

ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 681.785.6 : 535.241.13 : 534

СПОСОБ ОПТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ АМПЛИТУДНОГО И ФАЗОВОГО
КОМПОНЕНТОВ ОБЪЁМНОЙ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ РЕШЁТКИ

П. Е. Твердохлеб, Ю. А. Щепеткин

*Институт автоматики и электрометрии СО РАН,
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1
E-mail: tverdokhleb@iae.nsk.su*

Путём решения уравнений связанных волн для лазерной доплеровской томографии найдены выражения для выходных сигналов, описывающих дифракцию света на объёмной решётке со взаимным (в общем случае) смещением амплитудного и фазового компонентов. Проведён выбор параметров сигналов, наименее подверженных влиянию неконтролируемых характеристик применяемой оптической системы и исследуемой среды. Получена зависимость фазового сдвига между сигналами двухканального гетеродинного детектора рассеянного света от характера амплитудно-фазовых составляющих тестовой решётки.

Ключевые слова: акустооптическое сканирование, амплитудно-фазовая решётка, доплеровская томография, коллинеарное гетеродинирование, метод связанных волн, тестирование светочувствительных материалов.

Введение. Данная работа посвящена качественному анализу возможностей метода лазерной доплеровской томографии, предложенного нами для изучения внутренних оптических свойств толстых светочувствительных материалов (сред) или пространственных искажений записанных в них трёхмерных амплитудно-фазовых дифракционных решёток (голограмм) [1, 2]. Этот метод в отличие от известных [3, 4] позволяет «восстанавливать» значения амплитуды и фазы рассеянного света во всех парциальных слоях изучаемой объёмной среды, а также значения фазового сдвига между парциальными амплитудными и фазовыми дифракционными решётками.

Согласно [1] исходная тестовая решётка формируется в объёме среды толщиной H (рис. 1, *a*) путём записи картины интерференции двух когерентных лазерных пучков света A и C , сформированных с помощью акустооптического дефлектора (АОД) при дифракции в -1 -й порядок (стоксовы компоненты). При этом круговая частота ω_C пучка света C на $\Delta\omega_0$ меньше, чем частота ω_A пучка A . Из этого следует, что

$$A = A_m \exp(j\omega_A t) = A_m \exp[j(\omega_0 - \Delta\omega_A)t], \quad (1)$$

$$C = C_m \exp(j\omega_C t) = C_m \exp[j(\omega_A - \Delta\omega_0)t] = C_m \exp[j(\omega_0 - \Delta\omega_A - \Delta\omega_0)t], \quad (2)$$

где ω_0 — круговая частота света на входе АОД. Поскольку $\omega_0 \gg \Delta\omega_A + \Delta\omega_0$, то $\omega_A \approx \omega_C \approx \omega_0$, $\Delta\omega_0 = 2\pi\Delta f_0$.

При послойном измерении амплитуды и фазы рассеянного света на записанную структуру проецируется движущаяся интерференционная решётка, изображённая на рис. 1, *b* пунктиром. Решётка движется поступательно со скоростью V_s и поворачивается в плоскости XOZ относительно начала системы координат 0 с угловой скоростью Ω . В результате скорость движения сканирующей интерференционной решётки относительно записанной

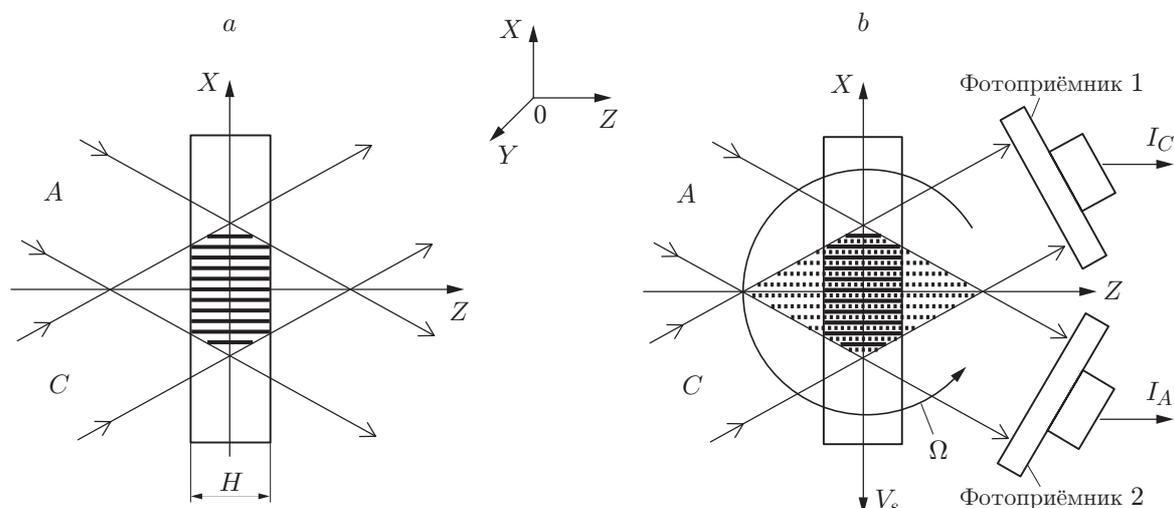


Рис. 1. Принцип лазерной доплеровской томографии светочувствительных материалов: режимы записи решётки (а) и послойного коллинеарного гетеродинного детектирования (б)

структуры приобретает две составляющие. Первая из них — поступательный компонент V_s , вторая — вращательный компонент $V_\Omega = \Omega z$, где z — расстояние слоя от центра вращения. При сложении поступательного и вращательного движений скорость перемещения решётки изменяется по глубине среды, поэтому меняется и доплеровский сдвиг частоты. Иначе говоря, свет, рассеянный в каждом слое среды, будет иметь «свой» доплеровский сдвиг частоты $f_D(z)$. Амплитуда и фаза этого света находятся путём двухканального фазочувствительного коллинеарного гетеродинного детектирования [1, 4]. По их значениям определяются амплитуды модуляции показателя преломления и коэффициента поглощения записанной решётки.

