

УДК 532.526; 536.252

КОНВЕКТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ В ТОНКОМ СЛОЕ ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ, ОБДУВАЕМОМ ВОЗДУШНЫМ ПОТОКОМ

В. П. Реутов, А. Б. Езерский, Г. В. Рыбушкина, В. В. Чернов

Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород
E-mail: reutov@appl.sci-nnov.ru

Экспериментально и теоретически исследуется развитие конвективных структур в тонком слое испаряющейся жидкости (этанола), находящемся под турбулентным пограничным слоем воздушного потока. В экспериментах изучается эволюция структур при увеличении скорости потока. Обнаружен переход от конвективных ячеек, возникающих в отсутствие обдувания, к конвективным валам, вытянутым в направлении потока. Теоретический анализ выполнен в рамках двумерной модели течения в жидком слое. Граничные условия на поверхности жидкости получены с помощью автомодельных решений для средних полей в воздушном потоке. Проведено численное моделирование возникновения и развития периодической системы валов. Выводы теории сопоставляются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: конвекция Рэлея — Бенара, сдвиговое течение, конвективные структуры, температурный пограничный слой, “холодная пленка”.

Введение. Конвективная неустойчивость, обусловленная испарением с обдуваемой поверхности жидкости, играет важную роль в геофизических и технических приложениях. Испарение, наряду с радиационными потерями и градиентным теплопереносом, приводит к образованию вблизи поверхности водоемов температурного пограничного слоя, иногда называемого “холодной пленкой” [1–3]. Толщина температурного пограничного слоя зависит от многих факторов и составляет порядка 1 мм [2, 3]. Конвективные валы вблизи поверхности водоемов с масштабом порядка нескольких сантиметров впервые наблюдались А. Х. Вудкоком (см. об этом [3]). Возникновение “холодной пленки” и обусловленные им конвективные движения изучались путем численного моделирования энергообмена между океаном и атмосферой [3–6]. Вместе с тем представляет интерес исследование структур, возникающих в присутствии “холодной пленки” и “ветровых” напряжений на поверхности жидкости. Интерес к этому вопросу связан также с обсуждением возможности конвективного механизма ленгмюровских циркуляций [1, 6].

Данная задача может рассматриваться как часть общей проблемы конвекции при наличии в жидкости сдвиговых течений [7]. В связи с этим следует отметить работу [8], в которой проводилось экспериментальное исследование конвективных структур в обдуваемом слое силиконового масла. В данном случае эффекты испарения жидкости были пренебрежимо малы (обдувание приводило только к появлению сдвигового течения в жидкости), а инверсное распределение температуры создавалось за счет подогрева жидкого

слоя снизу. Феноменологическая модель для описания конвективных структур в такой системе предложена в [9].

В данной работе экспериментально и теоретически исследуются конвективные структуры, формирующиеся в тонком слое испаряющейся жидкости, обдуваемом воздушным потоком. Использование в качестве рабочей жидкости этанола (этилового спирта) приводит к более сильному по сравнению с водой охлаждению поверхности при испарении и, кроме того, исключает появление адсорбирующих пленок, обычно образующихся на поверхности воды. Это создает благоприятные условия для исследования конвективных структур.

Теоретический анализ выполнен применительно к условиям проведенного эксперимента. Предполагается, что в начальный момент система находится в состоянии теплового равновесия, т. е. воздушный поток и жидкость имеют одинаковую температуру, а тепловое излучение жидкости уравнивается радиационным потоком тепла из окружающего пространства. Рассматривается двумерная модель, описывающая эволюцию продольных конвективных валов, оси которых вытянуты в направлении течения.

1. Эксперимент. Обдувание жидкого слоя производилось в малотурбулентной аэродинамической трубе Института прикладной физики РАН (длина рабочей части 120 см, размеры сечения 30×30 см). В среднем сечении по высоте рабочей части трубы горизонтально располагалась пластина из оргстекла, содержащая прямоугольную полость (кювету) длиной 30 см и шириной 19 см. Кювета частично (на глубину, приблизительно равную 5 мм) заполнялась этанолом. Небольшая часть кюветы (около 2 мм по высоте) оставалась незаполненной, чтобы исключить выплескивание жидкости воздушным потоком. В контакте с воздушным потоком находилась только жидкость в центральной части кюветы, имеющей ширину 8,2 см. По краям кюветы жидкость была закрыта горизонтальными экранами и отгорожена от течения в центральной части вертикальными вставками, которые позволяли сделать это течение более однородным (см. [8, 10]). Вдали от поверхности пластины скорость воздушного потока измерялась крыльчатым анемометром. Для измерения профиля скорости и ее пульсаций вблизи поверхности использовался термоанемометр фирмы "DISA".

Измерения профиля скорости показали, что при скоростях набегающего потока $U_\infty > 1,5$ м/с непосредственно перед кюветой формируется турбулентный пограничный слой (ТПС). При $U_\infty = 1,5$ м/с толщина ТПС $\delta \approx 2$ см. Кроме того, над поверхностью жидкости имеется положительный градиент давления, равный 408 Па/м. Динамическая скорость u_* определялась в рамках известной аппроксимации Коулса для профиля скорости в ТПС с использованием зависимости "силы следа" от градиента давления, предложенной в [11]. В результате получено выражение $u_* = 0,05U_\infty$. Температура поверхности жидкости измерялась радиометром бесконтактным способом. Одновременно проводились измерения температуры датчиком в виде термодпары. Возникающие в жидкости структуры визуализировались алюминиевой пудрой.

Кювета заполнялась этанолом в отсутствие воздушного потока, после чего на поверхности возникала ячеистая структура с формой ячеек, напоминающей гексагоны (см. [10]). При обдувании жидкости начиналось вытягивание конвективных ячеек в направлении потока, а при скорости $U_\infty \approx 0,7$ м/с на поверхности жидкости появлялась система полос, вытянутых вдоль потока (рис. 1). В системе полос хорошо видны разветвления, соответствующие топологическим дефектам. Средний полупериод полос (размер конвективных валов) на начальной стадии охлаждения жидкости близок к глубине слоя (5 мм).

