

УДК 533.9.03

О РОЛИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ФОРМИРОВАНИИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ ПРИ ВСТРЕЧНОМ УДАРЕ ВОЛН РАЗГРУЗКИ ТВЕРДОГО ДЕЙТЕРИЯ

А. А. Чарахчян, В. И. Грынъ, К. В. Хищенко*

Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН, 119333 Москва

* Объединенный институт высоких температур РАН, 125412 Москва

E-mail: chara@ccas.ru

Рассматривается задача о встречном ударе волн разгрузки твердого дейтерия, возникающих при одновременном выходе двух одинаковых ударных волн на свободные поверхности, расположенные на некотором расстоянии друг от друга. Движение дейтерия описывается уравнениями односкоростной двухтемпературной гидродинамики. Модель теплопереноса электронов и ионов учитывает релаксацию тепловых потоков. Исследованы параметрические свойства задачи. Показано, что при уменьшении расстояния между свободными поверхностями максимальная температура плазмы перестает зависеть от этого параметра. При умеренных расстояниях между свободными поверхностями максимальная температура плазмы становится значительно ниже температуры, полученной ранее в задаче для уравнений бездиссипативной гидродинамики. При увеличении значений давления в падающей ударной волне максимальная ионная температура возрастает линейно, достигая значения, приблизительно равного $160 \cdot 10^6$ К, при давлении 500 Мбар. В случае ударной волны с давлением 50 Мбар при наличии зазора размером 2 мм между свободными поверхностями дейтерия выход термоядерных нейтронов увеличивается приблизительно в 10 раз по сравнению с выходом нейтронов в случае отсутствия зазора.

Ключевые слова: ударная волна, волна разгрузки, высокотемпературная плазма, твердый дейтерий, теплопроводность, релаксация теплового потока.

Введение. Волна разгрузки, возникающая при выходе сильной ударной волны на свободную поверхность твердого тела, во многих работах изучалась с точки зрения возможности определения температуры и энтропии в ударной волне (см., например, [1, 2]). Эффект образования высокотемпературной плазмы при взаимодействии такой волны разрежения с экраном обнаружен по экспериментальным данным, полученным в работе [3] при исследовании ударных волн в свинце. На возможность значительного нагрева небольшой части вещества вблизи стенки указывалось еще в 1947 г. Я. Б. Зельдовичем и К. П. Станюковичем при аналитическом исследовании начальной стадии взаимодействия волны разрежения в совершенном газе с абсолютно твердой стенкой [4]. В работе [5] численно исследовалось взаимодействие волны разгрузки в пластине с поверхностью клина, расположенной под небольшим углом к фронту волны, и обнаружен сильный нагрев вещества.

В работе [6] в рамках уравнений бездиссипативной гидродинамики рассмотрена задача о взаимодействии волны разгрузки, возникающей при выходе на свободную поверхность

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 07-01-00098, 09-07-00228) и в рамках Программы № 3 Отделения математических наук РАН.

сильной ударной волны в твердом дейтерии, с абсолютно твердой стенкой или стальным экраном. В этой задаче изменение ширины зазора h между свободной поверхностью и преградой приводит лишь к соответствующему изменению масштаба времени. Для ударных волн с давлением $p_s = 0,7 \div 1,5$ Мбар максимальная температура вблизи преграды равна $(1 \div 3) \cdot 10^6$ К.

В настоящей работе решается аналогичная задача в случае абсолютно твердой стенки с учетом теплопроводности. Такая постановка задачи соответствует случаю двух одинаковых ударных волн, движущихся навстречу друг другу и одновременно выходящих на свободные поверхности, расположенные на расстоянии $2h$ друг от друга. В отличие от задачи для уравнений бездиссипативной гидродинамики решение такой задачи существенно зависит от h , а при $h \rightarrow \infty$ переходит в решение задачи без учета теплопроводности [6].

Рассматриваются уравнения односкоростной двухтемпературной гидродинамики [7] с дополнительным учетом релаксации тепловых потоков (см., например, [8, 9]). Подобная модель теплопереноса использовалась при моделировании лазерной плазмы, в случае когда равновесный тепловой поток, для которого справедлив закон Фурье, оказывался заведомо завышенным, превосходя по абсолютной величине максимально возможный тепловой поток, соответствующий движению всех частиц в одном направлении.

Используемые уравнения адекватно описывают не очень разреженную плазму, температура которой не превышает 10^7 К. Тем не менее диапазон значений давления в ударной волне p_s в рассматриваемой задаче расширен до значения 500 Мбар, при котором температура ионов в плазме, возникающей при ударе, приближенно равна 10^8 К. Основной целью данной работы является построение зависимости максимальной температуры плазмы T_{\max} от давления p_s . Отметим, что обнаруженная в работе линейность функции $T_{\max}(p_s)$ при больших значениях p_s не очевидна. Так как с увеличением температуры все коэффициенты модели теплопереноса быстро возрастают, можно было предполагать, что с увеличением p_s производная dT_{\max}/dp_s будет резко уменьшаться.

Адекватная модель плазмы с температурой порядка 10^8 К должна включать собственное излучение плазмы и термоядерные реакции. Однако особенностью возникающего течения является то, что при не очень больших значениях h основным механизмом, ограничивающим температуру ионов на начальной стадии образования плазмы, когда их температура достигает максимального значения и начинает понижаться, оказывается теплоперенос ионами, а не обмен энергией между электронами и ионами. В то же время излучение и возникающие в термоядерных реакциях быстрые заряженные частицы взаимодействуют в основном с электронами, поэтому дополнительный учет излучения и термоядерных реакций не может существенно повлиять на температуру ионов на начальной стадии образования плазмы. Отметим также, что при температуре ионов порядка 10^8 К излучение на начальной стадии образования плазмы не оказывает существенного влияния на температуру электронов, поскольку она невелика (порядка 10^7 К). В настоящей работе при моделировании поздней стадии образования плазмы основное внимание уделяется исследованию ударных волн с давлением порядка 50 Мбар, вызывающих образование плазмы с температурой порядка 10^7 К.

Для получения сильных ударных волн широко используются лазеры. Отмечается возможность получения ударных волн с давлением, составляющим сотни мегабар [2], а также возможность усиления ударной волны с использованием сферических или конических (см., например, [6]) мишеней при соответствующем увеличении площади облучаемой поверхности. Существенным является тот факт, что при использовании лазеров не существует известной проблемы введения сильной ударной волны в легкие материалы с помощью взрывчатого вещества, так как абляционное давление слабо зависит от материала мишени (см. [10]). В работе [11] зависимость абляционного давления от материала мишени

приводится в виде зависимости от отношения A/Z (A — относительная атомная масса; Z — порядковый номер элемента, из которого состоит мишень). Поэтому можно ожидать, что при одинаковых параметрах лазерного облучения абляционное давление в дейтерии ($A = 2, Z = 1$) будет приблизительно таким же, как в алюминии ($A = 27, Z = 13$), который часто используется в экспериментах с лазерными ударными волнами.

Поскольку длительность лазерного импульса незначительна, необходимо исследовать свойства задачи при малых значениях h . При постановке задачи предполагается, что при любом h к моменту удара формируется структура волны разгрузки, определяемая известным автомодельным решением. Фактически существует минимальная ширина зазора h_{\min} , необходимая для формирования такой структуры. Поскольку точная оценка h_{\min} для дейтерия вряд ли возможна без привлечения экспериментальных данных, ограничимся оценкой h_{\min} для ударной волны в алюминии с давлением, приближенно равным 6,5 ГПа, и скоростью $D \approx 20$ км/с из работы [2], предполагая, что h_{\min} имеет порядок толщины ударной волны l . Согласно приведенной в [2] теоретической оценке значение $l = 6 \cdot 10^{-3}$ мкм. При экспериментально определенном значении времени нарастания светового сигнала от свободной поверхности $\tau_* \approx 50$ пс (толщина облучаемой пластины равна 9,4 мкм), не учитывая приведенное в [2] расстояние $l_{opt} \approx 10^{-2}$ мкм, начиная с которого сигнал из мишени выходит наружу и регистрируется детектором, получаем значительно большее значение $l = \tau_* D \approx 1$ мкм. Такое увеличение толщины ударной волны по сравнению с теоретическим значением объясняется в [2] прогревом алюминия перед ударной волной рентгеновским излучением. При увеличении толщины пластины на 4 мкм время τ_* уменьшается приблизительно до 30 пс.

Удар волн разгрузки твердого дейтерия может использоваться в качестве источника нейтронов для лабораторных исследований.

1. Постановка задачи. Предполагается, что неподвижное вещество при давлении $p_a = 1$ бар с исходной плотностью ρ_0 , равной нормальной плотности твердого тела, заполняет полупространство $x \geq h > 0$. По веществу в направлении справа налево движется ударная волна, давление в которой за фронтом p_s значительно превышает предел текучести. Значения остальных функций за фронтом волны определяются из уравнений состояния и законов сохранения на фронте волны. В точке $x = h > 0$ ударная волна выходит на свободную границу с давлением p_a . Возникает волна разгрузки, под действием которой свободная граница начинает двигаться со скоростью $u_a < 0$. В точке $x = 0$ находится абсолютно твердая теплоизолированная стенка.