Для исследования параметров фазовой и амплитудной модуляций толстой решётки в [4] предложено формировать два сигнала, которые пропорциональны разности ($I_A - I_C$) и сумме ($I_A + I_C$) токов фотоприёмников. При этом разностный и суммарный сигналы отдельно несут информацию об амплитудах модуляций показателя преломления и коэффициента поглощения записанной решётки соответственно. Однако проведённая нами экспериментальная проверка такой методики показала, что при суммировании двух больших противофазных сигналов результат ($I_A + I_C$) существенно зависит от многих неконтролируемых факторов, влияющих на амплитуды пучков при распространении их от зоны рассеяния до фотоприёмника. Вследствие этого воспроизводимость результатов таких измерений оказывается неудовлетворительной, особенно при малом уровне дифракции на амплитудной составляющей решётки по сравнению с дифракцией на её фазовой составляющей.

Цель предлагаемой работы — определить характер зависимости выходных сигналов фотоприёмников 1 и 2 (см. рис. 1, б) от параметров тестовой решётки (уровня модуляций показателя преломления и коэффициента поглощения материала), а также изучить характер фазового сдвига между этими сигналами как наиболее помехоустойчивого параметра при оценке дифракции света на амплитудно-фазовой решётке со взаимным сдвигом амплитудного и фазового компонентов. Результаты получены путём решения задачи дифракции двух пересекающихся плоских волн A и C на соответствующей им тестовой объёмной амплитудно-фазовой решётке с последующим экспериментальным подтверждением справедливости основных теоретических выводов и предлагаемых физико-технических решений.

Теория. Найдём вначале зависимость амплитуды и фазы сигнала на выходах фотоприёмников на рис. 1, *b* от амплитуд модуляций показателя преломления n_{\sim} и коэффициента поглощения α_{\sim} тестовой объёмной решётки, имеющей период d и взаимное смещение амплитудного $\alpha_{\sim}(x)$ и фазового $n_{\sim}(x)$ компонентов на угол φ . Полагаем, что полосы решётки перпендикулярны поверхности среды, а её относительная диэлектрическая проницаемость ε и удельная электрическая проводимость σ содержат постоянные $\varepsilon_{=}$, $\sigma_{=}$ и переменные ε_{\sim} , σ_{\sim} составляющие. Тогда изменение этих параметров в плоскости XOZ можно представить в виде выражений

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_{=} + \varepsilon_{\sim} \cos(\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) = \varepsilon_{=} + 0,5\varepsilon_{\sim}[\exp(j\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) + \exp(-j\mathbf{G} \cdot \mathbf{r})], \quad (3)$$

$$\sigma(\mathbf{r}) = \sigma_{=} + \sigma_{\sim} \cos[(\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}) + \varphi] = \sigma_{=} + 0,5\sigma_{\sim}\{\exp[j(\mathbf{G} \cdot \mathbf{r} + \varphi)] + \exp[-j(\mathbf{G} \cdot \mathbf{r} + \varphi)]\}, \quad (4)$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор точки среды от начала координат; \mathbf{G} — волновой вектор тестовой решётки ($|\mathbf{G}| = 2\pi/d$).

Совместим плоскость XOY с передней поверхностью исследуемой среды. Вектор \mathbf{G} направим вдоль оси X , при этом плоскости постоянной диэлектрической проницаемости и коэффициента поглощения ориентированы перпендикулярно плоскости XOZ . Векторы напряжённости электрических полей двух пересекающихся плоских ТЕ-поляризованных монохроматических волн перпендикулярны плоскости рис. 1, *b* и направлены параллельно оси Y .

На рис. 2 приведена векторная диаграмма, полученная путём сечения сферы Эвальда плоскостью k_XOZ . Здесь \mathbf{k}_{A0} и \mathbf{k}_{C0} — волновые векторы пучков A и C (см. рис. 1). Концы этих векторов лежат на сфере Эвальда: $|\mathbf{k}_{A0}| = |\mathbf{k}_{C0}| = 2\pi n_{=} / \lambda$, где $n_{=} = \varepsilon_{=}^{1/2}$ — средний показатель преломления среды, λ — длина волны лазерного света в воздухе. При пересечении пучки A и C образуют интерференционную решётку с волновым вектором $\mathbf{R} = \mathbf{k}_{A0} - \mathbf{k}_{C0}$. Волновые векторы \mathbf{k}_{AS} и \mathbf{k}_{CS} световых пучков (обозначены пунктиром), рассеянных на записанной решётке \mathbf{G} , коллинеарны сканирующим пучкам \mathbf{k}_{C0} и \mathbf{k}_{A0} .

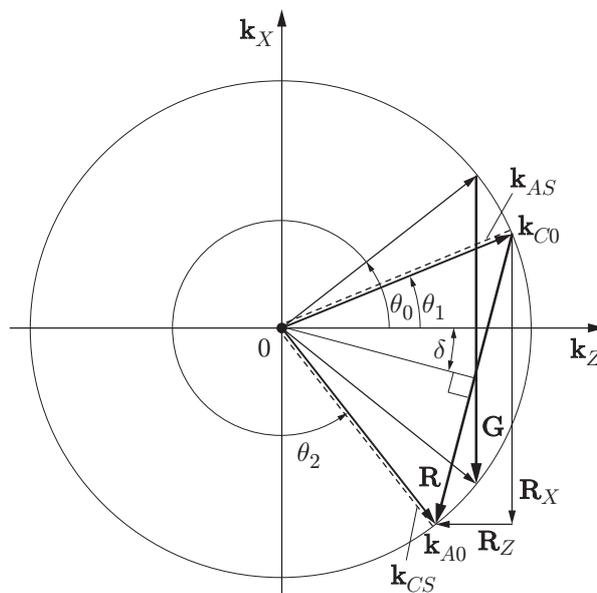


Рис. 2. Положение на сфере Эвальда вектора записанной решётки \mathbf{G} и векторов, образующих сканирующую решётку \mathbf{R}

Комплексная амплитуда \mathbf{A} напряжённости электрического поля \mathbf{E} в точке среды с координатой \mathbf{r} будет равна сумме амплитуд падающего \mathbf{A}_0 и дифрагированного \mathbf{A}_S пучков:

$$\mathbf{A}(z) = \mathbf{A}_0(z) \exp(-j\mathbf{k}_{A0}\mathbf{r}) + \mathbf{A}_S(z) \exp(-j\mathbf{k}_{AS}\mathbf{r}). \quad (5)$$

Соответствующее выражение для амплитуды \mathbf{C} можно представить в виде

$$\mathbf{C}(z) = \mathbf{C}_0(z) \exp(-j\mathbf{k}_{C0}\mathbf{r}) + \mathbf{C}_S(z) \exp(-j\mathbf{k}_{CS}\mathbf{r}). \quad (6)$$

Подставим (5) в волновое уравнение

$$\Delta \mathbf{E} - j\omega_0 \mu_0 \sigma \mathbf{E} + k^2 \varepsilon \mathbf{E} = 0, \quad (7)$$

где Δ — оператор Лапласа; $k = \omega_0(\mu_0 \varepsilon_0)^{1/2} = 2\pi/\lambda$; μ_0, ε_0 — магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума (среда немагнитная).