После быстрого установления режима конвективных валов происходила их медленная эволюция, которая завершалась исчезновением полос приблизительно через $15 \div 20$ мин. Зависимости температуры поверхности от времени, полученные для воды и этанола, по-

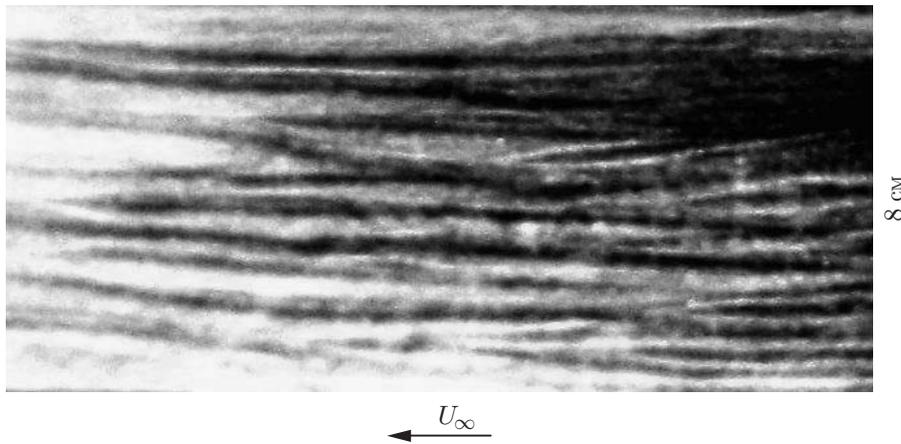


Рис. 1. Полосчатые структуры на поверхности жидкости при $U_\infty = 1,5$ м/с (стрелка — направление обдувания)

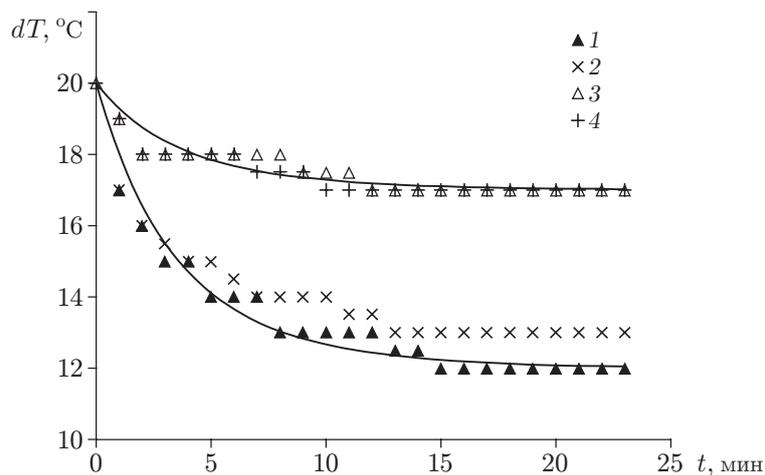


Рис. 2. Зависимость температуры поверхности жидкости dT от времени: 1, 2 — для этанола, 3, 4 — для дистиллированной воды; 1, 3 — $U_\infty = 1,5$ м/с, 2, 4 — $U_\infty = 2,5$ м/с

казаны на рис. 2 ($t = 0$ — момент начала обдувания). Выход температуры на постоянное предельное значение обусловлен, очевидно, общим охлаждением слоя и выравниванием температуры по его толщине. Этот процесс приводит к подавлению конвективной неустойчивости и исчезновению полос. Отметим, что при увеличении скорости набегающего потока U_∞ наблюдается некоторое увеличение предельной температуры, более значительное для спирта.

Скорость стационарного дрейфового течения на поверхности жидкости v_d измерялась по кадрам видеосъемки перемещения смачиваемых частиц пассивной примеси, внесенной на поверхность. На стадии вытягивания ячеек эта скорость очень мала (по грубым оценкам, $v_d \approx 0,3$ см/с при $U_\infty = 0,7$ м/с). При $U_\infty = 1,5$ м/с получено значение $v_d = 3,2$ см/с. Для течения Куэтта, индуцированного в жидкости под действием тангенциальных напряжений ТПС при $U_\infty = 1,5$ м/с, расчет дает значение $v_d = 2,6$ см/с [8] (см. также п. 3). При скоростях потока свыше 4,5 м/с в нижней по потоку части кюветы начиналась генерация поверхностных волн, вызванная развитием “ветровой” неустойчивости, которая препятствовала визуализации конвективных структур.

Подобный переход от ячеистой конвекции к конвективным валам наблюдался в слое неиспаряющейся жидкости (силиконового масла), в котором инверсия температуры создавалась за счет подогрева снизу [8, 9]. В этом случае при фиксированной скорости потока устанавливалась стационарная картина ячеек или валов, поддерживаемая поступлением тепла от нагревателя. Кроме того, ячейки имели четко выраженную гексагональную форму. Размытость границ шестигранных ячеек, возникающих при испарении, по-видимому, обусловлена нестабильностью испарения в отсутствие обдувания и малостью толщины температурного пограничного слоя (“холодной пленки”). Следует отметить, что в [9] приведено подобное изображение полосчатых структур в природных условиях с периодом валов около 2,5 см.

2. Теоретическая модель. Учитывая оценки, выполненные в [8], при теоретическом рассмотрении ограничимся моделью термогравитационной конвекции (конвекции Рэлея — Бенара), которая является преобладающей в открытых водоемах. Из результатов эксперимента, описанного в п. 1, следует, что при достаточно большой скорости воздушного потока устанавливается режим генерации продольных конвективных валов. Поэтому будем рассматривать двумерную модель, в которой оси валов вытянуты вдоль потока.

