

УДК 539.3

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ГРУНТОВЫХ СРЕД

В. Г. Баженов, С. В. Зефиоров, В. Л. Котов

Научно-исследовательский институт механики  
Нижегородского государственного университета, 603950 Нижний Новгород  
E-mail: vkotov@inbox.ru

Представлена экспериментально-теоретическая методика определения диаграммы давление — деформация и зависимости предела текучести от давления в грунтах, основывающаяся на рассогласовании данных физического и численного моделирования волновых процессов в системе разрезных стержней Гопкинсона с образцом грунта в обойме. Для уточнения параметров уравнения состояния грунта, полученных методом Кольского, разработан сходящийся итерационный процесс. Анализируется погрешность методики, оцениваются роль сил трения и значение коэффициента трения скольжения между грунтом и деформируемой обоймой.

Ключевые слова: грунты, уравнение состояния.

1. Методу Кольского [1] для динамических испытаний материалов в системе разрезных стержней Гопкинсона (РСГ) посвящено большое количество публикаций, обзор которых приведен в [2]. Модификации метода исследования свойств грунтовых и других малосвязных сред направлены на определение наряду с продольными радиальными напряжений в образце. С этой целью применяется или дополнительный мерный стержень, пристыкованный перпендикулярно образцу грунта, или ограничивающая обойма [3, 4]. Применение упругой обоймы позволяет пренебречь радиальными деформациями образца грунта и считать его напряженно-деформированное состояние при отсутствии сил трения соответствующим одноосной деформации.

При экспериментальном изучении динамических свойств материала методом Кольского деформации  $\varepsilon_z(t)$  и напряжения  $\sigma_z(t)$  в исследуемом образце грунта определяются по значениям импульсов продольной деформации  $\varepsilon_I(t)$ ,  $\varepsilon_R(t)$  и  $\varepsilon_T(t)$  в мерных стержнях (зависимость величин от времени  $t$  опускается) (см. [1]):

$$\varepsilon_z = \frac{c}{l_0} \int_0^t (\varepsilon_I - \varepsilon_R - \varepsilon_T) dt; \quad (1)$$

$$\sigma_z = 0,5E(\varepsilon_I + \varepsilon_R + \varepsilon_T). \quad (2)$$

Здесь ось  $z$  цилиндрической системы координат направлена вдоль оси мерных стержней, ось  $r$  расположена перпендикулярно к ней. Длина образца грунта обозначена  $l_0$ ;  $c$  — скорость распространения волны в мерных стержнях;  $\varepsilon_I$  — нагружающий импульс;  $\varepsilon_R$  —

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 02-01-00594); Совета по грантам Президента РФ для поддержки ведущих научных школ РФ (грант № НШ-1136.2003.8) и молодых ученых (грант № МК-3246.2004.08); Министерства образования Российской Федерации (гранты № Т02-06.8-2201, № PD02-2.10-4).

отраженный импульс осевой деформации в нагружающем стержне;  $\varepsilon_T$  — прошедший импульс деформации, регистрируемый в опорном стержне. Исключая время, получают ударную адиабату  $\sigma_z(\varepsilon_z)$ . Радиальные напряжения  $\sigma_r(t)$  в образце грунта определяют по значениям окружной деформации  $\varepsilon_\theta(t)$  с внешней поверхности обоймы [4]:

$$\sigma_r = -E_J \frac{d_2^2 - d_1^2}{2d_1^2} \varepsilon_\theta. \quad (3)$$

Здесь  $E_J$  — модуль Юнга материала обоймы;  $d_1$ ,  $d_2$  — внутренний и внешний диаметры обоймы. Для вывода соотношения (3) используется известное решение задачи о нагружении толстостенной трубы внутренним давлением. Предполагается, что деформированное состояние обоймы однородное.

В случае различающихся длин образца грунта  $l_0$  и обоймы  $L$  более точные результаты получаются с применением формулы [5]

$$\sigma_r = -E_J \frac{d_2^2 - d_1^2}{2d_1^2} \frac{L}{l_0} \varepsilon_\theta. \quad (3a)$$

При больших деформациях образца грунта (20 ÷ 30 %) можно также учесть изменение области нагружения обоймы в процессе сжатия образца грунта

$$\sigma_r = -E_J \frac{d_2^2 - d_1^2}{2d_1^2} \frac{L}{l} \varepsilon_\theta, \quad (3b)$$

где  $l(t) = l_0(1 + \varepsilon_z(t))$  — текущая длина образца грунта;  $\varepsilon_z(t)$  определяется по формуле (1). Из условия одноосного деформированного состояния находим давление

$$p = -(\sigma_z + 2\sigma_r)/3. \quad (4)$$

При пластическом сжатии грунта радиальная компонента тензора-девиатора напряжений связана с пределом текучести  $\sigma_T$  соотношением  $s_r = \sigma_r + p = \sigma_T/3$ , следовательно,

$$\sigma_T = 3(\sigma_r + p). \quad (5)$$

Таким образом, соотношения (1)–(5), применяемые в модифицированном методе Кольского [4], определяют ударную адиабату  $\sigma_z(\varepsilon_z)$ , гидростатическое давление  $p(\varepsilon_z)$  и зависимость предела текучести от давления в грунте. Полученные зависимости нуждаются в проверке, так как при больших степенях сжатия различие длин обоймы и образца грунта становится существенным. Предположение об однородности деформированного состояния обоймы нарушается, и ошибка в определении радиального напряжения может возрасти.

