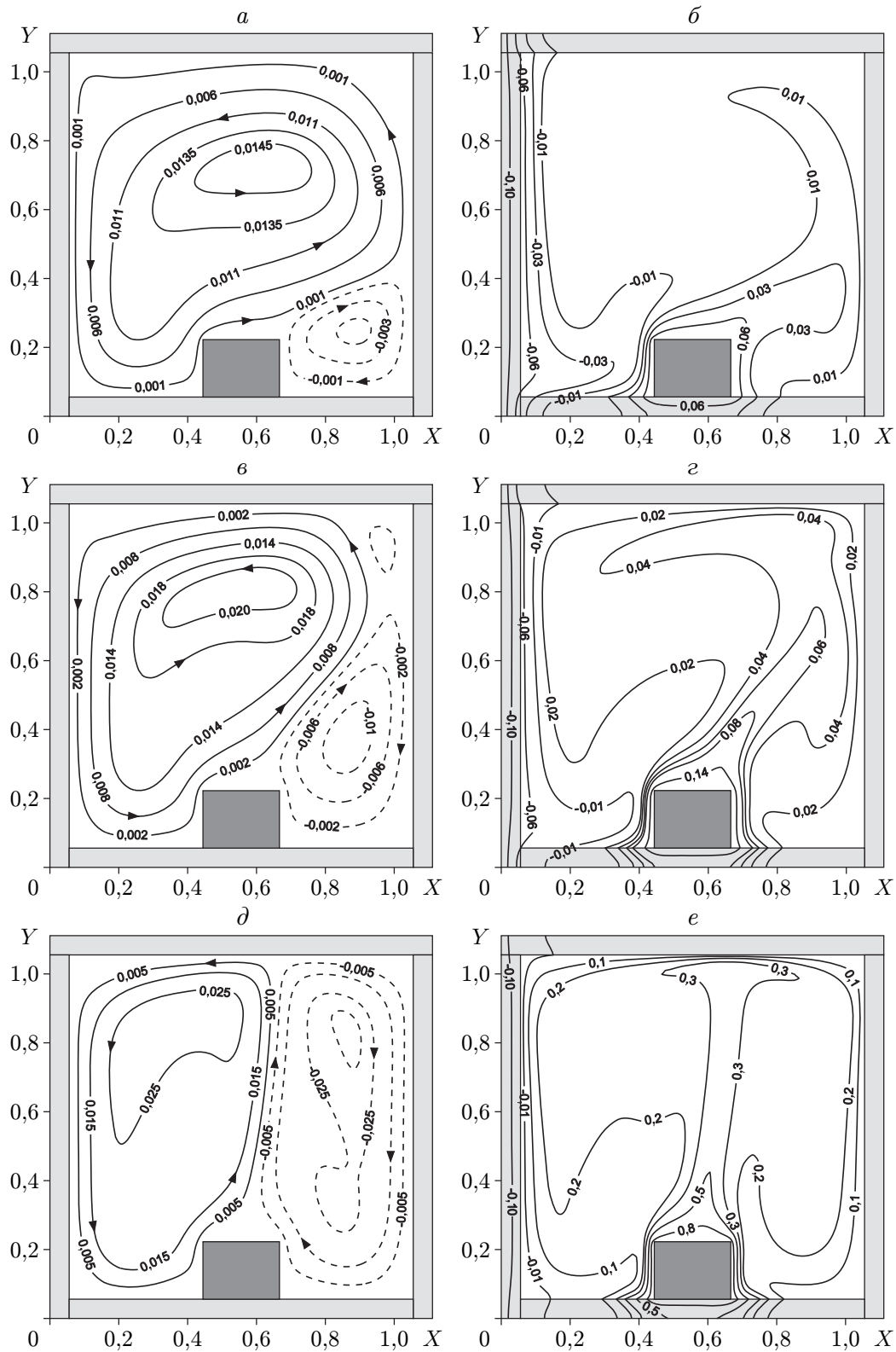


Рис. 2. Линии тока Ψ (а, в, д) и поля температуры Θ (б, г, е) при $\tau = 300$, $\lambda_{2,1} = 0,037$:

а, б — $Gr = 4 \cdot 10^6$, в, г — $Gr = 8 \cdot 10^6$, д, е — $Gr = 4 \cdot 10^7$; стрелки на линиях тока — направление движения газа; сплошные линии — левая ячейка, штриховые — правая ячейка

жающей среды вследствие охлаждения внешней поверхности левой стенки. Увеличение размеров левого вихря обусловлено существенным охлаждением стенки при $0 \leq X \leq 0,06$ (см. рис. 2,з).