2.1. *Уравнения задачи и граничные условия на дне слоя.* Пусть оси x, y, z правой декартовой системы координат направлены соответственно вдоль воздушного потока, перпендикулярно ему и вертикально вверх (против направления действия силы тяжести). В отсутствие возмущений внутри слоя $0 < z < H$ (H — глубина слоя) “ветровой” поток создает стационарное плоскопараллельное течение. В этом случае возможны конвективные движения с ориентацией осей валов в направлении оси x (продольные валы). Уравнения для жидкого слоя запишем в безразмерном виде через функцию тока ψ , завихренность Ω и смещенную температуру θ [12]:

$$\frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \Omega}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) = -\text{R} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \Delta \Omega, \quad \Delta \psi = \Omega; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \Delta \theta; \quad (2)$$

$$\frac{1}{\text{Pr}} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \Delta u. \quad (3)$$

Здесь $\Delta = \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$; $\text{R} = \alpha_0 g \delta T H^3 / (\nu_0 \chi_0)$ — число Рэлея; $\text{Pr} = \nu_0 / \chi_0$ — число Прандтля; ν_0 — кинематическая вязкость жидкости; χ_0 — температуропроводность; α_0 — коэффициент теплового расширения; g — ускорение свободного падения; δT — масштаб изменения температуры; $\mathbf{v} = (u, v, w)$ — вектор скорости течения; $v = \partial \psi / \partial z$; $w = -\partial \psi / \partial y$; $\Omega = -(\text{rot } \mathbf{v})_x$. Величины, имеющие размерность длины, отнесены к H , а время — к H^2/χ_0 [12]. Безразмерная смещенная температура $\theta = (T - T_0)/\delta T$ (T_0 — начальная абсолютная температура воздуха и жидкости; $T(y, z, t)$ — текущая абсолютная температура). В присутствии сдвигового течения возмущения продольной скорости отличны от нуля, однако они не влияют на двумерное движение в плоскости (y, z) , которое фактически является автономным.

Будем рассматривать периодические по y возмущения, представляя их в виде усеченных рядов Фурье. Для конвективного течения, удовлетворяющего соотношениям симметрии $\psi(y, z, t) = -\psi(-y, z, t)$, $\theta(y, z, t) = \theta(-y, z, t)$, решение (1), (2) запишем в виде

$$\psi = \sum_{n=1}^M A_n(z, t) \sin(nk_1 y), \quad \Omega = \sum_{n=1}^M K_n(z, t) \sin(nk_1 y), \quad (4)$$

$$\theta = \bar{\theta}(z, t) + \sum_{n=1}^M B_n(z, t) \cos(nk_1 y),$$

где A_n, B_n, K_n — вещественные амплитуды гармоники с номером n ; k_1 — волновое число первой гармоники; M — число учитываемых гармоник. На дне слоя для температуры зададим условие теплоизоляции, а для скорости — условия непротекания и прилипания:

$$z = 0: \quad \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial B_n}{\partial z} = 0, \quad A_n = 0, \quad \frac{\partial A_n}{\partial z} = 0, \quad n = 1, 2, \dots, M. \quad (5)$$

2.2. *Граничные условия для средней температуры на обдуваемой поверхности.* Поверхность жидкости находится под ТПС воздушного потока. Соответственно свободная конвекция в слое обуславливает вынужденную конвекцию в ТПС. Совместное решение уравнений для жидкого слоя и конвекции в воздухе чрезвычайно усложняет численное моделирование. Далее для описания структуры возмущений в потоке воздуха используется линейное приближение как для средних, так и для осциллирующих по y полей. Кроме того, их развитие будем предполагать квазистационарным (пренебрегать производными по времени), поскольку из результатов вычислений следует, что конвективная неустойчивость быстро насыщается, после чего начинается квазистационарное развитие системы валов (см. п. 3). При расчетах полей в воздухе будем использовать “квазиламинарную” модель течения в ТПС, когда турбулентному потоку ставится в соответствие ламинарное течение с таким же профилем средней скорости.

На поверхности жидкости запишем условия “твердой крышки”, непрерывности температуры, прилипания и непрерывности касательного напряжения соответственно в виде [12, 13]

$$\begin{aligned} w|_{z=H\pm 0} = 0, \quad \theta|_{z=H-0} = \theta|_{z=H+0}, \quad (u, v)|_{z=H-0} = (u, v)|_{z=H+0}, \\ \rho_0 \nu_0 \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) \Big|_{z=H-0} = \rho_a \nu_a \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) \Big|_{z=H+0}, \end{aligned} \quad (6)$$

где ρ_0 — плотность жидкости; ρ_a, ν_a — плотность и кинематическая вязкость воздуха. В (6) и далее в данном пункте (если не оговорено иное) используются размерные переменные. На границе жидкость — воздух уравнение баланса для потоков тепла принимает вид [1, 2]

$$-\kappa_0 \frac{\partial \theta}{\partial z} \Big|_{z=H-0} = (-\kappa_a \frac{\partial \theta}{\partial z} + L_V \gamma [\rho_\varphi(T) - \rho(T)] + 4\varepsilon \sigma T_0^3 \theta) \Big|_{z=H+0}, \quad (7)$$

где κ_0, κ_a — теплопроводность жидкости и воздуха; L_V — удельная теплота парообразования; $\rho_\varphi(T)$ — плотность насыщенного пара при температуре T ; $\rho(T)$ — плотность пара; γ — скорость испарения в вакуум; σ — постоянная Стефана — Больцмана; ε — отражательная способность жидкости. Наряду с градиентными потоками тепла в (7) входят потоки тепла, обусловленные испарением и нарушением радиационного баланса при охлаждении поверхности жидкости. Отметим, что радиационные эффекты на морской поверхности играют важную роль [2]. Поток тепла испарения в (7) определен формулой кинетической теории [14. С. 63]. При этом зависимость ρ_φ от температуры имеет вид [15. С. 200]

$$\rho_\varphi(T) = \rho_\varphi(T_0) \frac{T_0}{T} \exp \left[\lambda_\varphi \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \right], \quad (8)$$

где $\lambda_\varphi = L_V g_m / R_*$; g_m — молекулярная масса жидкости; R_* — универсальная газовая постоянная. В рабочем диапазоне температур зависимость (8) заменим ее линейной аппроксимацией:

$$\rho_\varphi = \rho_\varphi(T_0) [1 + k_c (T - T_0) (\lambda_\varphi - T_0) / T_0^2] \quad (9)$$

(k_c — корректирующий коэффициент). Из сопоставления графиков функций (8) и (9) при типичных значениях параметров (см. п. 3) следует, что при $k_c = 0,8$ относительная погрешность зависимости (9) не превышает 7 % во всем рабочем диапазоне температур (при $k_c = 1$ и $T \rightarrow T_0$ погрешность равна нулю, а на границе рабочего диапазона температур — 35 %).

