

УДК 537.533.31

А. Л. Шабалин

УМЕНЬШЕНИЕ ФАЗОВОЙ ПЛОТНОСТИ В ПУЧКАХ С ВЫСОКОЙ ЯРКОСТЬЮ

Рассматриваются физические процессы, вызывающие увеличение виртуального размера эмиттера и уменьшение яркости в пучках заряженных частиц из точечных источников (автоэлектронные эмиттеры, ЭГД-источники ионов, ионные источники с полевой ионизацией). Увеличение виртуального размера эмиттера происходит из-за взаимного отталкивания хаотически расположенных частиц пучка. Результаты расчетов хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Введение. В последние годы интенсивно совершенствуются квазитоочечные ионные и электронные источники с высокой эмиссионной плотностью тока, в которых образование заряженных частиц происходит за счет процессов в сильных электрических полях — автоэлектронной эмиссии, полевого испарения ионов, полевой ионизации. Эти источники отличаются чрезвычайно высокой исходной яркостью

$$(1) \quad B = j_0 W / \pi T_0$$

(j_0 — эмиссионная плотность тока, W — энергия частиц, T_0 — температура частиц на поверхности эмиттера), которая имеет смысл величины тока, эмиттируемого с единичной площади в единичный телесный угол.

Выберем ось, вдоль которой распространяется пучок заряженных частиц, и построим фазовое пространство поперечных координат и поперечных импульсов. Каждая частица в этом четырехмерном пространстве будет изображаться точкой, объем, занимаемый облаком таких точек, называется эмиттансом пучка, а яркость B пропорциональна плотности точек в облаке. По теореме Лиувилля в отсутствие зависящих от времени полей фазовый объем и яркость одинаковы в любом сечении пучка. К сожалению, на практике оказывается, что при ускорении и транспортировке пучков фазовый объем, как правило, более или менее значительно увеличивается, а яркость снижается (исключение составляют электронные и позитронные пучки в накопителях, сильно охлаждающиеся за счет синхротронного излучения, что приводит, как следует из (1), к росту их яркости, а также протонные и антипротонные пучки при электронном и стохастическом охлаждении [1, 2]). Рассмотрим возможные причины увеличения фазового объема. На рис. 1, а показан типичный фазовый портрет

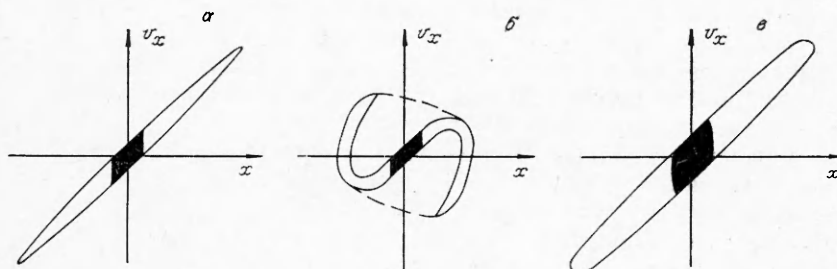


Рис. 1

пучка из ионного источника, а на рис. 1, б — тот же пучок, но прошедший через оптическую систему со сферической аберрацией. Хотя реальный фазовый объем пучка в этом случае не изменился, его фазовый портрет стал запутанным и эффективный фазовый объем, занимаемый пучком (показано штриховой линией), возрос в несколько раз. Соответственно уменьшилась и средняя яркость. Очевидно, этот случай не противоречит теореме Лиувилля, так как реальный фазовый объем пучка сохранился. Если же выделить центральную часть пучка (на рисунке закрашено черным), то не только реальный, но и эффективный фазовый объем этой части останется тем же.

Иная ситуация складывается, если происходит взаимное рассеяние частиц пучка или же в пучке развиваются колебания, в таком случае и условия теоремы Лиувилля перестают выполняться (появляются силы, зависящие от времени). При этом в процессе транспортировки фазовый объем пучка начинает разбухать, не меняя существенно своей формы (рис. 1, в). Если опять выделить центральную часть пучка, то ее фазовый объем также возрастет.

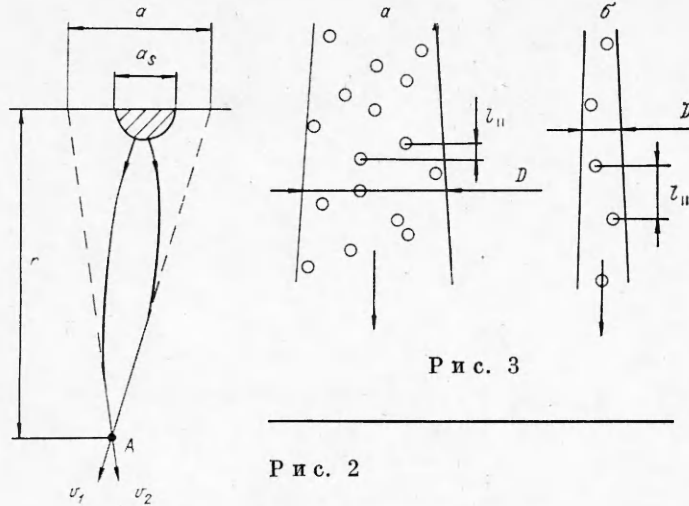
Таким образом, в первом случае рост эммитанса происходит из-за плохого качества ионно-оптической системы; он не является фундаментальным, так как в принципе можно построить ионно-оптическую систему, которая будет распутывать эммитанс, превращая пучок рис. 1, б обратно в пучок рис. 1, а, при этом яркость увеличится до первоначальной. И наоборот, во втором случае рост эммитанса, определяемый свойствами самого пучка, будет фундаментальным и яркость пучка рис. 1, в не может быть увеличена бездиссипативным способом.