При решении уравнения (7), так же как и в работе [5], пренебрегаем вторыми производными функций $A_0(z)$ и $A_S(z)$ по координате Z , а также считаем, что $n_{\sim} \ll n_{=}$, $\alpha_{\sim} \leq \alpha_{=}$ и $\alpha_{=} \ll 2\pi n_{=}/\lambda$. Здесь $n_{\sim} = \varepsilon_{\sim}/2(\varepsilon_{=})^{1/2}$, $\alpha_{\sim} = \omega_0 \mu_0 \sigma_{\sim}/2k(\varepsilon_{=})^{1/2}$ — амплитуды переменных составляющих при модуляциях показателя преломления и коэффициента поглощения материала соответственно, а $\alpha_{=} = \omega_0 \mu_0 \sigma_{=}/2k(\varepsilon_{=})^{1/2}$.

Кроме того, допускаем, что независимо от расстройки по углу Брэгга концы всех рассматриваемых векторов плоских волн лежат на сфере Эвальда [6, 7]. Такое условие оправдано по двум причинам: во-первых, изменение радиуса сферы Эвальда, обусловленное приращением среднего показателя преломления материала, малó и обычно не превышает величину порядка 10^{-2} ; во-вторых, данное приращение имеет одно и то же значение при распространении пучков по направлениям A и C . Вследствие этого уравнения для падающей и дифрагированной волн принимают симметричный вид. Такой характер уравнений наиболее полно соответствует физическим процессам прямого и обратного рассеяний световой волны на объёмной дифракционной решётке и хорошо объясняет симметрию сигналов в обоих каналах коллинеарного гетеродинного детектора.

Падающая и дифрагированная плоские волны оказываются связанными и описываются выражениями

$$d\mathbf{A}_S(z)/dz + \alpha_{=} \mathbf{A}_S(z)/\cos \theta_1 = -j\mathbf{A}_0(z)\chi_0 \exp\{j[\mathbf{G} - (\mathbf{k}_{A0} - \mathbf{k}_{AS})]\mathbf{r}\}/\cos \theta_1, \quad (8)$$

$$d\mathbf{A}_0(z)/dz + \alpha_{=} \mathbf{A}_0(z)/\cos \theta_2 = -j\mathbf{A}_S(z)\chi_S \exp\{-j[\mathbf{G} - (\mathbf{k}_{A0} - \mathbf{k}_{AS})]\mathbf{r}\}/\cos \theta_2. \quad (9)$$

Здесь

$$\chi_0 = \pi n_{\sim}/\lambda + 0,5(\alpha_{\sim} \sin \varphi) - j0,5(\alpha_{\sim} \cos \varphi),$$

$$\chi_S = \pi n_{\sim}/\lambda - 0,5(\alpha_{\sim} \sin \varphi) - j0,5(\alpha_{\sim} \cos \varphi)$$

— параметры взаимодействия падающей и дифрагированной волн [5], характеризующие степень прямого рассеяния света (из пучка \mathbf{A}_0 в пучок \mathbf{A}_S) и обратного рассеяния (из пучка \mathbf{A}_S в пучок \mathbf{A}_0).

Из-за селективных свойств коллинеарного гетеродинирования детектируются только те части рассеянного света A_S, C_S , волновые векторы которых $\mathbf{k}_{AS}, \mathbf{k}_{CS}$ совпадают с волновыми векторами $\mathbf{k}_{C0}, \mathbf{k}_{A0}$ пучков C и A (см. рис. 2).

Ранее отмечено, что вектор \mathbf{G} объёмной решётки направлен вдоль оси X и не имеет составляющей \mathbf{G}_Z вдоль оси Z . Известно также [1], что при повороте сканирующей

решётки изменяется только проекция вектора \mathbf{R} на ось Z , обозначенная на рис. 2 через R_Z . В этом случае $[\mathbf{G} - (\mathbf{k}_{A0} - \mathbf{k}_{AS})]\mathbf{r} = (\mathbf{G} - \mathbf{R})\mathbf{r} = -R_Z z$ и выражения (8) и (9) можно представить в виде системы дифференциальных уравнений:

$$d\mathbf{A}_S(z)/dz + \mathbf{A}_S(z)\alpha_{\neq}/\cos\theta_1 = -j\mathbf{A}_0(z)\chi_0 \exp(-jR_Z z)/\cos\theta_1, \quad (10)$$

$$d\mathbf{A}_0(z)/dz + \mathbf{A}_0(z)\alpha_{\neq}/\cos\theta_2 = -j\mathbf{A}_S(z)\chi_S \exp(jR_Z z)/\cos\theta_2. \quad (11)$$

Аналогичным образом из волнового уравнения (7) вытекают выражения для электрического поля пучка C :

$$d\mathbf{C}_S(z)/dz + \mathbf{C}_S(z)\alpha_{\neq}/\cos\theta_2 = -j\mathbf{C}_0(z)\chi_S \exp(jR_Z z)/\cos\theta_2, \quad (12)$$

$$d\mathbf{C}_0(z)/dz + \mathbf{C}_0(z)\alpha_{\neq}/\cos\theta_1 = -j\mathbf{C}_S(z)\chi_0 \exp(-jR_Z z)/\cos\theta_1. \quad (13)$$

Можно показать, что решениями систем уравнений (10), (11) являются комплексные амплитуды рассеянного и прошедшего световых полей:

$$\mathbf{A}_S(z) = -jA \exp(-bz)(\chi_0 z/\cos\theta_1)[\text{sh}(a_S z)/(a_S z)] \exp[-j(R_Z/2)z], \quad (14)$$

$$\mathbf{A}_0(z) = A \exp(-bz)[\text{ch}(a_0 z) + \xi_0 z \text{sh}(a_0 z)/(a_0 z)] \exp[j(R_Z/2)z], \quad (15)$$