Плотность насыщенного пара существенно меньше плотности воздуха (при нормальном давлении и температуре, равной 20 °С, для спирта $\rho_\varphi = 0,11$ г/см³), поэтому для плотности пара $\rho(x, y, z, t)$ можно записать линейное уравнение адвекции-диффузии (см. [16. С. 327]):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + U_a(z, x) \frac{\partial \rho}{\partial x} = D \Delta \rho. \quad (10)$$

Здесь D — коэффициент диффузии пара в воздухе; $U_a(z, x)$ — профиль скорости воздушного потока. Поскольку оценки параметров задачи, приведенные в п. 3, показывают, что изменение температуры и концентрации пара происходит в пристенной (буферной) области ТПС, ограничимся линейной аппроксимацией $U_a(z, x) = (u_*^2/\nu_a)(z - H)$, где $u_*(x)$ близка к постоянной величине. Скоростью дрейфового течения на поверхности слоя можно пренебречь (см. п. 3). Характерные изменения средней температуры и плотности пара в направлении воздушного потока имеют масштаб l порядка длины кюветы, который существенно больше вертикальных масштабов диффузии пара и теплопереноса в ТПС. Учитывая это обстоятельство и используя (10), запишем уравнение для стационарного профиля средней плотности пара $\bar{\rho}(z, x)$ в безразмерных координатах $X = x/l$, $Y = (z - H)/l_D$, где $l_D = (\nu_a l D / u_*^2)^{1/3}$ — масштаб диффузии. Представляя его решение в виде $\bar{\rho} = [\rho_\varphi(T_s) - \rho_\infty]F(X, Y) + \rho_\infty$, где $T_s = T|_{Y=0}$ — температура на поверхности слоя; ρ_∞ — плотность пара в окружающем воздухе, получим уравнение

$$Y \frac{\partial F}{\partial X} = \frac{\partial^2 F}{\partial Y^2}. \quad (11)$$

Граничное условие для (11) на плоскости $Y = 0$ означает равенство потока массы испарения и диффузионного переноса массы. Дополняя его очевидным граничным условием “на бесконечности”, получаем

$$F - 1 = \beta \frac{\partial F}{\partial Y} \Big|_{Y=0}, \quad F \Big|_{Y \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad (12)$$

где $\beta = D/(\gamma l_D) \ll 1$ — малый параметр, характеризующий отношение скорости диффузии к скорости испарения в вакуум. Поток тепла испарения в (7) пропорционален $1 - F$ и в нулевом приближении по β равен нулю. В этом приближении F удовлетворяет уравнению (11) с граничными условиями $F|_{Y=0} = 1$ и $F|_{Y \rightarrow \infty} = 0$. Такая краевая задача имеет автомодельное решение вида $F = \Gamma(1/3, \xi^3/9)/\Gamma(1/3)$, где $\xi = YX^{-1/3}$; функция Γ с одним и с двумя аргументами — гамма-функция и неполная гамма-функция соответственно. При $\xi \rightarrow \infty$ функция $F(\xi)$ монотонно убывает от 1 до 0 ($F = 0,035$ уже при $\xi = 2,5$). Поток тепла испарения j_V находится после подстановки решения для F в нулевом приближении в правую часть первого граничного условия (12): $j_V = d_1(D/l_D)[\rho_\varphi(T_s) - \rho_\infty]X^{-1/3}$. Здесь $d_1 = (-dF/d\xi)|_{\xi=0} \approx 0,54$.

Данное автомодельное решение получено для однородного по x распределения $\rho_\varphi(T)$ и, следовательно, для постоянной температуры T_s . Возможно также автомодельное решение с постоянным потоком тепла. Выбор решения с постоянной температурой T_s обусловлен тем, что функция ρ_φ имеет не зависящую от температуры составляющую (см. (9)). Кроме того, постоянное распределение T_s вниз по потоку подтверждено экспериментально. Таким

образом, вблизи поверхности плотность пара близка к плотности насыщенного пара, а при удалении от нее стремится к значению ρ_∞ .

Задача определения профиля средней температуры в ТПС ставится аналогично рассмотренной выше для плотности пара (см. уравнение (10)). Решение этой задачи можно представить в виде $T = (T_s - T_0)F(X, Y) + T_0$, причем в данном случае $Y = (z - H)/l_T$ ($l_T = (\nu_a l \chi_a / u_*^2)^{1/3}$; χ_a — температуропроводность воздуха). Поскольку F удовлетворяет граничным условиям $F|_{Y=0} = 1$, $F|_{Y \rightarrow \infty} = 0$, решением рассматриваемой задачи является найденная выше функция $F(\xi)$. Тогда для градиентного потока тепла j_T (первый член в правой части (7)) получаем $j_T = (d_1 \chi_a / l_T)(T_s - T_0)X^{-1/3}$.