В результате появления квазиточечных источников с высокой яркостью обнаружился ряд эффектов, характерных для ярких пучков и приводящих к фундаментальному снижению их яркости. Рассмотрим для примера ЭГД-эммитер ионов. Типичный радиус его эмиссионной зоны $r_0 \sim 2 \cdot 10^{-7}$ см [3], а температура ионов на поверхности эммитера $T_0 \sim 1$ эВ. Ионный пучок из ЭГД-эммитера быстро расширяется. Если предположить, что эммитанс пучка не увеличивается, то из-за расширения пучка на расстоянии $r = 20$ см от эммитера поперечная температура ионов должна уменьшиться до $T_{i\perp} = T_0(r_0/r)^2$ ($T_{i\perp} \sim 10^{-16}$ эВ). Очевидно, что малейший нагрев такого холодного пучка, например, за счет кулоновского расталкивания хаотически расположенных ионов приведет к резкому росту эммитанса.

Этот эффект, который удобно интерпретировать как рост виртуального размера источника, рассчитывался численно методом Монте-Карло в электронных и ионных пучках в [4 и 5] соответственно, однако в полученных результатах трудно выделить какие-либо зависимости. Попытка аналитического расчета роста виртуального размера (на наш взгляд, ошибочная) предпринята в [6]. Эффекты кулоновского расталкивания заряженных частиц рассмотрены также в [7]. В данной работе приводятся расчеты роста виртуального размера источника за счет кулоновского расталкивания хаотически расположенных заряженных частиц пучка и проводится сравнение с экспериментальными результатами. Ниже речь идет об ионных пучках, однако все рассуждения с таким же успехом можно применять и к пучкам электронов.

Теория. Дадим определение виртуального размера эммитера. Пусть точка A (рис. 2) расположена на большом расстоянии r от эммитера: $r \gg a_s$ (a_s — физический размер эммитера, эммитером можно считать и кроссовер пучка). Ионы, приходящие в эту точку, имеют угловой разброс $\theta \ll 1$ и виртуальный размер источника $a = \theta r = r \Delta v_{\perp} / v$ (Δv_{\perp} — максимальный разброс поперечных скоростей, v — полная скорость ионов).

Если в пучке отсутствуют электрические поля, то при свободном разлете ионов виртуальный размер источника не меняется ($a = \text{const}$) и с увеличением r значение Δv_{\perp} уменьшается. Теперь учтем собственное поперечное поле пучка, которое можно условно разделить на две составляющие: первая определяется полным пространственным зарядом пучка



Р и с. 3

Р и с. 2

(в предположении, что заряд равномерно «размазан») и вызывает упорядоченное расширение пучка, не приводящее к росту эмиттанса (для компенсации этого расширения достаточно слегка увеличить фокусирующее действие линзы), вторая — дискретностью заряда ионов и флуктуирует во времени, что приводит к росту эмиттанса.

Обозначая поперечное флуктуирующее поле как F_{\perp} , запишем изменение виртуального размера

$$(2) \quad da = \frac{r}{v} dv_{\perp F},$$

где $dv_{\perp F}$ — изменение поперечной скорости, вызванное флуктуирующим полем:

$$(3) \quad dv_{\perp F} = \frac{e}{m} F_{\perp} \frac{dr}{v},$$

e , m — заряд и масса иона (изменение продольной скорости, вызванное флуктуирующим полем F_{\parallel} , приводит к росту энергоразброса ионов [6, 8]).

