

УДК 532.52

ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСТЯЖЕНИЯ И ПЛАСТИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КУМУЛЯТИВНЫХ СТРУЙ

А. В. Бабкин, С. В. Ладов, В. М. Маринин, С. В. Федоров

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, 107005 Москва

Представлены результаты физико-математического моделирования, полученные в рамках механики сплошных сред с помощью численного решения двумерной осесимметричной нестационарной задачи динамического деформирования сжимаемого упругопластического стержня переменного сечения. Расчетным путем выявлены зависимости количественных характеристик растяжения и разрыва кумулятивной струи (коэффициенты предельного и инерционного удлинения, количество отдельных элементов при разрыве) от параметров струи и характеристик ее материала. Приведено сопоставление полученных зависимостей с экспериментальными данными для пластически разрушающихся струй из меди и ниобия, предложено физическое объяснение их характера.

Введение. В работах [1, 2] рассмотрены физико-математические модели деформирования кумулятивной струи (КС) на стадии равномерного растяжения, предшествующей развитию процесса шейкообразования на КС и ее разрыву на отдельные безградиентные элементы. В этих моделях элемент КС представлен как цилиндрический стержень, растягивающийся при постоянном значении лагранжева градиента осевой скорости. Указанные модели ввиду одномерного характера не дают ответа на основные вопросы: каким образом и когда происходит переход от стадии равномерного растяжения (инерционной) к развитию шеек на КС [1], как происходит формирование отдельных безградиентных элементов, каким образом геометрические и кинематические параметры элементов КС и характеристики ее материала влияют на основные количественные характеристики растяжения и разрыва пластически разрушающихся КС?

В настоящей работе представлены результаты физико-математического моделирования процесса растяжения и пластического разрушения КС в более общей по сравнению с моделями [1, 2] постановке, полученные в рамках механики сплошных сред с помощью численного решения двумерной осесимметричной нестационарной задачи динамического деформирования сжимаемого упругопластического стержня переменного сечения.

По-видимому, первыми работами, в которых была предпринята попытка именно такого подхода к исследованию деформирования КС, являются работы [3, 4], выполненные на основе лагранжева конечно-разностного метода Уилкинса [5].

Основные отличия настоящей работы от перечисленных выше заключаются в следующем. Процесс деформирования элементов КС рассматривался от момента их образования в результате схлопывания соответствующих элементов кумулятивной облицовки до момента пластического разрушения с формированием отдельных безградиентных элементов, что потребовало доработки лагранжева конечно-разностного метода [5] и расширения его возможностей на случай больших деформаций. В результате расчетов определялись количественные характеристики растяжения и разрушения КС: коэффициент предельного удлинения $n_{пр}$, коэффициент инерционного удлинения $n_{и}$ и зависящая от общего числа N образующихся после разрыва КС отдельных элементов относительная начальная длина a_0 участка струи, формирующего после пластического разрушения отдельный безградиент-

ный элемент. В итоге обобщения результатов численных расчетов выявлены зависимости количественных характеристик растяжения и разрыва от параметров КС и характеристик ее материала, которые сопоставлены с экспериментальными данными для пластически разрушающихся струй из меди и ниобия, полученными одним из авторов в середине 70-х гг. В заключение предложено физическое объяснение характера этих зависимостей. Приведенные в настоящей статье расчетно-теоретические результаты получены в середине 80-х гг.

Основное содержание физико-математической модели. В основных чертах предлагаемая физико-математическая модель имеет много общего с моделью [3, 4]. Задача рассматривается в следующей постановке.

Исследуется растяжение выделенного из струи элемента, ограниченного плоскими сечениями с фиксированной лагранжевой осевой координатой z_0 в системе координат, связанной с одним из торцов этого элемента. Предполагается, что материал струи является сжимаемой упругоидеальнопластической средой. Осесимметричное деформирование элемента КС при его растяжении в цилиндрической системе координат (r, θ, z) описывается системой уравнений, включающей дифференциальные уравнения неразрывности, движения, энергии, кинематические соотношения, уравнение состояния для описания сжимаемости материала, уравнения пластического течения Прандтля — Рейсса с условием пластичности Мизеса для описания механического поведения материала, соотношения взаимосвязи тензоров полных напряжений, шарового тензора и девиатора напряжений, а также дифференциальные уравнения для расчета текущих эйлеровых координат индивидуальных точек среды [5].

Начальные условия для задачи растяжения выделенного из КС элемента (в дальнейшем расчетного элемента) задавались следующим образом. В связи с малостью длины l_0 выделяемого элемента по сравнению с общей длиной КС в качестве начального распределения осевой скорости задавалось линейное распределение $u_z = \dot{\epsilon}_{z0} z_0$, определяемое локальным значением начального градиента осевой скорости $\dot{\epsilon}_{z0} = u_0/l_0$ (u_0 — перепад осевой скорости между ограничивающими расчетный элемент плоскими сечениями). В отличие от работ [3, 4] начальные условия для радиальной скорости, компонент тензоров напряжений, девиатора напряжений и давления принимались аналогично [2] соответствующими начальному градиенту осевой скорости $\dot{\epsilon}_{z0}$ на основании кинематических и динамических соотношений [1]. В качестве дополнительного начального условия задавалось начальное возмущение $r_c = r_c(z)$ формы боковой поверхности относительно цилиндрической с радиусом R_0 .

