

# ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПОДОГРЕВАЕМОМ СНИЗУ СЛОЕ ЖИДКОСТИ ПРИ ВРАЩЕНИИ ОДНОЙ ИЗ ГРАНИЦ

В. С. Бердников, В. А. Марков

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Экспериментально исследовалась смешанная конвекция в горизонтальном слое жидкости, возбуждаемая равномерным подогревом снизу и вращением одной из границ слоя. Область, занятая жидкостью, — цилиндр радиусом 320 мм и высотой 45 мм. Вращается или верхняя граница, или нижняя вместе с боковой стенкой. При числах Рэлея  $Ra \approx 2 \cdot 10^7$  в широком диапазоне чисел Рейнольдса по экспериментальным данным построены профили средней температуры по нормали к верхней границе с равномерным шагом по радиусу, получены данные о радиальном расслоении жидкости по температуре, интегральном потоке через слой жидкости и информация о пульсациях температуры. Обнаружен сложный характер зависимости теплопередачи от числа Рейнольдса. Предложено качественное объяснение полученных зависимостей теплоотдачи и температурного расслоения от чисел Рейнольдса.

**Введение.** Течение, возникающее в горизонтальном слое жидкости, подогреваемой снизу (конвекция Рэлея — Бенара), вошло в число канонических явлений при рассмотрении вопросов гидродинамической устойчивости и ламинарно-турбулентного перехода [1], оно может служить моделью процессов, происходящих в атмосфере, океане, мантии Земли [2, 3], в технических устройствах и технологических процессах [4].

Во многих случаях силы плавучести, отвечающие за возбуждение термогравитационной конвекции, соизмеримы с силами, вызывающими вынужденную конвекцию. Примерами могут служить теплоотдача от подстилающей поверхности в атмосферу при ветре или от горизонтальной поверхности в техническом устройстве при наличии вынужденного течения. Вынужденное течение, как правило, вызвано перепадом давления либо вращением погруженных в жидкость тел или ограничивающих жидкость поверхностей. В последнем случае структура течения и характеристики теплопереноса определяются совместным действием сил плавучести, перепада давления, трения на стенках, центробежных сил и сил Кориолиса.

В работе рассматривается смешанная конвекция в горизонтальном слое жидкости при подогреве снизу и вращении границ слоя. Независимо вращаются верхняя граница (крышка) и нижняя граница (дно) вместе с боковой стенкой. Слой жидкости представляет собой цилиндр высотой  $H$  и радиусом  $R_0$ .

В случае, когда границы покоятся, конвекция описывается безразмерными параметрами: числом Рэлея  $Ra = \beta g \Delta T H^3 / (\alpha \nu)$ , числом Прандтля  $Pr = \nu / a$ , геометрическим параметром  $\Gamma = R_0 / H$  и условиями на границах. В работах [5–7] исследовалась структура течения при различных значениях определяющих параметров. Если крышка и дно вращаются с одинаковой угловой скоростью ( $\Omega_1 = \Omega_2$ ), то слой жидкости вращается как целое вокруг вертикальной оси со скоростью  $\Omega_1$ . В этом случае на структуру конвективного течения оказывают влияние дополнительные силы: Кориолиса и центробежная. Влияние силы Кориолиса определяется безразмерным критерием — числом Тейлора ( $Ta = 4\omega^2 H^4 / \nu^2$ ). Если  $R_0 \Omega^2 \ll g$ , то влияние центробежных сил мало [1]. Термогравитационная конвекция

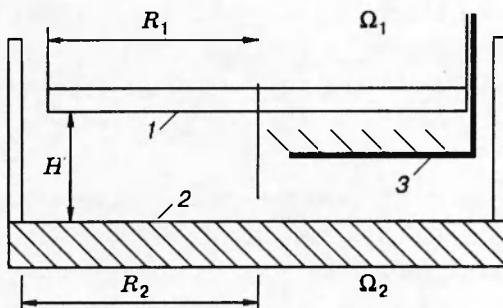


Рис. 1. Схема рабочего участка и расположения датчиков температуры:  
1 — верхний теплообменник (крышка), 2 — нижний теплообменник (дно), 3 — зонд для измерения температуры

во вращающемся слое жидкости при подогреве снизу изучена существенно слабее задачи Рэлея — Бенара. Некоторые сведения о структуре течения и теплопередаче через вращающийся слой жидкости представлены в [8].