Так как энергия ионов $mv^2/2 = eU$ (U — ускоряющее напряжение), из (2) и (3) имеем

$$(4) \quad da = \frac{F_{\perp}}{2U} r dr.$$

Для вычисления F_{\perp} рассмотрим два разных случая (рис. 3, а, б). В пучке на рис. 3, а среднее продольное расстояние между ионами $l_{\parallel} = ev/J$ (J — ионный ток) существенно меньше поперечного размера пучка и каждый ион движется в окружении облака других ионов. Назовем этот случай режимом «заряженного облака». В пучке на рис. 3, б, наоборот,

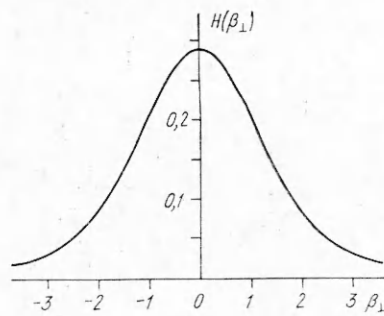
$$(5) \quad l_{\parallel} \gg D$$

(D — диаметр пучка) и ионы движутся поодиночке, друг за другом, в так называемом «одиночном» режиме. Очевидно, что значения F_{\perp} в этих двух случаях будут существенно разными.

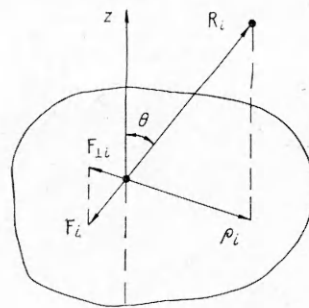
Для вычисления F_{\perp} в режиме заряженного облака воспользуемся результатами [9], где приведена функция распределения вероятности $p(|F|)$ для модуля гравитационного поля в облаке случайно расположенных звезд плотностью n . Так как электрические силы также меняются как r^{-2} , результаты [9] пригодны и для облака заряженных частиц:

$$p(|F|) = H(\beta)/F^*, \quad F^* = 2\pi(4/15)^{2/3} en^{2/3}, \quad \beta = |F|/F^*,$$

$$H(\beta) = \frac{2}{\pi\beta} \int_0^{\infty} \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta}\right)^{3/2}\right] x \sin x dx.$$



Р и с. 4



Р и с. 5

Для функции распределения вероятности компоненты поля F_{\perp} сложные выкладки дают

$$H(\beta_{\perp}) = \frac{1}{2} \int_{\beta_{\perp}}^{\infty} \frac{H(\beta)}{\beta} d\beta \quad (\beta_{\perp} = F_{\perp}/F^*).$$

Функция $H(\beta_{\perp})$ рассчитана численно, ее график приведен на рис. 4.

В сфокусированном пучке яркость плавно спадает от центра к краям, причем профиль плотности тока в основном совпадает с функцией $H(\beta_{\perp})$ (рис. 4). За размер эмиттера примем диаметр, на котором плотность тока падает в 2 раза по отношению к центру. Так как ширина функции $H(\beta_{\perp})$ на полувысоте равна примерно 3, из (4) имеем

$$(6) \quad da = \frac{3F^*}{2U} r dr.$$

При свободном расширении пучка с угловой интенсивностью I из точечного источника выражение (6) можно переписать как

$$(7) \quad da = 3\pi \left(\frac{4}{15}\right)^{2/3} \left(\frac{mI^2}{2U^4}\right)^{1/3} \frac{dr}{r^{1/3}}$$

или

$$(8) \quad a_0 = \frac{9\pi}{15^{2/3}} \left(\frac{mI^2}{U^4}\right)^{1/3} (r_2^{2/3} - r_1^{2/3})$$

(r_1, r_2 — расстояния от источника, между которыми происходит рост виртуального размера).

Интегрируя выражение (7), подразумеваем, что при движении пучка плотность ионов плавно уменьшается, а их относительное расположение не меняется, т. е. перемешивания ионов не происходит. Если же ионы перемешиваются, то сила, действующая на какой-либо ион, хаотически меняется по величине и направлению, и выражение (8) становится неверным. Рассмотрим основные причины, которые могут приводить к перемешиванию ионов.

Во-первых, ион под действием флуктуирующего поля F приобретает скорость и начинает двигаться относительно остальных ионов, т. е. происходит переход потенциальной энергии взаимодействия ионов в тепловую энергию их хаотического движения. Характерное время перехода $\tau \sim \omega^{-1}$ ($\omega = (4\pi ne^2/m)^{1/2}$ — частота ленгмюровских колебаний (плазменная частота)). Так как плотность пучка все время меняется, то набег фазы плазменных колебаний оценивается по формуле

$$(9) \quad \Delta\varphi = \int \omega(t) dt.$$

До тех пор, пока $\Delta\varphi \ll 1$, можно считать, что ионы практически не сместились со своих позиций, и перемешивания не произошло. Перемешивание

наступает, когда $\Delta\varphi \sim 1$. Вычисляя интеграл (9), находим

$$\Delta\varphi = \left(\frac{2m}{e}\right)^{1/4} \frac{J^{1/2}}{\alpha U^{3/4}} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Здесь α — апертурный угол; r_1, r_2 — расстояния от источника, между которыми считается набег фазы. Для рассмотренного ниже электронного пучка $J = 1$ мкА, $U = 20$ кВ, $\alpha = 3 \cdot 10^{-3}$ рад, $\Delta\varphi = 0,034 \ln(r_2/r_1)$. Перемешивание наступает при $r_2/r_1 = \exp(0,034^{-1}) = 6 \cdot 10^{12}$, т. е. эффектом перемешивания за счет взаимного отталкивания можно заведомо пренебречь. Похожие результаты получаются и в других рассмотренных нами примерах.