Граничные условия в рассматриваемой модели растягивающегося элемента КС задавались исходя из необходимости моделирования условий его деформирования в составе струи (условия симметрии на торцах элемента) с учетом наличия свободной от напряжений боковой поверхности и оси симметрии [3–5].

Особенности численного решения двумерной нестационарной задачи деформирования высокоградиентного стержня переменного сечения с большими деформациями до разрыва. Особенности численного решения задачи динамического деформирования высокоградиентного стержня переменного сечения до момента его пластического разрушения определяются большими деформациями, испытываемыми элементами струи к моменту разрыва [1]. В таких условиях для численного расчета рассматриваемого процесса с одновременным решением задачи определения характеристик растяжения и разрушения КС практически исключено прямое применение лагранжева конечно-разностного метода [5], как это сделано в работах [3, 4], ввиду существенных искажений разностной сетки и ухудшения аппроксимации дифференциальных уравнений разностными (для типичного случая соотношение осевого и радиального размеров лагранжевой сет-

ки в процессе расчета меняется на два порядка). В связи с этим в настоящей работе при численном моделировании конечно-разностный метод [5] использовался в сочетании с алгоритмом перестройки сетки, позволяющим непрерывно обеспечивать аппроксимацию исходной дифференциальной задачи разностной и тем самым расширяющим возможности лагранжева подхода на случай расчета течений с большими деформациями. Сущность алгоритма перестройки разностной сетки заключается в периодическом восстановлении ее регулярности, в ряде случаев связанном с увеличением числа узлов сетки. При этом выполнялся принцип перестройки [6], касающийся неизменности положения узлов сетки, находящихся на границе расчетной области. В данном случае это ограничение выполнялось применительно к свободной боковой поверхности расчетного элемента. Проверка алгоритма перестройки разностной сетки проводилась путем многочисленных тестовых расчетов.

Обоснование подхода к расчетному определению количественных характеристик растяжения и разрыва КС. В [3, 4] особенности процесса растяжения КС изучались посредством анализа развития начальных возмущений формы боковой поверхности $r_c = r_c(z)$ элемента КС относительно цилиндрической. Получаемые с помощью такого подхода результаты применительно к процессу растяжения КС качественно вполне адекватно отображают основные его физические особенности.

Так, в [3, 4] расчет развития начальных гармонических поверхностных возмущений

$$r_c = R_0 + A_0 \cos(2\pi z_0/l_0) \quad (1)$$

при растяжении элемента КС, рассматриваемого как упругопластический стержень, предсказывает развитие неустойчивости процесса деформирования и образование шейки по ослабленному плоскому сечению с осевой лагранжевой координатой $z_0 = l_0/2$. Развитие шейки сопровождается перераспределением осевой и радиальной скоростей по длине элемента КС, локализацией деформирования в области шейки, формированием безградиентных областей с соответствующим прекращением движения в радиальном направлении и завершается разделением рассматриваемого элемента на две движущиеся с различными скоростями безградиентные части в момент достижения шейкой нулевого радиуса [7]. Подобный характер деформирования и разрушения хорошо соответствует экспериментальным данным для пластически разрушающихся КС [1], что позволяет использовать предложенный в работах [3, 4] подход при численном моделировании процесса растяжения КС и определении его количественных характеристик в зависимости от параметров струи и физико-механических характеристик ее материала. Из [3, 4] следует также, что причиной развития шейкообразования при растяжении элементов КС являются внутренние напряжения в струе, связанные с упругопластическими свойствами ее материала. Поэтому неустойчивость, развивающуюся на естественным образом деформирующейся КС на стадии образования шеек, по-видимому, можно рассматривать как пластическую неустойчивость.

В настоящей работе при численном моделировании использовались экспериментальные данные для медных струй, сформированных лабораторными 50-миллиметровыми кумулятивными зарядами. На рис. 1, а приведена схема подобного заряда из флегматизированного гексогена с баратоловой линзой и кумулятивной облицовкой постоянной толщины с углом раствора 50° .

Кинематические параметры формируемой таким зарядом КС определялись методом «меченой струи», предложенным В. М. Титовым в 1956 г. Цифрами 1–6 на рис. 1, а обозначены положения меток из вольфрамового порошка, наносимых на внутреннюю поверхность кумулятивной облицовки с помощью шеллачно-канифольного лака, а цифра 7 соответствует ее основанию, из которого формируется хвостовой элемент струи. С помощью импульсной рентгенографической съемки определялись осевые скорости движения помеченных