При вращении крышки или дна вращающаяся граница является источником вынужденной конвекции, которая определяется безразмерным критерием — числом Рейнольдса:  $Re_1 = \Omega_1 R_0^2 / \nu$  или  $Re_2 = \Omega_2 R_0^2 / \nu$ . В изотермической жидкости при вращении границ возникает осесимметричное течение масштаба  $R_0$  [9], которое с ростом  $Re$  становится турбулентным. В [10] представлены первые результаты экспериментального изучения течения в горизонтальном слое неизотермической жидкости при вращении одной границы. Показано, что в диапазоне чисел Рэлея  $(1 \div 8) \cdot 10^7$  с ростом  $Re_1$  наблюдается значительная радиальная неоднородность поля температуры и локального теплового потока вблизи вращающейся верхней границы.

Настоящее исследование является продолжением работы [10] и направлено на изучение структуры поля температуры и теплопередачи при вращении границ слоя. В работе приводятся экспериментальные данные о структуре поля температуры вблизи верхней границы слоя и теплопередачи при различных числах Рейнольдса ( $Re_1, Re_2$ ) и числах Рэлея  $Ra \approx 2 \cdot 10^7$ . Эксперименты проведены на этиловом спирте ( $Pr = 16$ ) при  $20^\circ\text{C}$ .

**Описание эксперимента.** Установка для исследования гидродинамики и теплообмена в горизонтальных слоях жидкости при подогреве снизу с вращающимися границами слоя описана в [10]. Упрощенная схема рабочего участка установки приведена на рис. 1. Исследуемый слой жидкости ограничен верхним прозрачным теплообменником 1, нижним теплообменником 2 и прозрачной боковой стенкой. Верхний теплообменник имеет сложное устройство, его рабочей поверхностью служит зеркальное стекло толщиной 5 мм, которое является дном тонкостенного металлического цилиндра диаметром 640 мм, вращающегося вокруг вертикальной оси. Над зеркальным стеклом расположен неподвижный прозрачный теплообменник, через который прокачивается терmostатированная вода. Зазор между ним и стеклом заполнен водой. Нижний теплообменник состоит из трех латунных пластин диаметром 640 мм, толщиной 15 мм. Между двумя нижними пластинами помещен электрический нагреватель. Расстояние между двумя верхними пластинами калибровано стеклянными эталонными вставками толщиной 4,0 мм. Образованный вставками зазор между пластинами загерметизирован по периметру и заполнен кремнийорганическим маслом ПЭС-5. Конструкция из двух верхних пластин и прослойки масла между ними является датчиком интегрального теплового потока. К верхней латунной пластине герметично прижато кольцо из нержавеющей стали с электрическим охранным нагревателем внутри. Две боковые вертикальные прозрачные цилиндрические стенки герметично прижаты к охранному кольцевому нагревателю. Нижний теплообменник закреплен на платформе, которая может вращаться. Для передачи электрической энергии, сигналов датчиков и сигналов управления к подвижным элементам установки используются токосъемники. Температу-

ра нижней границы слоя задается и поддерживается постоянной терморегулятором ПИТ-3, при этом датчиком обратной связи служит батарея медь-константановых термопар. Температура охранного кольцевого нагревателя регулируется независимым терморегулятором, что позволяет на нижней пластине убрать горизонтальный градиент температуры, который вызван утечкой тепла в боковые стенки.