а систем уравнений (12), (13) — комплексные амплитуды:

$$\mathbf{C}_S(z) = -jC \exp(-bz)(\chi_S z/\cos\theta_2)[\text{sh}(a_0 z)/a_0 z] \exp[j(R_Z/2)z], \quad (16)$$

$$\mathbf{C}_0(z) = C \exp(-bz)[\text{ch}(a_S z) + \xi_S z \text{sh}(a_S z)/(a_S z)] \exp[-j(R_Z/2)z]. \quad (17)$$

Здесь

$$b = 0,5\alpha_{\neq}[(1/\cos\theta_1) + (1/\cos\theta_2)];$$

$$a_0 = [(\xi_0^2 - \chi_S\chi_0)/(\cos\theta_1 \cdot \cos\theta_2)]^{1/2}; \quad a_S = [(\xi_S^2 - \chi_S\chi_0)/(\cos\theta_1 \cdot \cos\theta_2)]^{1/2};$$

$$\xi_0 = [0,5\alpha_{\neq}(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)/(\cos\theta_1 \cdot \cos\theta_2)] - jR_Z/2;$$

$$\xi_S = [0,5\alpha_{\neq}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)/(\cos\theta_1 \cdot \cos\theta_2)] + jR_Z/2.$$

Исходя из физических представлений, в приведённых выражениях для ξ_S и ξ_0 можно пренебречь членом в квадратных скобках по сравнению со вторым слагаемым, равным $R_Z/2$. Это практически означает, что отклонение от угла Брэгга оказывает более существенное влияние на синхронизм световых пучков, дифрагированных от отдельных слоёв, чем фазовый сдвиг, обусловленный поглощением света. Вытекающее отсюда условие можно записать в виде

$$\delta\xi = |\alpha_{\neq}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)/(R_Z \cos\theta_1 \cdot \cos\theta_2)| \ll 1.$$

Из рис. 2 следует, что $\cos\theta_1 - \cos\theta_2 = R_Z/k_c$, где $k_c = 2\pi n_{\neq}/\lambda$. Минимальное значение произведения $\cos\theta_1 \cdot \cos\theta_2$ соответствует двум крайним положениям вектора \mathbf{R} сканирующей решётки, когда $\theta_1 \approx 0$, $\cos\theta_2 = (1 - NA^2)^{1/2}$ или $\theta_2 \approx 0$, $\cos\theta_1 = (1 - NA^2)^{1/2}$. Здесь

NA — числовая апертура микрообъектива, используемого при формировании решётки R . В результате получим

$$\max \delta\xi = \alpha_{=} \lambda / (2\pi n_{=} (1 - NA^2)^{1/2}).$$

Оценим $\max \delta\xi$ для некоторого близкого к предельному значению коэффициента поглощения $\alpha_{=} = 0,023 \text{ мкм}^{-1}$. Слой материала толщиной 100 мкм с таким значением $\alpha_{=}$ ослабляет интенсивность пучка в 100 раз. В этом случае при $NA = 0,65$, $\lambda = 0,66 \text{ мкм}$, $n_{=} = 1,5$ получим $\max \delta\xi = 2,7 \cdot 10^{-3} \ll 1$, поэтому в выражениях (15), (17) коэффициенты ξ_0 , ξ_S можно представить в виде $\xi_0 \approx -jR_Z/2$, $\xi_S \approx jR_Z/2$. Тогда

$$a_S = a_0 = ja = j[(R_Z/2)^2 + \chi_S \chi_0 / (\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2)]^{1/2}, \quad \text{sh}(jaz) / (jaz) = \sin(az) / (az).$$

Переменные (информационные) составляющие мощностей световых пучков $P_{A\sim}$, $P_{C\sim}$ и пропорциональные им значения фототоков $I_{A\sim}$, $I_{C\sim}$ на выходах фотоприёмников 1, 2 в схеме на рис. 1 определяются как

$$I_{A\sim} = K_{\Phi} P_{A\sim} = K_{\Phi} (\mathbf{A}_0 \mathbf{C}_S^* + \mathbf{A}_0^* \mathbf{C}_S), \quad (18)$$

$$I_{C\sim} = K_{\Phi} P_{C\sim} = K_{\Phi} (\mathbf{C}_0 \mathbf{A}_S^* + \mathbf{C}_0^* \mathbf{A}_S), \quad (19)$$

где K_{Φ} — коэффициент преобразования фотоприёмников. В окончательном виде выражения (18), (19) настолько громоздки, что непосредственно в аналитическом виде не могут быть использованы.

Однако их можно упростить, если учесть свойство ортогональности сигналов от отдельных слоёв, обусловленное поворотом вектора сканирующей решётки \mathbf{R} [1]. Поясним это на примере.

На рис. 3 показаны исходная и восстановленная зависимости амплитуды переменной составляющей коэффициента преломления n_{\sim} от положения слоя по глубине фазовой решётки. График построен путём расчёта фототоков $I_{A\sim}$ и $I_{C\sim}$ по формулам (14)–(19) и последующего послойного восстановления n_{\sim} методом Фурье-преобразования полученных

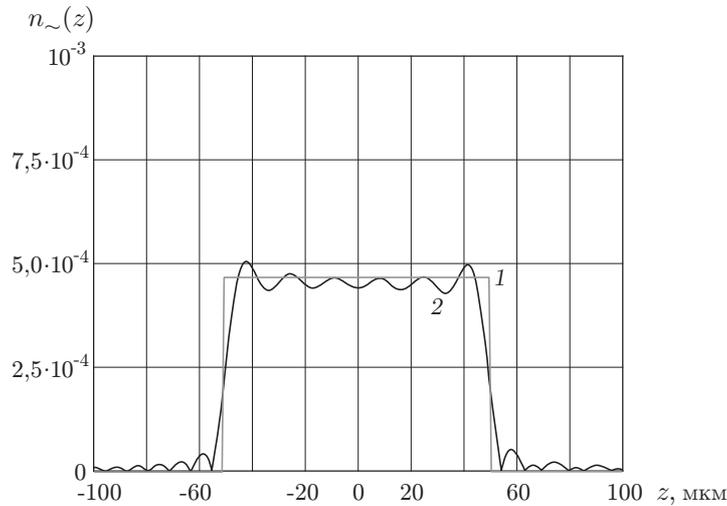


Рис. 3. Распределение переменной составляющей коэффициента преломления n_{\sim} по глубине материала z (результат компьютерного моделирования) (кривые 1 и 2 — исходное и восстановленное распределения $n_{\sim}(z)$)