Однако если два иона окажутся очень близко друг к другу (на расстоянии $l \ll n^{-1/3}$), то они будут сильно отталкиваться и быстро разлетятся, в результате чего действующая на них сила уменьшится. Это приводит к тому, что «хвосты» функции распределения ионов по поперечным скоростям спадают значительно быстрее, чем у функции $H(\beta_{\perp})$ ($H(\beta_{\perp}) \sim \beta_{\perp}^{-5/2}$ при $\beta_{\perp} \rightarrow \infty$).

Во-вторых, перемешивание ионов может происходить из-за разницы их продольных скоростей, обусловленной конечным энергоразбросом. Несложно показать, что при малой разности скоростей взаимное смещение Δl двух ионов, пролетевших расстояние r , имеет вид $\Delta l = \Delta W/2W$ (ΔW — энергоразброс). Перемешивание наступает, когда взаимное смещение становится порядка среднего расстояния между ионами, т. е. $\Delta l \sim n^{-1/3}$. Оценки, выполненные для различных случаев, показывают, что этим эффектом также можно, как правило, пренебречь.

И наконец, перемешивание может происходить из-за неанізотропного расширения ионного пучка. Выберем систему координат, движущуюся вместе с ионным пучком, в центре которой находится какой-нибудь «пробный» ион, а ось z направлена вдоль оси пучка (рис. 5). Если ионное облако расширяется изотропно, то скорость i -го «полевого» иона в этой системе координат

$$(10) \quad \mathbf{v}_i = A\mathbf{R}_i,$$

где A — константа; \mathbf{R}_i — радиус-вектор i -го иона (эта ситуация похожа на расширение Вселенной, причем A — аналог постоянной Хаббла). При таком расширении нормированное поле β в каждой точке не меняется ни по величине, ни по направлению, уменьшается только нормировочный множитель F^* . Именно для данного случая и получено решение (8). Пучок же расширяется только в поперечном направлении, а вдоль оси z расстояние между ионами не меняется.

Будем считать, что плотность падает только из-за изотропного расширения (10), на которое накладывается движение

$$(11) \quad u_{zi} = -Az_i, \quad u_{\rho i} = A\rho_i/2.$$

Здесь z_i, ρ_i — координаты i -го «полевого» иона в цилиндрической системе координат, причем константы в (11) подобраны так, чтобы анизотропное движение не меняло среднюю плотность пучка. Полная скорость i -го иона

$$(12) \quad \mathbf{V}_i = \mathbf{v}_i + \mathbf{u}_i, \quad V_{zi} = 0, \quad V_{\rho i} = \frac{3}{2} A\rho_i,$$

т. е. суммарное движение (12) правильно описывает расширение пучка в движущейся системе координат.

Оценим скорость изменения поперечного электрического поля \mathbf{F}_{\perp} в точке расположения «пробного» иона только за счет неанізотропного движения (11) (вектор \mathbf{F}_{\perp} лежит в плоскости, перпендикулярной оси z). Так как одно и то же поле \mathbf{F}_{\perp} может создаваться разными конфигурациями «полевых» ионов, то и скорость его изменения $\mathbf{f}_{\perp} = d\mathbf{F}_{\perp}/dt$ также может быть различной. Не будем искать функцию распределения вероятности $p(\mathbf{F}_{\perp}, \mathbf{f}_{\perp})$, которая определяет вероятность того, что поле \mathbf{F}_{\perp} изменяется

со скоростью $\dot{\mathbf{f}}_{\perp}$, а найдем характерную скорость изменения поля \mathbf{F}_{\perp} . Очевидно, что $\mathbf{F}_{\perp} = e \sum \frac{\rho_i}{R_i^3}$, где ρ_i — вектор в плоскости, перпендикулярной оси z (см. рис. 5), а сумма берется по всем «полевым» ионам. Тогда

$$(13) \quad \dot{\mathbf{f}}_{\perp} = e \sum \left(\frac{1}{R_i^3} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} - 3 \frac{\rho_i}{R_i^4} \frac{\partial R_i}{\partial t} \right).$$

Так как рассматриваем только неизотропное движение (11), то

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \frac{A}{2} \rho_i, \quad \frac{\partial R_i}{\partial t} = u_{\rho i} \sin \theta_i + u_{z i} \cos \theta_i = A \left(\frac{\rho_i}{2} \sin \theta_i - z_i \cos \theta_i \right)$$

и (13) можно переписать как

$$\dot{\mathbf{f}}_{\perp} = eA \sum \left(\frac{1}{2} \frac{\rho_i}{R_i^3} - \frac{3}{2} \frac{\rho_i}{R_i^3} \frac{\rho_i}{R_i} \sin^2 \theta_i + 3 \frac{\rho_i}{R_i^3} \frac{z_i}{R_i} \cos \theta_i \right)$$