Температура границ слоя измерялась медь-константановыми термопарами или батареями из пяти термопар. В латунных пластинах высверлены глухие отверстия, в них вклеены эпоксидным kleem с наполнителем термопары и батареи термопар. Для измерения температуры поверхности стекла термопары вклеены в пазы заподлицо. Одна термопара расположена в центре, три — на расстоянии 150 мм от края через  $90^\circ$  друг от друга. При измерении температуры во вращающейся системе второй спай термопары помещался в термостат с электронной схемой регулирования, который располагался на тех же вращающихся элементах установки. Температура термостата поддерживалась постоянной с точностью  $\pm 0,01^\circ\text{C}$ .

Система задания температурных граничных условий обеспечивает точность поддержания температуры границ слоя  $\pm 0,04^\circ\text{C}$ . Реально установка позволяет проводить исследования при независимом соосном равномерном вращении верхней и нижней границ в диапазоне угловых скоростей от  $5 \cdot 10^{-3}$  до 2 рад/с с погрешностью не хуже  $\pm 1\%$ .

Для измерения локальной температуры в объеме жидкости использовался зонд из шести термопар 3 (рис. 1), изготовленный из Г-образной стеклянной трубочки-державки с внешним диаметром 2 мм. Шесть никром-константановых термопар прорезаны в нее и выведены в отверстия в трубочке так, что спаи термопар находились на одной высоте (на расстоянии 20 мм от державки) и одинаковом расстоянии друг от друга по радиусу начиная от центра  $r = 0$  с шагом приблизительно 50 мм. Система перемещения зонда по нормали к верхней горизонтальной поверхности смонтирована на несущей конструкции этой границы слоя. Она состоит из микровинта, шагового двигателя, блока управления, индикатора часового типа для контроля перемещения зонда с ценой деления 0,01 мм. Блок управления шаговым двигателем позволяет управлять смещением зонда из лабораторной системы и при необходимости с помощью ЭВМ. Предусмотрено два режима работы, в первом шаг перемещения  $\Delta z$  равен 0,05 мм, во втором — 0,5 мм. Сигналы с термопар подавались на коммутатор и через токосъемники передавались в лабораторную систему.

В первой серии экспериментов исследована структура поля температуры вблизи верхнего теплообменника ( $z = 0 \div 7$  мм). Установка выводилась в стационарное состояние, характеризующееся постоянным перепадом температуры между дном и крышкой  $\Delta T$  и угловыми скоростями крышки и дна ( $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ ). Состояние слоя жидкости характеризовалось безразмерными параметрами — числами Рэлея и Рейнольдса ( $Re_1$  и  $Re_2$ ). Во время сбора информации о поле температуры установка находилась в стационарном состоянии теплообмена. Сначала сигналы записывались в начальном положении зонда, когда спаи всех термопар касаются верхней границы ( $z = 0$ ), после перемещения на заданный шаг производились следующие измерения и т. д. Время записи каждой реализации было от 4 до 20 мин и зависело от режима ( $Ra$ ,  $Re$ ) и положения термопары. Результаты измерений обрабатывались на микро-ЭВМ с использованием апробированных процедур статистической обработки случайных сигналов [11].

Во второй серии экспериментов исследовались интегральный тепловой поток и структура поля температуры вблизи крышки за пределами теплового пограничного слоя ( $z = 7$  мм) для разных значений числа Рейнольдса. Установка выводилась в исходное установленное состояние, характеризующееся значениями  $Ra$ ,  $Re$ . Проводились измерения, необходимые для расчета чисел  $Ra$ ,  $Re$ ,  $Nu$ , и записывались реализации сигналов со всех термопар. Затем изменялась скорость вращения крышки или дна, через 20–60 мин повто-