Движение фронта холодной волны от границы $X = 0$ вглубь области решения приводит к формированию значительного градиента температуры на внутренней поверхности левой стенки $X = 0,06$, что проявляется в интенсификации нисходящих потоков газа и соответственно в увеличении размеров конвективной ячейки. При этом образовавшийся крупный вихрь изменяет форму изолинии функции тока в правой части полости. Наличие циркуляции потока в правой части полости обусловлено, главным образом, изменяющимся во времени перепадом температур на поверхности источника и в газовой полости, который возникает при переходе от граничных условий первого рода на поверхности источника тепла [13] к граничным условиям, учитывающим интенсивность его тепловыделения. В свою очередь поле температуры соответствует охлаждению среды (стенки и газа, расположенного вблизи нее) в левой части области решения. Образование зоны низкой температуры приводит к деформации теплового “факела”, появляющегося вследствие постоянного подвода энергии от источника. При этом необходимо отметить существенную взаимосвязь между особенностями течения и теплообменом в задачах естественной конвекции: форма изотермы, соответствующей безразмерной температуре, равной 0,01, подобна форме основной конвективной ячейки. Такая особенность обусловлена тем, что градиент температуры приводит к формированию поля скоростей, которое в свою очередь вызывает изменение температуры в газе и т. д. Движение изотерм низкой температуры от границы $X = 0$ вглубь твердой стенки происходит неравномерно, несмотря на то что теплофизические характеристики материала стенки ($0 \leq X \leq 0,06$) по всей ее длине ($0 \leq Y \leq 1,12$) идентичны. В верхней ($1,06 \leq Y \leq 1,11$) и нижней ($0 \leq Y \leq 0,06$) стенках скорости движения температурного фронта несколько меньше скоростей в центральной области ($0,06 < Y < 1,06$), что приводит к изменению формы изотерм (например, линии постоянной температуры, соответствующей значению $\Theta = -0,1$). Такое несоответствие обусловлено различием значений термического сопротивления материала в рассматриваемых областях. При $0,06 < Y < 1,06$ толщина стенки равна 0,06, в то время как при $0 \leq Y \leq 0,06$ и $1,06 \leq Y \leq 1,11$ этот параметр увеличивается до значения, равного размеру области.

Увеличение плотности объемного тепловыделения источника тепла (см. рис. 2,в,г) приводит к существенному изменению как линий тока, так и поля температуры. Размеры левой конвективной ячейки меньше, чем в режиме $Gr = 4 \cdot 10^6$, но при этом скорости движения газа повышаются. Размеры циркуляционной зоны в правой части, наоборот, увеличиваются, наблюдается также диссипация ранее более крупного вихря. Продвижение фронта холодной волны способствует увеличению интенсивности циркуляции в левой области, что в свою очередь приводит к деформации правого вихря. На рис. 2,в,г показан распад правой конвективной ячейки на два более мелких вихря. При этом поле температуры также отличается от поля температуры в рассмотренном выше режиме. Охлаждение газовой полости менее существенно, что оказывает влияние на положение теплового “факела”, при этом средняя температура газовой полости значительно выше, чем в режиме $Gr = 4 \cdot 10^6$. Увеличение плотности объемного тепловыделения источника приводит к росту температуры на его поверхности и соответственно препятствует распространению волны пониженной температуры.

Дальнейшее увеличение числа Грасгофа (см. рис. 2,д,е) приводит к некоторому выравниванию размеров конвективных ячеек, а также к росту скоростей движения газа. При этом необходимо отметить, что увеличение интенсивности тепловыделения приводит к формированию более устойчивого теплового “факела”, который препятствует охлаждению в области газа и, следовательно, крупномасштабной диссипации вихревых структур.

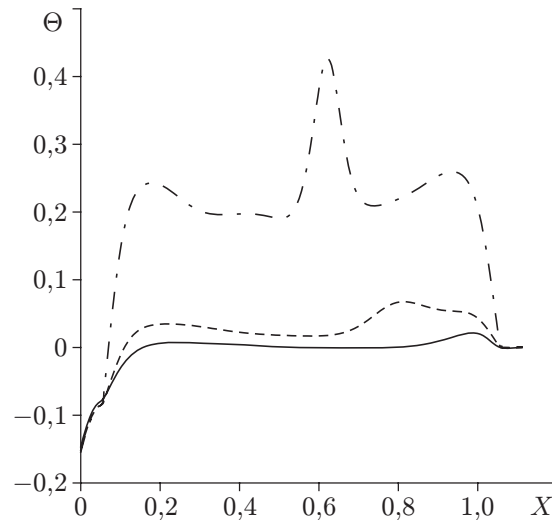


Рис. 3. Профили температуры в сечении $Y = 0,56$ при $\tau = 300$, $\lambda_{2,1} = 0,037$ и различных значениях числа Грасгофа:
 сплошная линия — $Gr = 4 \cdot 10^6$, штриховая — $Gr = 8 \cdot 10^6$, штрихпунктирная — $Gr = 4 \cdot 10^7$

Тепловой “факел” располагается над тепловыделяющим элементом. Положение изотермы, соответствующей безразмерной температуре $\Theta = 0,3$, определяет положение восходящих газовых потоков, которые, достигнув верхней стенки, изменяют направление движения, тем самым формируя два вихря.

На рис. 3 представлены профили температуры в сечении $Y = 0,56$ при различных значениях плотности объемного тепловыделения. Увеличение числа Грасгофа приводит к росту температуры в газовой полости. При $Gr = 4 \cdot 10^6$ вблизи правой стенки температура повышается существенно, что свидетельствует о наличии теплового “факела” в этой зоне. Безразмерная температура в этом сечении незначительно отличается от нуля, что также свидетельствует о существенном влиянии внешней среды вследствие движения фронта холодной волны от границы $X = 0$. Увеличение числа Грасгофа в два раза приводит к незначительному росту температуры. Тепловой “факел” смещается от правой стенки к центральной зоне. Понижение температуры в зоне $0,3 < X < 0,6$ обусловлено движением нисходящих холодных потоков газа вблизи левой стенки.