До момента прихода свободной границы в точку $x = 0$

$$t_* = h/|u_a| \quad (1)$$

влияние теплопроводности на течение не учитывается, так как справедливы уравнения бездиссипативной гидродинамики. Соответствующее автомодельное решение в момент времени t_* определяет начальные данные для задачи, при постановке которой учитывается теплопроводность.

Взаимодействие волны разгрузки со стенкой описывается с помощью уравнений односкоростной двухтемпературной гидродинамики с учетом электронной и ионной теплопроводности [7]

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \rho \frac{du}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}, \quad p = p_e + p_i; \quad (2)$$

$$\rho \frac{d\varepsilon_e}{dt} = -p_e \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial q_e}{\partial x} + \frac{3}{2} n_i k \frac{T_i - T_e}{\tau_T}; \quad (3)$$

$$\rho \frac{d\varepsilon_i}{dt} = -p_i \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial q_i}{\partial x} + \frac{3}{2} n_i k \frac{T_e - T_i}{\tau_T}, \quad (4)$$

где t — время, отсчитываемое с момента прихода свободной границы в точку $x = 0$; u — скорость; $d/dt = \partial/\partial t + u \partial/\partial x$ — лагранжева производная по времени; ρ — плотность; p — полное давление; $p_e, \varepsilon_e, q_e, T_e, p_i, \varepsilon_i, q_i, T_i$ — давление, удельная внутренняя энергия, тепловой поток и температура электронов и ионов соответственно; последнее слагаемое в уравнениях (3), (4) определяет объемную плотность потока энергии от электронов к ионам и наоборот; $n_i = \rho/m_i$ — плотность ионов; m_i — масса иона; k — постоянная Больцмана; τ_T — время релаксации температур, которое введено таким образом, чтобы в случае однородной разреженной плазмы ($\partial u/\partial x = \partial q_i/\partial x = 0, \varepsilon_i = 3kT_i/(2m_i)$) уравнение (4) переходило в уравнение $dT_i/dt = (T_e - T_i)/\tau_T$. Складывая уравнения (3) и (4), получаем

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = -p \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial q_i}{\partial x} - \frac{\partial q_e}{\partial x}, \quad \varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_i, \quad (5)$$

где ε — полная удельная внутренняя энергия.

Уравнения (2)–(4) справедливы только для разреженной плазмы, когда полное давление и удельную внутреннюю энергию можно представить в виде суммы электронной и ионной компонент (см. [7]). Тем не менее будем формально использовать уравнения (2)–(4) и для плотной плазмы, полагая, что в рассматриваемой задаче электронная и ионная температуры могут существенно различаться только в области разреженной плазмы. В случае равенства температур электронов и ионов уравнения (2), (5) являются уравнениями однопотемпературной гидродинамики, для замыкания которых имеются уравнения состояния вида

$$\varepsilon = \varepsilon(\rho, T), \quad p = p(\rho, T), \quad T = T_e = T_i. \quad (6)$$

В области разреженной плазмы уравнения (6) представляются в виде

$$p = \frac{\rho}{m_i} (1+z)kT, \quad \varepsilon = \frac{3(1+z)kT}{2m_i}, \quad (7)$$

где z — степень ионизации.

Уравнения состояния для уравнений (2)–(4) имеют вид

$$\begin{aligned} p_e &= \alpha p(\rho, T_e), & \varepsilon_e &= \alpha \varepsilon(\rho, T_e), & \alpha &= z/(1+z), \\ p_i &= (1-\alpha)p(\rho, T_i), & \varepsilon_i &= (1-\alpha)\varepsilon(\rho, T_i). \end{aligned} \quad (8)$$

В области разреженной плазмы эти уравнения могут быть записаны в виде уравнений состояния идеального газа для электронов и ионов

$$p_e = \frac{\rho z k T_e}{m_i}, \quad \varepsilon_e = \frac{3z k T_e}{2m_i}, \quad p_i = \frac{\rho k T_i}{m_i}, \quad \varepsilon_i = \frac{3k T_i}{2m_i}, \quad (9)$$

а в случае равенства температур имеем

$$p = p_e + p_i = p(\rho, T), \quad \varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_i = \varepsilon(\rho, T), \quad T = T_e = T_i.$$

Модель теплопереноса учитывает релаксацию тепловых потоков (см., например, [8, 9])

$$\frac{dq_e}{dt} = \frac{q_e^b - q_e}{\tau_{qe}}, \quad \frac{dq_i}{dt} = \frac{q_i^b - q_i}{\tau_{qi}}, \quad q_e^b = -\varkappa_e \frac{\partial T_e}{\partial x}, \quad q_i^b = -\varkappa_i \frac{\partial T_i}{\partial x}, \quad (10)$$

где τ_{qe}, τ_{qi} — значения времени релаксации тепловых потоков; q_e^b, q_i^b — их равновесные значения; \varkappa_e, \varkappa_i — электронная и ионная теплопроводности. Уравнения (10) являются упрощенной формой соответствующих уравнений 13-моментного приближения метода Грэда для кинетического уравнения плазмы [12].

Выражения для определения времени релаксации температур и электронной теплопроводности следующие [7]:

$$\tau_T = \frac{3(kT_e)^{3/2} m_i}{\sqrt{8\pi m_e} e^4 n_e z^2} \left(\ln(1+2b^2) - \frac{8b^3}{(1+1,276b)^3} \right)^{-1},$$

$$\varkappa_e = \frac{75(kT_e)^{5/2}k}{4\sqrt{2\pi m_e} e^4 z C(z) \ln [1 + 2D(z)b^2]}, \quad b = \frac{8kT_e}{e^2 a_0 [4\pi n_e e^2 (1/(kT_e) + z/(kT_i))]},$$

$$C(z) = \frac{0,465z + 3,727}{z + 0,285}, \quad D(z) = \frac{6,153z + 2,85}{z + 8,1}.$$

Здесь $n_e = zn_i$ — плотность электронов; e , m_e — заряд и масса электрона; $a_0 = \hbar^2/(m_e e^2)$ — радиус Бора; \hbar — постоянная Планка.

Ионная теплопроводность и значения времени релаксации тепловых потоков определяются выражениями [12]

$$\tau_{qe} = \frac{10}{13 + 4\sqrt{2}/z} \tau_{ei}, \quad \tau_{qi} = 1,25\tau_{ii}, \quad \varkappa_i = \frac{25n_i k T_i \tau_{ii} k}{8m_i},$$

$$\tau_{ei} = \frac{3\sqrt{m_e} (kT_e)^{3/2}}{4\sqrt{2\pi} e^2 e_i^2 n_i L}, \quad \tau_{ii} = \frac{3\sqrt{m_i} (kT_i)^{3/2}}{4\sqrt{\pi} e_i^4 n_i L},$$

$$L = \begin{cases} \ln \Gamma, & \ln \Gamma > 1, \\ 1, & \ln \Gamma \leq 1, \end{cases} \quad \Gamma = \frac{kT}{e^3 \sqrt{4\pi n_e}} \begin{cases} \sqrt{kT}, & kT < e^2/a_0, \\ e/\sqrt{a_0}, & kT \geq e^2/a_0, \end{cases}$$

где $e_i = ze$ — заряд иона. В рассматриваемой задаче теплопроводность существенна только в случае относительно разреженной плазмы. Поэтому используются формулы, полученные в [12], для разреженной плазмы с дополнительным ограничением снизу на кулоновский логарифм L , для того чтобы избежать появления отрицательных значений L в случае плотной плазмы.

Тепловой поток электронов ограничивается максимально возможным значением $q_e^{\max} = n_e k T_e (k T_e / m_e)^{1/2}$ [13]. Условие $|q_e| < q_e^{\max}$ нарушается для ударных волн с давлением $p_s > 100$ Мбар только на стадии быстрого увеличения температуры ионов непосредственно после удара волны разгрузки.

Уравнения состояния дейтерия (6) строятся так же, как и в [6], с использованием уравнений состояния водорода $p = p_H(\rho, T)$, $\varepsilon = \varepsilon_H(\rho, T)$ [14] по формулам

$$p(\rho, T) = p_H(\rho/A, T), \quad \varepsilon(\rho, T) = \varepsilon_H(\rho/A, T)/A. \quad (11)$$

С помощью полученных таким образом уравнений состояния можно удовлетворительно описать экспериментальные данные [15] по ударной сжимаемости твердого дейтерия, а в области полностью ионизованной разреженной плазмы эти уравнения имеют вид уравнений (7) с $z = 1$. Отдельные расчеты выполняются для смеси дейтерия и трития, уравнения состояния для которой задаются формулами (11), где $A = 2,5$. Коэффициенты уравнений (3), (4), (10) и уравнений состояния (8), (9) определяются при $z = 1$. На границе со стенкой ставится условие $q_e = q_i = 0$.