выражений [1]. Основные исходные параметры: $\lambda = 0,66$ мкм, $d = 2,3$ мкм, $n_{\sim} = 1$, $n_{\sim} = 4,689 \cdot 10^{-4}$. В этом случае при толщине материала $H = 100$ мкм дифракционная эффективность решётки $\eta = 5$ %. Максимальный угол сканирования $\theta_{1\max}$ равен углу между пучками $2\theta_0$ при записи тестовой решётки (см. рис. 2). При этом толщина элементарного слоя (разрешающая способность по глубине) определялась по формуле $\Delta H = 2nd^2/\lambda = 16,04$ мкм [1]. Количество независимых слоёв на толщине материала 100 мкм равнялось шести. На рис. 4 хорошо видны сигналы от каждого из этих слоёв. Восстановленное значение n_{\sim} в каждом слое совпадает с исходным значением в отсчётных точках, соответствующих дифракции Брэгга.

Из выражений (14)–(17) следует, что для режима дифракции Брэгга ($R_Z = 0$, $\theta_1 = \theta_2 = \theta_B$) фототоки в каналах A и C , обусловленные дифракцией в слое с координатой z , будут иметь вид

$$I_{A\sim} = K_{\Phi} A_z C_z \exp(-2\alpha_{\sim} \Delta H / \cos \theta_B) \{ [\chi_3 \sin(2\nu_1) + \chi_4 \operatorname{sh}(2\nu_2)] \sin(\Delta\omega t) + [\chi_4 \sin(2\nu_1) - \chi_3 \operatorname{sh}(2\nu_2)] \cos(\Delta\omega t) \}, \quad (20)$$

$$I_{C\sim} = K_{\Phi} A_z C_z \exp(-2\alpha_{\sim} \Delta H / \cos \theta_B) \{ [-\chi_1 \sin(2\nu_1) - \chi_2 \operatorname{sh}(2\nu_2)] \sin(\Delta\omega t) + [\chi_2 \sin(2\nu_1) - \chi_1 \operatorname{sh}(2\nu_2)] \cos(\Delta\omega t) \}. \quad (21)$$

Здесь $\Delta\omega = \Delta\omega_0 + 2\pi f_D(z)$; $\nu_1 - j\nu_2 = (\chi_0 \chi_S)^{1/2} \Delta H / \cos \theta_B$; $\chi_1 + j\chi_2 = (\chi_0 / \chi_S)^{1/2}$; $\chi_3 + j\chi_4 = (\chi_S / \chi_0)^{1/2}$; ΔH — толщина элементарного слоя [1], в пределах которого параметры тестируемой решётки и доплеровский сдвиг частоты $f_D(z)$ считаются постоянными; A_z, C_z — комплексные амплитуды пучков на входе слоя с координатой z .

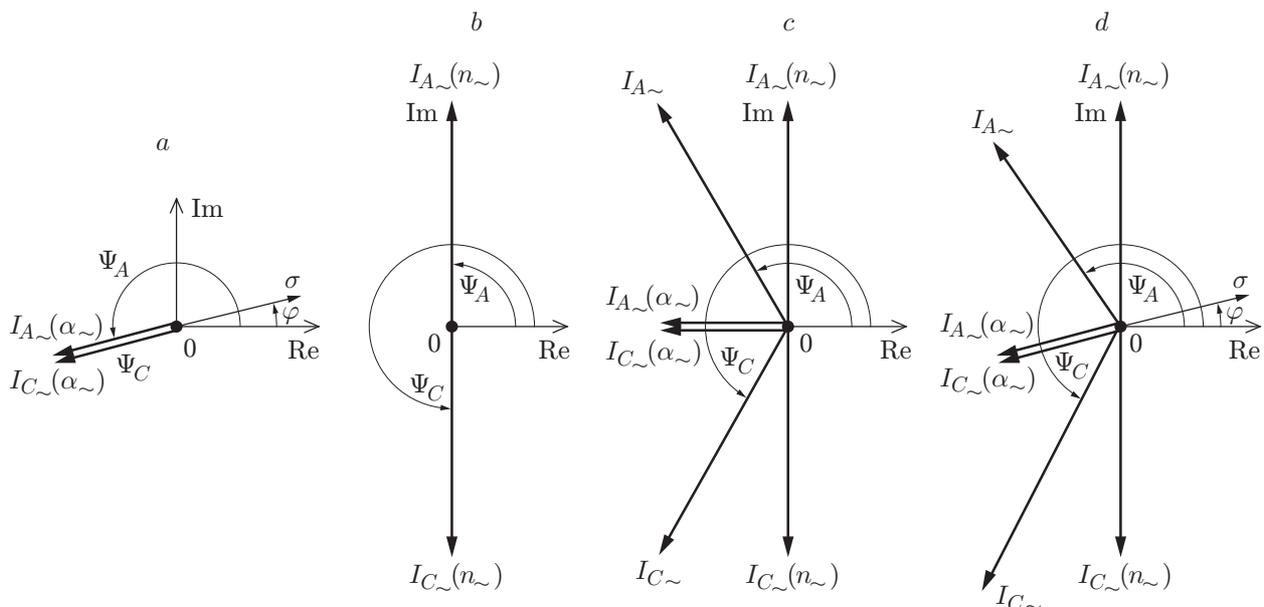


Рис. 4. Фазовые диаграммы составляющих фототоков $I_{A\sim}$ и $I_{C\sim}$, обусловленных амплитудным (α_{\sim}) и фазовым (n_{\sim}) компонентами решётки: a — амплитудная решётка, b — фазовая, c — амплитудно-фазовая без сдвига фазы между амплитудным и фазовым компонентами ($\varphi = 0$), d — амплитудно-фазовая ($\varphi \neq 0$)