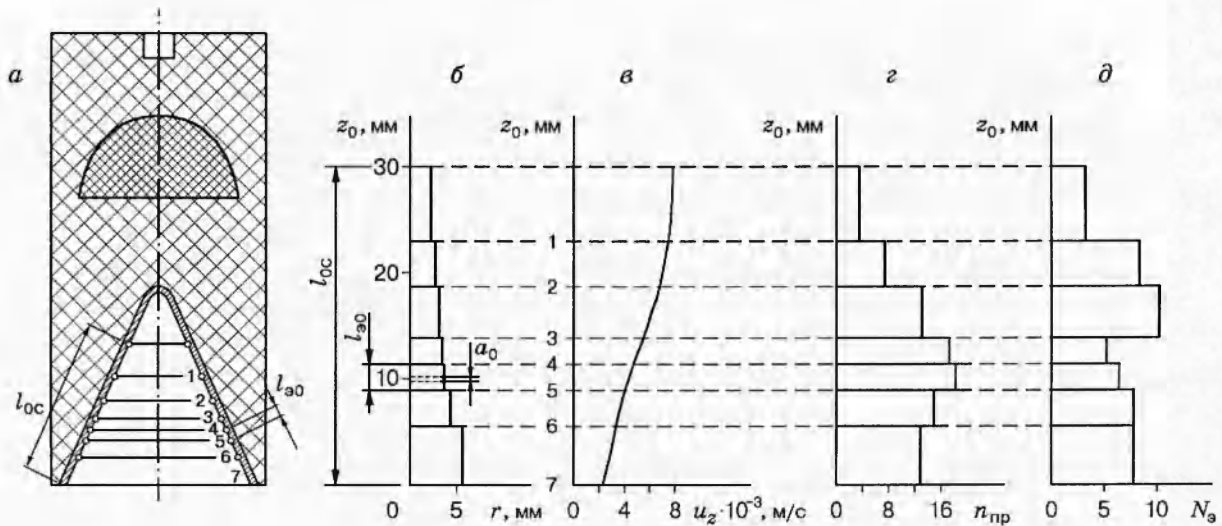


Рис. 1

вольфрамовыми метками элементов КС, образующихся из соответствующих элементов 1–7 кумулятивной облицовки. При этом в каждом опыте использовалось не более двух меток, расположенных достаточно далеко друг от друга для исключения их взаимного влияния. На рис. 1, б в координатах $r - z_0$ приведена начальная конфигурация КС от данного заряда, где начальная длина l_{30} выделяемых метками элементов струи соответствует расстоянию по образующей между этими метками (см. рис. 1, а), а l_{0c} — начальная длина КС, равная длине образующей кумулятивной облицовки. На рис. 1, в показано зафиксированное в эксперименте распределение осевой скорости u_z движения элементов КС. На рис. 1, г приведены значения коэффициента предельного удлинения $n_{пр}$, на рис. 1, д — количество отдельных безградиентных элементов N_3 , на которые разделились соответствующие участки КС после пластического разрушения. Значения $n_{пр} = l_3/l_{30}$ и N_3 определялись путем сопоставления рентгенограмм полностью разорванной непомеченной КС с пространственно-временной $(z - t)$ -диаграммой движения ее помеченных элементов, что позволяло осуществлять «привязку» участков разорванной струи по их общей длине l_3 и числу отдельных элементов N_3 к определенному элементу начальной конфигурации струи и его начальной длине l_{30} . Например, элемент КС, образованный участком облицовки, заключенным между метками 4 и 5 (в дальнейшем элемент 4–5), имеет начальные радиус $R_0 = 3,5$ мм, длину $l_{30} = 2,4$ мм, градиент осевой скорости $\dot{\epsilon}_{z0} = (u_{z4} - u_{z5})/l_{30} = 3,18 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$ и пластически разрушается при коэффициенте предельного удлинения $n_{пр} = 17,8$ на число отдельных безградиентных элементов $N_3 = 6$. В предположении одинаковой длины отдельных элементов может быть определена начальная длина a_0 участка КС, образующего после пластического разрушения отдельный элемент: $a_0 = l_{30}/N_3$. Напротив, при известной длине a_0 число отдельных элементов, образующихся при разрыве участка КС с начальной длиной l_{30} , определяется как $N_3 = l_{30}/a_0$. В общем случае (величина a_0 переменная) количество отдельных элементов, образующихся при разрыве всей струи, определяется интегральным

выражением $N = \int_0^{l_{0c}} \frac{dz_0}{a_0}$ или его дискретным аналогом

$$N = \sum_1^k l_{30i}/a_{0i}, \quad (2)$$

где k — количество участков КС, в пределах которых величину a_0 можно считать постоянной (для экспериментальных результатов на рис. 1 $k = 7$).

В соответствии с изложенным принципом экспериментального определения количественных характеристик разрушения КС при численном моделировании они определялись следующим образом.

Количество отдельных безградиентных элементов, образующихся при разрыве струи или участков струи, находилось согласно (2) с использованием расчетной зависимости начальной длины a_0 участка КС, формирующего после пластического разрушения отдельный элемент, от параметров струи. Коэффициент предельного удлинения $n_{пр} = a_k/a_0$ (a_k — конечная длина этого элемента после пластического разрушения). Расчетным путем определялся коэффициент инерционного удлинения по моменту времени t_n начала развития пластической неустойчивости и локализации деформирования в области шеек. Поскольку с начала растяжения элемента КС до этого момента времени его деформирование происходит равномерно с сохранением близкой к цилиндрической формы, коэффициент инерционного удлинения может быть получен из кинематической зависимости $n_n = 1 + \dot{\epsilon}_{z0}t_n$, справедливой для градиентного растяжения цилиндрического стержня [1].