или

$$(14) \quad \dot{\mathbf{f}}_{\perp} = eA \sum \frac{\rho_i}{R_i^3} \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \theta_i + 3 \cos^2 \theta_i \right).$$

Подставляя в (14) среднее по телесному углу значение \sin^2 и \cos^2 , имеем

$$(15) \quad \dot{\mathbf{f}}_{\perp} = \frac{A}{2} e \sum \frac{\rho_i}{R_i^3} = \frac{A}{2} \mathbf{F}_{\perp}.$$

Разумеется, выражение (15) не претендует на большую точность, а дает некоторое типичное значение для $\dot{\mathbf{f}}_{\perp}$.

Среднее время жизни τ ионной конфигурации с напряженностью поля \mathbf{F}_{\perp} можно оценить как $\tau = F_{\perp}/f_{\perp} = 2/A$. За это время «полевой» ион, имевший координату ρ_1 , удалится на расстояние

$$\rho_2 = \rho_1 + V_{\rho} \tau = \rho_1 + \frac{3}{2} A \rho_1 \tau = 4\rho_1,$$

т. е. пучок полностью перемешивается, расширившись в 4 раза. Очевидно, что этим перемешиванием пренебречь нельзя.

Для учета перемешивания представим ситуацию, когда путь, проходимый пучком, разбит на отрезки $[r_n; r_{n+1}]$, причем на каждом из них нормированное поле $\hat{\rho}_{\perp}$, действующее на «пробный» ион, одно и то же, а при переходе на другой участок оно меняется случайным образом. Тогда увеличение виртуального размера]

$$(16) \quad a = \sqrt{\sum a_n^2}$$

(a_n — увеличение виртуального размера на n -м участке, рассчитанное по формуле (8)).

Найдем сумму (16) для случая, когда каждый предыдущий отрезок в ξ раз больше следующего, т. е. $|r_n - r_{n+1}|/|r_{n+1} - r_{n+2}| = \xi$ ($\xi = 4$). Выберем первый отрезок от r_{\max} до r_{\max}/ξ , второй — от r_{\max}/ξ до r_{\max}/ξ^2 и т. д. Тогда из (8), (16) находим

$$a^2 = \left(a_0 - \frac{a_0}{\xi^{2/3}} \right)^2 + \left(\frac{a_0}{\xi^{2/3}} - \frac{a_0}{\xi^{4/3}} \right)^2 + \dots$$

или

$$(17) \quad a^2 = a_0^2 \left[\left(1 - \xi^{-2/3} \right)^2 + \frac{\left(1 - \xi^{-2/3} \right)^2}{\xi^{4/3}} + \frac{\left(1 - \xi^{-2/3} \right)^2}{\left(\xi^{4/3} \right)^2} + \dots \right].$$

Суммируя прогрессию (17), получаем

$$(18) \quad a/a_0 = \left(1 - \xi^{-2/3} \right) / \sqrt{1 - \xi^{-4/3}}.$$

Некоторые значения функции (18) приведены в таблице. Таким образом, учет неизотропности расширения пучка приводит к замедлению

ξ	a/a_0	ξ	a/a_0	ξ	a/a_0
1,1	0,18	3	0,59	5	0,70
2	0,48	4	0,66	6	0,73
				10	0,80

роста виртуального размера, а именно: результат, рассчитанный по формуле (8), необходимо умножить на коэффициент 0,66.

Теперь оценим поперечное электрическое поле F_{\perp} в «одионочном» режиме: $F_{\perp}(r) \sim \frac{e}{l_{\parallel}^2} \frac{D}{l_{\parallel}}$. Если рассмотреть два пучка с одинаковой угло-

вой интенсивностью, но один узкий (одионочный режим), а другой широкий (режим заряженного облака), то отношение поперечных флукутуирующих полей в этих пучках на одинаковом расстоянии r от эмиттера $F_{\perp}(r)/F^*(r) \sim (r/r^*)^{7/3}$. Здесь r^* — расстояние, на котором узкий пучок перейдет из «одионочного» режима в режим заряженного облака: $r^* = l_{\parallel}/2\alpha$.

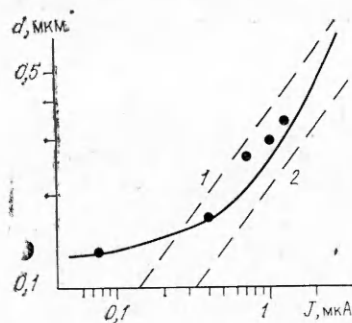
Таким образом, в «одионочном» режиме, когда выполняется неравенство (5), поперечные флукутуирующие поля в пучке резко уменьшаются, что приводит к подавлению роста виртуального размера источника.