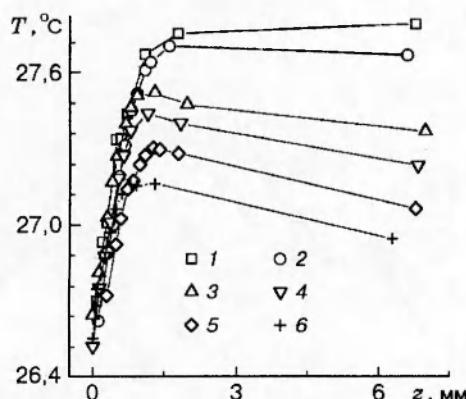


Рис. 2. Профили средней температуры у верхней границы слоя:  
 $\text{Ra} = 2,28 \cdot 10^7$ ,  $\text{Re}_1 = 4,43 \cdot 10^4$ ,  $\text{Re}_2 = 0$ ; точки 1–6 отвечают значениям  $r = 2, 53, 103, 147, 200, 242$  мм соответственно

рялся весь цикл измерений и т. д. Время выдержки оценивалось экспериментально: по выходу на установившийся режим теплообмена.

**Поле температуры вблизи верхней границы.** В исходном для данной задачи состоянии (установившейся турбулентной конвекции Рэлея — Бенара) радиальное температурное расслоение отсутствует, что свидетельствует об изотропии в горизонтальной плоскости пространственной структуры течения и статистических характеристиках полей температуры и скорости.

Структура поля температуры вблизи верхней границы значительно изменяется при вращении верхней или нижней границ слоя. На рис. 2 приведены зависимости средней температуры от расстояния до верхней границы при  $\Omega_1 = 0,6$  рад/с, что соответствует  $\text{Re}_1 = 4,7 \cdot 10^4$ , и при  $\Omega_2 = 0$ . Профили средней температуры построены для шести значений радиусов. Видно, что вблизи верхней границы слоя за пределами теплового пограничного слоя наблюдается температурное расслоение по радиусу: при  $z > 1$  мм температура на оси больше, чем у края крышки. В ядре слоя жидкости температура слабо изменяется в осевом направлении.

Если при постоянной скорости вращения крышки увеличивать скорость вращения дна (направление вращения дна совпадает с направлением вращения крышки), то структура поля температуры будет изменяться. Температурное расслоение по радиусу с ростом  $\Omega_2$  уменьшается и при достижении скорости вращения верхней границы ( $\Omega_2 = \Omega_1$ ) исчезает. Этот режим соответствует термогравитационной конвекции во вращающемся слое жидкости [8]. Если направление вращения дна противоположно направлению вращения крышки, то температурное расслоение вблизи верхней границы ведет себя сложным образом в зависимости от значений  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ . Так, при  $\text{Re}_1 > 5 \cdot 10^4$  и  $\text{Re}_2 > 2 \cdot 10^4$  указанное расслоение практически равно нулю.

Вращение крышки и дна сильно влияет не только на средние характеристики полей температуры и скорости, но и на их статистические характеристики. Как было показано в [10], вращение только крышки или только дна значительно уменьшает дисперсию пульсаций температуры во всем объеме жидкости. При одновременном вращении крышки и дна она зависит от скоростей вращения границ, их взаимного направления и координат точки наблюдения. Так, при вращении верхней границы с угловой скоростью  $\Omega_1 = 0,6$  рад/с, а нижней в противоположном направлении с угловой скоростью  $\Omega_2 = 0,16$  рад/с наблюдается радиальная зависимость дисперсии температуры. Амплитуда пульсаций температуры максимальна вблизи оси вращения и уменьшается с увеличением радиуса. При больших расстояниях от оси вращения ( $r > 150$  мм) дисперсия мала и практически не зависит от  $r$ . При  $r < 150$  мм на зависимостях  $\sigma = f(z)$  наблюдаются максимумы — амплитуда пульсаций температуры максимальна на расстоянии  $0,5 \div 0,8$  мм от верхней границы. С ростом