При расчетном определении количественных характеристик растяжения и разрушения КС существенным является выбор начального поверхностного возмущения $r_c = r_c(z)$, инициирующего впоследствии развитие пластической неустойчивости. Экспериментальным путем получить параметры поверхностных возмущений, имеющих на реальных КС в момент формирования их элементов, очевидно, невозможно. Отсутствуют и теоретические подходы к их оценке. В связи с этим основным требованием к задаваемому начальному поверхностному возмущению является независимость или слабая зависимость характеристик n_n , $n_{пр}$, a_0 (или N_z , N) от параметров этого возмущения. Для гармонического поверхностного возмущения (1) это требование не выполняется, так как в этом случае из струи заранее выделяется расчетный элемент длины l_0 и предполагается, что из него образуется только один отдельный элемент после пластического разрушения, т. е. заранее предопределяется одна из характеристик разрушения $a_0 = l_0$. Необходимо использование начального возмущения, параметры которого в минимальной степени влияют на расчетные значения количественных характеристик растяжения КС.

Такое начальное поверхностное возмущение задавалось в виде суммы гармонических возмущений с одинаковой амплитудой A_{i0} и различной длиной волны l_0/i :

$$r_c = R_0 + \sum_{i=1}^8 A_{i0} \cos(2\pi zi/l_0), \quad (3)$$

причем минимальная длина волны $l_0/8$ выбиралась не превышающей экспериментальной начальной длины a_0 . Максимальное отклонение формы элемента от цилиндрической с радиусом R_0 имеет место на торцах и определяет максимальную амплитуду возмущения $A_0 = 8A_{i0}$. Для разностной сетки с начальным числом узлов по оси $m_z = 17$ (впоследствии увеличивающимся в соответствии с алгоритмом перестройки сетки) отклонения формы для средней части расчетного элемента не превышают A_{i0} .

В процессе численного расчета растяжения элемента КС с начальным возмущением (3) проводился численный гармонический анализ формы боковой поверхности расчетного элемента КС. По моменту t_n прекращения равномерного деформирования элемента КС и начала развития наиболее быстро растущих возмущений определялся коэффициент инерционного удлинения.

На рис. 2, а–д для моментов времени $\bar{t} = \dot{\epsilon}_{z0}t = 6,4; 9,6; 16,6; 17,7; 20,0$ приведены конфигурации части расчетного элемента $0 \leq z_0 \leq l_0/2$ и распределения по осевой координате

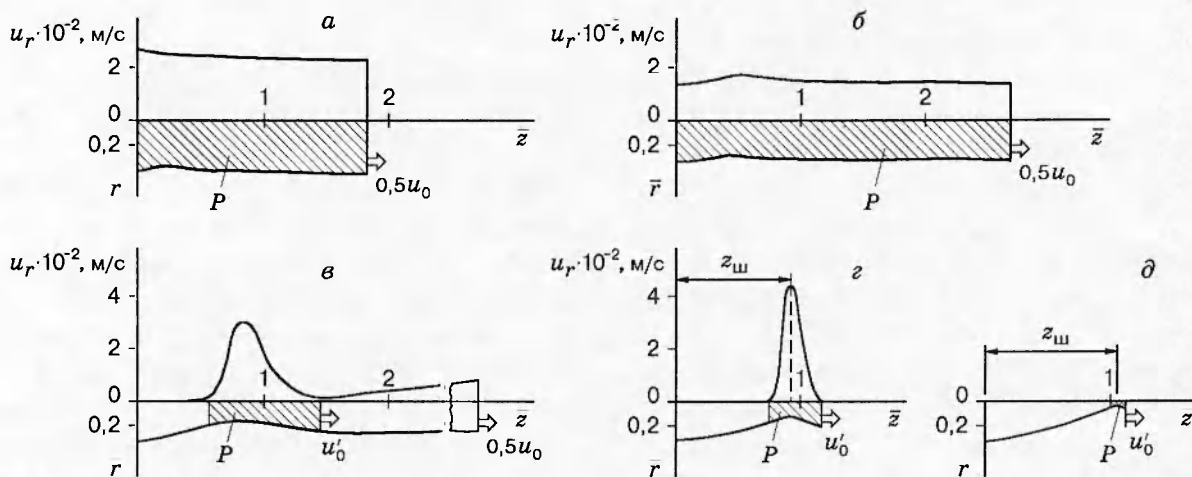


Рис. 2

радиальной скорости u_r его боковой поверхности ($r = r/R_0$, $z = z/R_0$). До момента времени $t_{\text{н}} = 9,6$ распределение скорости имеет равномерный характер (рис. 2, а). При $t \geq t_{\text{н}}$ начинает развиваться пластическая неустойчивость и проявляется процесс локализации деформации с постепенным формированием в районе торца $z_0 = 0$ отдельного элемента (рис. 2, б). С обеих сторон развивающейся шейки образуются безградиентные области, на которых u_r близка к нулю. Так как образующиеся при локализации деформации безградиентные участки перемещаются с постоянной во времени осевой скоростью u_z [7], а их пластическое деформирование прекращается, эти участки не рассматривались при расчете дальнейшего развития шейки. На их границах ставились новые граничные условия в скоростях $u_r = 0$ и $u_z = u'_0$, где u'_0 — расчетная осевая скорость движения частиц элемента на образующихся безградиентных участках (рис. 2, в). По мере увеличения размеров безградиентных участков расчетная область P (заштрихована) постоянно уменьшалась (рис. 2, г), узлы разностной сетки концентрировались в области шейки, что позволяло проводить расчет до образования шейки очень малого радиуса и тем самым моделировать пластическое разрушение КС (рис. 2, д). Значения осевой лагранжевой координаты шейки $z_{\text{ш}} = a_0/2$ и ее эйлеровой координаты $z_{\text{ш}} = a_{\text{к}}/2$ в момент пластического разрушения позволяли определить относительную начальную длину $a_0 = a_0/R_0$ участка КС, формирующего отдельный элемент, и коэффициент предельного удлинения $n_{\text{пр}} = a_{\text{к}}/a_0$.