Дальнейшее повышение плотности объемного тепловыделения приводит к существенному увеличению температуры в газовой полости. Центральный локальный максимум на рис. 3 соответствует положению теплового “факела”, а появление локальных экстремумов на периферии вызвано наличием холодных нисходящих потоков вблизи стенок. Увеличение числа Грасгофа приводит к уменьшению толщины теплового пограничного слоя, что проявляется в увеличении градиента температуры вблизи поверхности.

Проведен анализ влияния плотности объемного тепловыделения источника на среднее число Нуссельта на двух границах газовой полости и твердой стенки: $Nu_1 = \int_{0,06}^{1,06} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right|_{X=0,06} dY$, $Nu_2 = \int_{0,06}^{1,06} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right|_{X=1,06} dY$ (рис. 4). При фиксированном значении относительной теплопроводности $\lambda_{2,1}$ увеличение числа Грасгофа приводит к росту обобщенного коэффициента теплообмена на границе раздела газовой полости и твердой стенки. Такое повышение среднего числа Нуссельта независимо от положения поверхности обу-

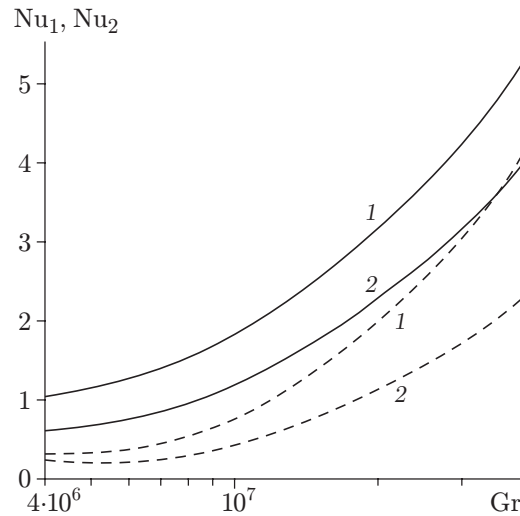


Рис. 4. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Грасгофа и относительной теплопроводности при $\tau = 300$:

сплошные линии — Nu_1 , штриховые — Nu_2 ; 1 — $\lambda_{2,1} = 3,7 \cdot 10^{-2}$, 2 — $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$

словлено увеличением градиента температуры, т. е. более интенсивным стоком энергии с поверхности стенки. Обобщенный коэффициент теплообмена на границе $X = 0,06$ больше, чем на поверхности $X = 1,06$, что объясняется охлаждением левой стенки и соответственно увеличением градиента температуры на границе $X = 0,06$.

2.2. Влияние нестационарности. При анализе рабочих режимов охлаждения типичных элементов РЭА и ЭТ важную роль играет нестационарность, позволяющая оценить масштабы температурных изменений как в газовой ячейке элемента, так и в его стенках с учетом жестких требований (точность, надежность и стабильность работы), предъявляемых к современным объектам РЭА и ЭТ. К числу основных причин, дестабилизирующих оптимальные режимы функционирования РЭА и ЭТ и приводящих к отклонению входных характеристик от номинальных значений, относятся различного рода термические воздействия: перепады температуры окружающей среды, наличие внешних тепловых потоков и внутренних источников энергии, роль которых существенно возрастает в условиях нестационарности процесса. Как известно, при увеличении температуры с 20 до 80 °С полупроводниковые приборы выходят из строя в 3–4 раза быстрее, резисторы — в 2–3 раза, конденсаторы — в 6–8 раз, интегральные микросхемы — в 6–10 раз [27, 28].

На рис. 5 представлены линии тока и поля температуры при $Gr = 8 \cdot 10^6$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ в различные моменты времени. При $\tau = 60$ (рис. 5, а, б) в газовой полости формируются две конвективные ячейки с различными размерами и скоростями движения газа. Такое различие обусловлено тем, что фронт холодной волны достигает границы $X = 0,06$. Однако при этом сформировавшееся поле низкой температуры в окрестности левой стенки пока не оказывает значительного влияния на размеры вихрей и положение теплового “факела”, образовавшегося над источником тепла. Наиболее существенное охлаждение газовой полости наблюдается в ее нижней части ($0,06 \leq Y < 0,40$), что вызвано движением нисходящих потоков газа. Движение фронта холодной волны проявляется также в неравномерном прогреве стенки, на которой расположен источник тепла.

При $\tau = 300$ (см. рис. 5, в, г) форма линий тока и изотерм меняется. Левая конвективная ячейка начинает увеличиваться, что приводит к деформации вихря в правой части. Скорости течения в вихревых структурах и температура в газовой полости растут. Тепловой “факел” смещается к правой стенке. Наблюдается прогрев стенок, расположенных справа от источника, а также охлаждение верхней стенки.