2. Некоторые параметрические свойства задачи. Решение задачи зависит от двух параметров: давления p_s за фронтом ударной волны и ширины зазора h между свободной поверхностью и стенкой. Прежде всего рассмотрим решение при изменении p_s и фиксированной величине h . Уменьшение или увеличение p_s приводит к уменьшению или увеличению температуры плазмы, образующейся вблизи стенки. Пусть значение p_s не очень велико, так что значения времени релаксации $\tau_T, \tau_{qe} \sim T_e^{3/2}$, $\tau_{qi} \sim T_i^{3/2}$ значительно меньше характерных значений времени изменения температуры и тепловых потоков. В данном случае плазму можно считать однотемпературной ($T_e = T_i = T$) с уравнением энергии (5), а тепловые потоки — равными их равновесным значениям $q_e = q_e^b$, $q_i = q_i^b$. Заметим, что $|q_i^b| \ll |q_e^b|$, так как $\varkappa_i/\varkappa_e \approx \sqrt{m_e/m_i} \ll 1$.

При увеличении p_s возрастает температура плазмы, а также значения времени релаксации. Из приведенных выше формул следует, что для однотемпературной плазмы $\tau_{qi}/\tau_T \approx \sqrt{m_e/m_i}$, $\tau_{qe}/\tau_T \approx m_e/m_i$, поэтому

$$\tau_T \gg \tau_{qi} \gg \tau_{qe}. \quad (12)$$

Таким образом, при увеличении p_s сначала происходит разделение температур компонент, а тепловые потоки по-прежнему определяются законом Фурье. Изменение температуры электронов определяется уравнением (3), а изменение температуры ионов — уравнением (4). Аналогично задаче о структуре сильной ударной волны в плазме [1] в окрестности максимальной температуры $T_i > T_e$, так как $\partial q_e/\partial x \gg \partial q_i/\partial x > 0$.

При дальнейшем увеличении p_s время релаксации τ_{qi} может возрасти настолько, что ионный тепловой поток q_i будет существенно отличаться от равновесного значения q_i^b . Если $|q_i^b|$ со временем увеличивается по сравнению с q_i , то теплопроводность оказывает меньшее влияние на температуру ионов, а максимальная по времени температура ионов становится выше, чем в случае равновесного теплового потока. При дальнейшем увеличении p_s можно добиться достаточно большого значения τ_{qe} , для того чтобы тепловой поток электронов существенно отличался от равновесного значения.

Пусть для ударной волны с заданным давлением p_s изменяется ширина зазора h между свободной поверхностью и стенкой. Вместо x и t введем новые независимые переменные $\eta = x/h$, $\vartheta = t/h$. При переходе к переменной η начальные данные для искомых функций, за исключением тепловых потоков, не зависят от h (см. [6]). Вследствие малости значений времени релаксации в начальный момент времени решение практически не зависит от начальных значений тепловых потоков. Поэтому можно положить $q_e = q_i = 0$ при $t = 0$, исключив тем самым зависимость всех начальных данных от h при переходе к переменной η .

Параметр h входит в уравнения относительно новых переменных следующим образом. Вместо значений времени релаксации τ_T , τ_{qe} , τ_{qi} входят значения времени $\tau_T^h = \tau_T/h$, $\tau_{qe}^h = \tau_{qe}/h$, $\tau_{qi}^h = \tau_{qi}/h$, а выражения для равновесных значений тепловых потоков принимают вид $q_e^b = -h^{-1}\kappa_e \partial T_e/\partial \eta$, $q_i^b = -h^{-1}\kappa_i \partial T_i/\partial \eta$. Рассмотрим асимптотические свойства задачи при $h \rightarrow \infty$ и $h \rightarrow 0$.

Пусть $h \rightarrow \infty$. Тогда значения времени релаксации $\tau_T^h \rightarrow 0$, $\tau_{qi}^h \rightarrow 0$, $\tau_{qe}^h \rightarrow 0$, что означает $T_i - T_e \rightarrow 0$, $q_i - q_i^b \rightarrow 0$, $q_e - q_e^b \rightarrow 0$. Уравнение (5), замыкающее уравнения (2) для однотемпературной плазмы, принимает вид

$$\rho \frac{d\varepsilon}{d\vartheta} = -p \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial \eta} (\kappa_e + \kappa_i) \frac{\partial T}{\partial \eta}, \quad T = T_e = T_i, \quad (13)$$

откуда следует, что при $h \rightarrow \infty$ теплопроводность не оказывает влияния на решение.

Пусть $h \rightarrow 0$. Тогда $\tau_T^h \rightarrow \infty$, $\tau_{qi}^h \rightarrow \infty$, $\tau_{qe}^h \rightarrow \infty$. Последнее слагаемое в уравнениях (3), (4), описывающее обмен энергией между компонентами, становится малым по сравнению с другими слагаемыми, а в уравнениях (10) тепловые потоки q_e и q_i становятся малыми по сравнению с q_e^b и q_i^b . Без учета данных слагаемых теплоперенос ионов описывается уравнениями

$$\rho \frac{d\varepsilon_i}{d\vartheta} = -p_i \frac{\partial u}{\partial \eta} - \frac{\partial q_i}{\partial \eta}, \quad \frac{dq_i}{d\vartheta} = -\frac{\kappa_i}{\tau_{qi}} \frac{\partial T_i}{\partial \eta}, \quad (14)$$

в которые не входит температура электронов. Теплоперенос электронов описывается аналогичными уравнениями.

Следует отметить качественное отличие рассматриваемой модели при $h \rightarrow 0$ от модели без учета релаксации тепловых потоков ($q_e = q_e^b$, $q_i = q_i^b$), для которой в результате асимптотического анализа имеют место уравнения типа (13) для каждой компоненты.

В этом случае при уменьшении h роль теплопроводности возрастает, а максимальная температура соответственно уменьшается. Для рассматриваемой модели при уменьшении h уравнения, записанные в переменных η , ϑ , и, следовательно, максимальная температура перестают зависеть от h .

В силу неравенства (12) существует такой диапазон значений h , для которого значения времени τ_T^h и $\tau_{q_i}^h$ достаточно велики, чтобы не учитывать соответствующее слагаемое в уравнениях (3), (4) и поток q_i , пренебрежимо малый по сравнению с q_i^b , а время $\tau_{q_e}^h$ недостаточно велико, чтобы поток q_e был значительно меньше q_e^b . В этом случае в переменных η , ϑ теплоперенос ионов по-прежнему описывается уравнениями (14) и не зависит от h , а теплоперенос электронов и, следовательно, температура T_e зависят от h .

Уравнения (14) описывают известное свойство гиперболичности теплопереноса с учетом релаксации теплового потока (см. [8, 9]). В случае если $u = 0$, уравнения (14) принимают вид гиперболической системы двух уравнений относительно T_i и q_i со скоростью распространения малых возмущений $c_T = \sqrt{\kappa_i / (\tau_{q_i} \rho C_{vi})}$, $C_{vi} = \partial \varepsilon_i(\rho, T_i) / \partial T_i$.

3. Численный метод. Задача решается на достаточно подробных лагранжевых сетках. Сначала используется сетка, равномерная по координате x в начальный момент времени, которая позволяет рассчитать начальную стадию образования плазмы и определить ее максимальную температуру. Недостатком такой сетки является многократное уменьшение со временем ее шага по координате x вблизи стенки, обусловленное многократным увеличением плотности плазмы вблизи стенки вследствие быстрого роста давления. Локальное уменьшение шага сетки по x приводит, по крайней мере при использовании явных схем, к соответствующему уменьшению шага по времени. По сравнению с задачей для уравнений бездиссипативной гидродинамики плотность на стенке увеличивается значительно быстрее и достигает значительно больших значений вследствие ограничения на рост температуры, обусловленного теплопроводностью. Поэтому в некоторый момент времени, когда фронт ударной волны отходит от стенки на достаточное количество сеточных интервалов, строится новая сетка с шагом вблизи стенки, значительно превышающим шаг прежней сетки. Поле течения интерполируется на новую сетку, и расчет возобновляется.

Используется схема расщепления по времени. Первый этап расщепления соответствует уравнениям бездиссипативной гидродинамики, т. е. уравнениям (2) и уравнению (5), в правой части которого учитывается только первое слагаемое. Как и в работе [6], используется метод Годунова первого порядка точности, в котором неизвестные функции определены в центрах ячеек сетки. Необходимые значения на границах ячеек вычисляются из решения задачи о распаде разрыва для приближенного двучленного уравнения состояния, константы которого выбираются для каждой ячейки сетки исходя из двух условий равенства термодинамических производных, полученных по уравнению состояния (6) и приближенному уравнению состояния (см. [16. С. 177]). Наличие двух температур не является препятствием для приемлемого выбора этих констант.