Как показали расчеты, использование в качестве одного из начальных условий поверхностного возмущения (3), инициирующего развитие пластической неустойчивости, не предопределяет значения характеристик растяжения и разрыва КС. Так, при изменении геометрических и кинематических параметров элемента КС и физико-механических свойств материала в широких пределах и при одном и том же начальном поверхностном возмущении (относительное максимальное отклонение от цилиндрической формы $A_0 = A_0/R_0 = 0,05$, относительная длина расчетного элемента $l_0 = l_0/R_0 = 0,50 \div 0,67$) полученные расчетные значения характеристик растяжения и разрыва изменяются в следующих пределах: $n_{\text{пр}} = 7,3 \div 37,4$, $n_{\text{н}} = 4,0 \div 12,2$, $a_0 = 0,06 \div 0,42$. Напротив, изменение параметров возмущения A_0 и l_0 в достаточно широких пределах влияет на количественные характеристики разрыва одного и того же в физическом отношении элемента КС (неизменность начального радиуса, градиента осевой скорости, характеристик материала и т. п.) достаточно слабо. Например, изменение длины расчетного элемента l_0 в 2 раза

приводит к изменению $n_{\text{пр}}$ не более чем на 10 % и к изменению \bar{a}_0 менее чем на 20 %. Изменению амплитуды возмущения в пределах $A_0 = 0,025 \div 0,075$ соответствует изменение характеристик разрыва менее чем на 10 %.

Для выяснения подобной относительной инвариантности определяемых с помощью начального поверхностного возмущения (3) характеристик растяжения и разрыва КС проводился анализ эволюции гармонических поверхностных возмущений вида (1). Как показал анализ развития начального возмущения (3), к началу стадии образования шеек участкам струи с относительной начальной длиной \bar{a}_0 соответствуют участки струи с относительной длиной $a_{\text{и}}/R_{\text{и}} = (a_0/R_0)n_{\text{и}}^{1,5}$ [1], практически равной длине волны наиболее быстро растущего на этой стадии гармонического поверхностного возмущения, где $R_{\text{и}}$ — радиус элемента КС в начале стадии образования шеек. Расчетные значения относительных длин волн наиболее быстро растущих на данной стадии гармонических возмущений оказались близкими к значению, равному трем, полученному в [3, 4]. Для таких возмущений реализуются минимальные по сравнению с другими длинами волн коэффициенты предельного удлинения, т. е. развитие этих возмущений на струе «выгодно» прежде всего с энергетической точки зрения, так как обеспечивается минимум диссипации энергии при пластическом деформировании элементов КС. Объяснение же причин слабого влияния амплитуды начального поверхностного возмущения на характеристики разрыва содержится в результатах другой серии расчетов по исследованию эволюции поверхностных гармонических возмущений (1). Обнаружено, что на инерционной стадии растяжения элемента КС гармонические возмущения не только не развиваются, но и частично подавляются, причем возмущения с большей начальной амплитудой подавляются сильнее, в результате к началу стадии образования шеек происходит некоторое выравнивание относительных амплитуд.

Влияние параметров КС и физико-механических характеристик материала на количественные характеристики растяжения и разрыва КС. Расчеты количественных характеристик растяжения и разрыва КС показали, что определяющими параметрами этого процесса являются геометрический параметр — начальный радиус элемента КС R_0 , кинематический параметр — начальный градиент осевой скорости $\dot{\epsilon}_{z0}$ и физико-механические характеристики материала КС — плотность ρ_0 и предел текучести Y_0 , в то время как влиянием характеристик упругости (модуля сдвига G) и сжимаемости (модуля объемного сжатия K) материала КС можно пренебречь. Из последнего замечания следует, что характер зависимости характеристик разрыва КС несколько отличается от характера зависимости параметров колебательного процесса, происходящего в КС на стадии ее равномерного деформирования и во многом определяемого значением модуля объемного сжатия материала КС [2]. Подобное отличие можно объяснить принципиально различным характером процесса радиальных колебаний на ранней стадии растяжения КС и процесса развития пластической неустойчивости на стадии образования шеек. Причиной первого является сжимаемость и инерционность материала, в то время как развитие пластической неустойчивости — чисто деформационный процесс, происходящий при уровне внутренних напряжений, имеющих порядок предела текучести, и слабом проявлении свойства сжимаемости.

С учетом данного обстоятельства и на основании теории размерностей значения характеристик растяжения и разрыва КС должны определяться значением одного безразмерного комплекса, например комплекса $\bar{U} = Y_0/(\rho_0 \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2)$, характеризующего соотношение пластических и инерционных сил [2]. Следует отметить, что использование подобного комплекса в качестве определяющего характеристики разрыва КС предлагалось и ранее, например в [8], работах Ю. И. Фадеенко и Л. А. Мержиевского второй половины 60-х гг.