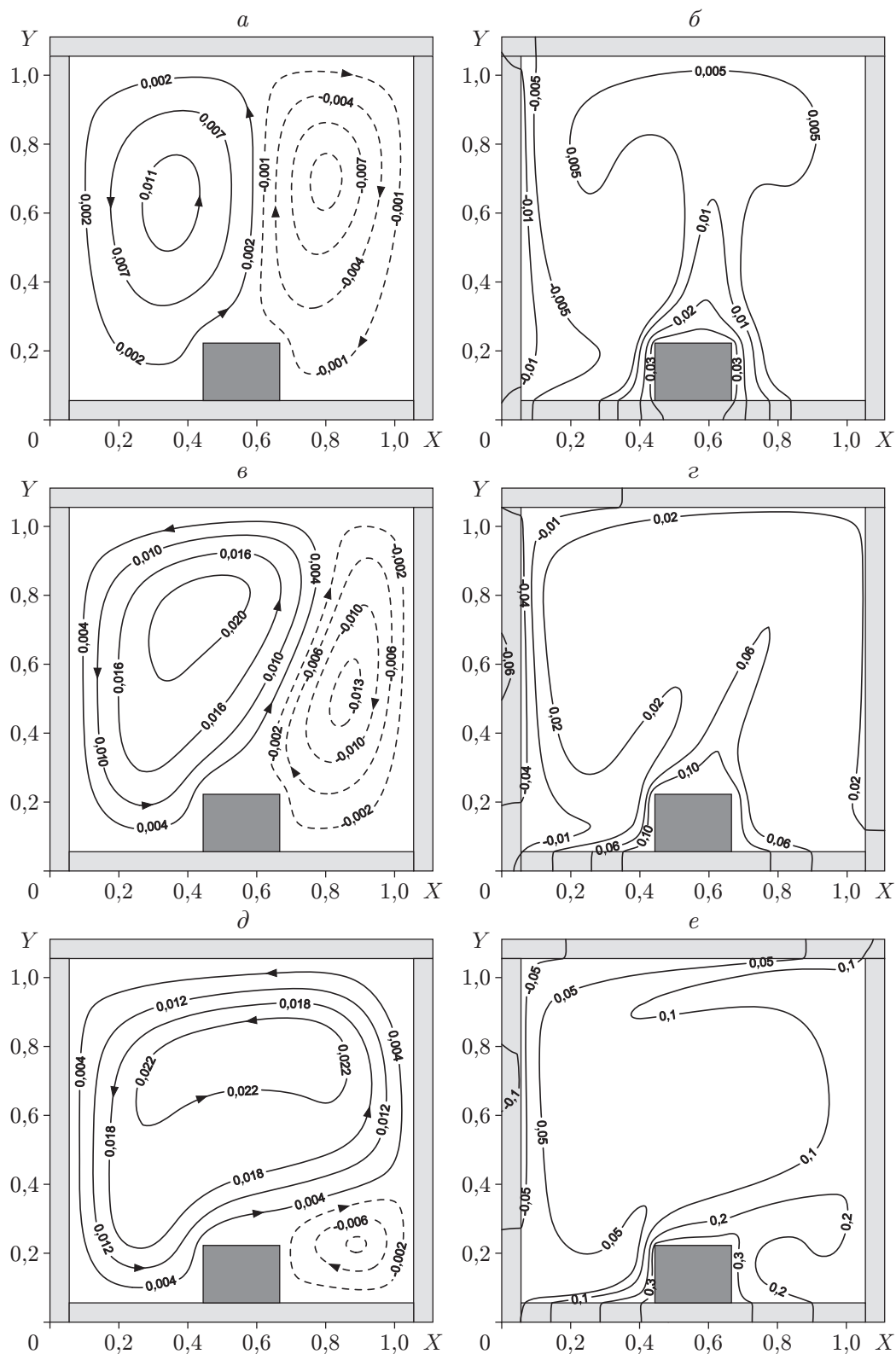


Рис. 5. Линии тока Ψ (а, в, д) и поля температуры Θ (б, г, е) при $Gr = 8 \cdot 10^6$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$:

а, б — $\tau = 60$, в, г — $\tau = 300$, д, е — $\tau = 700$; стрелки на линиях тока — направление движения газа; сплошные линии — левая ячейка, штриховые — правая ячейка

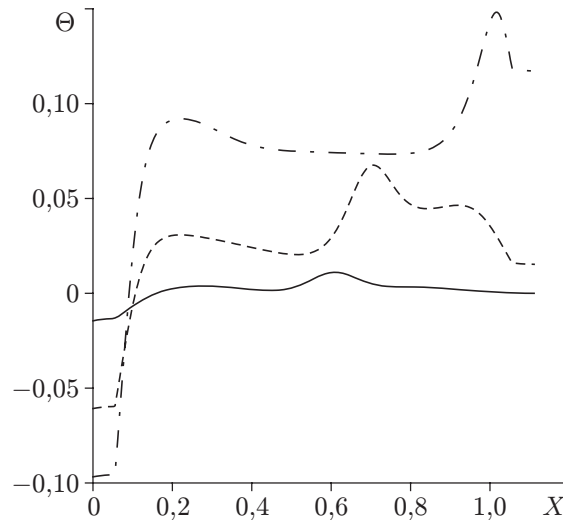


Рис. 6. Профили температуры в сечении $Y = 0,56$ при $Gr = 8 \cdot 10^6$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ в различные моменты времени:
сплошная линия — $\tau = 60$, штриховая — $\tau = 300$, штрихпунктирная — $\tau = 700$

Дальнейшее увеличение τ (см. рис. 5, *d, e*) приводит к интенсификации течения в левой циркуляционной зоне, что в свою очередь вызывает значительную деформацию правой конвективной ячейки. Значение безразмерной функции тока в ядре основного вихря увеличивается, при этом само ядро вытягивается вдоль горизонтальной оси. Поле температуры также изменяется. Наблюдается существенный прогрев зоны, расположенной справа от источника тепла. Области пониженной температуры сосредоточены в окрестности левой стенки. Необходимо отметить наличие типичного изгиба изотермы, соответствующей безразмерной температуре $\Theta = 0,05$, который обусловлен присутствием нисходящих холодных потоков газа. Эти потоки и являются причиной изменения положения теплового “факела”.