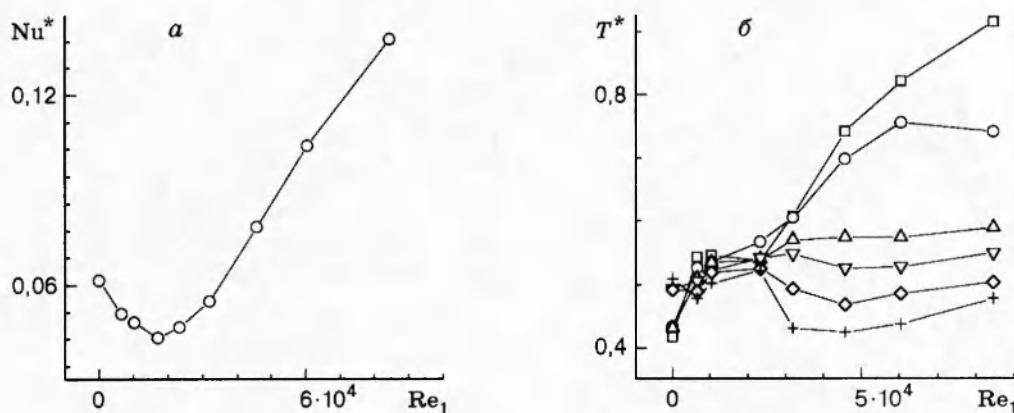


Рис. 3. Зависимости коэффициента теплопередачи (а) и средней температуры (б) от числа Рейнольдса (при вращении крышки):

$Ra = (1,5 \div 2,4) \cdot 10^7$ ,  $Re_2 = 0$ ; обозначения соответствуют рис. 2

скорости вращения крышки расслоение дисперсии по радиусу уменьшается, не спадает дисперсия только на оси вращения, что говорит о колебаниях в подъемной струе.

**Теплопередача и температурное расслоение.** Результаты экспериментальных исследований структуры поля температуры вблизи крышки и интегрального теплового потока представлены в виде зависимостей безразмерных температур  $T_i^*$  и модифицированного числа Нуссельта  $Nu^*$  от числа Рейнольдса, построенного по скорости вращения крышки или дна. Индекс  $i$  у средней температуры соответствует номеру термопары, которая находится на радиусе  $r_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ). Здесь  $T_i^* = (T_i - T_1)/(T_2 - T_1)$ ,  $Nu^* = Nu/Ra^{1/3}$ ,  $Nu = qH/\lambda(T_2 - T_1)$  ( $q$  — средняя по времени и площади рабочей поверхности плотность теплового потока). В установившихся режимах при различных  $\tilde{r}_1$  и  $\tilde{r}_2$  перепады температуры несколько отличались друг от друга, соответственно отличались и величины  $Ra$ . Чтобы представить результаты измерений интегрального теплового потока в универсальном виде, удобно ввести модифицированное число Нуссельта  $Nu^* = Nu/Ra^{1/3}$ . Для краткости это число, т. е. по сути нормированный безразмерный коэффициент теплопередачи, будем называть просто коэффициентом теплопередачи. Диапазон изменения значений числа Рэлея приведен в подписях к рисункам.

На рис. 3 представлены зависимости коэффициента теплопередачи через слой жидкости и безразмерной средней температуры для шести радиусов вблизи верхней границы ( $z = 7$  мм) от скорости вращения крышки. Аналогичные зависимости от скорости вращения дна при неподвижной крышке представлены на рис. 4.