Приращение полной удельной внутренней энергии $\Delta \varepsilon$, полученное по методу Годунова, определяет приращение удельной внутренней энергии компонент на первом этапе расщепления $\Delta \varepsilon_e = \alpha \Delta \varepsilon$, $\Delta \varepsilon_i = (1 - \alpha) \Delta \varepsilon$. Тем самым аппроксимируются уравнения (3), (4), в правой части которых последние два слагаемых отброшены.

На втором этапе расщепления аппроксимируются уравнения (3), (4), в правой части которых отброшено первое слагаемое, и уравнения (10). Потоки q_e и q_i определены на границах ячеек сетки. Сначала рассмотрим обычную неявную схему с естественной аппроксимацией искомых функций и их производных в правых частях уравнений по значениям функций в соответствующих узлах сетки на верхнем временном слое. В случае если шаг по времени $\Delta t \gg \tau_{q_i}$, $\Delta t \gg \tau_{q_e}$, что соответствует близости тепловых потоков к равновесным значениям, такая схема близка к обычной неявной схеме для двух связан-

ных параболических уравнений теплопроводности. Поэтому применение описанной схемы расщепления при решении задачи с такими значениями параметров, при которых времена релаксации потоков незначительны по сравнению с характерными временами их изменения, не вызывает затруднений.

Если параметры задачи таковы, что тепловой поток существенно отличается от равновесного значения, то в численном решении могут возникать существенные колебания, причиной которых является немонотонность обычной неявной схемы для гиперболической системы на втором этапе ее расщепления. Поэтому для данного этапа разработана неявная схема с оператором сглаживания, описанная ниже применительно к системе уравнений

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x}, \quad \frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{\varkappa}{\tau} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{q}{\tau}, \quad (15)$$

где T , q — неизвестные функции; ρ , C_v , \varkappa , τ — коэффициенты, которые для простоты будем считать постоянными. Функция q определена в узлах сетки $\{x_i\}$, функция T — в узлах сетки $\{x_{i+1/2} = (x_i + x_{i+1})/2\}$. Представленная разностная схема для уравнений (15) имеет вид

$$\rho C_v \frac{T^{i+1/2} - T_{i+1/2}}{\Delta t} = -\frac{Q^{i+1} - Q^i}{\Delta x_{i+1/2}}, \quad \Delta x_{i+1/2} = x_{i+1} - x_i; \quad (16)$$

$$\frac{q^i - q_i}{\Delta t} = -\frac{\varkappa}{\tau} \frac{\Theta^{i+1/2} - \Theta^{i-1/2}}{\Delta x_i} - \frac{q^i}{\tau}, \quad \Delta x_i = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}, \quad (17)$$

где верхний индекс соответствует значениям разностных функций на верхнем временном слое, нижний индекс — значениям этих функций на нижнем слое; Δt — временной шаг; Q^i , $\Theta^{i+1/2}$ — аппроксимации функций q и T в соответствующих узлах сетки, которые согласно решению задачи о распаде разрыва для уравнений (15) представлены в виде

$$Q^i = q^i - \frac{a}{2} (T^{i+1/2} - T^{i-1/2}), \quad a = \sqrt{\frac{\rho C_v \varkappa}{\tau}}; \quad (18)$$

$$\Theta^{i+1/2} = T^{i+1/2} - \frac{q^{i+1} - q^i}{2a}. \quad (19)$$

Вторые слагаемые в формулах (18), (19) после подстановки в (16), (17) дают оператор сглаживания разностных функций $T^{i+1/2}$ и q^i . Отбрасывая вторые слагаемые в (18), (19), получаем отмеченную выше обычную неявную схему.

При $\tau \rightarrow 0$ уравнения (15) переходят в уравнение теплопроводности

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \varkappa \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (20)$$

Потребуем, чтобы при $\tau \rightarrow 0$ разностная схема переходила в схему, близкую к обычной неявной схеме для уравнения (20) на любой сетке. При $\tau \rightarrow 0$ второе слагаемое в (19) становится равным нулю, так как $a \rightarrow \infty$. Из (17) получаем $q^i \rightarrow -\varkappa(T^{i+1/2} - T^{i-1/2})/\Delta x_i$. Коэффициент a в (18) ограничим неравенством

$$a < 2\delta\varkappa/(\Delta x_i),$$

где $\delta \ll 1$, например $\delta = 10^{-2}$. Тогда второе слагаемое в (18) будет меньше первого в δ^{-1} раз.

На рис. 1 представлена зависимость температуры ионов в узлах сетки в окрестности ударной волны от x для трех сеток с начальными шагами $\Delta x_0 = h_*/100$, $\Delta x_0/2$ и $\Delta x_0/4$, где $h_* \approx 0,9h$ — ширина области $p < p_s$ в момент соударения со стенкой ($h_* < h$, так

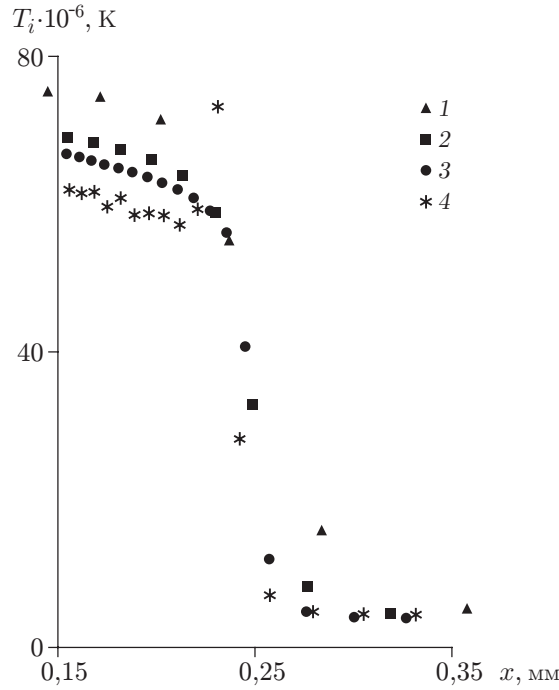


Рис. 1. Зависимость температуры ионов от координаты x , полученная по схеме со сглаживанием на сетках с различными начальными шагами ($p_s = 500$ Мбар, $h = 1$ см, $t = 2$ нс):
 1 — $\Delta x_0 \approx h/100$; 2 — $\Delta x_0/2$; 3 — $\Delta x_0/4$; 4 — $\Delta x_0/4$ (схема без сглаживания на сетке)

как скорость дейтерия за ударной волной больше скорости звука, в отличие, например, от скорости алюминия при той же величине p_s). Решения на сетках с шагами $\Delta x_0/2$ и $\Delta x_0/4$ различаются значительно меньше, чем решения для сеток с шагами Δx_0 и $\Delta x_0/2$, что свидетельствует о сходимости численного решения при измельчении сетки. На рис. 1 приведен также результат расчета на сетке с шагом $\Delta x_0/4$ с использованием обычной неявной схемы без сглаживания на втором этапе расщепления. Видна сильная немонотонность численного решения.

4. Начальная стадия образования плазмы. Сначала рассмотрим задачу без учета теплопроводности. Температура, возникающая при ударе о стенку какого-либо потока, определяется двумя факторами: скоростью удара свободной поверхности о стенку и структурой потока. Вместо скорости удара целесообразно ввести в рассмотрение температуру торможения T_{st} , которая определяется решением задачи о распаде разрыва в момент удара. В случае абсолютно твердой стенки эта задача представлена в виде условий на фронте отраженной ударной волны с нулевой скоростью вещества за фронтом

$$u_a^2 = [p(\rho, T_{st}) - p_a](\rho_a^{-1} - \rho^{-1}), \quad \varepsilon(\rho, T_{st}) - \varepsilon_a = [p(\rho, T_{st}) + p_a](\rho_a^{-1} - \rho^{-1})/2, \quad (21)$$

где u_a — скорость удара; $p_a, \rho_a, \varepsilon_a$ — давление, плотность и удельная внутренняя энергия на границе потока перед ударом; ρ — плотность потока после удара; $p = p(\rho, T)$, $\varepsilon = \varepsilon(\rho, T)$ — уравнения состояния. Полагая в (21) $p_a = \varepsilon_a = 0$, получаем уравнение

$$\varepsilon(\rho, T_{st}) = u_a^2/2,$$

имеющее физический смысл перехода всей кинетической энергии во внутреннюю. Поскольку при ударе волны разгрузки значение ρ не очень велико, а значение T_{st} не очень мало, уравнение состояния в точке (ρ, T_{st}) близко к уравнению состояния совершенного газа и $T_{st} \sim u_a^2$.