С целью подтверждения определяющей роли безразмерного комплекса \bar{U} и установле-

№ п/п	Элемент	R_0 , мм	$\dot{\epsilon}_{z0} \cdot 10^{-5}$, с ⁻¹	ρ_0 , кг/м ³	$Y_0 \cdot 10^{-8}$, Па	U^{-1}	a_0	$n_{и}$	$n_{пр}$
1	1-2	2,4	1,69	8900	2	7,32	0,261	5,13	11,2
2	1-2	2,4	1,69	8900	4	3,66	0,331	4,4	8,9
3	1-2	2,4	1,69	8900	6	2,44	0,422	4,06	7,35
4	2-3	2,8	2,56	8900	2	22,9	0,127	7,42	18,4
5	2-3	2,8	2,56	8900	4	11,4	0,189	6,14	14,3
6	2-3	2,8	2,56	8900	6	7,62	0,214	4,92	12,4
7	3-4	3,2	2,86	8900	2	37,3	0,105	9,63	21,1
8	3-4	3,2	2,86	8900	4	18,7	0,143	6,7	16,9
9	4-5	3,5	3,18	8900	1	110,3	0,060	12,2	37,4
10	4-5	3,5	3,18	8900	2	55,1	0,089	10,6	23,3
11	4-5	3,5	3,18	8900	3	36,8	0,106	9,4	20,4
12	4-5	3,5	3,18	8900	4	27,6	0,123	7,5	18,7
13	4-5	3,5	3,18	8900	5	22,1	0,125	7,4	18,4
14	4-5	3,5	3,18	8900	6	18,4	0,142	6,9	16,9
15	4-5	3,5	3,18	8900	10	11,0	0,184	6,25	14,4
16	4-5	3,5	3,18	2700	2	16,7	0,152	7,36	16,4
17	—	3,5	1,59	8900	2	13,8	0,185	5,94	14,6
18	4-5	1,75	3,18	8900	0,5	55,1	0,087	10,6	23,3
19	5-6	4,1	1,86	8900	2	25,9	0,118	8,19	18,9
20	5-6	4,1	1,86	8900	4	13,0	0,189	6,18	14,0
21	5-6	4,1	1,86	8900	6	8,63	0,222	5,32	12,3

ния характера и вида зависимостей $n_{пр} = f_1(\bar{U})$, $n_{и} = f_2(\bar{U})$, $\bar{a}_0 = f_3(\bar{U})$ проводились численные расчеты при изменении всех четырех его составляющих в соответствии с изложенным выше подходом к определению характеристик растяжения и разрыва КС.

В таблице приведены исходные данные и результаты численных расчетов для 21 варианта значений R_0 , $\dot{\epsilon}_{z0}$, ρ_0 и Y_0 . Цифры во второй графе указывают, какому выделенному метками элементу КС 50-миллиметрового лабораторного кумулятивного заряда на рис. 1 соответствуют начальные значения R_0 и $\dot{\epsilon}_{z0}$.

Статистическая обработка представленных в таблице результатов расчетов подтвердила существование практически жесткой функциональной зависимости между характеристиками растяжения и разрыва КС и безразмерным комплексом \bar{U} . С коэффициентами корреляции не ниже 0,98 расчетные результаты в логарифмических координатах аппроксимируются линейными функциями, соответствующими степенным зависимостям

$$n_{и} = 2,78(\rho_0 \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2 / Y_0)^{0,32}; \quad (4)$$

$$n_{пр} = 5,38(\rho_0 \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2 / Y_0)^{0,39}; \quad (5)$$

$$\bar{a}_0 = 0,65(Y_0 / (\rho_0 \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2))^{0,51}. \quad (6)$$

При этом (6) фактически не отличается от выражения $\bar{a}_0 = a_0 / R_0 = 0,65 \sqrt{Y_0 / (\rho_0 \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2)}$, откуда следует, что начальная длина отдельного элемента a_0 не зависит от начального радиуса струи и определяется некоторым характерным перепадом скорости между ограничивающими его плоскими сечениями $\Delta u_z = \Delta u_{кр} = \dot{\epsilon}_{z0} a_0 = 0,65 \sqrt{Y_0 / \rho_0}$, зависящим от прочности и плотности материала КС. С учетом этого и на основании соотношения (2) можно найти число отдельных элементов, образующихся при пластическом разрушении части КС, ограниченной плоскими сечениями с лагранжевыми осевыми координатами z_{01} и z_{02} , движущимися с осевыми скоростями u_{z1} и u_{z2} :

$$N_{12} = \int_{z_{01}}^{z_{02}} \frac{dz_0}{a_0} = \int_{z_{01}}^{z_{02}} \frac{dz_0 \dot{\epsilon}_{z0}}{\Delta u_{кр}} = \frac{u_{z2} - u_{z1}}{\Delta u_{кр}}. \quad (7)$$

Если считать, что u_{z1} — скорость головного элемента КС, а u_{z2} — скорость ее «хвоста», из (7) следует формула для определения общего числа N отдельных элементов, образующихся при разрушении всей КС. Нетрудно видеть, что полученные путем аппроксимации результатов численных расчетов зависимости (6), (7) вполне соответствуют так называемой концепции критической массовой скорости [9, 10].