Для сращивания найденных выражений с двумерной моделью конвективных валов в жидком слое в выражениях для j_V , j_T положим $X = 1$. При этом координата сращивания определяется как $x = l$. Подставляя j_V , j_T в (7), получим замкнутое граничное условие для средней температуры на поверхности слоя. Масштаб изменения температуры введем следующим образом: $\delta T = d_1 D L_V H \rho_\varphi(T_0)(1 - \lambda_\rho)/(l_D \chi_0)$ ($\lambda_\rho = \rho_\infty/\rho_\varphi(T_0)$ — влажность окружающего воздуха, определенная по концентрации пара испаряющейся жидкости). Это позволяет записать граничное условие для средней температуры в безразмерном виде

$$z = 1 - 0: \quad \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = -b\bar{\theta} - 1, \quad (13)$$

где $b = s_V + s_T + s_R$ — коэффициент теплоотдачи поверхности. Величины $s_V = k_c(\lambda_\varphi - T_0)\delta T/[(1 - \lambda_\rho)T_0^2]$, $s_T = d_1 \chi_a H/(\chi_0 l_T)$ и $s_R = 4\sigma \varepsilon T_0^3 H/\chi_0$ определяют вклады в теплоотдачу зависимости испарения от температуры, градиентной теплопередачи и нарушения радиационного баланса.

Заметим, что появление -1 в правой части (13) обусловлено выбором указанного выше масштаба температуры. Поток тепла испарения, равный -1 , есть поток тепла испарения в начальный момент (когда $\bar{\theta} = 0$). Поэтому δT — перепад температуры по толщине слоя при линейном профиле температуры, когда поток тепла внутри слоя совпадает с потоком тепла в воздух в начальный момент времени.

2.3. Граничные условия для осциллирующих составляющих гидродинамических полей. При определении осциллирующих (по координате y) составляющих полей примем те же допущения, что и в подп. 2.2, кроме того, будем пренебрегать производными по x . Используя уравнения (1) и (2), дополненные уравнением адвекции-диффузии для плотности пара, представим их решение в виде (4) и линеаризуем полученные уравнения относительно средних профилей температуры и плотности пара, определенных в подп. 2.2 (решение уравнения для плотности пара строится в том же виде, что и решение для температуры (4)). Ограничиваясь линейной аппроксимацией функции F , положим $F(\xi)|_{X=1} \approx 1 - d_1 Y$. В результате получим уравнения для амплитуд гармоник в воздухе с постоянными коэффициентами. Решая эту систему уравнений с учетом граничных условий (6), (7), можно получить эффективные граничные условия на поверхности жидкости, замыкающие систему уравнений для жидкого слоя.

Результаты расчетов при значениях параметров, соответствующих условиям проведенных экспериментов (см. п. 3), показывают, что эффективные граничные условия с высокой точностью можно заменить на более простые соотношения, которые в безразмерных переменных имеют вид

$$z = 1 - 0: \quad \frac{dB_n}{dz} = -bB_n, \quad \frac{d^2 A_n}{dz^2} = 0, \quad A_n = 0. \quad (14)$$

Первое равенство в (14) является обобщением граничного условия (13) на случай полной смещенной температуры θ , второе означает отсутствие осциллирующего касательного на-

пряжения, третье — неподвижность плоской границы. Использование условий (14) позволяет исключить из рассмотрения задачу определения осциллирующих полей в воздухе. Расчеты показывают (см. п. 3), что в этом случае профили гармоник функции тока и температуры близки к полученным с использованием полных эффективных граничных условий. Незначительное различие профилей гармоник температуры (менее 5 %) отмечено только в непосредственной близости к поверхности. Добавим, что первое условие в (14) приблизительно с такой же погрешностью можно заменить условием теплоизоляции ($dB_n/dz = 0$). Расчеты структуры течения и его развития во времени с использованием полных и упрощенных граничных условий также дают очень близкие результаты.

3. Результаты численного моделирования. Для физических параметров спирта, воздуха и паров спирта в воздухе при температуре, равной 20 °С, и нормальном давлении использовались табличные значения. Безразмерные параметры для численного моделирования определялись при $U_\infty = 1,5$ м/с, $u_*/U_\infty = 0,05$, $H = 4,6$ мм, $l = 15$ см (половина длины кюветы) и влажности $\lambda_\rho = 0$. Этим данным соответствуют значения $R = 60\,140$, $b = 0,68$. Число Прандтля для спирта в указанных условиях $Pr = 16,6$ [16. С. 294]. Отметим, что в формуле (8) коэффициент $\lambda_\varphi = 5120$, масштаб времени $H^2/\chi_0 = 3,7$ мин.

Масштабы диффузионного и теплового пограничных слоев в воздушном потоке, отнесенные к вязкому масштабу длины для ГПС, равны соответственно $l_D u_*/\nu_a = 7,85$ и $l_T u_*/\nu_a = 10,1$. Толщина буферной области ГПС на гладкой поверхности в тех же единицах обычно принимается равной 30 [2]. Полагая $X = 1$ ($\xi = Y$) и учитывая поведение функции $F(\xi)$, можно установить, что диффузия тепла и пара происходит в буферной области ГПС. Это позволяет использовать линейную аппроксимацию для профиля скорости воздушного потока (см. подп. 2.2). Заметим также, что приращение скорости потока на масштабах l_D и l_T существенно превышает скорость поверхностного дрейфа в жидкости. Это позволяет пренебречь последней в уравнении (11).