В случае уравнений двухтемпературной гидродинамики (см. п. 1) температура T_{st} , определяемая уравнениями (21), при $t \rightarrow \infty$ является предельным значением температуры на стенке для задачи об ударе соответствующего однородного потока. Действительно, зная температуру T_{st} , можно найти скорость отраженной ударной волны и перейти в систему координат, движущуюся вместе с этой волной. Тогда указанная выше задача при $t \rightarrow \infty$ преобразуется в задачу о структуре стационарной ударной волны с нулевым тепловым потоком на бесконечности и уравнениями (21), связывающими остальные функции на $\pm\infty$.

Влияние структуры потока на температуру можно показать на следующем простом примере. Пусть давление и скорость набегающего потока не зависят от x , а плотность представляет собой ступеньку со значением плотности на свободной границе меньшим, чем значение в глубине потока. Температура торможения T_{st} определяется отраженной от стенки ударной волной, которая в свою очередь отражается от контактного разрыва в виде ударной волны, температура которой $T > T_{st}$. При отражении этой ударной волны от стенки ее температура вновь увеличивается.

В процессе решения задачи без учета теплопроводности получена сильная зависимость максимальной температуры от давления p_a , определяющего параметры волны разгрузки на свободной поверхности. Например, для ударной волны с $p_s = 1$ Мбар и $p_a = 1$ бар плотность дейтерия на свободной границе $\rho_a \approx 1,2 \cdot 10^{-4}$ г/см³. Согласно расчету без учета теплопроводности ее максимальная температура приблизительно равна $2 \cdot 10^6$ К. При уменьшении давления на свободной поверхности до $p_a \approx 0,03$ бар плотность на ней уменьшается до $\rho_a \approx 1,8 \cdot 10^{-5}$ г/см³, а максимальная температура увеличивается приблизительно в два раза. Заметим, что в данном случае увеличение максимальной температуры является следствием изменения структуры потока, а не скорости удара, которая изменилась примерно на 3 %. Вследствие учета теплопроводности устраняется зависимость максимального давления от p_a . Для двух описанных выше вариантов параметров задачи различие значений максимальной температуры при учете теплопроводности составляет менее 1 %.

Рассмотрим ударные волны сравнительно небольшой интенсивности с давлением $1 \text{ Мбар} \leq p_s \leq 10 \text{ Мбар}$. На рис. 2 приведена зависимость максимальной по времени температуры на границе со стенкой от p_s в случае различных значений $h \geq 1$ мм и в случае задачи без учета теплопроводности. В последнем случае расчеты проведены только для двух значений $p_s = 1, 2$ Мбар, чтобы не увеличивать масштаб рисунка по температуре, так как при $p_s = 3$ Мбар максимальная температура без учета теплопроводности приблизительно равна 10^7 К. Для сравнения приведены температура торможения волны разгрузки T_{st} (см. (21)) и температура в отраженной ударной волне T_r , которая определяется из уравнений (21), где T_{st} нужно заменить на T_r . При этом параметры ударяющегося о стенку потока соответствуют падающей ударной волне.

Согласно уравнению (13) при увеличении h влияние теплопроводности на параметры потока уменьшается, вследствие чего максимальная температура увеличивается. Однако даже при $h = 1$ м максимальная температура существенно меньше, чем в задаче без учета теплопроводности. Тем не менее высокотемпературная плазма появляется вблизи стенки и в задаче с учетом теплопроводности. Максимальная температура плазмы увеличивается вместе с интенсивностью падающей ударной волны и значительно превышает температуру в отраженной ударной волне.

С увеличением p_s температура торможения в волне разгрузки $T_{st} \sim u_a^2$ линейно возрастает. При этом помимо увеличения скорости удара волны разгрузки u_a происходит изменение структуры волны разгрузки. В частности, при увеличении p_s от 1 до 10 Мбар плотность ρ_a на свободной поверхности волны разгрузки уменьшается приблизительно с 10^{-4} до $2 \cdot 10^{-5}$ г/см³. В отсутствие теплопроводности основное влияние на значение максимальной температуры, которая намного превышает температуру торможения, оказыва-

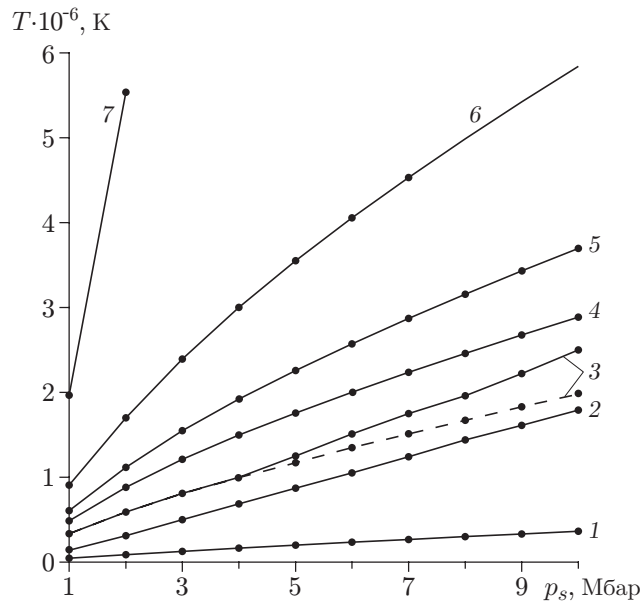


Рис. 2. Зависимости температуры от давления в набегающей волне $p_s \leq 10$ Мбар: 1 — температура в отраженной ударной волне; 2 — температура торможения волны разгрузки; 3–7 — максимальная температура на границе со стенкой (3 — $h = 1$ мм (сплошная линия — температура ионов, штриховая — температура электронов), 4 — $h = 1$ см; 5 — $h = 5$ см; 6 — $h = 1$ м; 7 — без учета теплопроводности)

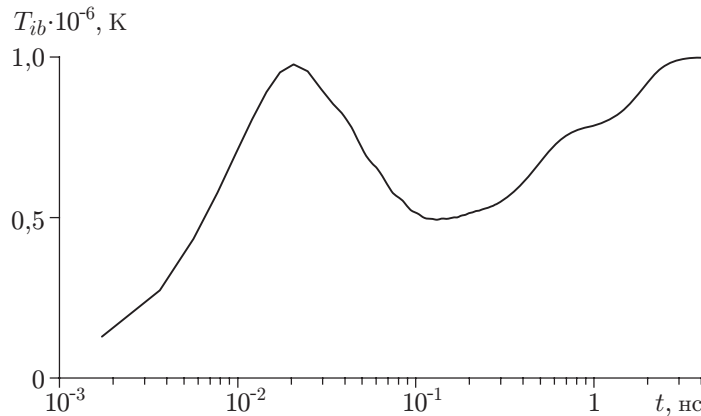


Рис. 3. Зависимость температуры ионов на границе со стенкой от времени ($p_s = 4$ Мбар, $h = 1$ мм)

ет структура волны разгрузки. При усилении роли теплопроводности влияние структуры волны разгрузки на значение температуры уменьшается, а при $h = 1$ мм температура торможения уже сопоставима с максимальной температурой.

На рис. 2 видно, что в случае $h = 1$ мм при $p_s \geq 5$ Мбар максимальные значения температуры ионов T_{ib}^{\max} и электронов T_{eb}^{\max} на границе со стенкой значительно различаются, а характер зависимости $T_{ib}^{\max}(p_s)$ существенно меняется по сравнению со случаем $p_s \leq 4$ Мбар. О причине этих различий можно судить по рис. 3, на котором приведена зависимость $T_{ib}(t)$ при $p_s = 4$ Мбар, $h = 1$ мм. Для наглядности время t показано в логарифмическом масштабе. Функция $T_{ib}(t)$ имеет два максимума. Первый максимум при $t \approx 0,02$ нс обусловлен существованием небольшого интервала времени, в течение которого

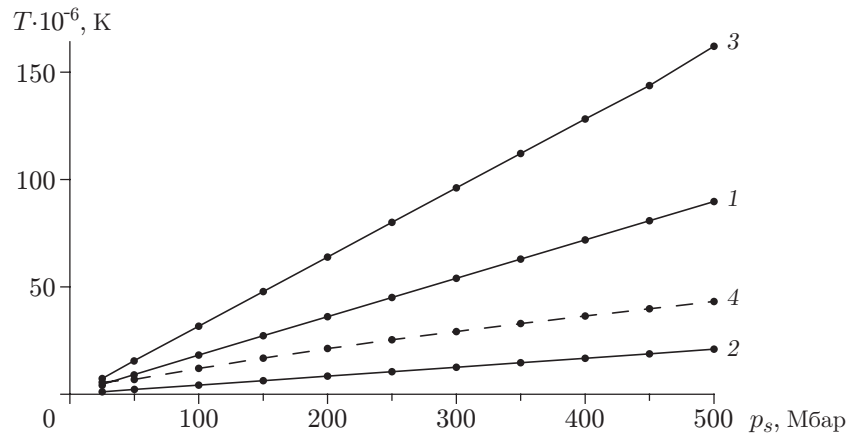


Рис. 4. Зависимости температуры торможения волны разгрузки T_{st} (1), температуры в отраженной ударной волне T_r (2), максимальной по времени температуры ионов T_{ib}^{max} (3) и электронов T_{eb}^{max} (4) на границе со стенкой от давления в набегающей волне $p_s \geq 25$ Мбар ($h = 1$ мм)

тепловой поток ионов вблизи границы со стенкой существенно отличается от равновесного значения. Второй максимум при $t \approx 4$ нс определяется равновесными тепловыми потоками. На рис. 2 приведен абсолютный максимум функции $T_{ib}(t)$, который при $h = 1$ мм, $p_s \geq 5$ Мбар соответствует первому максимуму на рис. 3, а при $h = 1$ мм, $p_s \leq 4$ Мбар, как и для всех значений p_s на рис. 2 при $h \geq 1$ см, — второму максимуму на рис. 3. Приведенные на рис. 2 максимальные значения электронной температуры T_{eb}^{max} практически совпадают со вторым максимумом функции $T_{ib}(t)$ на рис. 3.