Сравнение расчетных результатов с экспериментальными данными. Полученные расчетным путем зависимости (5)–(7) (коэффициента предельного удлинения $n_{пр}$, относительной начальной длины \bar{a}_0 отдельных элементов КС, их числа по участкам КС N_s или общего числа N) сравнивались с экспериментальными данными по разрыву пластически разрушающихся медных и ниобиевых струй [11].

Аппроксимация экспериментальных данных (43 варианта для медных КС, сформированных лабораторными 50-миллиметровыми кумулятивными зарядами, различающимися составом снаряжения, конструкцией линзового узла, толщиной и углом раствора кумулятивной облицовки, и 9 вариантов для ниобиевой КС) степенными зависимостями вида (5), (6) при некотором условном значении предела текучести $Y_0 = Y_{01} = 10^8$ Па дает хорошее соответствие показателя степени в выражении для коэффициента предельного удлинения его численному значению в формуле (5). Почти точно совпал с расчетным значением (см. (6)) и показатель степени в выражении для относительной начальной длины отдельного элемента. Из этого следует, что расчетные результаты не противоречат опытным данным по виду функциональной зависимости характеристик разрушения КС от ее параметров.

Обработка экспериментальных данных под расчетные зависимости (5), (6) методом наименьших квадратов позволяет оценить значения предела текучести материала Y_0 в условиях КС, при которых имеется наилучшее соответствие коэффициента предельного удлинения (Y_{0n}) и относительной начальной длины отдельных элементов (Y_{0a}). Для медных КС значения предела текучести составляют $Y_{0n} = 0,46$ ГПа и $Y_{0a} = 0,28$ ГПа, а для ниобиевой КС $Y_{0n} = 0,26$ ГПа и $Y_{0a} = 0,32$ ГПа. В качестве окончательной оценки предела текучести может быть принята величина $Y_0 = 0,5(Y_{0n} + Y_{0a})$. Полученные при этом значении предела текучести расчетные характеристики разрушения медных и ниобиевых КС хорошо соответствуют экспериментальным данным. Так, различие результатов для предельного удлинения и общего числа образующихся после пластического разрушения отдельных элементов для медных КС лишь в редких случаях превышает 20%. Наиболее точное соответствие имеет место при сравнении результатов для ниобиевой КС, которые приведены на рис. 3 в виде распределений по относительной лагранжевой осевой координате $\bar{z}_0 = z_0/l_{0c}$. Вертикальными линиями показаны места расположения помеченных участков КС (размещение вольфрамовых меток, определяющее разбиение КС на участки с контролируруемыми начальной и конечной длиной, а также количеством образовавшихся отдельных элементов), сплошными линиями показаны экспериментальные значения, а штриховыми — расчетные. В этом случае расчетные и экспериментальные распределения коэффициентов предельного удлинения практически совпадают. Общее число отдельных элементов в расчете $N = 47$ приблизительно на 10% отличается от экспериментального $N = 42$.

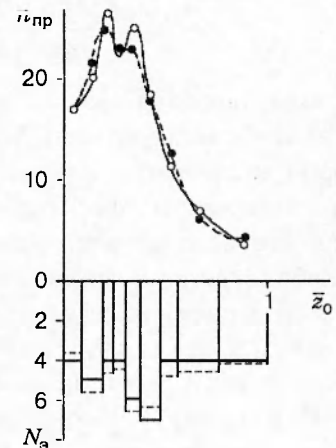


Рис. 3

Таким образом, в целом хорошее соответствие расчетных результатов экспериментальным позволяет утверждать, что полученные путем численного физико-математического моделирования зависимости (4)–(7) характеристик растяжения и разрыва КС от па-

раметров струи и физико-механических характеристик материала достаточно адекватно описывают закономерности этих процессов для пластически разрушающихся КС.

Возможная физическая интерпретация закономерностей растяжения и разрыва пластически разрушающихся КС. Полученные путем вычислительного эксперимента зависимости (4), (6) для коэффициента инерционного удлинения и относительной начальной длины отдельных элементов близки к следующим:

$$n_{\text{н}} \approx \sqrt[3]{\rho_0 \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2 / Y_0}, \quad \bar{a}_0 \approx \sqrt{Y_0 / (\rho_0 \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2)}. \quad (8)$$

Приведенное выше обоснование полученных результатов, например по величине a_0 , объясняет причины формирования отдельных элементов определенных размеров их соответствием наиболее быстро растущим на стадии развития шеек поверхностным возмущениям или проявлением так называемой концепции критической массовой скорости [9, 10]. Можно попытаться ответить на вопрос о закономерностях развития пластической неустойчивости на КС с позиций экстремальных принципов [12], исходя из предположения о минимуме диссипации энергии при пластическом деформировании КС и используя простые энергетические соотношения для несжимаемого жесткопластического стержня [1].

