

УДК 532.5.032, 533.6.011.5

Прямое численное моделирование перехода к турбулентности в сверхзвуковом пограничном слое*

А.Н. Кудрявцев, Д.В. Хотяновский

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: khotyanovsky@itam.nsc.ru

На основе полных нестационарных уравнений Навье–Стокса сжимаемого газа проводится прямое численное моделирование линейных и нелинейных стадий ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на плоской пластине при числе Маха набегающего потока $M = 2$.

Ключевые слова: прямое численное моделирование, ламинарно-турбулентный переход, сверхзвуковой пограничный слой.

Введение

Переход к турбулентности в пограничном слое приводит к существенному увеличению действующей на обтекаемое тело силы сопротивления. Поэтому выяснение механизмов турбулизации пограничного слоя и особенно нахождение возможных способов управления переходом является важной научной проблемой, решение которой позволило бы существенно повысить экономичность существующих и помочь в создании новых транспортных средств. В частности, разработка нового поколения сверхзвуковых пассажирских самолетов требует хорошего понимания основных закономерностей перехода к турбулентности в сверхзвуковом пограничном слое, особенно на крейсерском режиме, то есть при числах Маха набегающего потока, близких к $M = 2$.

Из результатов линейной теории устойчивости пограничного слоя [1, 2] хорошо известно, что при умеренных сверхзвуковых скоростях течение неустойчиво только к одной моде возмущений. Возмущения этой так называемой первой моды являются вихревыми возмущениями, подобными волнам Толлмина–Шлихтинга в несжимаемом пограничном слое. Как в дозвуковых пограничных слоях, так и при больших числах Маха ($M \geq 4$) наиболее неустойчивыми являются двумерные волны (в последнем случае это акустические возмущения второй моды). При умеренных же сверхзвуковых скоростях коэффициент роста максимален у трехмерных возмущений, распространяющихся под довольно большим ($50\text{--}70^\circ$) углом к потоку.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-11-00490).

Результаты линейной теории подтверждены экспериментально. Экспериментальные исследования развития возмущений в пограничных слоях при умеренных сверхзвуковых числах Маха начаты достаточно давно [3], но особенно подробно подобные исследования проводились в работах, выполненных в течение последних 25 лет в ИТПМ СО РАН (см., в частности, работы [4–6]).

С появлением мощных компьютеров появилась возможность прямого численного моделирования нелинейных стадий развития возмущений, предшествующих переходу, и самого процесса перехода. В некоторых из первых исследований такого рода [7–8] нелинейное взаимодействие возмущений и переход изучались в предположении периодичности течения по продольной координате, так что неустойчивость развивалась во времени. Позже, однако, прямое численное моделирование было выполнено в более реалистичной пространственной постановке — для рассматриваемого диапазона чисел Маха наиболее детальные расчеты были проведены в недавних работах [9–10].

К сожалению, в отечественной литературе работы по прямому численному моделированию развития неустойчивости и переходу к турбулентности при сверхзвуковых скоростях практически отсутствуют. Важным исключением является выполненная в ЦАГИ серия работ [11–13], посвященная восприимчивости и ранним стадиям развития двумерных возмущений в гиперзвуковом пограничном слое.

Несмотря на достаточно интенсивные экспериментальные и численные исследования, полное понимание механизмов, управляющих переходом к турбулентности в пограничном слое при умеренных сверхзвуковых скоростях, отсутствует. Представляется, что возможны два сценария перехода. Один основан на резонансном взаимодействии наклонной фундаментальной (с частотой ω_m , соответствующей максимальному коэффициенту роста) волны и двух, также распространяющихся под углом к потоку, ее субгармоник (т.е. волн с частотой $\omega_m/2$). При известной из линейной теории зависимости частоты от компонент волнового вектора $\omega = \omega(\alpha, \beta)$ углы распространения субгармоник относительно основного потока могут быть определены из требований выполнения условий фазового синхронизма. Такой несимметричный субгармонический резонанс был обнаружен экспериментально [5]. Другой возможный сценарий перехода, именуемый в англоязычной литературе “oblique breakdown”, был предложен в работе [14] на основе выполненного в ней прямого численного моделирования развития возмущений в дозвуковых и сверхзвуковых ($M = 1,6$) пограничных слоях. Он состоит в нелинейном взаимодействии двух фундаментальных волн, распространяющихся под углами $\pm\chi$ к потоку. Эти волны образуют резонансную волновую триаду со стационарным вихревым возмущением. Такой механизм обладает меньшей пороговой амплитудой для начала нелинейного взаимодействия волн и должен вести к более быстрому переходу. Как следует из выполненного в работе [15] тщательного сравнения расчетных данных с экспериментальными результатами, резонанс наклонных волн со стационарным волновым возмущением может быть идентифицирован среди результатов, представленных в [5], так что эта работа может рассматриваться как прямое экспериментальное подтверждение существования такого механизма.