Сравнение с экспериментом. Как следует из (8), основное увеличение виртуального размера происходит не вблизи, а на большом расстоянии от источника, т. е. конечный виртуальный размер существенным образом зависит от конструкции конкретной ионно- (или электронно-) оптической колонны. Рассмотрим три примера. В [4] численно методом Монте-Карло рассчитан рост виртуального размера автоэлектронного эмиттера и проведены эксперименты по его измерению. В [10] измерялся виртуальный размер ЭГД-эмиттера ионов, а в [11, 12] предложен проект ионно-оптической колонны для источника ионов с полевой ионизацией.

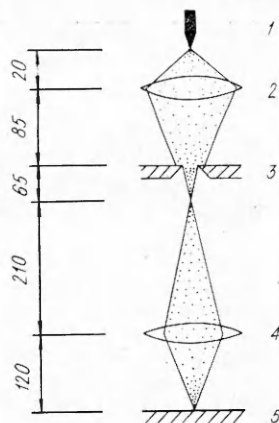
Автоэлектронный эмиттер. В [4] использовалась однолинзовая колонна с полной длиной 21,5 см, увеличением $M = 2,5$, апертурным углом на мишени $\alpha = 3 \cdot 10^{-3}$ рад, энергией электронов $eU = 20$ кэВ. Так как взаимное расположение электронов в пучке до и после линзы одинаковое, то суммарный виртуальный размер получается как сумма виртуальных размеров до линзы и после нее, а не как корень квадратный из суммы квадратов. На рис. 6 приведены данные [4] для диаметра пучка на мишени (точки — эксперимент, сплошная кривая — расчет методом Монте-Карло) и результаты расчетов по формулам (8), (18). Так как в [4] не указано, на какой высоте измерялся диаметр пучка, расчеты проведены для диаметра на полувысоте $a_{0,5}$ и для диаметра на высоте 1/10 от максимальной $a_{0,1}$ (штриховые линии 2 и 1 соответственно). При больших токах результаты расчетов неплохо согласуются с экспериментальными, при малых диаметр пучка определяется другими причинами (видимо, хроматической аберрацией), а вклад виртуального размера пренебрежимо мал.

ЭГД-источник ионов. Виртуальный размер ЭГД-источника измерялся в [10] в колонне, описание конструкции которой приведено в [13]. В этой колонне пучок ионов галлия ускоряется до энергии $eU = 50$ кэВ и с угловой интенсивностью $I = 75$ мкА/рад² проходит расстояние $r \approx \approx 7,5$ см до апертурной диафрагмы. На данном участке и происходит рост виртуального размера, так как после диафрагмы пучок движется в «одионочном» режиме. Расчетное значение виртуального размера источника в такой колонне $a_{0,5} = 22$ нм неплохо согласуется с экспериментальным 40 ± 20 нм [10]. Эти расчеты проделаны также в [8]. Яркость ЭГД-источника измерялась и в [14], однако авторы [14] получили яркость на порядок ниже, чем в [10], видимо, из-за аберраций на сетках, которые они использовали.

Ионный источник с полевой ионизацией. Измерения виртуального размера ионных источников с полевой ионизацией не проводились, от-



Р и с. 6



Р и с. 7

мечается только, что он должен быть весьма мал [15]. В [11] приведено описание конструкции источника с полевой ионизацией, а в [12] предложен проект ионно-оптической колонны для него. Для расчета виртуального размера источника использовалась схема ионно-оптической колонны (рис. 7), воспроизведенная по [11, 12].

Энергия ионов в колонне 50 кэВ, причем ускорение пучка происходит на первом участке длиной 20 мм от иглы 1 до ускоряющей линзы 2. Угловая интенсивность на первом участке $I = 15$ мкА/рад², для тока пучка после апертурной диафрагмы 3 взяты два крайних значения: $J_{\min} = 2 \cdot 10^{-10}$ А и $J_{\max} = 5 \cdot 10^{-9}$ А. При полном токе источника ($J_0 = 10^{-8}$ А) ионы от иглы до апертурной диафрагмы будут двигаться в режиме заряженного облака. После апертурной диафрагмы картина меняется. В кроссовере, где пучок узкий, ионы движутся в одиночном режиме, а вдали от кроссовера — в режиме заряженного облака. На участках 85, 65 и 210 мм до второй линзы 4 $I = 840$ мкА/рад², и несложные расчеты показывают, что при токе пучка J_{\min} смена режима происходит на расстоянии $r^* = 320$ см от кроссовера, а при J_{\max} — на расстоянии $r^* = 2,6$ см. Таким образом, можно считать, что при J_{\min} рост виртуального размера происходит только до апертурной диафрагмы, а при J_{\max} — почти на всем протяжении колонны. Предполагая точность источника и отсутствие каких-либо aberrаций, с учетом увеличения оптической системы несложно получить размер сфокусированного пучка на мишени 5: $d = 28$ нм при $J_{\min} = 2 \cdot 10^{-10}$ А, $d = 96$ нм при $J_{\max} = 5 \cdot 10^{-9}$ А, т. е. только за счет роста виртуального размера источника плотность тока в сфокусированном пучке не может превысить 32 А/см² в первом случае и 69 А/см² во втором вместо ожидаемых нескольких сотен ампер на квадратный сантиметр [12]. Однако ситуация не так плоха, как кажется на первый взгляд.