Увеличение временного промежутка (см. рис. 5) приводит к появлению гидродинамических структур, аналогичных структурам, формирующимся при уменьшении числа Грасгофа (см. рис. 2). Эти вихревые образования, по сути, имеют одну и ту же природу. В случае уменьшения плотности объемного тепловыделения увеличение размеров левой циркуляционной ячейки и соответственно деформация правой конвективной ячейки вызваны отсутствием на поверхности источника градиента температуры, способного препятствовать охлаждению газовой полости. При увеличении времени деформация правого вихря обусловлена существенным повышением температуры в правой части области решения и соответственно отсутствием градиента температуры, способного инициировать формирование конвективной ячейки.

На рис. 6 представлены профили температуры в сечении $Y = 0,56$ при $Gr = 8 \cdot 10^6$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ в различные моменты времени. Увеличение τ приводит к охлаждению как левой стенки, так и газа, расположенного вблизи ее поверхности. Максимумы температуры на рис. 6 соответствуют положению теплового “факела”. С увеличением τ тепловой “факел” сдвигается к правой стенке, что вызвано ее существенным прогревом. Наличие на каждом профиле зоны слева от “факела”, в которой температура резко уменьшается, обусловлено влиянием охлажденных нисходящих потоков вблизи левой стенки. Необходимо отметить, что рост временного параметра приводит к уменьшению толщины теплового пограничного слоя, который в рассматриваемой задаче является нестационарным.

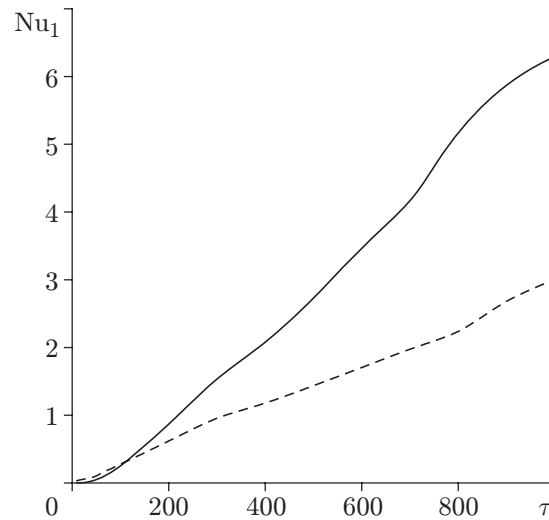


Рис. 7. Зависимость среднего числа Нуссельта от времени при $Gr = 8 \cdot 10^6$:
сплошная линия — $\lambda_{2,1} = 3,7 \cdot 10^{-2}$, штриховая — $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$

Проведен анализ влияния нестационарности на среднее число Нуссельта Nu_1 (рис. 7). При фиксированном значении относительной теплопроводности увеличение безразмерного времени приводит к росту обобщенного коэффициента теплообмена на поверхности $X = 0,06$, что обусловлено повышением градиента температуры на этой границе вследствие охлаждения левой стенки.

2.3. *Влияние относительной теплопроводности.* На рис. 8 представлены линии тока и поля температуры при $Gr = 8 \cdot 10^6$, $\tau = 900$ и различных значениях относительной теплопроводности $\lambda_{2,1}$. При $\lambda_{2,1} = 3,7 \cdot 10^{-2}$ (см. рис. 8, а, б) в режиме естественной конвекции, соответствующем значению $Gr = 8 \cdot 10^6$, в газовой полости формируются три вихря с различными направлением циркуляции и размерами. Увеличение теплопроводности материала стенки приводит к диссипации вихря, ранее располагавшегося в правом верхнем углу полости (см. рис. 8, в, г). При этом изменяется форма линий тока сохранившихся вихрей. Причиной таких изменений является различная степень прогрева рассматриваемой области. При $\lambda_{2,1} = 3,7 \cdot 10^{-2}$ (см. рис. 8, а, б) температура как в левой стенке, так и вблизи нее значительно уменьшается. Образование холодных нисходящих потоков газа вызывает изменение положения теплового “факела”. Увеличение теплопроводности материала стенки проявляется в существенном прогреве правой части рассматриваемой области (см. рис. 8, в, г). Тепловой “факел” также смещается в правую часть области. При этом зона пониженной температуры локализуется в центральной и верхней частях левой стенки.

На рис. 9 показано изменение температуры при увеличении коэффициента теплопроводности материала стенок. Увеличение λ_1 приводит к росту температуры как в стенках, так и в газовой полости. Это обусловлено не только повышением λ_1 , но и динамикой кондуктивного теплообмена в стенке, что является отличительной чертой сопряженных задач теплообмена. Так как твердый материал обладает большей термической инерционностью, чем газ, то, прогреваясь до определенной температуры, он начинает нагревать газ, движущийся вблизи поверхности. Таким образом, увеличение теплопроводности материала стенки приводит к более интенсивному прогреву газовой полости, обусловленному влиянием кондуктивной теплопередачи в стенке на конвективный теплообмен в газе.

Увеличение температуры в газовой полости с ростом λ_1 приводит к уменьшению градиента температуры на внутренних поверхностях стенок, что проявляется в уменьшении обобщенного коэффициента теплообмена (см. рис. 4, 7).