Исследования точности определения радиального и продольного напряжений в грунте при малых деформациях образца грунта (до 10 %) проводились ранее в [5, 6] с применением пакета программ “Динамика-2” [7], который основан на вариационно-разностном методе, имеющем второй порядок аппроксимации по пространству и времени. Как показали многочисленные расчеты и их сравнение с экспериментальными данными, пакет программ позволяет с достаточной для практических целей точностью рассчитывать распространение и взаимодействие волн в стержнях и обойме.

**2.** Итерационный алгоритм численного уточнения модифицированного метода Кольского при больших напряжениях и деформациях в грунте заключается в следующем. К экспериментальным значениям импульсов деформаций в стержнях и обойме применяются соотношения (1)–(5) для получения необходимых параметров уравнения состояния. С этими параметрами выполняется численный расчет (расчет 1), полученные расчетные импульсы деформаций  $\varepsilon_R^{(1)}(t)$  и  $\varepsilon_T^{(1)}(t)$  в мерных стержнях и  $\varepsilon_\theta^{(1)}(t)$  в обойме сравниваются с экспериментальными импульсами деформаций  $\varepsilon_R^0(t)$ ,  $\varepsilon_T^0(t)$ ,  $\varepsilon_\theta^0(t)$ . Индексом (1) обозначены величины, полученные в численном расчете 1. Предполагается, что при совпадении расчетных

профилей деформаций в стержнях и обойме с экспериментальными выбранные параметры модели грунта также будут близки к истинным. При значительном расхождении импульсов деформаций применяется итерационная процедура корректировки параметров модели пропорционально получившемуся различию.

Экспериментальные данные, как правило, представлены в виде таблицы значений импульсов деформаций от времени с некоторым шагом, с этим же шагом получены и расчетные данные. Оценка различия импульсов осуществляется по формулам

$$\max (|\varepsilon_{\alpha}^0(t_i) - \varepsilon_{\alpha}^{(1)}(t_i)|/|\varepsilon_{\alpha}^0(t_i)|) \cdot 100 \% < \delta_{\varepsilon}, \quad (6)$$

где  $i = \overline{1, N}$  ( $N$  — размерность таблицы значений);  $\alpha = \{R, T, \theta\}$ ;  $\delta_{\varepsilon}$  — заданная относительная погрешность, равная погрешности измерений (около 5 %). Контроль сходимости итерационного процесса обеспечивается сравнением параметров уравнения состояния грунта, полученных на  $(k + 1)$ -м и  $k$ -м шагах:

$$(|p^{(k+1)} - p^{(k)}|/|p^{(k)}|) \cdot 100 \% < \delta, \quad (|\sigma_T^{(k+1)} - \sigma_T^{(k)}|/|\sigma_T^{(k)}|) \cdot 100 \% < \delta. \quad (7)$$

Здесь  $\delta$  — заданная относительная погрешность;  $p(\varepsilon)$ ,  $\sigma_T(p)$  — функции, аппроксимирующие методом наименьших квадратов давление (4) или предел текучести (5). Конкретный вид функций  $p$  и  $\sigma_T$  определяется выбранной моделью деформирования грунта.

Процедура уточнения параметров уравнения состояния заключается в следующем. Увеличение (уменьшение) величины предела текучести (5) при неизменном давлении (4) приводит к увеличению (уменьшению) радиального напряжения  $\sigma_r(t)$  в грунте. Пропорционально  $\sigma_r(t)$  (см. формулу (3б)) изменится значение окружной деформации в упругой обойме:

$$\sigma_r/\varepsilon_{\theta}^0 = \sigma_r^{(1)}/\varepsilon_{\theta}^{(1)}.$$

Вычисляя  $\sigma_r(t)$ , определим по формулам (4) и (5) давление  $p = -(\sigma_z^{(1)} + 2\sigma_r)/3$  и предел текучести

$$\sigma_T(p) = 3(p + \sigma_r). \quad (8)$$

Полученные в следующем численном расчете 2 импульсы деформаций в мерных стержнях и обойме  $\{\varepsilon_R^{(2)}(t), \varepsilon_T^{(2)}(t), \varepsilon_{\theta}^{(2)}(t)\}$  сравниваются с экспериментальными импульсами деформаций  $\{\varepsilon_R^0(t), \varepsilon_T^0(t), \varepsilon_{\theta}^0(t)\}$  соответственно.