Рассмотрим результаты решения задачи для более сильных ударных волн. На рис. 4 приведены максимальные по времени температуры ионов T_{ib}^{max} и электронов T_{eb}^{max} на границе со стенкой при $h = 1$ мм и давлении в диапазоне $25 \text{ Мбар} \leq p_s \leq 500 \text{ Мбар}$. С увеличением p_s обе температуры увеличиваются линейно, но ионная температура увеличивается значительно быстрее электронной. При $p_s = 500$ Мбар $T_{ib}^{max} \approx 160 \cdot 10^6$ К, а $T_{eb}^{max} \approx 40 \cdot 10^6$ К.

На рис. 4 приведены также зависимости от p_s температуры торможения волны разгрузки T_{st} и температуры в отраженной ударной волне T_r . Обе зависимости линейны. При $p_s = 500$ Мбар температура $T_r \approx 20 \cdot 10^6$ К намного меньше T_{ib}^{max} , а температура торможения $T_{st} \approx 90 \cdot 10^6$ К сопоставима с T_{ib}^{max} .

На рис. 5 показано отмеченное в п. 2 асимптотическое поведение модели с учетом релаксации тепловых потоков при $h \rightarrow 0$. Приведены зависимости электронной T_{eb} и ионной T_{ib} температур на границе со стенкой от величины $\vartheta = t/h$ при $p_s = 500$ Мбар и трех значениях $h = 1$ см, 1 мм, 0,1 мм. Видно, что во всех трех вариантах кривые зависимости $T_{ib}(\vartheta)$ вблизи максимума почти совпадают. Это обусловлено тем, что на данном интервале времени теплоперенос ионов вблизи стенки после перехода к переменным η , ϑ описывается уравнениями (14), не зависящими от h . При изменении h функция $T_{eb}(\vartheta)$ существенно меняется, так как уравнения, описывающие теплоперенос электронов, становятся далеки от своего асимптотического предела при $h \rightarrow 0$, вследствие того что время релаксации τ_{qe} мало. Небольшое значение τ_{qe} по сравнению с τ_{qi} обусловлено не только наличием дополнительного множителя $\sqrt{m_e/m_i}$, но и небольшим значением электронной температуры по сравнению с ионной.

На рис. 5 приведена также временная зависимость плотности на стенке, отнесенной к нормальной плотности твердого дейтерия $\rho_0 \approx 0,175 \text{ г/см}^3$, от ϑ при $p_s = 500$ Мбар,

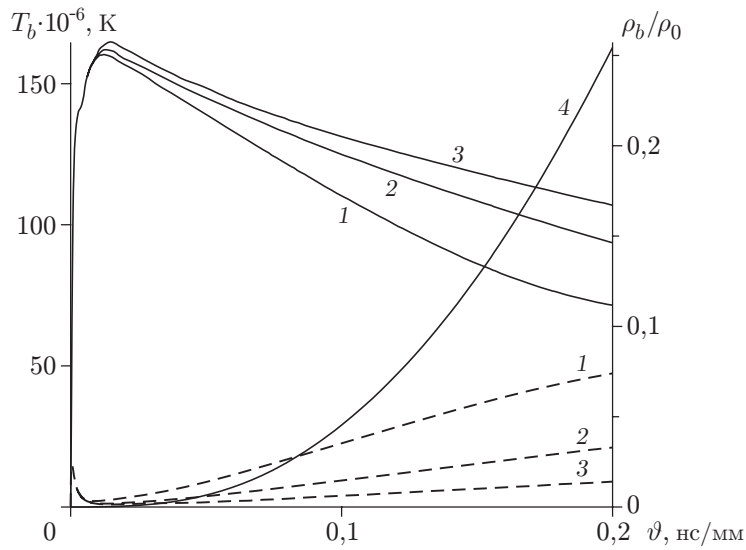


Рис. 5. Зависимости на границе со стенкой температуры ионов и электронов (1–3), а также плотности ρ , отнесенной к нормальной плотности твердого дейтерия (4), от величины $\vartheta = t/h$ при $p_s = 500$ Мбар:

1 — $h = 1$ см, 2, 4 — $h = 1$ мм, 3 — $h = 0,1$ мм; сплошные линии — температура ионов; штриховые — температура электронов

$h = 1$ мм. В момент достижения температурой ионов максимума плотность мала, ее последующий быстрый рост обусловлен быстрым ростом давления при медленном изменении температуры.

На рис. 6 для того же варианта задачи приведены зависимости $T_e(x)$, $T_i(x)$ и $u(x)$ вблизи границы со стенкой для двух моментов времени. Видна движущаяся от стенки ударная волна, фронт которой определяется положением узкой зоны резкого изменения скорости. На ударной волне терпят разрыв все функции, за исключением температуры и теплового потока электронов, непрерывность которых обусловлена параболическим характером электронного теплопереноса в силу малости времени релаксации τ_{qe} . Перед ударной волной находится зона быстрого сверхзвукового нагрева электронов, в которой давление подстраивается под температуру электронов, а остальные функции незначительно отличаются от соответствующего автомодельного решения для волны разгрузки исходной ударной волны. На рис. 6 приведены также зависимости $|q_i(x)|$ и максимально возможного теплового потока $q_i^{\max}(x) = n_i k T_i (k T_i / m_i)^{1/2}$, который возникает при движении всех ионов в одном направлении. Видно, что везде $|q_i| < q_i^{\max}$.

Для сравнения на рис. 6 представлены те же функции при $t = 0,1$ нс для модели, не учитывающей релаксацию тепловых потоков. Видно, что образуется изотермическая ударная волна, которой предшествует зона быстрого нагрева как электронов, так и ионов. В этой зоне тепловой поток ионов намного превышает q_i^{\max} , что указывает на неприменимость модели.

5. Формирование отраженной ударной волны. Результаты расчетов показывают, что учет теплопроводности не оказывает существенного влияния на зависимость давления на границе со стенкой от времени $p_b(t)$. Если время формирования отраженной ударной волны t_r определяется с помощью условия $p_b(t_r) = 0,9p_r$, где p_r — давление в отраженной ударной волне, то различие между значениями времени t_r , полученными в задачах с учетом и без учета теплопроводности, не превышает 1 %. Так как решение задачи без учета теплопроводности не зависит от h при переходе к переменным $\eta = x/h$, $\vartheta = t/h$,