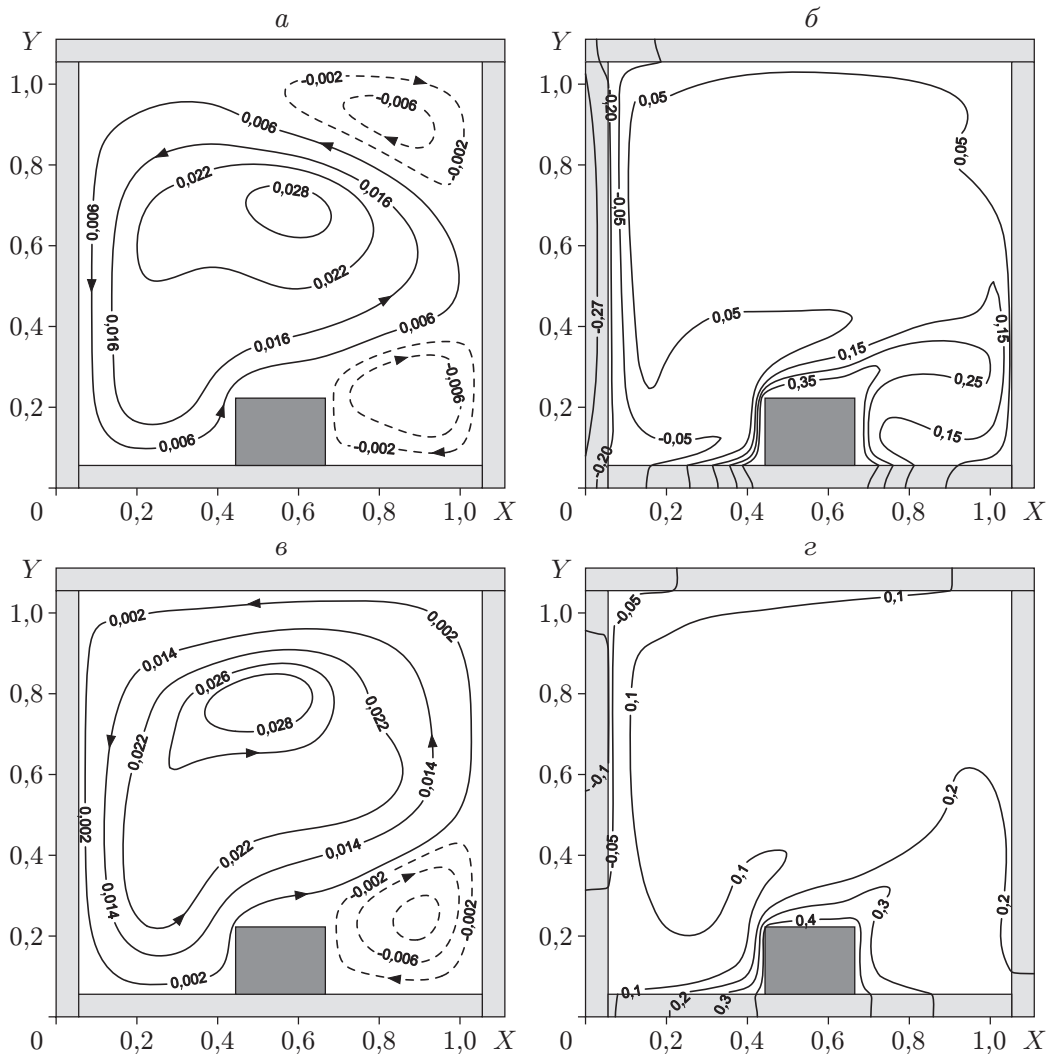


Рис. 8. Линии тока Ψ (а, в) и поля температуры Θ (б, г) при $Gr = 8 \cdot 10^6$, $\tau = 900$: а, б — $\lambda_{2,1} = 3,7 \cdot 10^{-2}$, в, г — $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$; стрелки на линиях тока — направление движения газа; сплошные линии — левая ячейка, штриховые — правая ячейка

2.4. *Влияние условий на источнике тепла.* Результаты, представленные выше, получены для источника с постоянной интенсивностью тепловыделения и в отличие от результатов, полученных в случае задания граничных условий первого рода на поверхности источника, представляют наибольший интерес с точки зрения практических приложений [6, 7]. Это обусловлено тем, что на практике доступной информацией является мощность прибора, а не зависимость температуры на поверхности источника от времени и других характеристик.

На рис. 10 представлены профили температуры в сечении $Y = 0,56$ при $Gr = 8 \cdot 10^6$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ в различные моменты времени ($\tau = 60, 100$) для двух моделей источника тепловыделения: с постоянной температурой (модель 1) и с постоянной интенсивностью тепловыделения (модель 2). В случае граничных условий первого рода при $\tau = 60$ температура источника тепла равна температуре на поверхности элемента с постоянной интенсивностью тепловыделения. Сравнение моделей проведено на начальном временном участке, что обусловлено возможностью более детальной оценки нестационарности и особенностями задач сопряженного теплопереноса. В случае сопряженных задач теплообмена