Уравнения (1), (2) с граничными условиями (5), (13) допускают решение в виде однородного по вертикали стационарного распределения температуры $\theta(z) = \theta_{st} = -1/b$, которое, очевидно, устойчиво и соответствует охлаждению всего жидкого слоя. Установление стационарной температуры наблюдалось в эксперименте (см. рис. 2). В результате вычислений получены следующие значения параметров: $s_V = 0,38$, $s_T = 0,166$, $s_R = 0,131$, $\theta_{st} = -1,48$. Таким образом, при определении θ_{st} существенна зависимость плотности насыщенного пара от температуры s_V , хотя суммарный вклад s_T и s_R также значителен. Разность начальной температуры T_0 и абсолютной температуры слоя можно представить в виде $T_0 - T_{st} = (1 - \lambda_\rho)T_0^2/[(1 + s'_T + s'_R)k_c(\lambda_\varphi - T_0)]$, где $s'_T = s_T/s_V$; $s'_R = s_R/s_V$; $T_{st} = T_0 + \delta T \theta_{st}$ — абсолютная стационарная температура слоя. Если $s'_T \rightarrow 0$, $s'_R \rightarrow 0$, то уменьшение температуры $T_0 - T_{st}$ при охлаждении слоя будет полностью определяться зависимостью плотности насыщенного пара от температуры. Из приведенных оценок следует, что в эксперименте зависимость предельной температуры от скорости потока должна быть слабой, что согласуется с данными, представленными на рис. 2.

Подставляя (4) в уравнения (1), (2), получим эволюционную краевую задачу в частных производных по t и z для амплитуд гармоник и средней температуры с граничными условиями (5), (13), (14). В данной работе рассматриваются только периодические решения этой задачи, содержащие два конвективных вала на периоде. При численном моделировании период решения задавался в соответствии с экспериментальными данными (полагалось $k_1 = 3$, что соответствует периоду валов, равному $2,1H$). Для численного решения вводилась равномерная по координате z сетка, а производные по z заменялись разностями второго порядка точности. Уравнения в обыкновенных производных по t записывались для рабочих узлов сетки с номерами $n = 1, 2, \dots, N$. Значения переменных в крайних узлах $n = 0, N + 1$ определялись из граничных условий при $z = 0$ и $z = 1$. Большая систе-

ма уравнений в обыкновенных производных t интегрировалась методом Рунге — Кутты четвертого порядка точности с постоянным шагом. Второе уравнение в (1) решалось методом дифференциальной прогонки. Основные расчеты проводились при $N = 100$, часть расчетов — при $N = 200$. В большинстве расчетов принималось число гармоник $M = 6$. Аналогичные результаты получены при других значениях R , k_1 , M . В начальный момент задавались однородный в поперечном направлении профиль средней температуры $\bar{\theta} = 0$ и малая первая гармоника функции тока $A_1 = 10^{-3} \sin(m\pi z)$ (m — целое число). Остальные коэффициенты A_n и все коэффициенты B_n полагались равными нулю. Обнаружено, что при $m = 1, 2, 3$ на стадии квазистационарного развития валиковых структур их поля практически не различались.

Результаты вычислений представлены на рис. 3–5. Установлено, что на начальной стадии процесса ($t < 0,15$) происходит интенсивная генерация валов, при этом максимальная амплитуда первой гармоники функции тока достигает значения $A_1 \approx 45$. Затем интенсивность генерации резко уменьшается, и при $t > 0,3$ происходит монотонное уменьшение амплитуд гармоник до нуля (при $t = 0,5$ на поверхности слоя амплитуда скорости $v \approx 40$). Это соответствует стадии квазистационарной эволюции валов, когда конвективная неустойчивость стабилизировалась и все изменения течения обусловлены охлаждением жидкого слоя. Анализ поведения профиля средней температуры показал, что охлаждение жидкости с поверхности первоначально приводит к формированию профиля температуры, который имеет большой (сравнимый с единицей) наклон по всей толщине слоя. Поскольку число Рэлея велико, происходит интенсивная генерация конвективных валов.

На рис. 3 показаны профили средней температуры, по которым можно судить об эволюции “холодной пленки” и квазистационарном охлаждении слоя. “Холодная пленка” характеризуется небольшим, но резким уменьшением температуры вблизи поверхности слоя $z = 1$. В остальной части слоя температура изменяется плавно и незначительно. Предельное значение температуры в однородно охлажденном слое совпадает со значением θ_{st} , указанным выше. При этом масштаб температуры $\delta T = 8,5$ °C, а предельное уменьшение температуры слоя $T_0 - T_{st} = 12,5$ °C. Согласно рис. 2 в эксперименте со спиртом при $U_\infty = 1,5$ м/с охлаждение было несколько меньше (примерно 9 °C). Безразмерное время охлаждения приблизительно равно 5, т. е. 18,5 мин, что хорошо согласуется с экспериментальными данными, приведенными на рис. 2. Зависимость поверхностной температуры от времени (здесь не приводится) также качественно согласуется с данными на рис. 2. Безразмерная толщина “холодной пленки” приблизительно равна 0,2, что соответствует 1 мм. При $t = 0,5$ скачок температуры на ней равен 0,075 (0,64 °C). Эти оценки близки к известным данным для водоемов [2].

Согласно (2) выражение для нормированного потока тепла по направлению к поверхности имеет вид

$$J_z = -\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \langle \tilde{w} \tilde{\theta} \rangle, \quad (15)$$

где знак “ \sim ” соответствует осциллирующим по y составляющим температуры θ и вертикальной скорости w ; $\langle \tilde{w} \tilde{\theta} \rangle$ — среднее по периоду пространственных осцилляций. На рис. 4 показаны зависимости полного потока тепла (15) и его молекулярной и динамической составляющих (определенных соответственно первым и вторым членами в правой части (15)) от координаты z . Преобладание вблизи поверхности молекулярной составляющей определяет большой градиент температуры в “холодной пленке”, а большая динамическая теплопроводность, создаваемая внутри слоя конвективными движениями, ограничивает ее толщину. Представленные на рис. 4 распределения аналогичны известным для турбулентных пограничных слоев различного происхождения (например, для турбулентного потока импульса в ТПС вблизи стенки [2]). Таким образом, малая толщина и стабильность “хо-