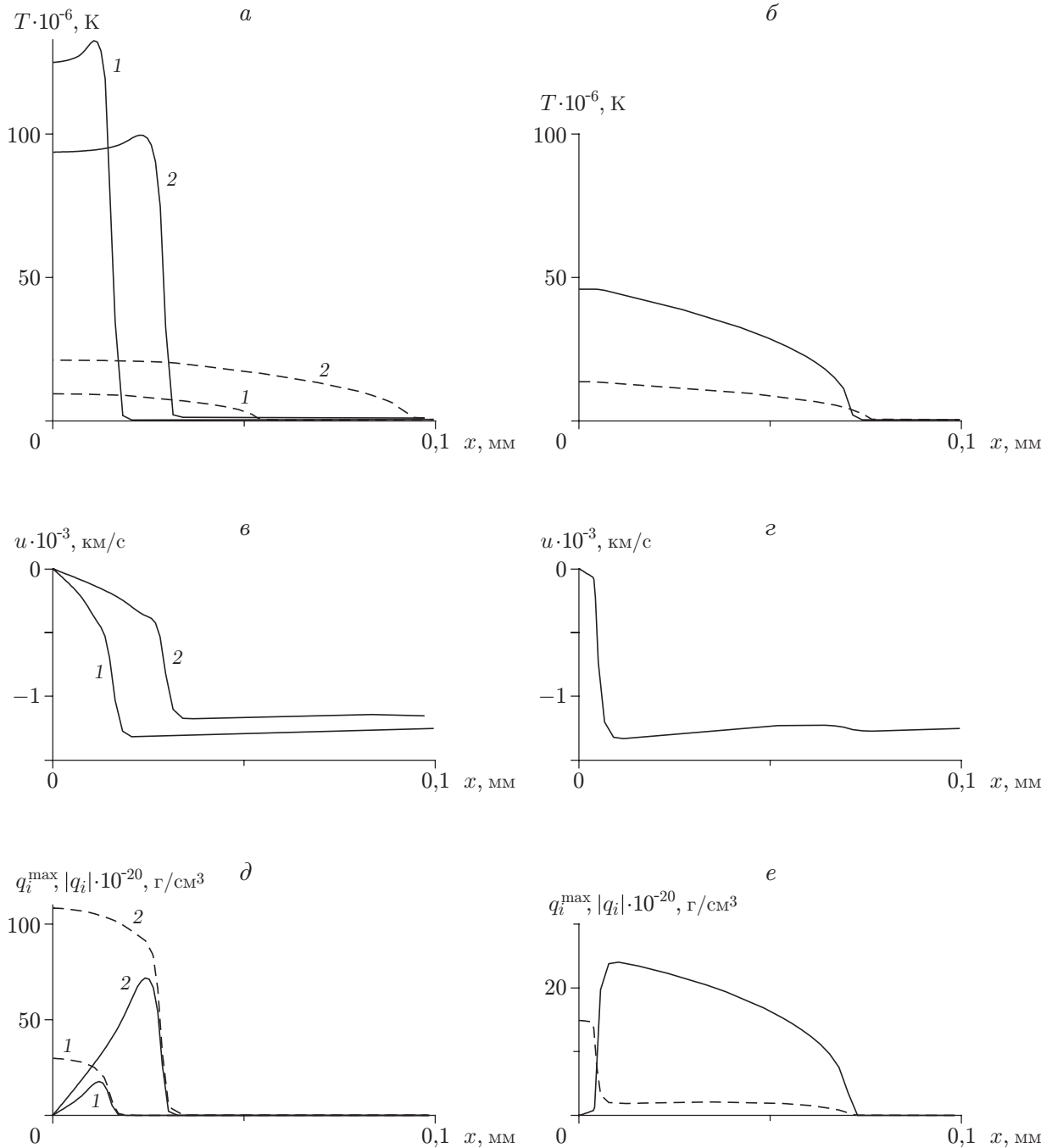


Рис. 6. Зависимости температуры (*a*, *б*) ионов (сплошные линии) и электронов (штриховые линии); скорости (*в*, *г*); теплового потока (сплошные линии) и максимально возможного потока (штриховые линии) ионов (*д*, *е*) от x при $p_s = 500$ Мбар, $h = 1$ мм:

a, *в*, *д* — модель с учетом релаксации тепловых потоков (1 — $t = 0,1$ нс, 2 — $t = 0,2$ нс),
б, *г*, *е* — модель без учета релаксации тепловых потоков ($t = 0,1$ нс)

Зависимость относительных значений времени формирования отраженной ударной волны ϑ_r и достижения максимума ионной температуры ϑ_m для ударных волн от давления p_s

p_s , Мбар	ϑ_r , нс/мм	ϑ_m , нс/мм	p_s , Мбар	ϑ_r , нс/мм	ϑ_m , нс/мм
25	9,3	0,084	300	2,7	0,018
50	6,6	0,044	400	2,3	0,015
100	4,7	0,031	500	2,1	0,012
200	3,3	0,022			

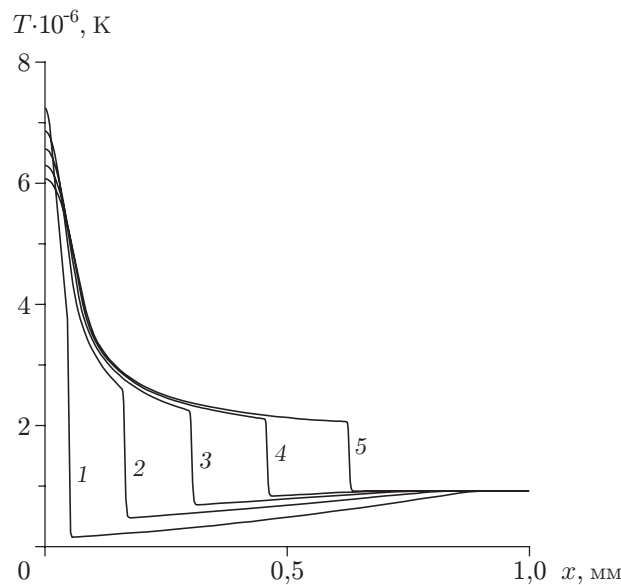


Рис. 7. Зависимость температуры от x в различные моменты времени на заключительной стадии образования отраженной ударной волны ($p_s = 50$ Мбар, $h = 1$ мм):

1 — $t = 1$ нс, 2 — $t = 3$ нс, 3 — $t = 5$ нс, 4 — $t = 7$ нс, 5 — $t = 9$ нс

относительное время формирования отраженной ударной волны ϑ_r , которое не зависит от h и определяется только давлением в падающей ударной волне p_s , можно найти с помощью условия $p_b(\vartheta_r) = 0,9p_r$, а время $t_r = \vartheta_r(p_s)h$. В таблице для нескольких значений p_s в диапазоне от 25 до 500 Мбар приведены значения ϑ_r , а также значения относительного времени ϑ_m , при котором ионная температура достигает максимума и которое слабо зависит от h . Время ϑ_m приблизительно в 100–200 раз меньше ϑ_r . Отметим, что при увеличении p_s уменьшаются значения времени ϑ_r и ϑ_m и существенно уменьшаются абсолютные значения производных $d\vartheta_r/dp_s$ и $d\vartheta_m/dp_s$.

На рис. 7 показан процесс формирования отраженной ударной волны в несколько последовательных моментов времени начиная с $t = 1$ нс. Для данных моментов времени электронная температура $T_e(x)$ отличается от $T_i(x)$ лишь в небольшой области вблизи стенки. Максимальная по времени температура ионов для этого варианта приблизительно равна $15 \cdot 10^6$ К. По окончании формирования отраженной ударной волны, температура в которой равна примерно $2 \cdot 10^6$ К, вблизи стенки появляется медленно меняющийся энтропийный след данной волны, температура в котором увеличивается с $3 \cdot 10^6$ до $6 \cdot 10^6$ К и размер которого приблизительно равен 0,15 мм.

6. Выход нейтронов. Проведем сравнение количества термоядерных нейтронов, возникающих при ударе волны разгрузки, с количеством нейтронов, полученных вследствие действия отраженной ударной волны в отсутствие зазора, когда абсолютно твердая стен-

ка расположена в точке с координатой $x = h$. Площадь области течения в плоскости, ортогональной оси x , ограничим для определенности величиной $s = 100 \text{ мкм}^2$. Нейтронный выход, полученный в интервале времени от t_0 до t на отрезке по x от $x_0(t)$ до $x_1(t)$, определяется формулой

$$N(t) = \frac{s}{4} \int_{t_0}^t \int_{x_0}^{x_1} \langle \sigma v \rangle_{\text{DD}}(T_i) n_i^2 dx dt', \quad n_i = \frac{\rho}{m_i}, \quad (22)$$

где $\langle \sigma v \rangle_{\text{DD}}$ — скорость DD-реакции, зависимость которой от T_i описана в работе [17].

Скорость DD-реакции является быстрорастущей функцией температуры. Однако, несмотря на то что максимальная температура ионов значительно превышает температуру в отраженной ударной волне, это не гарантирует увеличения нейтронного выхода при наличии зазора по сравнению с нейтронным выходом в случае его отсутствия, так как в момент достижения максимальной температуры ионов второй множитель ρ^2 в (22) остается очень малым (см. рис. 5).

В случае отраженной ударной волны в отсутствие зазора влияние падающей ударной волны на нейтронный выход не учитывается. Для удобства сравнения с задачей об ударе волны разгрузки время t введем так же, как в данной задаче, полагая в (22) $t_0 = -t_*$, $x_0 = h$, $x_1 = h + D_r(t + t_*)$ (t_* — определенное в (1) время, за которое волна разгрузки достигает точки $x = 0$; D_r — скорость отраженной ударной волны). В результате получаем

$$N_r(t) = \frac{s \langle \sigma v \rangle_{\text{DD}}(T_r) \rho_r^2 D_r^2 (t + t_*)^2}{8m_i^2}, \quad (23)$$

где T_r , ρ_r — температура и плотность в отраженной ударной волне.