Если условие (6) не выполнено, то осуществляется корректировка диаграммы давления при неизменной зависимости предела текучести от давления. Предположим, что отношение продольной деформации в образце грунта  $\varepsilon_z^{(2)}$  к деформации, определенной по формуле (1), равно отношению аналогичных величин в натурном и численном экспериментах:

$$\varepsilon_z \left( \frac{c}{l_0} \int_0^t (\varepsilon_I^0 - \varepsilon_R^0 - \varepsilon_T^0) dt \right)^{-1} = \varepsilon_z^{(2)} \left( \frac{c}{l_0} \int_0^t (\varepsilon_I^{(2)} - \varepsilon_R^{(2)} - \varepsilon_T^{(2)}) dt \right)^{-1}.$$

Отсюда следуют значения осевой деформации грунта  $\varepsilon_z(t)$ , соответствующие значениям  $\varepsilon_R^0(t)$ :

$$\varepsilon_z = \varepsilon_z^{(2)} \int_0^t (\varepsilon_I^0 - \varepsilon_R^0 - \varepsilon_T^0) dt / \int_0^t (\varepsilon_I^{(2)} - \varepsilon_R^{(2)} - \varepsilon_T^{(2)}) dt. \quad (9)$$

Значения давления  $p$ , соответствующие деформации  $\varepsilon_z$ , определяются из соотношения

$$p/(\varepsilon_I^0 + \varepsilon_R^0 + \varepsilon_T^0) = p^{(2)}/(\varepsilon_I^{(2)} + \varepsilon_R^{(2)} + \varepsilon_T^{(2)}).$$

С учетом (2) имеем

$$p = p^{(2)}(\sigma_z^0/\sigma_z^{(2)}). \quad (10)$$

Здесь  $p(t)$  — функция давления, соответствующая  $\varepsilon_T^0(t)$ .

При невыполнении условий (6) процедура уточнения зависимости предела текучести и диаграммы давления (8)–(10) повторяется. В случае удовлетворения условиям (7) итерационный процесс прекращается, а различие между расчетными и экспериментальными импульсами деформаций позволяет оценить погрешности экспериментально-теоретической методики и математической модели среды в данном натурном эксперименте.

С целью исключения влияния погрешности эксперимента на сходимость численного алгоритма в качестве “экспериментальных” возьмем данные численного расчета с заданными параметрами уравнения состояния, которые далее полагаем “эталонными”. Для описания деформирования образца грунта в обойме примем соотношения модели грунтовой среды Григоряна [8], включающей нелинейные зависимости давление — деформация и предел текучести — давление. Аппроксимацию зависимостей  $p(\varepsilon)$  и  $\sigma_T(p)$  запишем в виде [9, 10]

$$p = -\rho_0 a^2 \varepsilon / (1 + b\varepsilon)^2; \quad (11)$$

$$\sigma_T = \sigma_0 + \mu p / (1 + \mu p / (\sigma_T^{\max} - \sigma_0)), \quad (12)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $\sigma_0$ ,  $\mu$ ,  $\sigma_T^{\max}$  — константы;  $\varepsilon = \rho_0/\rho - 1$ ;  $\rho_0$ ,  $\rho$  — начальная и текущая плотности грунта. Константа  $a$  представляет собой скорость распространения волны в грунте при плотности, близкой к начальной, и отсутствии сдвиговой прочности; безразмерная константа  $b$  характеризует предельную сжимаемость грунта. Константы  $\sigma_0$ ,  $\mu$ ,  $\sigma_T^{\max}$  характеризуют соответственно сцепление, угол внутреннего трения грунта и максимальную величину предела текучести. Аппроксимация (11), принятая для зависимости  $p(\varepsilon)$ , ранее получена для ударной адиабаты грунта в диапазоне напряжений 0,1 ÷ 5,0 ГПа в плоско-волновых экспериментах [9]

$$\sigma = \rho_0 V^2 \varepsilon / (1 + b\varepsilon)^2. \quad (13)$$

Здесь  $V$  — скорость продольной волны в грунте при  $\rho = \rho_0$ . Соотношение (13) следует из линейной зависимости  $D = V + bu$ , где  $D$  — скорость ударной волны;  $u$  — массовая скорость в грунте. Как показывают эксперименты [8, 10, 11], зависимость (12) для сыпучих грунтов в диапазоне напряжений до 0,1 ГПа также может быть принята линейной ( $\sigma_T = \mu p$ ). При этом в условиях квазиодноосного деформированного состояния обеспечивается постоянство коэффициента бокового давления  $K_\sigma = \sigma_r/\sigma_z$ , следовательно, связь  $\sigma_z$  и  $p$  (или  $V$  и  $a$ ) при отсутствии радиальной раздачи образца имеет вид

$$\sigma_z = -p/(1 + 2\mu/3), \quad V^2 = a^2/(1 + 2\mu/3).$$

При  $\mu = 1$ ,  $K_\sigma = 0,4$  имеем  $p = -0,6\sigma_z$ ,  $V \approx 1,3a$ . Модификация метода Кольского [4] с использованием ограничивающей обоймы позволяет изучать поведение грунтов в диапазоне напряжений и выше 0,1 ГПа, в котором применимость уравнения состояния (12) исследована недостаточно.