Найдём теперь значения фаз Ψ_A и Ψ_C фототоков в каналах A и C (см. рис. 1, b). Из выражений (20) и (21) следует, что

$$\Psi_A = \arctg[(\chi_1 \sin 2\nu_1 - \chi_2 \operatorname{sh} 2\nu_2)/(-\chi_2 \sin 2\nu_1 - \chi_1 \operatorname{sh} 2\nu_2)], \quad (22)$$

$$\Psi_C = \arctg[(-\chi_1 \sin 2\nu_1 - \chi_2 \operatorname{sh} 2\nu_2)/(\chi_2 \sin 2\nu_1 - \chi_1 \operatorname{sh} 2\nu_2)]. \quad (23)$$

Тогда разность фаз фототоков (23) и (22) запишем в виде

$$\Delta\Psi_1 = \arctg[(a_c - a_a)/(1 + a_c a_a)] = \arctg[(-2 \sin 2\nu_1 \cdot \operatorname{sh} 2\nu_2)/(\sin^2 2\nu_1 - \operatorname{sh}^2 2\nu_2)], \quad (24)$$

где a_a и a_c — аргументы функций \arctg в выражениях (22) и (23) соответственно. Значения и знаки этих аргументов определяют конечную разность фаз. Здесь $\Delta\Psi$ — искомая разность фаз между фототоками в каналах C и A .

Так, разность фаз

$$\Delta\Psi = \Psi_C - \Psi_A = \Delta\Psi_1 \quad \text{при } [a_c a_a > -1], \quad (25)$$

$$\Delta\Psi = \Psi_C - \Psi_A = \pi + \Delta\Psi_1 \quad \text{при } [a_c a_a < -1, a_c > 0], \quad (26)$$

$$\Delta\Psi = \Psi_C - \Psi_A = -\pi + \Delta\Psi_1 \quad \text{при } [a_c a_a < -1, a_c < 0]. \quad (27)$$

Исходя из вышеописанного, можно построить фазовые диаграммы фототоков (20), (21) для основных видов объёмных дифракционных решёток.

Амплитудная (абсорбционная) решётка. В этом случае $n_{\sim} = 0$, $\nu_1 = 0$, $\nu_2 = 0,5\alpha_{\sim} \times \chi_0 = 0,5(\alpha_{\sim} \sin \varphi - j\alpha_{\sim} \cos \varphi)$, $\chi_S = 0,5(-\alpha_{\sim} \sin \varphi - j\alpha_{\sim} \cos \varphi)$, $\chi_1 = -\cos \varphi$, $\chi_2 = -\sin \varphi$. Из (24), (25) получим $\Psi_C = \Psi_A = \varphi + \pi$, $\Delta\Psi = 0$. Соответствующая фазовая диаграмма приведена на рис. 4, a , где также показано положение вектора переменной составляющей удельной электрической проводимости σ_{\sim} , имеющего фазовый сдвиг, равный φ . Фототоки в каналах A и C изменяются в противофазе относительно вектора σ_{\sim} , поскольку максимальному поглощению света соответствует минимальное значение фототока.

Фазовая решётка. У такой решётки $\alpha_{\sim} = 0$, поэтому $\chi_S = \chi_0 = \chi = \pi n_{\sim}/\lambda$, $\chi_1 = 1$, $\chi_2 = 0$, $\nu_1 = \chi \Delta H / \cos \theta_B$, $\nu_2 = 0$. Из (22), (23) следует, что $\Psi_C = 3\pi/2$, $\Psi_A = \pi/2$. Отсюда $\Delta\Psi = \Psi_C - \Psi_A = \pi$. Диаграмма фазовых сдвигов фототоков в каналах A и C относительно вектора решётки, обусловленной модуляцией диэлектрической проницаемости ε , приведена на рис. 4, b . Из диаграммы видно, что ток I_C опережает по фазе фототок I_A , поскольку $k_{C0} < k_{A0}$ (см. рис. 2).

Амплитудно-фазовая решётка без сдвига фазы между амплитудным и фазовым компонентами. Так как $\varphi = 0$, то $\chi_S = \chi_0 = \pi n_{\sim}/\lambda - j\alpha_{\sim}/2$, $\chi_1 = \chi_3 = 1$, $\chi_2 = \chi_4 = 0$, $\nu_1 = (\pi n_{\sim}/\lambda) \Delta H / \cos \theta_B$, $\nu_2 = (\alpha_{\sim}/2) \Delta H / \cos \theta_B$, фазы фототоков в каналах A и C могут быть найдены из выражений

$$\Psi_C = \arctg(-\sin 2\nu_1 / -\operatorname{sh} 2\nu_2), \quad \Psi_A = \arctg(\sin 2\nu_1 / -\operatorname{sh} 2\nu_2).$$

Согласно (26)

$$\Delta\Psi = \Psi_C - \Psi_A = \pi + \arctg[-2 \sin 2\nu_1 \cdot \operatorname{sh} 2\nu_2 / (\sin^2 2\nu_1 - \operatorname{sh}^2 2\nu_2)]. \quad (28)$$

В отличие от фазовой решётки здесь $\Delta\Psi < \pi$. Диаграмма фазовых сдвигов фототоков $I_{A\sim}$, $I_{C\sim}$, обусловленных амплитудным и фазовым компонентами решётки, показана на рис. 4, c .

Амплитудно-фазовая решётка со сдвигом фазы φ между амплитудным и фазовым компонентами. Фазовая диаграмма для этого наиболее общего случая приведена на рис. 4, d . Отличительной особенностью сигналов от такой решётки в сравнении с ранее рассмотренными вариантами является неравенство амплитуд фототоков $I_{A\sim}$ и $I_{C\sim}$, а также отсутствие симметрии их фазовых сдвигов относительно опорного сигнала.

Эксперименты и обсуждение результатов. В целях подтверждения положения о том, что режим послышной селекции рассеивающей структуры определяется фазовым множителем $\exp(-jR_Z z)$, напряжения с выходов фотоприёмников 1 и 2 (см. рис. 1, *b*) подавались на входы двухканального осциллографа, синхронизация которого осуществлялась напряжением управления АОД. Частота напряжения выбрана равной $\Delta\omega_0$. Вначале устанавливались такие положения пучков *A* и *C*, при которых векторы сканирующей и тестовой решёток совпадали. Из диаграммы, приведённой на рис. 2, следует, что $R_Z = 0$. Этот случай поясняется рис. 5, *a*. Здесь линиями обозначены пучности сканирующей решётки, движущейся в направлении вектора **R**. Видно, что независимо от положения (1 или 2) рассеивающих центров тестируемой решётки моменты пересечения их пучностями сканирующей решётки не изменяются, поэтому при её перемещении вдоль оси *Z* фаза сигнала остаётся неизменной.