Для задачи об ударе волны разгрузки положим в (22) $t_0 = x_0 = 0$, а $x_1(t)$ выберем в виде

$$x_1(t) = \max [x_l(t), x_T(t)],$$

где $x_l(t)$ — координата лагранжевой частицы, соответствующая границе волны разгрузки h_* в момент удара $t = 0$:

$$\int_0^{x_l} \rho(x', t) dx' = \int_0^{h_*} \rho(x', 0) dx',$$

$x_T(t)$ — координата точки, в которой температура ионов $T_i = 0,8T_r$. При таком выборе $x_1(t)$ влияние падающей ударной волны с температурой $T_s < 0,8T_r$ на нейтронный выход не учитывается. Так как высокотемпературная область появляется вблизи стенки, сначала выполняется соотношение $x_l(t) > x_T(t)$, из которого следует, что $x_1(t) = x_l(t)$. Точка $x_T(t)$ движется от стенки, а точка $x_l(t)$ — к стенке, так как $u < 0$ во всей области течения. Начиная с некоторого момента времени выполняется соотношение $x_T(t) > x_l(t)$, из которого следует, что $x_1(t) = x_T(t)$ (координата $x_1(t) = x_T(t)$ определяет положение фронта отраженной ударной волны, на котором температура меняется от T_s до T_r).

На рис. 8 показан нейтронный выход (22) для задачи об ударе волны разгрузки при $h = 1 \text{ мм}$ в сравнении с нейтронным выходом (23) для отраженной ударной волны в отсутствие зазора при $p_s = 50, 500 \text{ Мбар}$. Площадь области течения в плоскости, ортогональной оси x , равна 100 мкм^2 . В случае ударной волны с $p_s = 50 \text{ Мбар}$ наличие зазора приводит к увеличению нейтронного выхода приблизительно в 10 раз, а в случае ударной волны с $p_s = 500 \text{ Мбар}$ — к уменьшению его величины. Последний результат является предварительным и может измениться при учете нагрева плазмы продуктами термоядерных реакций и переноса энергии излучением.

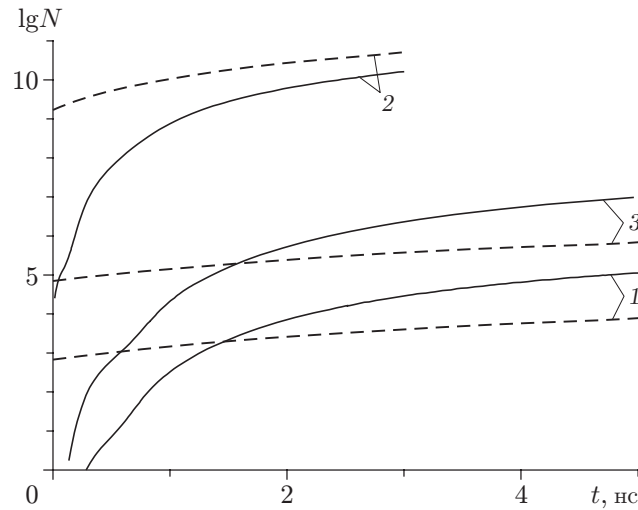


Рис. 8. Нейтронный выход для ударной волны в дейтерии (1, 2) и в смеси дейтерия и трития (3):
 1, 3 — $p_s = 50$ Мбар, 2 — $p_s = 500$ Мбар; сплошные линии — $h = 1$ мм, штриховые — отраженная ударная волна без зазора

Помимо задачи для твердого дейтерия рассматривается задача для смеси равного количества дейтерия и трития. В этом случае формула для нейтронного выхода DT-реакции имеет вид (22), где скорость DD-реакции заменяется скоростью DT-реакции $\langle \sigma v \rangle_{DT}(T_i)$ (см. [17]). На рис. 8 приведены также результаты расчета нейтронного выхода в случае ударной волны с $p_s = 50$ Мбар, $h = 1$ мм. По сравнению со случаем чистого дейтерия нейтронный выход увеличивается почти в 100 раз. Как и в случае чистого дейтерия, удар волны разгрузки приводит к увеличению нейтронного выхода приблизительно в 10 раз по сравнению с нейтронным выходом при ударе отраженной волны.

Заключение. Результаты проведенного исследования позволяют сделать вывод, что теплопроводность оказывает существенное влияние на формирование высокотемпературной плазмы при ударе волны разгрузки исходно твердого дейтерия по абсолютно твердой теплоизолированной стенке. Несмотря на то что это влияние уменьшается при увеличении расстояния h между свободной поверхностью и стенкой, приведенные в работе [6] значения максимальной температуры плазмы, полученные в результате решения задачи без учета теплопроводности, оказываются существенно завышенными даже при $h = 1$ м.

Тем не менее утверждение о возможности получения плотной высокотемпературной плазмы при ударе адиабатически расширяющегося вещества о жесткую стенку [6] остается справедливым и при учете теплопроводности. Максимальная температура плазмы оказывается не ниже температуры торможения волны разгрузки и намного превышает температуру в отраженной от стенки ударной волне.

При $h \rightarrow 0$ модель теплопереноса с учетом релаксации теплового потока имеет асимптотику, не зависящую от h в переменных x/h , t/h . В случае сильных ударных волн с давлением $p_s > 25$ Мбар при $h = 1$ мм максимальная ионная температура линейно возрастает с увеличением p_s , причем значительно быстрее электронной температуры, достигая при $p_s = 500$ Мбар значения, приблизительно равного $160 \cdot 10^6$ К. Это значение не зависит от h , по крайней мере при $h \leq 1$ см.

Учет теплопроводности не оказывает существенного влияния на зависимость давления на границе со стенкой от времени и вследствие этого на относительное время формирования отраженной ударной волны. По окончании формирования отраженной ударной волны

вблизи стенки остается медленно меняющийся энтропийный след, температура в котором существенно превышает температуру в отраженной ударной волне.

Как в задаче для дейтерия, так и в задаче для смеси дейтерия и трития для ударной волны с давлением 50 Мбар наличие зазора ($h = 1$ мм) приводит к увеличению выхода термоядерных нейтронов приблизительно в 10 раз по сравнению с нейтронным выходом в отраженной ударной волне в отсутствие зазора.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Зельдович Я. Б.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений / Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. М.: Наука, 1966.
2. **Красюк И. К., Пашинин П. П., Семенов А. Ю., Фортвов В. Е.** Изучение теплофизических и механических свойств вещества в экстремальных условиях // Квант. электроника. 2003. Т. 33, № 7. С. 593–608.
3. **Терновой В. Я.** Экспериментальное исследование термодинамических и электропроводящих свойств плотных сред при интенсивном ударно-волновом воздействии: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Черноголовка, 2004.
4. **Станюкович К. П.** Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Гостехтеоретиздат, 1955.
5. **Чарахчьян А. А.** Ударное сжатие пластины на клине // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 17–24.
6. **Терновой В. Я., Хищенко К. В., Чарахчьян А. А.** Об одной возможности получения высокотемпературной плотной плазмы // ПМТФ. 2009. Т. 50, № 3. С. 15–24.
7. **Калиткин Н. Н., Костомаров Д. П.** Математические модели физики плазмы (обзор) // Мат. моделирование. 2006. Т. 18, № 11. С. 67–94.
8. **Леванов Е. И.** Теплоперенос с учетом релаксации теплового потока и источников (стоков) энергии // Мат. моделирование. 1997. Т. 9, № 2. С. 53–56.
9. **Волосевич П. П., Змитренко Н. В., Леванов Е. И., Северина Е. В.** Динамика и нагрев плазмы с учетом релаксации теплового потока // Мат. моделирование. 2008. Т. 20, № 4. С. 57–68.
10. **Анисимов С. И., Прохоров А. М., Фортвов В. Е.** Применение мощных лазеров для исследования вещества при сверхвысоких давлениях // Успехи физ. наук. 1984. Т. 142, вып. 3. С. 395–434.
11. **Batani D., Stabile H., Ravasio A., et al.** Ablation pressure scaling at short laser wavelength // Phys. Rev. E. 2003. V. 68, N 6. P. 067403-1–067403-4.
12. **Силин В. П.** Введение в кинетическую теорию газов. М.: Наука, 1971.
13. **Леванов Е. И., Сотский Е. Н.** Теплоперенос с учетом релаксации теплового потока // Математическое моделирование. Нелинейные дифференциальные уравнения математической физики. М.: Наука, 1987. С. 155–190.
14. **Fortov V. E., Khishchenko K. V., Levashov P. R., Lomonosov I. V.** Wide-range multi-phase equations of state for metals // Nuclear Instrum. Methods Phys. Res. A. 1998. V. 415, N 3. P. 604–608.
15. **Knudson M. D., Hanson D. L., Bailey J. E., et al.** Principal Hugoniot, reverberating wave, and mechanical reshock measurements of liquid deuterium to 400 GPa using plate impact techniques // Phys. Rev. B. 2004. V. 69, N 14. P. 144209-1–144209-20.
16. **Куликовский А. Г.** Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений / А. Г. Куликовский, Н. В. Погорелов, А. Ю. Семенов. М.: Физматлит, 2001.
17. **Бракнер К.** Управляемый лазерный синтез / К. Бракнер, С. Джорна. М.: Атомиздат, 1977.

*Поступила в редакцию 18/XII 2009 г.,
в окончательном варианте — 25/VI 2010 г.*