Зависимости  $Nu^*(Re_1)$  и  $Nu^*(Re_2)$  ведут себя одинаково: вначале при  $Re < 1,5 \cdot 10^4$  с ростом скорости вращения наблюдается спад теплопередачи. При больших скоростях, соответствующих значениям  $Re > 4 \cdot 10^4$ , теплопередача растет. Обозначим числа Рейнольдса, при которых указанные зависимости имеют минимум, как  $Re_{1kp}$  и  $Re_{2kp}$ . Значения этих величин, определенные по рис. 3, а и 4, а, отличаются друг от друга:  $Re_{1kp} = 2 \cdot 10^4$  и  $Re_{2kp} = 3 \cdot 10^4$ . Это связано с тем, что в первом случае вынужденное течение вызвано вращением только верхней границы, а во втором течение формируется при вращении нижней границы вместе с боковой стенкой. При  $Re > 3 \cdot 10^4$  наблюдается почти линейный рост теплопередачи. Тангенс угла наклона для зависимости  $Nu^*(Re_1)$  приблизительно в 2,5 раза больше, чем для зависимости  $Nu^*(Re_2)$ . Спад теплопередачи через слой жидкости при  $Re < 1,5 \cdot 10^4$  вызван вначале, при малых  $\Omega$ , ламинаризующим действием на турбулентную конвекцию Рэлея — Бенара сдвигового течения, генерируемого вращаю-

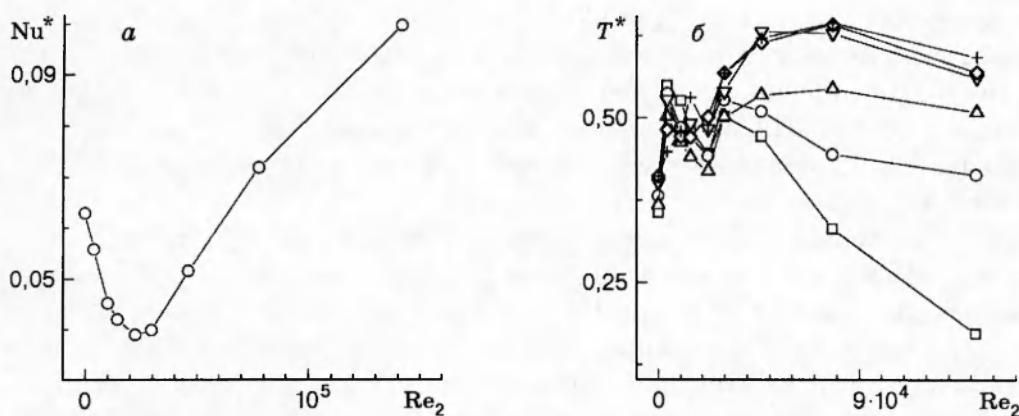


Рис. 4. Зависимости коэффициента теплопередачи (а) и средней температуры (б) от числа Рейнольдса (при вращении дна):

$Ra = (1,7 \div 2,4) \cdot 10^7$ ,  $Re_1 = 0$ ; обозначения соответствуют рис. 2

щющейся крышкой или вращающимся дном, а затем ламинаризующим действием вращения жидкости в ядре. При подавляющем влиянии термогравитационной конвекции в турбулентном режиме, что наблюдается при  $Re < 1,5 \cdot 10^4$ , основной вклад в теплопередачу вносит конвективная, или пульсационная, составляющая  $Q_{\text{конв}} = (T'v')_{\text{ср}}$ . При вращении границы перемещение нагретого на второй границе горячего относительно окружающей среды малого объема жидкости в сдвиговом поле скорости приводит к его растягиванию и более быстрому выравниванию его температуры с температурой окружающей среды. Наблюдения за пространственной структурой течения у верхней границы слоя показали, что при включении вращения вначале на периферии ( $r \approx R_0$ ), а затем все ближе к центру слоя происходит ламинаризация пограничного слоя, исчезает мелкомасштабное термогравитационное по природе вихревое течение [12]. Это приводит к уменьшению амплитуды пульсаций температуры и, следовательно, к уменьшению конвективной составляющей теплового потока в теплопередаче. Рост теплопередачи при  $Re > 4 \cdot 10^4$  обусловлен образованием меридионального течения центробежной природы с масштабом  $R_0$  под вращающейся поверхностью и переходом к турбулентности гидродинамической природы в пограничных слоях на поверхностях теплообмена [9].