В настоящей работе на основе полных нестационарных уравнений Навье–Стокса сжимаемого газа проводится прямое численное моделирование линейных и нелинейных стадий пространственного развития нарастающих возмущений и начальных стадий ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на плоской пластине при числе Маха набегающего потока $M = 2$.

1. Постановка задачи

Рассматривается задача о развитии неустойчивого пограничного слоя на плоской пластине, обтекаемой под нулевым углом атаки сверхзвуковым потоком воздуха с числом

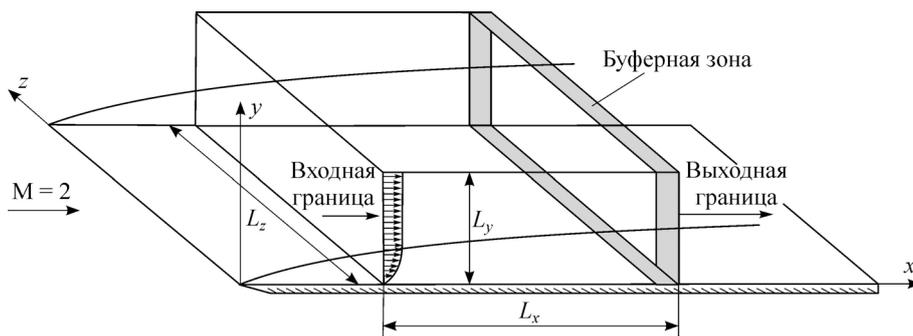


Рис. 1. Схема расчетной области.

Маха $M = 2$. Течение описывается в рамках модели сплошной среды для совершенного сжимаемого вязкого теплопроводного газа с показателем адиабаты $\gamma = 1,4$. В качестве математической модели среды используются полные трехмерные уравнения Навье–Стокса. Предполагается, что тензор напряжений линейно связан с тензором скоростей деформации, объемная вязкость в соответствии с гипотезой Стокса равна нулю, а для тепловых потоков справедлив закон Фурье. Динамическая вязкость μ зависит от температуры T по степенному закону с показателем 0,76. Число Прандтля $Pr = 0,72$. Схема течения и вычислительной области представлена на рис. 1. Начало декартовой системы координат располагается на острой передней кромке плоской пластины. Ось x совпадает с направлением вектора скорости U невозмущенного сверхзвукового потока, ось y направлена по нормали к пластине, ось z совпадает с передней кромкой. Предполагается, что пластина имеет бесконечную протяженность по координатам x и z . Вычислительная область имеет форму параллелепипеда, нижняя грань которого совпадает с плоскостью пластины $y = 0$. Размеры области по координатам x , y и z равны соответственно L_x , L_y и L_z . Левая грань вычислительной области находится на расстоянии $x = x_0$ от передней кромки. Предполагается, что течение в пограничном слое в диапазоне координат $0 < x < x_0$ является ламинарным и автомодельным. В качестве масштаба длины, если нет специальных указаний, используется Блазиусова толщина $\delta = \sqrt{\nu x / U}$ пограничного слоя в сечении $x = x_0$, соответствующем левой входной границе вычислительной области $\delta_0 = \sqrt{\nu x_0 / U}$, где ν — кинематическая вязкость. Положение входной границы выбиралось на достаточном расстоянии от передней кромки пластины с тем, чтобы пограничный слой здесь был неустойчивым. Как показывают данные экспериментов [6], соответствующие условия достигаются при числе Рейнольдса, определенном по локальной толщине пограничного слоя, $Re_\delta = U\delta/\nu = 500$. Соответствующее число Рейнольдса, определенное по расстоянию от передней кромки пластины, равно $Re_x = Ux/\nu = Re_\delta^2 = 250\,000$.