В соответствии с соотношениями из [1] выражение для энергии $E_{\text{д}}$, диссипируемой при пластическом деформировании участка КС массой M до его пластического разрушения на отдельные элементы массой $m = \pi R_0^2 a_0 \rho_0$, на основании закона сохранения энергии можно записать в виде

$$E_{\text{д}} = \frac{M}{m} \left(\frac{m Y_0}{\rho_0} \ln n_{\text{н}} + \frac{m \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2}{16 n_{\text{н}}^3} + \frac{m \dot{\epsilon}_{z0}^2 a_0^2}{6} - \frac{m \dot{\epsilon}_{z0}^2 a_0^2}{4} + A_{\text{д}} \right). \quad (9)$$

Первый член выражения в скобках характеризует внутреннюю энергию, диссипируемую на этапе равномерного деформирования каждого отдельного элемента КС при $t \leq t_{\text{н}}$, второй и третий — запас кинетической энергии соответственно радиального и осевого движения частиц формирующегося отдельного элемента КС в начале стадии образования шеек. Четвертый член равен кинетической энергии этого элемента в момент разрыва, когда образуются безградиентные участки, перемещающиеся как жесткое целое. Величина $A_{\text{д}}$ учитывает работу, производимую внешними по отношению к отдельному элементу силами на стадии образования шеек, она не может быть определена аналитически, поскольку, как показали численные расчеты по двумерной модели, внутренние напряжения на безградиентных участках КС в процессе их образования на данной стадии могут существенно отличаться в меньшую сторону от характерных для цилиндрического стержня. Положим эту величину равной нулю: $A_{\text{д}} = 0$.

Из соотношения (9) с помощью условия $\partial E_{\text{д}} / \partial n_{\text{н}} = 0$ определяется коэффициент инерционного удлинения, который не зависит от массы отдельного элемента m или его относительной начальной длины \bar{a}_0 и принимает вид

$$n_{\text{н}} = \sqrt[3]{\frac{3}{16} \frac{\rho_0 \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2}{Y_0}},$$

качественно совпадающий с полученным в результате численного расчета.

Можно предположить, что минимум диссипации энергии должен обеспечиваться и на стадии образования шеек за счет определенной относительной начальной длины отдельных элементов \bar{a}_0 . Выражение для диссипируемой на данной стадии энергии аналогично $E_{\text{д}}$ можно записать в виде

$$E_{\text{д.ш}} = \frac{M}{m} \left(\frac{m \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2}{16 n_{\text{н}}^3} + \frac{m \dot{\epsilon}_{z0}^2 a_0^2}{6} - \frac{m \dot{\epsilon}_{z0}^2 a_0^2}{4} \right) - M \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2 \left(\frac{1}{16 n_{\text{н}}^3} - \frac{\bar{a}_0^2}{12} \right).$$

Функция $E_{д.ш}(a_0)$ является убывающей и по физическому смыслу должна быть неотрицательной. Из условия минимума этой функции $E_{д.ш} = 0$ следует соотношение $\bar{a}_0 = \sqrt{3/4n_{ш}^{-3/2}}$, приводящее к зависимости $\bar{a}_0 = 2\sqrt{Y_0/(\rho_0 \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2)}$, качественно также соответствующей результатам вычислительного эксперимента (8).

Таким образом, проведенное исследование позволяет предположить, что закономерности процесса растяжения и разрыва пластически разрушающихся КС определяются фундаментальным принципом минимума диссипируемой в ходе этого процесса энергии, или принципом минимума производства энтропии.

Полученные в настоящей работе зависимости (4)–(7) характеристик растяжения и разрушения сформированных взрывом металлических кумулятивных струй могут быть использованы для расчета кинематики процесса деформирования КС в свободном полете [11] и получения информации о «структуре» пластически разрушающихся струй после разрыва с определением количества, размеров, массы и энергии образующихся отдельных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабкин А. В., Ладов С. В., Маринин В. М., Федоров С. В. Особенности инерционного растяжения кумулятивных струй в свободном полете // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 2. С. 3–9.
2. Бабкин А. В., Ладов С. В., Маринин В. М., Федоров С. В. Влияние сжимаемости и прочности материала кумулятивных струй на особенности их инерционного растяжения в свободном полете // Там же. С. 10–18.
3. Chou P. C., Carleone J. The stability of shape-charge jets // J. Appl. Phys. 1977. V. 48, N 10. P. 4187–4194.
4. Chou P. C., Carleone J., Karpp R. The stability and break-up of shape-charge jets // Proc. 3rd Intern. symp. on ballistics. Karlsruhe, 1977. P. 1–22.
5. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С. 212–263.
6. Нох В. Ф. СЭЛ — совместный эйлерово-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач // Там же. С. 128–184.
7. Орленко Л. П., Бабкин А. В., Колпаков В. И. Численное исследование устойчивости динамического растяжения стержня // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Материалы VII Всесоюз. конф. Новосибирск: Ин-т теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1982. С. 62–70.
8. Haugstad B. On the break-up of shaped charge jets // Propellants, Explosives, Pyrotechnics. 1983. N 8. P. 119, 120.
9. Hirsh E. A formula for the shaped charge break-up time // Propellants and Explosives. 1979. V. 4, N 5. P. 89–94.
10. Томашевич И. И. Проникание в преграду высокоскоростного потока удлиненных элементов // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 2. С. 97–101.
11. Маринин В. М., Бабкин А. В., Колпаков В. И. Методика расчета параметров функционирования кумулятивного заряда // Оборон. техника. 1995. № 4. С. 34–39.
12. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.

Поступила в редакцию 30/X 1996 г.,
в окончательном варианте — 11/IX 1997 г.