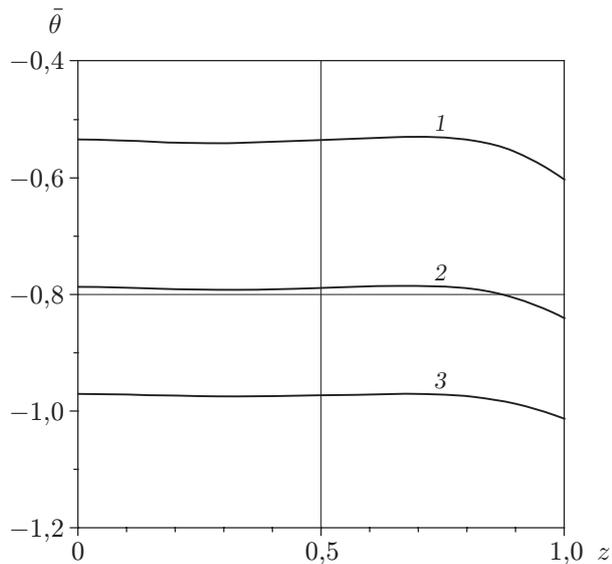


Рис. 3

Рис. 3. Профили средней температуры внутри обдуваемого жидкого слоя в различные моменты времени ($R = 60\,140$, $Pr = 16,6$, $b = 0,68$, $k_1 = 3$):

1 — $t = 0,75$; 2 — $t = 1,25$; 3 — $t = 1,75$

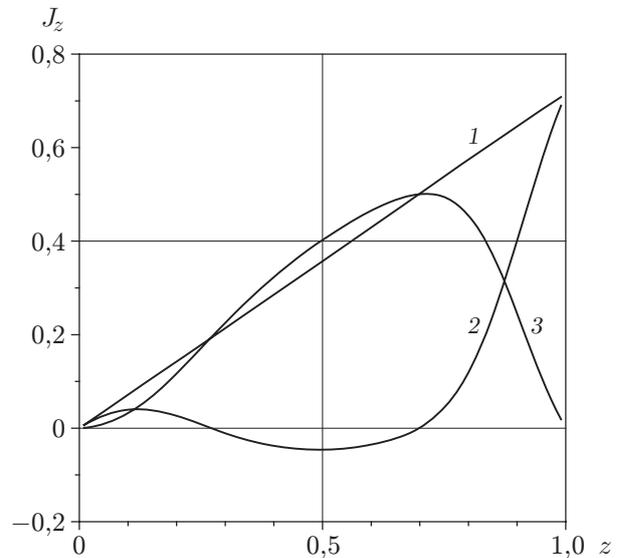


Рис. 4

Рис. 4. Безразмерный поток тепла в направлении оси z (1) и его молекулярная (2) и динамическая (3) составляющие

лодной пленки” вызваны наличием конвективных структур, обуславливающих большую динамическую теплопроводность в основной части жидкого слоя.

На рис. 5 показаны изотермы и линии тока течения. Линии тока сгущаются в областях опускания холодной жидкости и разрежены в областях подъема теплой. Таким образом, холодная жидкость опускается в более тонких струйках, причем быстрее, чем поднимается теплая. Опускание холодной жидкости происходит под линиями конвергенции (схождения) поверхностного течения. Эти линии проходят через точки $z = 1, y = 0; 2,1; 4,2$ на рис. 5 (белые линии на рис. 1, образованные частицами порошка). Подъем теплой жидкости происходит под линиями дивергенции (расхождения). Эти линии проходят через точки $z = 1, y = 1,05; 3,15$ на рис. 5 (темные линии на рис. 1).

Уравнение (3) для продольной составляющей скорости решалось с граничными условиями $\partial u / \partial z = \rho_a u_*^2 H^2 / (\rho_0 \chi_0 \nu_0) \equiv C_0$ при $z = 1$ и $u = 0$ при $z = 0$. Эта задача является линейной краевой задачей с переменными коэффициентами, которая в отсутствие конвекции имеет стационарное решение вида $u = C_0 z$. Поэтому относительное изменение средней скорости течения $\delta \bar{u} = \bar{u} / C_0 - z$ не зависит от C_0 . Для принятых выше значений параметров $C_0 = 1140$. Функция $\delta \bar{u}(z)$ монотонна, при $t = 0,5$ она имеет минимум на поверхности слоя ($\delta \bar{u} = -0,06$ при $z = 1$) и максимум на дне ($\delta \bar{u}(0) = 0$ при $z = 0$). Продольная скорость на поверхности $u(t, y, z)|_{z=1}$ максимальна на линиях конвергенции и минимальна на линиях дивергенции. Ее осцилляции поперек потока при $t = 0,5$ составляют 20 % скорости в отсутствие конвекции.

Для оценки зависимости результатов расчетов от координаты срачивания $x = l$ (см. подп. 2.2) проведены расчеты при $l = 9, 23$ см (при этом оказывается охваченной практически вся область поверхности жидкости на рис. 1). В случае $l = 9$ см получены значения $R = 71\,300$, $b = 0,78$, $\delta T = 10$ °C, $T_0 - T_{st} = 12,9$ °C, при $l = 23$ см — значения

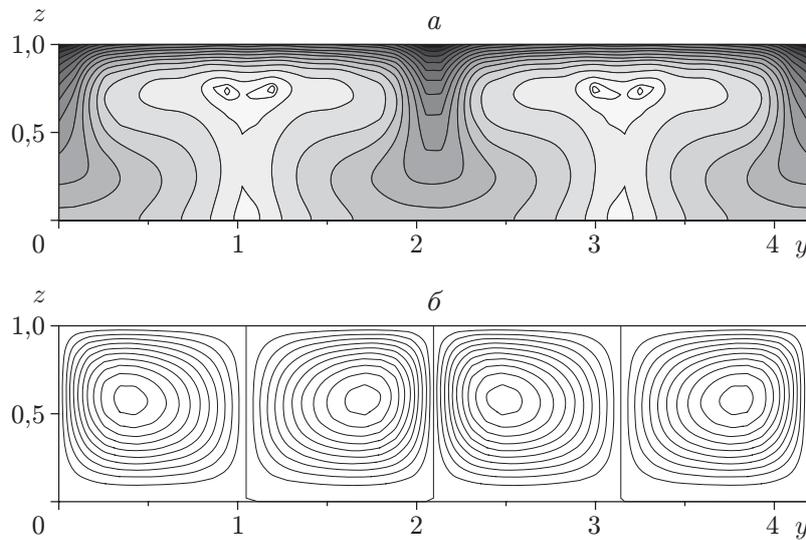


Рис. 5. Изотермы (а) и линии тока (б) периодического конвективного течения в обдуваемом жидком слое при $t = 0,5$:

а — черный цвет — минимальная температура, белый — максимальная температура

$R = 52\,150$, $b = 0,6$, $\delta T = 7,3$ °C, $T_0 - T_{st} = 12,1$ °C. Поскольку определение δT зависит от l (см. подп. 2.2), при сопоставлении результатов расчетов средней температуры предварительно осуществлялся переход к фиксированному масштабу $\delta T = 1$ °C. Вычисления для различных значений l сопоставлялись в интервале времени $0,5 < t < 3$ (за исключением временных интервалов переходного режима и малых значений рассматриваемых величин). При $l = 9, 23$ см относительные отклонения температуры на поверхности слоя, а также перепада температуры в “холодной пленке” и максимального значения амплитуды первой гармоники функции тока от расчетных значений этих величин при $l = 15$ см не превышали 10 и 8 % соответственно. Относительные отклонения амплитуды второй гармоники были значительно меньше. Таким образом, результаты расчетов свидетельствуют о слабой зависимости гидродинамических полей от координаты срачивания.

Поля температуры и скорости конвективного течения, представленные на рис. 5, качественно согласуются с полученными в работе [6], в которой изучалась конвекция на фоне мелкомасштабной турбулентности в связи с исследованием ленгмюровских циркуляций (при этом брались меньшие эффективные числа Рэлея и Прандтля). Отметим, что в [6] принималось условие фиксированной температуры на дне слоя, что приводит к притоку тепла от нижней границы слоя и установлению стационарных валов.

Заключение. В экспериментах с кюветой небольшого объема, заполненной испаряющейся жидкостью (этанолом), изучено развитие конвективных структур при увеличении скорости воздушного потока. Обнаружен переход от ячеек гексагональной формы к продольным конвективным валам. Установлено, что испарение жидкости в присутствии конвективных структур приводит к понижению ее температуры до постоянного значения.

Проведено теоретическое и численное исследование эволюции двумерных валов. Показано, что в условиях проведенного эксперимента на предельную температуру в охлажденном слое основное влияние оказывает зависимость плотности насыщенного пара от температуры. В расчетах доказано, что граничные условия для осциллирующего течения на поверхности жидкого слоя с высокой точностью могут быть заменены более простыми соотношениями, которые не требуют расчета осциллирующих полей в воздухе.

В рамках численного решения задачи определены основные особенности течения, характерные для проведенных экспериментов, и показано, что в образовании вблизи поверхности тонкого температурного пограничного слоя существенную роль играют конвективные структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Монин А. С.** Явления на поверхности океана / А. С. Монин, В. П. Красицкий. Л.: Гидрометеиздат, 1985.
2. **Панин Г. Н.** Тепло- и массообмен между водоемом и атмосферой в естественных условиях. М.: Наука, 1985.
3. **Федоров К. Н.** Приповерхностный слой океана / К. Н. Федоров, А. И. Гинзбург. Л.: Гидрометеиздат, 1988.
4. **Полежаев В. И.** Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье — Стокса / В. И. Полежаев, А. В. Бунэ, Н. А. Верезуб и др. М.: Наука, 1987.
5. **Шлычков В. А.** Оценка влияния “холодной поверхностной пленки” при моделировании конвекции в водоеме // Вычисл. технологии. 1998. Т. 3, № 6. С. 97–105.
6. **Блохина Н. С., Орданович А. Е.** Математическое моделирование вихревых структур в верхнем слое океана // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1994. Т. 3, № 5. С. 686–695.
7. **Tveitereid M., Müller H. W.** Pattern selection at the onset of Rayleigh — Benard convection in a horizontal shear flow // Phys. Rev. E. 1994. V. 20, N 2. P. 1219–1226.
8. **Езерский А. Б., Чернов В. В.** Воздействие ветровых напряжений на структуру конвекции в подогреваемом снизу слое жидкости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1999. Т. 35, № 5. С. 656–659.
9. **Езерский А. Б., Назаровский А. В., Чернов В. В.** Воздействие ветровых напряжений на конвективные структуры в подогреваемом снизу слое жидкости // Изв. РАН. Сер. физ. 2000. Т. 64, № 12. С. 2397–2404.
10. **Ezersky A. B., Reutov V. P., Rybushkina G. V., Chernov V. V.** Simulation of the convective structures in a thin liquid layer in the presence of a wind-driven flow // Frontiers of nonlinear physics: Proc. of the 2nd Intern. conf. Nizhny Novgorod: Inst. of Applied Physics RAS, 2005. P. 243–247.
11. **Papadimitrakis Y. A., Hsu E. Y., Street E. L.** On the structure of the velocity field over progressive mechanically-generated water waves // J. Phys. Oceanogr. 1984. V. 14. P. 1937–1947.
12. **Гетлинг А. В.** Конвекция Рэлея — Бенара. Структуры и динамика. М.: Эдиториал УРСС, 1999.
13. **Бэтчелор Дж.** Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973.
14. **Акуличев В. А.** Периодические фазовые превращения в жидкостях / В. А. Акуличев, В. Н. Алексеев, В. А. Буланов. М.: Наука, 1986.
15. **Ландау Л. Д.** Курс общей физики. Механика и молекулярная физика / Л. Д. Ландау, А. Н. Ахиезер, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1965.
16. **Ландау Л. Д.** Курс теоретической физики. Т. 6. Гидродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1986.

*Поступила в редакцию 28/III 2006 г.,
в окончательном варианте — 10/VII 2006 г.*