Во-первых, наши расчеты могут оказаться неточными, так как необходимые параметры ионно-оптической колонны приходится определять из имеющихся косвенных данных. Во-вторых, видны пути подавления роста виртуального размера. Для этого нужно выбирать такой ток пучка, чтобы всюду после апертурной диафрагмы ионы двигались в одиночном режиме, а апертурную диафрагму располагать ближе к источнику. Для уменьшения влияния начального участка, где реализуется режим заряженного облака, увеличение оптической системы должно быть как можно меньше.

Таким образом, эффект роста виртуального размера эмиттера за счет кулоновского отталкивания хаотически расположенных ионов играет важную роль при формировании пучков из квазиточечных источников с высокой яркостью. Для автоэлектронных и ЭГД-эмиттеров результаты расчета хорошо согласуются с экспериментальными, а для газовых источников с полевой ионизацией предсказывается заметный рост виртуального размера в процессе ускорения и транспортировки. Однако ситуация

некатастрофическая, и при правильном проектировании ионно-оптических колонн с учетом этого эффекта рост виртуального размера может быть в значительной степени подавлен.

Автор выражает благодарность профессору В. Г. Дудникову за обсуждения и ценные замечания.

Приложение. Наиболее подробно процедура измерения виртуального размера описана в [10], где в резисте экспонировались линии при разных линейных дозах. Виртуальный размер источника определялся по соотношению их ширины. В этом случае, очевидно, представляет интерес функция распределения вероятности компоненты электрического поля β_{\perp} , направленной вдоль оси, перпендикулярной пучку и направлению сканирования (так называемое одномерное распределение Хольтцмака). Выбирая ось z вдоль этой компоненты, имеем $\beta_{\perp} = \beta \cos \theta$. Вероятность появления поля β_{\perp}

$$dW(\beta_{\perp}) = H(\beta) d\beta \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{4\pi}.$$

Подставляя $\sin \theta d\theta = d\beta_{\perp}/\beta$ и интегрируя, получаем

$$dW(\beta_{\perp}) = \frac{d\beta_{\perp}}{2} \int_{\beta_{\perp}}^{\infty} \frac{H(\beta)}{\beta} d\beta.$$

Распределение плотности тока в сфокусированном пятне определяется функцией распределения вероятности компоненты поля β_{ρ} , лежащей в плоскости, перпендикулярной оси пучка (так называемое двумерное распределение Хольтцмака). Выбирая ось z вдоль пучка, имеем $\beta_{\rho} = \beta \sin \theta$. Вероятность появления поля β_{ρ}

$$dW(\beta_{\rho}) = H(\beta) d\beta \frac{2\pi \sin \theta d\theta}{4\pi}.$$

Подставляя $d\theta = d\beta_{\rho}/(\beta \cos \theta)$ и интегрируя, находим

$$dW(\beta_{\rho}) = \frac{1}{2} \beta_{\rho} d\beta_{\rho} \int_{\beta_{\rho}}^{\infty} \frac{H(\beta) d\beta}{\beta \sqrt{\beta^2 - \beta_{\rho}^2}}.$$

Координата ρ иона в плоскости пятна пропорциональна β_{ρ} , и распределение плотности тока $j(\beta_{\rho}) \sim dW(\beta_{\rho})/(2\pi\beta_{\rho}d\beta_{\rho})$.

Функция $H(\beta_{\perp})$ имеет полную ширину на полувысоте чуть меньше 3, $j(\beta_{\rho})$ — около 2,8. Поэтому при расчетах виртуального размера $a_{0,5}$ можно пользоваться любой из них. Однако асимптотика этих функций существенно разная. Так как трехмерное распределение Хольтцмака $H(\beta) \sim \beta^{-5/2}$ при больших β (это несложно показать, предполагая, что большие напряженности поля создаются одним близко расположенным ионом), то $H(\beta_{\perp}) \sim \beta_{\perp}^{-5/2}$ и $j(\beta_{\rho}) \sim \beta_{\rho}^{-7/2}$.