Температурное расслоение вблизи верхней границы становится заметным при  $Re > 3 \cdot 10^4$  (рис. 3, б и 4, б). При вращении только крышки и только дна наблюдаются температурные расслоения противоположных знаков. Температурное расслоение можно рассматривать как характеристику, дающую информацию о структуре течения. Так, при вращении крышки со скоростями, при которых  $Re_1 > 4 \cdot 10^4$ , устанавливается циркуляционное течение масштаба  $R_0$ : в центре формируется подъемная струя, вблизи крышки течение имеет радиальную компоненту скорости, направленную от центра к кромке крышки, вдоль боковой стенки формируется опускное течение, вблизи дна радиальная компонента скорости направлена к центру. При такой организации течения подъемная струя в центре имеет температуру, близкую температуре дна. По мере движения к краю крышки жидкость выхолаживается и температура ее монотонно спадает (см. рис. 3, б). Если дно вращается со скоростью, при которой  $Re_2 > 4 \cdot 10^4$ , то устанавливается циркуляционное течение обратного направления. В этом случае в центре формируется опускное течение холодной жидкости, а на периферии слоя — подъемное течение горячей жидкости. Расслоение  $\delta T_{16}^* = T_1^* - T_6^*$  увеличивается с ростом  $Re$ . При одинаковых значениях чисел Рейнольдса величина горизонтального температурного расслоения ядра жидкости больше

для случая вращения крышки:  $\delta T_{1,6}^* = 0,38$  для  $Re_1 = 6 \cdot 10^4$  и  $\delta T_{1,6}^* = 0,2$  для  $Re_2 = 6 \cdot 10^4$ . Следует отметить различный характер расслоения температуры вблизи верхней границы при вращении только крышки или дна. При вращении дна отличие температуры на радиусах, равных 147, 200, 242 мм, становится значительным только при  $Re > 1,4 \cdot 10^5$ , при вращении крышки расслоение на этих радиусах заметно уже при  $Re_1 = 3 \cdot 10^4$ ,  $\delta T_{4,5,6}^* = 0,1$  и слабо меняется с ростом числа Рейнольдса.

**Выводы.** Настоящая работа по изучению турбулентной термогравитационной конвекции Рэлея — Бенара в неподвижном слое жидкости дополняет результаты [5–7], где исследовалась жидкость с  $Pr = 16$  при  $Ra \approx 2 \cdot 10^7$  и отношении горизонтального размера слоя к высоте, равном 6. В настоящей работе это отношение равно 13. Вопрос о влиянии боковых границ и относительного размера горизонтального слоя ( $2R_0/H$ ) остается и при турбулентном режиме течения, так как в [12] обнаружено существование крупномасштабной нестационарной ячеистой структуры. Ограниченност слоя приводит к изменению поведения (нерегулярного хаотического дрейфа в горизонтальной плоскости) ячеистого течения и может вызвать изменение статистических характеристик полей скорости и температуры. Увеличение горизонтального размера слоя более чем вдвое не повлияло на пространственную форму течения и статистические характеристики поля температуры.

Для турбулентной термогравитационной конвекции в неподвижном и равномерно вращающемся слоях жидкости характерна изотропность в радиальном направлении всех измеряемых величин. Поле температуры имеет погранслойный характер во всем исследованном диапазоне определяющих параметров. За пограничным слоем средняя температура слабо зависит от  $z$ . Толщина пограничного слоя увеличивается с ростом скорости вращения слоя жидкости как целого (числа Тейлора). Дисперсия пульсаций температуры уменьшается с увеличением угловой скорости.

При вращении верхней или нижней границы наблюдается радиальная неоднородность (расслоение) средней температуры в ядре жидкости. Величина температурного расслоения зависит от угловой скорости вращения границы. Расслоение вызвано возникновением крупномасштабного меридионального течения за счет центробежных сил. Знак расслоения зависит от направления глобального циркуляционного течения. Если жидкость под верхней границей движется от центра к краю, то температура в центре больше, чем у кромки; при движении жидкости в обратном направлении знак расслоения меняется на противоположный.