2. Методика численного моделирования

Моделирование развития неустойчивого пограничного слоя и перехода к турбулентности основано на прямом численном решении трехмерных нестационарных уравнений Навье–Стокса с использованием комплекса программ CFS3D, разработанного в Лаборатории вычислительной аэродинамики ИТПМ СО РАН. Для пространственной дискретизации конвективных членов используется конечно-разностная WENO (Weighted Essentially Non-Oscillatory) [16] схема 5-го порядка точности. Диффузионные члены уравнений Навье–Стокса аппроксимируются с помощью центрально-разностных формул 4-го порядка на компактном шаблоне. Численный алгоритм является явным, для интегрирования численного решения по времени используется алгоритм

Рунге–Кутты–Гилла [17] 4-го порядка точности. Шаг по времени автоматически выбирается в процессе численного расчета из условия, что обобщенное число Куранта–Фридрихса–Леви (включающее и условие устойчивости для вязких членов) $CFL = 0,75$. Метод численного решения уравнений Навье–Стокса подробно обсуждался в работе [18]. Численный алгоритм распараллелен методом декомпозиции расчетной области и использует обмен данными MPI (Message Passing Interface) между соседними подобластями. Параллельная эффективность кода составляет около 80 % при использовании 64-х центральных процессоров вычислительного кластера.

Стратегия численного моделирования развития неустойчивого пограничного слоя состоит из нескольких этапов. На первом этапе осуществляется расчет основного ламинарного течения. Так как основное течение является однородным по трансверсальной координате z , расчеты проводятся в двумерной постановке в плоскости $z = 0$. На левой границе расчетной области ($x = x_0$) задаются профили продольной и нормальной компонент вектора скорости и температуры, полученные из автомоделного решения для сжимаемого пограничного слоя в рассматриваемом сечении по x , и давление невозмущенного потока. На верхней границе ($y = L_y$), а также на выходной границе ($x = x_0 + L_x$) значения переменных экстраполируются изнутри расчетной области. На поверхности пластины ($y = 0$) задаются условия прилипания — равенства нулю нормальной производной давления. Отношение температуры стенки T_w к температуре на внешней границе пограничного слоя T_e взято равным $T_w/T_e = 1,676$, что соответствует случаю адиабатически изолированной пластины при числе $M = 2$. В качестве начальных данных во всей области задается автомоделное решение для соответствующих сечений по x . Расчет основного течения выполняется методом установления по времени. Размер вычислительной области по продольной координате задавался достаточно большим — $L_x = 3000$, размер по нормальной координате — $L_y = 100$. Расчетная сетка сгущалась по нормальной координате в области пограничного слоя. В расчетах использовалась прямоугольная структурированная расчетная сетка с числом ячеек $N_x = 1024$ и $N_y = 150$ по продольной и нормальной координатам соответственно.

На втором этапе на основе решения полных трехмерных уравнений Навье–Стокса проводится расчет пространственного развития нарастающих возмущений в пограничном слое. При этом на входной границе задается нестационарное возмущенное поле в виде собственных функций линейной задачи устойчивости с заданными волновыми параметрами. Задача линейной устойчивости во входном сечении решается для заданных автомоделных профилей основного течения. На выходной границе задаются мягкие неотражающие граничные условия, а для предотвращения отражения возмущений вовнутрь расчетной области перед выходной границей проводится реламинаризация возмущений в специальной буферной области (sponge layer) [19]. Результаты тестовых расчетов свидетельствуют о минимальном возмущающем действии выходной границы на поле течения внутри расчетной области. При проведении трехмерных расчетов используются периодические граничные условия по трансверсальному направлению, а размер вычислительной области по координате z задается равным длине волны трехмерного линейного возмущения по этой координате. Число ячеек по трансверсальной координате составляло $N_z = 64$, таким образом, общее число ячеек в трехмерной вычислительной области составляло 9,8 млн.

3. Результаты численного моделирования

На рис. 2 приведены результаты численных расчетов ламинарного основного течения в пограничном слое на плоской пластине при числе Маха потока $M = 2$ и числе Рейнольдса, определенном по толщине пограничного слоя во входном сечении, $Re_{\delta_0} = 500$. Символами изображены профили продольной компоненты скорости и температуры