Обозначим f_Z среднюю частоту f_c напряжений управления АОД, которая соответствует такому положению **R** ($f_c = f_Z$) [1]. При сканировании значение разности частоты $\Delta f = f_c - f_Z$ изменяется от $-\Delta f_{\max}$ до $+\Delta f_{\max}$. В диапазоне частот $\Delta f = -\Delta f_{\max} \dots 0$ вектор **R** сканирующей решётки оказывается повернутым по часовой стрелке, как показано на рис. 5, *b*. Видно, что фронт сканирующей решётки пересекает рассеивающий центр в положении 2 раньше, чем это происходит у решётки в положении 1. В данном случае при перемещении решётки из положения 1 в положение 2 фаза выходного сигнала получит положительное приращение, а при равномерном движении в направлении *Z* — дополнительный доплеровский сдвиг частоты, который увеличит значение $\Delta\omega_0$.

Напротив, в диапазоне частот $\Delta f = 0 \dots \Delta f_{\max}$ фаза сигнала при таком же перемещении получит отрицательное приращение, а появление дополнительного сдвига частоты приведёт к уменьшению $\Delta\omega$.

Зависимость $R_Z(f_c)$ определялась экспериментально. Средняя частота (f_c) изменялась «шагами» по 1 МГц. При каждом значении f_c путём перемещения тонкой дифракционной решётки в направлении оси *Z* вычислялось расстояние Δz , при котором фаза сигнала получает приращение $2\pi \cdot 10$ рад (10 периодов). Период решётки $d = 2,3$ мкм. Оказалось, что величина $R_Z(f_c)/2\pi$ линейно уменьшается от 73,5 до -77 мм⁻¹ при изменении f_c

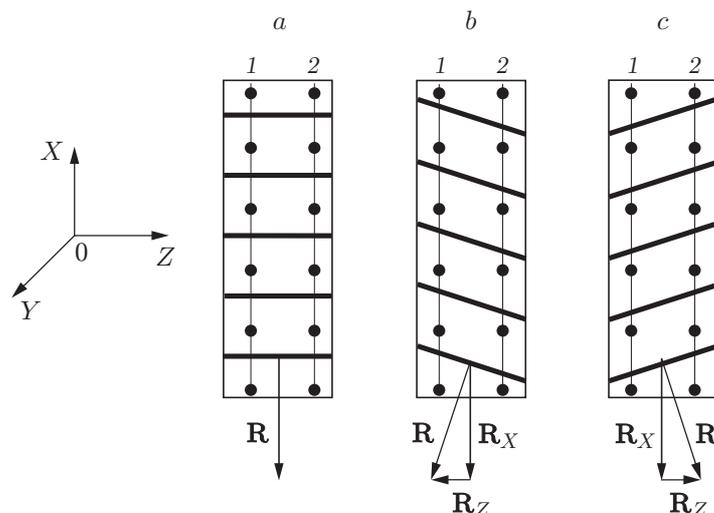


Рис. 5. Положение бегущей решётки **R** относительно рассеивающих центров тестируемой структуры при различных значениях R_Z (фронты максимальной интенсивности решётки **R** показаны сплошными линиями, рассеивающие центры тестируемой решётки — точками)

в диапазоне 119,075–131,075 МГц ($f_Z = 125,05$ МГц). При этом экспериментальное значение $\Delta R_Z/(2\pi\Delta f)$, полученное путём усреднения по методу наименьших квадратов 11 результатов измерений, равно $12,58$ (мм·МГц) $^{-1}$. Теоретическое значение этого параметра, рассчитанного по формуле $\Delta R_Z/(2\pi\Delta f) = \lambda/(\Delta f_0 d^2)$ [1] при $\Delta f_0 = 2\pi \cdot 10,15$ МГц, $d = 2,3$ мкм, $\lambda = 0,66$ мкм, составляет $12,29$ (мм·МГц) $^{-1}$. Погрешность оценки 2,4 %. Показано также, что при смещении решётки вдоль оси Z набег фаз у сигналов $I_{A\sim}$ и $I_{C\sim}$ был одинаковым. Поэтому разность фаз между этими сигналами оставалась постоянной.

Таким образом, при линейном во времени изменении f_c управляющего напряжения АОД пропорциональное ей приращение получает составляющая сканирующей решётки R_Z . Возникающий фазовый набег $\exp(-jR_Z z)$ приводит к изменению разностной частоты $\Delta\omega_0$ на величину $2\pi f_D(z) = -(dR_Z/dt)z$. Видно также, что $f_D(z)$ линейно зависит от расстояния z до «оси вращения» 0 и при $z < 0$ значение $f_D(z) > 0$, а при $z > 0$, напротив, $f_D(z) < 0$, что приводит к увеличению или уменьшению значения $\Delta\omega_0$.

Экспериментально подтверждена стабильность сдвига фаз между сигналами фотоприёмников 1 и 2 на схеме рис. 1, *b*. Для этого в пучок света C между решёткой и фотоприёмником вводился поглотитель света, который ослаблял мощность пучка в 7 раз. Разность фаз фототоков в каналах A и C изменилась не более чем на $0,25^\circ$. Такая устойчивость фазового сдвига к амплитудным искажениям пучков позволяет рекомендовать этот параметр для качественной оценки характера модуляции тестовой пропускающей решётки, имеющей амплитудную, фазовую или амплитудно-фазовую модуляцию со сдвигом и без сдвига фазы между амплитудным и фазовым компонентами.