**3.** Постановка задачи численного моделирования деформирования образца грунтовой среды в системе РСГ и ограничивающей обоймы аналогична приведенной в работе [6]. Длины нагружающего I и опорного II стержней равны 1000 мм, радиус  $R = 10$  мм. Размеры обоймы  $20 \times 40 \times 15$  мм (внутренний  $d_1$  и внешний  $d_2$  диаметры, длина  $L$ ). Длина образца грунта  $l_0 = 9$  мм. Материал стержней и обоймы — сталь с модулем Юнга 200 ГПа и плотностью  $7,8$  г/см<sup>3</sup>. Нагружающий импульс  $\varepsilon_I^0(t)$  задается в форме трапеции, максимальное значение 0,6 ГПа, длительность импульса  $T = 150$  мкс, время нарастания до

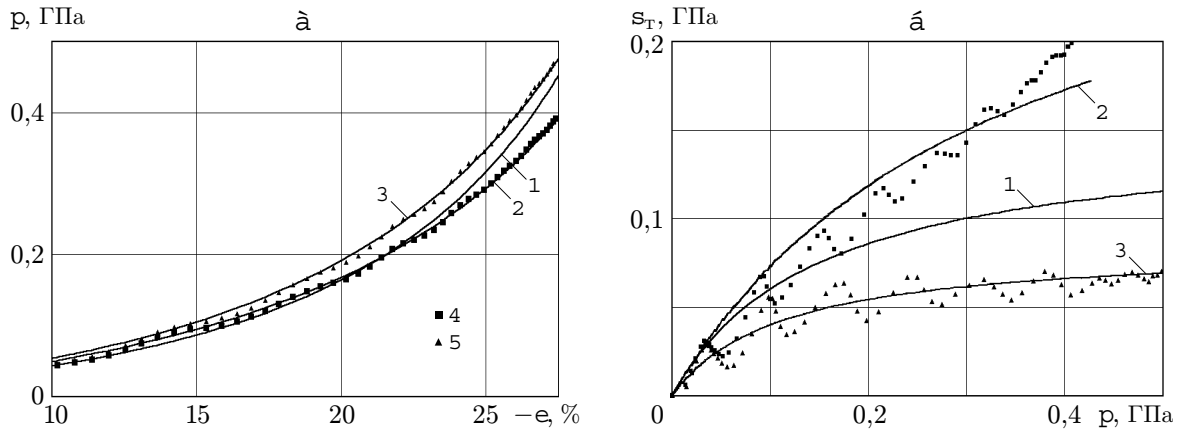


Рис. 1

№ п/п	$a$ , м/с	$b$	$\mu$	$\sigma_T^{\max}$ , ГПа	Примечания
1	400	2,2	1,0	0,150	“Эталонные” значения
2	445	1,92	0,95	0,317	Формула (3а)
3	458	2,0	0,75	0,845	Формула (3б)
4	—	—	1,27	0,13	Первая итерация
5	427	2,1	—	—	Вторая итерация
6	427	2,1	1,27	0,13	Окончательный результат

максимального значения 15 мкс. Использовалась разностная сетка с квадратными ячейками, количество ячеек в стержнях  $5 \times 500$ , в образце грунта —  $10 \times 9$ , в обойме —  $15 \times 10$ .

На рис. 1, а, б кривыми 1 показаны соответственно исходные (“эталонные”) зависимости давление — объемная деформация и предел текучести — давление в грунте. Кривая 1 на рис. 1, а получена при  $a = 400$  м/с,  $b = 2,2$ ,  $\rho_0 = 1,6$  г/см<sup>3</sup>. На рис. 1, б кривая 1 соответствует зависимости (12) при  $\sigma_0 = 0$ ,  $\mu = 1$ ,  $\sigma_T^{\max} = 0,15$  ГПа. Эти константы уравнения состояния приведены в строке 1 таблицы. Полученные в расчете с этими константами импульсы деформаций, как и ранее, обозначим  $\varepsilon_R^0$ ,  $\varepsilon_T^0$  и  $\varepsilon_\theta^0$ . Соответствующие им давления, рассчитанные по формулам (1)–(4) метода Кольского, показаны на рис. 1, а точками 4 и 5 (4 — расчет по формуле (3а); 5 — расчет по формуле (3б)). Полученные дискретные значения давлений аппроксимируются зависимостями вида (11), которые представлены на рис. 1, а кривыми 2, 3 соответственно. Предел текучести грунта определяется по формулам (1)–(5) и показан на рис. 1, б точками (обозначения те же, что на рис. 1, а). Константы зависимостей вида (11), (12), определенные методом наименьших квадратов, приведены в строках 2, 3 таблицы.

На рис. 2 штриховой и сплошной линиями представлены погрешности расчета по уравнению состояния с использованием соотношений (3а) и (3б) соответственно (по отношению к “эталонным” значениям). Кривые 1 соответствуют зависимости  $p(\varepsilon)$ , кривые 2 —  $\sigma_T(p)$ . Константы уравнения состояния грунта при меньших давлениях известны [4, 10–12].

Анализ показывает, что при больших давлениях формула (3б) дает меньшую погрешность по сравнению с (3а). Погрешности диаграммы  $p(\varepsilon)$  (сплошная кривая 1 на рис. 2) достигают 20 % при средних давлениях и 5–10 % при высоких. Погрешности определения предела текучести  $\sigma_T(p)$  (сплошная кривая 2 на рис. 2) составляют 30–40 %. Таким образом, использование модифицированного метода Кольского при больших давлениях приводит к погрешностям, в 5–6 раз превышающим ошибку измерений (6 %) [4].