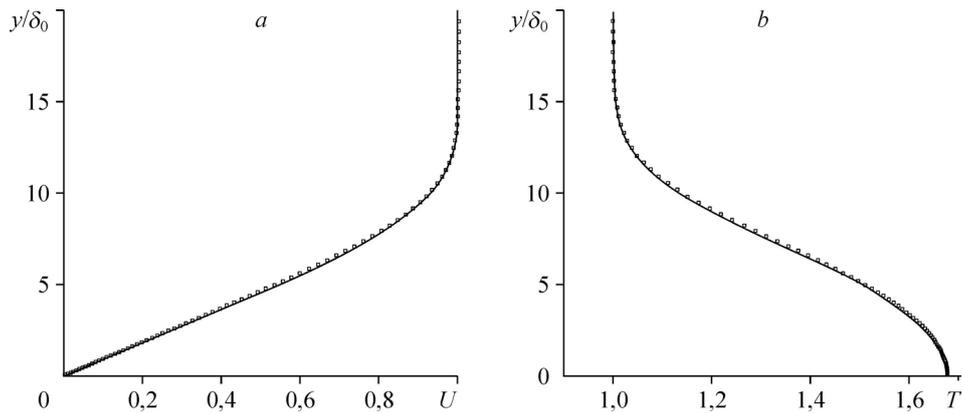


Рис. 2. Профили продольной компоненты скорости (а) и температуры (б) основного течения в сравнении с автомоделным решением.

в сечении $x/\delta_0 = 2000$. Сплошными кривыми представлены соответствующие профили, полученные из автомоделного решения уравнений ламинарного пограничного слоя. Как видно из рис. 2, результаты численных расчетов хорошо согласуются с автомоделными профилями основного течения.

Для основного течения во входном сечении проводится исследование характеристик линейной устойчивости. На основе численного решения линейной задачи на собственные значения выполняется поиск нарастающих волн, определяются их волновые характеристики и собственные функции. Как показывают проведенные расчеты, наиболее неустойчивое возмущение пограничного слоя при рассматриваемых параметрах является трехмерным, с углом наклона волнового вектора к направлению набегающего потока $\chi = 55^\circ$ (рис. 3). Из анализа нейтральных кривых на рис. 3а видно, что основное течение при $Re_{\delta_0} = 500$, соответствующее входному сечению, является неустойчивым, а инкременты нарастания возмущений с углом $\chi = 55^\circ$ значительно превышают характеристики нарастания двумерных возмущений. На рис. 4 приведены результаты численного моделирования развития возмущения малой амплитуды, для которого нелинейными эффектами можно пренебречь. Сплошные огибающие здесь соответствуют экспоненциальному нарастанию возмущения по линейной теории. Как видно из рисунка, изменение амплитуды возмущения в продольном направлении на начальном участке идеально соответствует экспоненциальному росту с инкрементом, предсказанным линейной

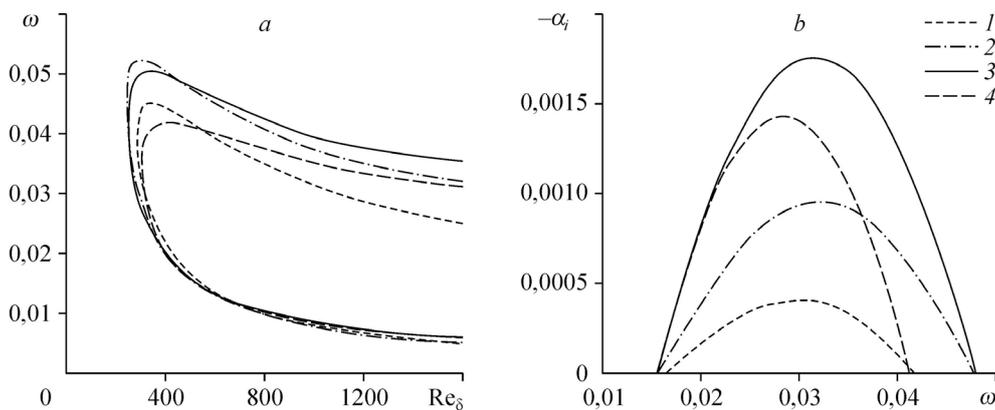


Рис. 3. Кривые нейтральной устойчивости при $M = 2$ (а) и инкременты нарастания возмущений при $M = 2$, $Re_{\delta} = 500$ (б) при различных углах волнового вектора χ .

$\chi = 0^\circ$ (1), 30° (2), 55° (3), 65° (4).