На рис. 6 приведены осциллограммы переменных составляющих сигналов в каналах A и C , а также суммарного сигнала CA . Результаты получены при сканировании тонкой амплитудно-фазовой (частично отбелённой) решётки на галоидосеребряной эмульсии. Кривая CA характеризует изменение во времени сигнала, вызванного амплитудной составляющей модуляции решётки [4]. Можно также видеть, что сигнал C опережает, а сигнал A , напротив, отстаёт по фазе от сигнала CA . Такое соотношение фаз обусловлено значениями волновых векторов интерферирующих пучков: решётка движется в сторону пучка с большим абсолютным значением волнового вектора \mathbf{k}_{A0} (см. рис. 2) [8]. Соответственно ток фотоприёмника, установленного в этом пучке, отстаёт по фазе от сигнала, вызванного модуляцией коэффициента поглощения.

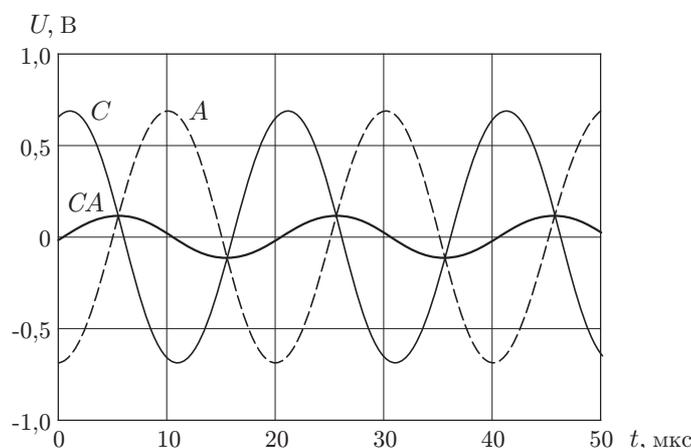


Рис. 6. Экспериментальная зависимость переменной составляющей сигнала: кривые C, A — сигналы на выходах фотоприёмников 1 и 2, CA — сигнал при совмещении пучков ($C + A$) на фотоприёмнике 1 или 2

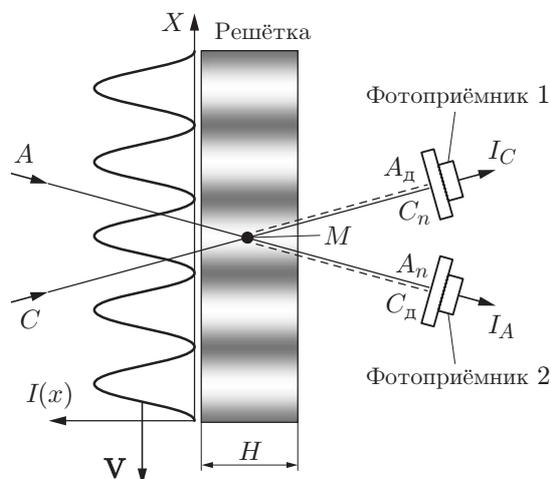


Рис. 7. Схема взаимодействия бегущей волны интенсивности $I(x)$ с объемной решёткой в схеме коллинеарного гетеродинного детектирования

Поясним физический смысл этого явления. Выделим в интерферирующих пучках два световых луча A и C , амплитуды которых, как показано на рис. 7, синфазно складываются в точке M , образуя максимум интенсивности бегущей волны. Если положение точки M совпадает с максимумом пропускания решётки интенсивности, то суммарный фототок CA достигает максимального значения. Из-за симметрии положения лучей A и C по отношению к решётке амплитуды фототоков каналов A и C равны. При смещении волны интенсивности в направлении вектора V точка M попадает на «склон» гармоники показателя преломления. В результате дифрагировавшие лучи A_d и C_d оказываются в разных условиях. Один из них (в данном случае A_d), отразившись от более плотной среды, теряет половину периода колебаний и при сложении с лучом C_n уменьшает его амплитуду. Другой луч (C_d) после отражения от менее плотной среды не изменяет своей фазы, поэтому амплитуда волны A_n увеличивается. Таким образом, при движении волны интенсивности из точки M сигнал I_C уменьшается, а I_A возрастает. Через четверть периода фазы дифрагированных пучков изменяются на противоположные. Теперь уже луч C_d отражается от более плотной среды, поэтому ток I_A начинает уменьшаться, а I_C увеличиваться. Характер изменения во времени фототоков на осциллограммах рис. 6 полностью подтверждает эти выводы.

Заключение. На основе метода связанных волн в данной работе найдены выражения для выходных оптических сигналов двухканального коллинеарного гетеродинного детектора, полученных при сканировании объемной решётки со сдвинутыми по фазе амплитудным и фазовым компонентами. Выражения позволяют определить значения амплитуд прошедшего и рассеянного света для отдельного по глубине слоя, в пределах которого значения параметров исследуемой решётки считаются постоянными.

Теоретически и экспериментально подтверждено, что сдвиг фаз между сигналами двухканального гетеродинного фотоприёмника является наиболее устойчивым и воспроизводимым параметром при послойном изучении тестовых объемных решёток, имеющих амплитудную, фазовую или амплитудно-фазовую модуляцию со сдвигом и без сдвига фазы между амплитудным и фазовым компонентами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Твердохлеб П. Е., Щепеткин Ю. А. Метод лазерной доплеровской томографии для исследования объемных регистрирующих сред // Автометрия. 2008. 44, № 6. С. 76–88.

2. Пат. **2377539 РФ**. Способ оптической томографии светочувствительных материалов /Ю. А. Щепеткин. Оpubл. 27.12.2009, Изобретения. Полезные модели. № 3.
3. **Алексеев-Попов А. В., Гевелюк С. А.** Определение вкладов амплитудной и фазовой модуляций в дифракционную эффективность объемных голограмм // Оптическая голография /Под ред. Ю. Н. Денисюка. Л.: Наука, 1983. С. 14–23.
4. **Bader T. R.** Hologram gratings: amplitude and phase components // Appl. Opt. 1975. **14**, N 12. P. 2818–2819.
5. **Кольер Р., Беркхарт К., Лин Л.** Оптическая голография. М.: Мир, 1973. 688 с.
6. **Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. Е.** Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985. 280 с.
7. **Парыгин В. Н.** Дифракция света на бегущих акустических волнах в изотропной среде // Радиотехника и электроника. 1974. № 1. С. 38–44.
8. **Денисюк Ю. Н.** Отображающие свойства бегущих волн интенсивности и их возможные применения // ЖТФ. 1979. **49**, № 1. С. 97–100.

Поступила в редакцию 9 августа 2012 г.