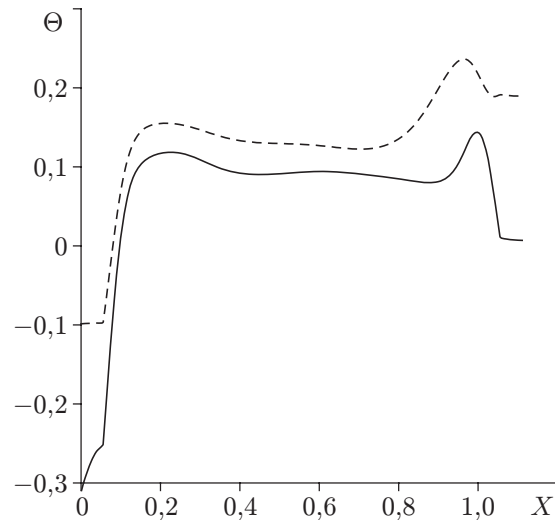


Рис. 9. Профили температуры в сечении $Y = 0,56$ при $Gr = 8 \cdot 10^6$, $\tau = 900$ и различных значениях $\lambda_{2,1}$:
сплошная линия — $\lambda_{2,1} = 3,7 \cdot 10^{-2}$, штриховая — $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$

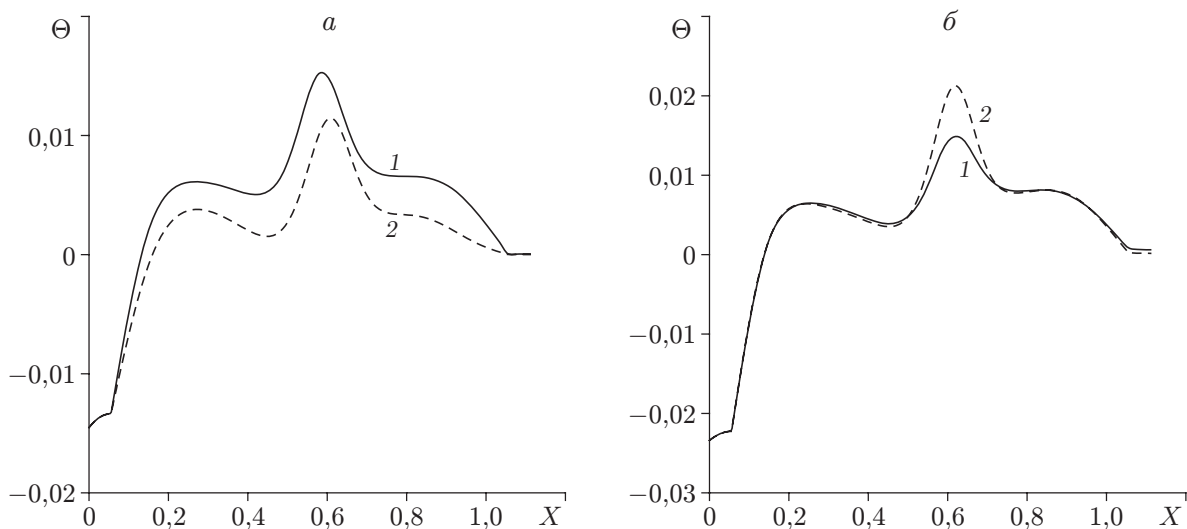


Рис. 10. Профили температуры в сечении $Y = 0,56$ при $Gr = 8 \cdot 10^6$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$ для двух моделей источника тепла:
 a — $\tau = 60$, b — $\tau = 100$; 1 — источник тепла с постоянной температурой, 2 — источник тепла с постоянной интенсивностью тепловыделения

со стенками, имеющими высокую термическую инерционность, получение стационарного режима затруднено [29].

В случае $\tau = 60$ газовая полость прогревается интенсивнее при использовании источника тепла с граничными условиями первого рода, что обусловлено наличием неизменно высокой температуры на поверхности тепловыделяющего элемента. При этом температура на поверхности источника с постоянной интенсивностью тепловыделения изменяется от нуля в начальный момент времени до соответствующей температуры в модели 1 при $\tau = 60$. Дальнейший рост τ приводит к увеличению температуры на поверхности источника в модели 2, что обуславливает более существенный прогрев газовой полости в случае использования источника с постоянной интенсивностью тепловыделения (см. рис. 10, б).

Проведенное сравнение результатов расчетов подтверждает предположение о существенном влиянии используемых граничных условий для тепловыделяющих элементов на распределение локальных характеристик в случае нестационарного течения.