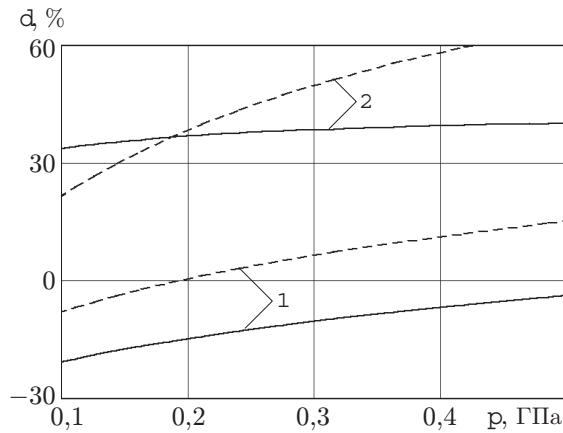


Рис. 2

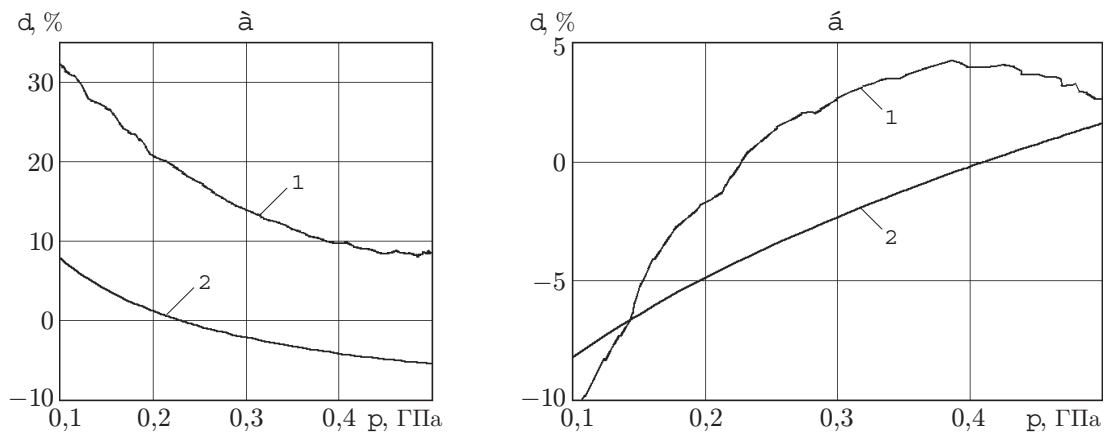


Рис. 3

Для уточнения полученного методом Кольского уравнения состояния грунта проводится численный расчет (итерация 1) распространения импульса деформации  $\varepsilon_I^0$  в системе РСГ. Константы уравнения состояния приведены в строке 3 таблицы. Далее определяем значения импульсов продольной деформации  $\varepsilon_R^{(1)}$  и  $\varepsilon_T^{(1)}$  в стержнях I и II соответственно, а также окружной деформации  $\varepsilon_\theta^{(1)}$  в обойме как функции времени. Полученные значения подставляем в (8) для определения зависимости  $\sigma_T(p)$ . На рис. 3,а кривой 1 представлена погрешность определения окружной деформации  $\delta(\varepsilon_\theta^{(1)}) = ((\varepsilon_\theta^0 - \varepsilon_\theta^{(1)})/\varepsilon_\theta^0) \cdot 100 \%$ , которая изменяется в пределах  $10 \div 30 \%$ .

Зависимость предела текучести от давления, полученную по формуле (8), аппроксимируем кривой вида (12). Найденные константы функции  $\sigma_T(p)$  приведены в строке 4 таблицы. Относительные погрешности зависимости  $\sigma_T(p)$  показаны на рис. 3,а кривой 2. Значения предела текучести, скорректированные по формуле (8), отличаются от “эталонных” на  $\pm 5 \%$ . Отметим, что погрешность определения зависимости  $\sigma_T(p)$  методом Кольского (сплошная кривая 2 на рис. 2) достигала 40 % при изменении импульсов деформации  $\varepsilon_\theta^0$  и  $\varepsilon_\theta^{(1)}$  в обойме в диапазоне  $10 \div 30 \%$  (кривая 1 на рис. 3,а).

На итерации 2 осуществим корректировку диаграммы давления при неизменных параметрах  $\mu$  и  $\sigma_T^{\max}$  в формуле (12), определяющей предел текучести. Параметры уравнения состояния, принятые в расчете 2, приведены в строке 4 таблицы. Результаты расчета пред-

ставлены на рис. 3, б кривой 1, соответствующей относительной погрешности прошедшего импульса деформации:

$$\delta(\varepsilon_T^{(2)}) = ((\varepsilon_T^0 - \varepsilon_T^{(2)})/\varepsilon_T^0) \cdot 100 \%.$$

Погрешность составляет 5–10 %. Относительная погрешность диаграммы давления  $p(\varepsilon_z)$ , полученной с применением формул (9), (10) к результатам расчета 2, представлена кривой 2 на рис. 3, б. Корректировка диаграммы  $p(\varepsilon_z)$  приводит к уменьшению погрешности с  $5 \div 20 \%$  (сплошная кривая 1 на рис. 2) до  $\pm 5 \%$  (кривая 2 на рис. 3, б) во всем рассматриваемом диапазоне. Константы зависимости вида (11), аппроксимирующей  $p(\varepsilon_z)$ , приведены в строке 5 таблицы.