Таблицы и графики одно-, двух- и трехмерных распределений Хольтцмака можно найти в [16], там же приведены более удобные формулы для расчета этих функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Будкер Г. И., Скринский А. Н. Электронное охлаждение и новые возможности в физике элементарных частиц // УФН.— 1978.— Т. 124, № 4.
2. Ван дер Меер С. Стохастическое охлаждение и накопление антипротонов // УФН.— 1985.— Т. 147, № 2.
3. Шабалин А. Л. О размере эмиссионной зоны электрогидродинамического эмиттера понов // ДАН СССР.— 1988.— Т. 303, № 2.
4. Groves T., Hammond D. L., Kuo H. Electron-beam broadening effects caused by discreteness of space charge // J. Vac. Sci. Technol.— 1979.— V. 16, N 6.
5. Ward J. W. A Monte Carlo calculation of the virtual source size for a LMIS // J. Vac. Sci. Technol.— 1985.— V. B3, N 1.
6. Knauer W. Energy broadening in field emitted electron and ion beams // Optik.— 1981.— Bd 56, N 4.
7. Jansen G. H. Coulomb interaction in particle beam // NIM.— 1990.— V. A298, N 1—3.

8. Дудников В. Г., Шабалин А. Л. Эволюция распределения ионов по импульсам в электрогидродинамических эмиттерах ионов // ЖТФ.— 1990.— Т. 60, № 4.
9. Chandrasekhar S. // Rev. Mod. Phys.— 1943.— V. 15, N 1.
10. Kamuro M., Kanayama T., Hiroshima H., Tanoue H. Measurement of virtual crossover in liquid gallium ion source // Appl. Phys. Lett.— 1983.— V. 42, N 10.
11. Lewis G. N., Paik H., Mioduszewski J., Siegel B. M. A hydrogen field ion source with focusing optics // J. Vac. Sci. Technol.— 1986.— V. B4, N 1.
12. Lewis G. N., Mioduszewski J., Weiner D., Siegel B. M. An ion beam lithography system for nanolithography with a focused H_2^+ ion probe // J. Vac. Sci. Technol.— 1988.— V. B6, N 1.
13. Kamuro M. Ion beam exposure apparatus using a liquid metal source // Thin Solid Films.— 1982.— V. 92, N 1/2.
14. Alton G. D., Read P. M. Emittance measurements of gallium liquid-metal ion sources // NIM.— 1991.— V. B54, N 1—3.
15. Blackwell R. J., Kubby J. A., Lewis G. N., Siegel B. M. Experimental focused ion beam system using a gaseous field ion source // J. Vac. Sci. Technol.— 1985.— V. B3, N 1.
16. Ward J. W., Kubena R. L., Utlaut M. W. Transverse thermal velocity broadening of focused beams from liquid ion sources // J. Vac. Sci. Technol.— 1988.— V. B6, N 6.

г. Новосибирск

Поступила 20/VI 1991 г.

УДК 534.1: 539.3

В. М. Богомольный

К РАСЧЕТУ ЭЛЕКТРОСТРИКЦИОННОГО ЭФФЕКТА В ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ СЕГНЕТОКЕРАМИЧЕСКИХ ОБОЛОЧКАХ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

При действии постоянного сильного электрического поля на сегнетокерамику в неполярной фазе в ней возникает поляризация и существенно меньшее электрическое поле возбуждает гармонические колебания [1]. Применение электрострикционной керамики обеспечивает линейную (без гистерезиса) зависимость механических деформаций от электрического поля, что имеет значение при создании адаптивных оптических систем и устройств микропозиционирования [2]. Интерес к электрострикционной керамике вызван также возможностью создания устойчивых форм параметрических колебаний [3, 4].

Как следует из эксперимента, сжатие сегнетокерамики в направлении, перпендикулярном вектору поляризации, в 1,8—2 раза увеличивает коэффициент электромеханической связи. Поэтому, а также с целью расширения диапазона рабочих частот и увеличения прочности сегнетокерамику армируют металлом, создавая в ней предварительные напряжения сжатия. При изготовлении пьезопреобразователей создают предварительные механические усилия от одной трети до половины эксплуатационной нагрузки.

Рассмотрим цилиндрическую оболочку из сегнетокерамики, на которой за счет разности температур снаружи закреплена тонкая металлическая оболочка. При этом между отдельными слоями возникает предварительное нормальное контактное давление $\bar{q}_n = \text{const}$. К наружным поверхностям сегнетокерамики с координатами $z = \pm h/2$ (h — толщина оболочки) кроме постоянных \bar{V} приложены переменные электрические потенциалы $\vec{V} = \vec{V}_0 \exp(i\omega t)$ ($\bar{V} \gg \vec{V}$).

1. Уравнения электрострикционного эффекта относительно периодических по времени механических деформаций и электрических величин имеют вид [1]

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \varepsilon_1 &= s_{11}^E \sigma_1 + s_{12}^E \sigma_2 + s_{13}^E \sigma_3 + 2Q_{12} \bar{E}_3 \vec{E}_3, \\ \varepsilon_2 &= s_{11}^E \sigma_2 + s_{12}^E \sigma_1 + s_{13}^E \sigma_3 + 2Q_{12} \bar{E}_3 \vec{E}_3, \\ \varepsilon_3 &= s_{13}^E (\sigma_1 + \sigma_2) + s_{33}^E \sigma_3 + 2Q_{11} \bar{E}_3 \vec{E}_3, \end{aligned}$$