Зависимости безразмерного коэффициента теплопередачи от скорости вращения верхней или нижней границы слоя при неподвижной другой ведут себя одинаково. При малых скоростях вращения, соответствующих  $Re < 1,5 \cdot 10^4$ , по мере их роста наблюдается спад теплопередачи, а при больших скоростях ( $Re > 4 \cdot 10^4$ ) — ее рост. Зависимости  $Nu^*(Re_1)$  и  $Nu^*(Re_2)$  достигают минимума при критических скоростях вращения. Значения критических чисел Рейнольдса отличаются друг от друга ( $Re_{1kp} = 2 \cdot 10^4$  и  $Re_{2kp} = 3 \cdot 10^4$ ) и зависят от значений чисел  $Ra$ , оценка критического значения  $Gr/Re^2 = Ra \cdot Pr/Re^2 \approx 0,8$ . Таким образом, вначале вращение границы вызывает ламинаризацию турбулентной гравитационной конвекции, приводя к снижению интенсивности теплопередачи через слой жидкости. Ламинаризация вблизи верхней границы начинается с периферии слоя, где линейная скорость движения границы максимальна. С увеличением скорости вращения граница ламинаризации пограничного слоя быстро продвигается к центру. При дальнейшем увеличении скорости вращения границы после достижения критического значения  $Re_{kp}$  растет вклад вынужденного течения и наблюдается монотонный рост интенсивности теплопередачи по мере увеличения скорости циркуляции жидкости в меридиональном сечении и турбулизации этого течения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных

исследований (код проекта 97-01-00760).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972.
2. Голицын Г. С. Исследование конвекции с геофизическими приложениями и аналогиями. Л.: Гидрометеоиздат, 1980.
3. Жарков В. Н. Внутреннее строение Земли и планет. М.: Наука, 1978.
4. Гидромеханика и тепломассоперенос при получении материалов: Сб. науч. тр. / АН СССР. Ин-т проблем механики. Отв. ред. В. С. Авдуевский, В. И. Полежаев. М.: Наука, 1990.
5. Бердников В. С., Марков В. А. Теплопередача и статистические характеристики поля температуры в горизонтальном подогреваемом снизу слое жидкости // Изв. АН БССР. Сер. физ.-энергет. наук. 1986. № 1. С. 96–102.
6. Бердников В. С., Марков В. А., Ким О. В. Термогравитационная конвекция в плоском горизонтальном и наклонном слоях жидкости, подогреваемых снизу // Структура вынужденных и термогравитационных течений: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теплофизики. 1983. С. 122–146.
7. Бердников В. С., Марков В. А., Малышев В. И. Экспериментальные исследования тепловой гравитационной конвекции в горизонтальных слоях жидкости при стационарных и нестационарных граничных условиях // Структура гидродинамических потоков (вынужденное течение, тепловая конвекция): Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теплофизики. 1986. С. 39–67.
8. Бубнов Б. М., Голицын Г. С. Режимы конвекции во вращающейся жидкости // Докл. АН СССР. 1985. Т. 281, № 3. С. 552–555.
9. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
10. Бердников В. С., Греков М. И., Малышев В. И. и др. Теплопередача и структура течения в подогреваемом снизу слое с независимым вращением горизонтальных границ. Новосибирск, 1990 (Препр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теплофизики; № 213). (Пер. Heat Transfer-Soviet Research. 1991. V. 23, N 8. P. 1092–1126.)
11. Гапонов В. А. Непараметрическое спектральное оценивание с помощью алгоритма Рейдерса // Процессы переноса в вынужденных и свободноконвективных течениях: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теплофизики. 1987. С. 147–168.
12. Бердников В. С., Кирдяшкин А. Г. Структура свободноконвективных течений в горизонтальном слое жидкости при различных граничных условиях // Структура пристенного пограничного слоя: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т теплофизики. 1978. С. 4–45.

Поступила в редакцию 23/IX 1996 г.