Дальнейшие итерации не приводят к значительному уточнению параметров уравнения состояния. Ошибка во всем диапазоне давлений остается в пределах  $\pm 5 \%$  относительно известного “эталонного” решения. По-видимому, эта ошибка составляет неустранимую погрешность метода Кольского при выбранных параметрах уравнения состояния грунта, длительности  $T$  нагружающего импульса и геометрии образца грунта.

4. Проведем оценку влияния сухого трения. Регистрируемые в системе РСГ импульсы в реальных условиях могут искажаться за счет трения грунта о поверхность обоймы и торцы стержней. Величина искажения зависит не только от типа грунта, но и от материала обоймы. При использовании гипотезы сухого трения Кулона — Амонта в качестве коэффициента трения можно принять коэффициент пропорциональности между осевым напряжением и максимальным касательным напряжением (так называемый угол внутреннего трения). Подобный подход при изучении волновых процессов в обойме с грунтом является приближенным и не учитывает особенностей контактного взаимодействия, которое приводит к неоднородному напряженно-деформированному состоянию в образце грунта. Условие однородности напряженно-деформированного состояния исследуемого образца заключается в равенстве сил, приложенных к его торцам. В случае равенства модулей упругости и площади поперечного сечения нагружающего и опорного стержней получаем известное условие

$$\varepsilon_I + \varepsilon_R = \varepsilon_T. \quad (14)$$

Степень неоднородности можно также оценить, применив закон сохранения энергии в системе РСГ. Работа внешних сил, затраченная на деформирование нагружающего стержня и изменение внутренней энергии в стержнях I и II, равна соответственно

$$A = \pi R^2 E c \int_0^t \varepsilon_I^2 dt, \quad (15)$$

$$W_I = \pi R^2 E c \int_0^t \varepsilon_R^2 dt, \quad W_{II} = \pi R^2 E c \int_0^t \varepsilon_T^2 dt.$$

Введем в рассмотрение работу внешних сил  $A_g$ , затраченную на деформирование грунта и обоймы. Записав уравнение баланса энергии

$$A = W_I + A_g + W_{II},$$

выразим значение  $A_g$  через известные импульсы в мерных стержнях:

$$A_g = \pi R^2 E c \int_0^t (\varepsilon_I^2 - \varepsilon_R^2 - \varepsilon_T^2) dt. \quad (16)$$

Изменение внутренней энергии образца грунта при его деформировании оценивается следующим образом:

$$W = 0,5\pi R^2 Ec \int_0^t (\varepsilon_I^2 - (\varepsilon_R + \varepsilon_T)^2) dt. \quad (17)$$

Здесь используется выражение среднего напряжения и деформации в грунте по формулам (1), (2).

Работу  $A_g$  можно представить в виде

$$A_g = W + A_f + W_k, \quad (18)$$

где  $A_f$  — работа сил трения грунта о поверхность обоймы;  $W_k$  — кинетическая энергия обоймы, приобретенная при возможном смещении обоймы как жесткого целого за счет сцепления с грунтом. Энергия упругого деформирования обоймы по сравнению с (17) пренебрежимо мала, что легко оценивается. Из уравнения (18), используя (16) и (17), выразим диссипативный член

$$A_f + W_k = 0,5\pi R^2 Ec \int_0^t (\varepsilon_I^2 - (\varepsilon_R - \varepsilon_T)^2) dt. \quad (19)$$

В случае выполнения традиционного условия однородности напряженно-деформированного состояния образца испытываемого материала (14) правая часть в (19) обращается в нуль, что означает равенство нулю одновременно работы сил трения и кинетической энергии обоймы.

Работа сил трения грунта о поверхность обоймы оценивается следующим образом. Нормальные давления на обойму определяются по формуле (3а) по данным датчика окружной деформации на наружной поверхности обоймы. Скорости торцов образца грунта вычисляются по методу Кольского. Проинтегрировав работу сил трения по формуле трапеций, получим

$$A_{fr} = k 0,5\pi Rc \frac{b^2 - a^2}{a^2} \frac{L}{l_0} E_J \int_0^t (\varepsilon_I - \varepsilon_R + \varepsilon_T) \varepsilon_{\theta} l dt, \quad (20)$$

где  $E_J$  — модуль Юнга материала обоймы. Формула (20) приближенно описывает работу сил трения при смещении грунта вдоль поверхности обоймы. Используя (19) и (20), выразим коэффициент трения

$$k = \frac{E}{E_J} \frac{l_0}{L} \frac{Ra^2}{b^2 - a^2} \int_0^t (\varepsilon_I^2 - (\varepsilon_R - \varepsilon_T)^2) dt / \int_0^t (\varepsilon_I - \varepsilon_R + \varepsilon_T) \varepsilon_{\theta} l dt. \quad (21)$$

При расчете энергии по формулам (15)–(18) и использовании (21) возникает необходимость синхронизировать во времени исходные импульсы деформации в стержнях и обойме. Для этого фронт отраженного импульса совмещался с фронтом падающего импульса, а максимум среднего напряжения (2) — с максимумом радиального напряжения (3).