Заключение. Численно решена сопряженная задача термогравитационной конвекции в замкнутой прямоугольной области при наличии локального элемента с постоянной интенсивностью тепловыделения, а также в условиях неоднородного теплообмена с внешней средой. Выявлены особенности течения и теплопереноса, соответствующие значениям определяющих параметров $Gr = 4 \cdot 10^6, 8 \cdot 10^6, 4 \cdot 10^7$, $Pr = 0,7$, $\lambda_{2,1} = 3,7 \cdot 10^{-2}; 5,7 \cdot 10^{-4}$. Проведен анализ влияния числа Грасгофа, нестационарности, теплопроводности материала твердых стенок, а также возможных условий моделирования источника тепла как на локальные термогидродинамические характеристики (линии тока и поля температуры), так и на интегральный параметр (среднее число Нуссельта на внутренних поверхностях твердых стенок). Установлено, что увеличение числа Грасгофа вследствие роста плотности объемного тепловыделения источника приводит к формированию устойчивого теплового “факела”, а также к уменьшению степени охлаждения газовой полости. Нестационарность не только определяет моменты формирования, развития и диссипации вихревых структур в газовой полости, но и характеризует термическую инерционность стенок. Увеличение теплопроводности материала стенок приводит к увеличению взаимовлияния кондуктивной теплопередачи в стенках и конвективного теплообмена в газе. Установлено, что граничные условия первого рода на источнике тепла не позволяют описать нестационарность процесса, кроме того, они являются менее информативными при моделировании реального тепловыделяющего элемента.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Nithyadevi N., Kandaswamy P., Lee J.** Natural convection in a rectangular cavity with partially active side walls // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2007. V. 50. P. 4688–4697.
2. **Kondratenko P. S., Nikolski D. V., Strizhov V. F.** Free-convective heat transfer in fluids with non-uniform volumetric heat generation // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2008. V. 51. P. 1590–1595.
3. **Лыков А. В.** Сопряженные задачи конвективного теплообмена / А. В. Лыков, А. А. Алексашенко, В. А. Алексашенко. Минск: Наука и техника, 1971.
4. **Yasin Varol, Hakan F. Oztop, Tuncay Yilmaz.** Natural convection in triangular enclosures with protruding isothermal heater // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2007. V. 50. P. 2451–2462.
5. **Ren-Tsung Huang, Wen-Junn Sheu, Chi-Chuan Wang.** Orientation effect on natural convective performance of square pin fin heat sinks // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2008. V. 51. P. 2368–2376.
6. **Bairi A.** Transient thermal characteristics of airborne electronic equipment with discrete hot bands in square cavities // Appl. Energy. 2008. V. 85. P. 951–967.
7. **Hong F. J., Cheng P., Ge H., Goh Teck Joo.** Conjugate heat transfer in fractal-shaped microchannel network heat sink for integrated microelectronic cooling application // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2007. V. 50. P. 4986–4998.
8. **Abdullatif Ben-Nakhi, Ali J. Chamkha.** Conjugate natural convection around a finned pipe in a square enclosure with internal heat generation // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2007. V. 50. P. 2260–2271.
9. **Muftuoglu A., Bilgen E.** Conjugate heat transfer in open cavities with a discrete heater at its optimized position // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2008. V. 51. P. 779–788.

10. **Nouanegue H., Muftuoglu A., Bilgen E.** Conjugate heat transfer by natural convection, conduction and radiation in open cavities // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2008. V. 51. P. 6054–6062.
11. **Sambamurthy N. B., Shaija A., Narasimham G. S. V. L., Krishna Murthy M. V.** Laminar conjugate natural convection in horizontal annuli // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2008. V. 29. P. 1347–1359.
12. **Bilgen E.** Conjugate heat transfer by conduction and natural convection on a heated vertical wall // Appl. Thermal Engng. 2009. V. 29. P. 334–339.
13. **Кузнецов Г. В., Шеремет М. А.** Об одном подходе к математическому моделированию тепловых режимов радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники // Микроэлектроника. 2008. Т. 37, № 2. С. 150–158.
14. **Kuznetsov G. V., Sheremet M. A.** Conjugate natural convection with radiation in an enclosure // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2009. V. 52, N 9/10. P. 2215–2223.
15. **Джалурия Й.** Естественная конвекция: Тепло- и массообмен. М.: Мир, 1983.
16. **Соковищин Ю. А.** Введение в теорию свободноконвективного теплообмена / Ю. А. Соковищин, О. Г. Мартыненко. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982.
17. **Martynenko O. G.** Free-convective heat transfer: with many photographs of flows and heat exchange / O. G. Martynenko, P. P. Khramtsov. Berlin: Springer Verlag, 2005.
18. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.
19. **Пасконов В. М.** Численное моделирование процессов тепло- и массообмена / В. М. Пасконов, В. И. Полежаев, Л. А. Чудов. М.: Наука, 1984.
20. **Роуч П.** Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.
21. **Самарский А. А.** Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
22. **Vahl Davis de G.** Natural convection of air in a square cavity: a bench numerical solution // Intern. J. Numer. Methods Fluids. 1983. V. 3, N 3. P. 249–264.
23. **Dixit H. N., Babu V.** Simulation of high Rayleigh number natural convection in a square cavity using the lattice Boltzmann method // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2006. V. 49. P. 727–739.
24. **Kaminski D. A., Prakash C.** Conjugate natural convection in a square enclosure effect of conduction on one of the vertical walls // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1986. V. 29. P. 1979–1988.
25. **Дульнев Г. Н.** Тепловые режимы электронной аппаратуры / Г. Н. Дульнев, Н. Н. Тарновский. М.: Энергия, 1971.
26. **Гончаров А., Негреба О.** Рекомендации по выбору теплового режима модулей питания // Компоненты и технологии. 2007. № 8. С. 120–123.
27. **Дульнев Г. Н.** Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре. М.: Высш. шк., 1984.
28. **Бирюлин Г. В., Егоров В. И., Попов Ю. Ю., Савинцева Л. А.** Тепловой режим микросборок // Исследования и разработки в области физики и приборостроения: Науч.-техн. вестн. С.-Петербур. гос. ун-та информ. технологий, механики и оптики. 2006. Вып. 31. С. 115–117.
29. **Кузнецов Г. В., Шеремет М. А.** Численное исследование сопряженной естественной конвекции несжимаемой жидкости в подогреваемой изнутри замкнутой области // Изв. РАН. Энергетика. 2007. № 6. С. 58–67.

*Поступила в редакцию 27/II 2009 г.,
в окончательном варианте — 13/VII 2009 г.*