Для оценки полученных соотношений проведены численные расчеты нагружения образца грунта, заключенного в обойму, для следующих вариантов: 1) алюминиевая обойма массой 10 г,  $k = 0$  и  $k = 0,3$ ; 2) стальная обойма массой 110 г,  $k = 0,3$ ; 3) стальная обойма, закрепленная от смещения в продольном направлении,  $k = 0,3$ . В расчетах применялся



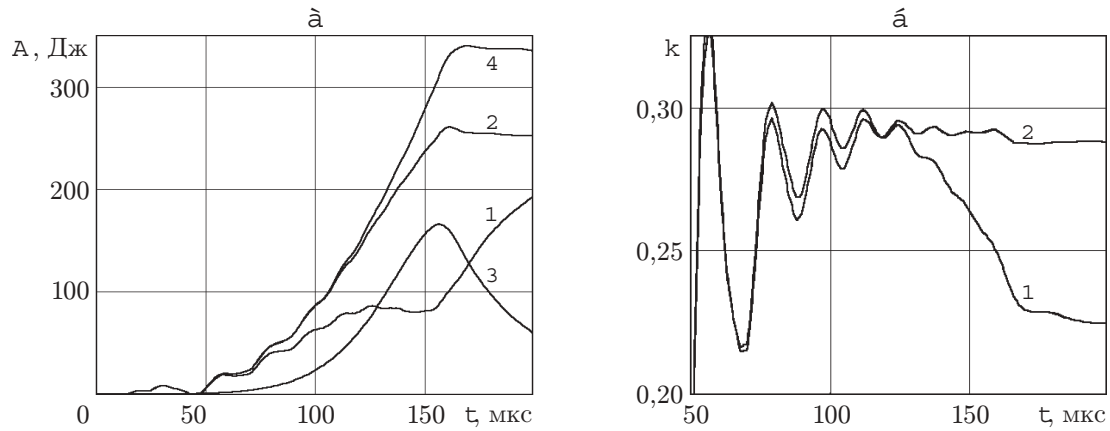


Рис. 4

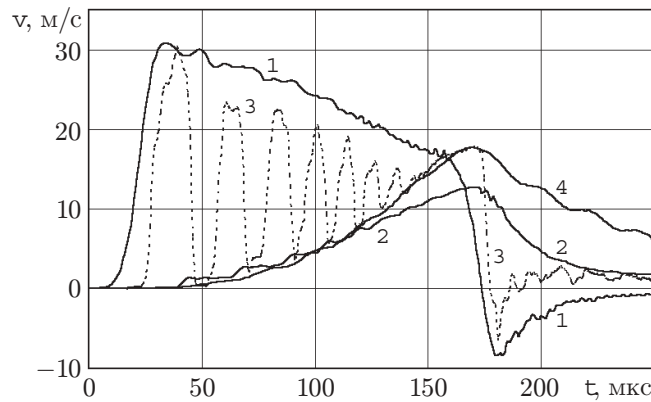


Рис. 5

контактный алгоритм непроникания по нормали со скольжением по касательной с сухим трением в соответствии с законом Кулона:

$$\dot{u}'_s = \dot{u}''_s, \quad q'_s = -q''_s, \quad q_s = q'_s = \begin{cases} q_s, & |q_s| \leq k|q_\xi|, \\ k|q_\xi| \operatorname{sign}(q_s), & |q_s| > k|q_\xi|. \end{cases}$$

Здесь  $\dot{u}_\alpha$ ,  $q_\alpha$  — компоненты вектора скорости перемещений и контактного давления в местном координатном базисе ( $\alpha = s, \xi$ , где  $s, \xi$  — направления касательной и нормали);  $k$  — коэффициент трения скольжения.

Как показали исследования, в первом варианте расчетов при  $k = 0,3$  легкая алюминиевая обойма за счет сцепления с грунтом начинает смещаться по направлению действия нагрузки. При этом, хотя относительные смещения грунта и обоймы невелики, напряжения на контактной поверхности отличаются от напряжений в середине образца грунта на 15–20 %. Дисбаланс (14) импульсов деформации  $\{\varepsilon_I, \varepsilon_R, \varepsilon_T\}$  мал как при  $k = 0$ , так и при  $k = 0,3$ , что объясняется локальным влиянием поверхностного трения. Максимальное значение дисбаланса энергии  $A_f + W_k$ , определенное по формуле (19), составляет менее 5 % максимума внутренней энергии  $W$  в (17). Следовательно, выполнение условий (14) или (19) с погрешностью 5 % является достаточным для интегральной оценки однородности напряженного состояния образца исследуемого грунта. Количественное соотношение между работой сил трения и кинетической энергией обоймы зависит, очевидно, от коэффициента трения скольжения, массы обоймы и других факторов.

Применение в экспериментах более массивных стальных обойм обусловлено требованием их упругого деформирования в исследуемом диапазоне напряжений (до 1 ГПа). Результаты численных расчетов с использованием стальных обойм приведены на рис. 4, 5. На рис. 4,а кривой 1 показана работа сил трения при свободном перемещении обоймы; кривой 2 — дисбаланс энергии, рассчитанный по формуле (19); кривой 3 — кинетическая энергия обоймы; кривой 4 — работа сил трения при неподвижной обойме. Кривой 1 на рис. 4,б представлено изменение коэффициента трения скольжения. Его значение, полученное во втором варианте расчета (со свободной обоймой) по формуле (21), отличается от заданного в расчетах значения  $k = 0,3$ , так как при его восстановлении не учитывались кинетическая энергия обоймы в (19) и скорость смещения обоймы в (20). В начале процесса наблюдается участок, где коэффициент трения осциллирует около заданного значения (кривая 1 на рис. 4,б), далее при максимальном значении скорости обоймы коэффициент уменьшается до 0,25. Эти изменения связаны с колебательным характером процессов в образце грунта при отражении волн напряжений от торцов мерных стержней.

На рис. 4,б кривой 2 показано изменение коэффициента трения при отсутствии смещения обоймы как жесткого целого. Его значение, близкое к 0,3, быстро устанавливается, что позволяет более точно оценить коэффициент трения по формуле (21).

Рис. 5 иллюстрирует кинематику процесса в варианте расчета с подвижной обоймой. Кривые 1, 2 соответствуют скорости движения торцов образца грунта, примыкающих к нагружающему и опорному стержням; кривая 3 — скорости смещения центра образца грунта; кривая 4 — скорости перемещения обоймы. Видно, что обойма на начальной стадии движется со скоростью, близкой к скорости правого торца образца грунта, далее наблюдается превышение скорости обоймы над скоростью грунта. При разгрузке происходит торможение обоймы.

5. Таким образом, выполнено численное моделирование волновых процессов в системе РСГ в диапазоне напряжений до 1 ГПа. Сравнением с “эталонным” решением установлено, что погрешность определения методом Кольского зависимости  $\sigma(\varepsilon)$  для грунта не превосходит погрешности эксперимента. Из-за неточностей в определении напряженно-деформированного состояния обоймы и бокового давления в грунте погрешности расчета зависимостей  $p(\varepsilon)$  и  $\sigma_T(p)$  значительно больше. Они могут в 5–6 раз превышать ошибку измерения импульсов деформации в мерных стержнях и ограничивающей обойме, что на практике приводит к диапазону погрешности  $30 \div 40$  %. С использованием пакета программ “Динамика-2” предложена итерационная процедура для уточнения параметров модели грунтовой среды, полученных методом Кольского. Численно исследована сходимость итераций к известному “эталонному” решению, полученная при этом стабилизирующаяся ошибка дает оценку неустранимой погрешности метода Кольского. Она зависит от вида грунта, длительности нагружающего импульса и геометрии испытываемого образца и обоймы.

Предложен способ оценки работы сил трения в паре трения обойма — грунт из эксперимента с использованием системы РСГ и обоймы, зафиксированной от смещения в продольном направлении. Показано, что влияние трения на значения импульсов деформации в стержнях значительно уменьшается при использовании легкой обоймы, смещающейся вместе с грунтом. Для корректировки параметров уравнения состояния при учете трения можно применять предложенную итерационную процедуру с заданным коэффициентом трения.

Авторы выражают благодарность А. М. Брагову за полезные замечания при обсуждении результатов работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Кольский Г.** Исследование механических свойств материалов при больших скоростях нагружения // Механика. 1950. Вып. 4. С. 108–119.
2. **Зукас Дж. А., Николас Т., Свифт Х. Ф. и др.** Динамика удара. М.: Мир, 1985.
3. **Bragov A. M., Grushevsky G. M., Lomunov A. K.** Use of the Kolsky method for confined tests of soft soils // J. Exp. Mech. 1996. V. 36, N 3. P. 237–242.
4. **Брагов А. М., Гандурин В. П., Грушевский Г. М., Ломунов А. К.** Новые возможности метода Кольского для исследования динамических свойств мягких грунтов // ПМТФ. 1995. Т. 36, № 3. С. 179–186.
5. **Баженов В. Г., Брагов А. М., Котов В. Л. и др.** Анализ применимости модифицированного метода Кольского для динамических испытаний грунтовых сред в деформируемой обойме // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 3. С. 155–162.
6. **Грушевский Г. М., Цветкова Е. В.** Численно-экспериментальное исследование модифицированного метода разрезного стержня Гопкинсона // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: Межвуз. сб. Н. Новгород: Нижегород. ун-т, 1992. С. 116–120.
7. **Баженов В. Г., Зефирова С. В., Кочетков А. В. и др.** Пакет программ “Динамика-2” для решения плоских и осесимметричных нелинейных задач нестационарного взаимодействия конструкций со сжимаемыми средами // Мат. моделирование. 2000. Т. 12, № 6. С. 67–72.
8. **Григорян С. С.** Об основных представлениях динамики грунтов // Прикл. математика и механика. 1960. Вып. 4. С. 1057–1072.
9. **Лагунов В. А., Степанов В. А.** Измерение динамической сжимаемости песка при высоких давлениях // ПМТФ. 1963. № 1. С. 88–96.
10. **Вовк А. А., Замышляев Б. В., Евтерев Л. С. и др.** Поведение грунтов под действием импульсных нагрузок. Киев: Наук. думка, 1984.
11. **Рыков Г. В.** Экспериментальное исследование поля напряжений при взрыве в песчаном грунте // ПМТФ. 1964. № 1. С. 85–89.
12. **Баженов В. Г., Котов В. Л., Кочетков А. В. и др.** Исследование волновых процессов в грунтовой среде при взрыве накладного заряда // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2001. № 2. С. 70–77.

*Поступила в редакцию 23/VII 2003 г.,  
в окончательном варианте — 19/I 2004 г.*

---