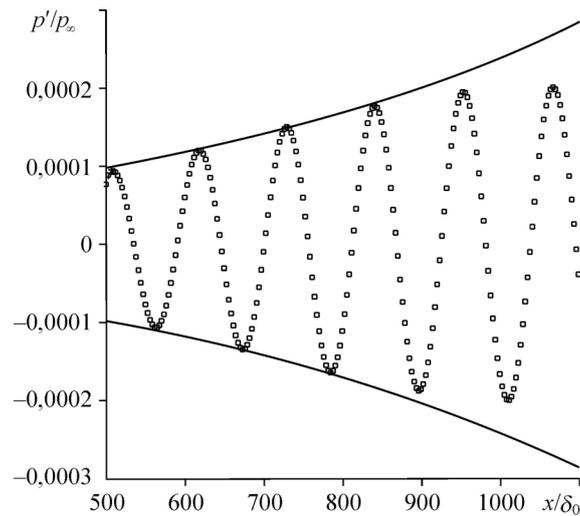


Рис. 4. Развитие малого возмущения в прямом численном моделировании. Пульсации давления на стенке.

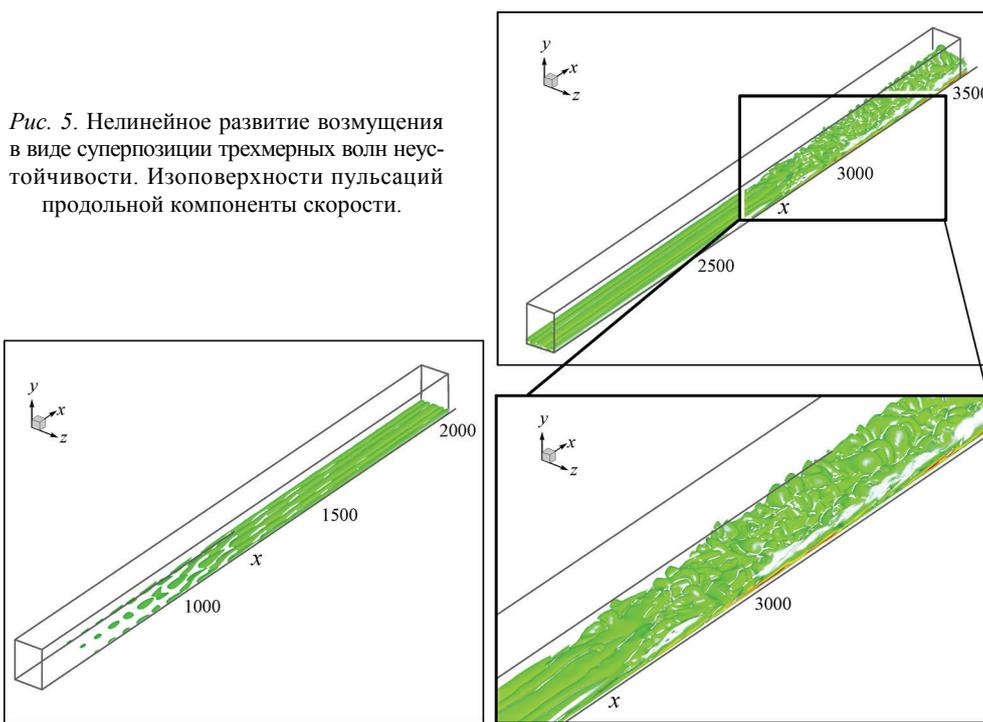
Сплошные кривые соответствуют экспоненциальному росту с инкрементом нарастания по линейной теории в сечении $x/\delta_0 = 500$.

теорией. Ниже по потоку, вследствие изменения характеристик основного течения (увеличения локальной толщины пограничного слоя), инкремент нарастания возмущения заданной частоты уменьшается и в конечном счете оно стабилизируется.

При исследовании нелинейного развития возмущений на входной границе возбуждались трехмерные волны неустойчивости с частотами, соответствующими максимальным коэффициентам роста линейной теории. На основное течение накладывалась суперпозиция двух нарастающих возмущений, распространяющихся под углами $\chi = \pm 55^\circ$ к направлению основного течения. Амплитуда возмущения составляла, как правило, 0,5 % скорости невозмущенного потока. Пространственное развитие такого возмущенного поля показано на рис. 5. При развитии возмущений с достаточно большими начальными амплитудами в потоке наблюдается формирование вторичного течения в виде продольных вихревых структур. Отметим, что формирование подобных продольных вихрей ранее наблюдалось в расчетах [19]. Характерный размер наблюдаемых продольных структур имеет порядок толщины пограничного слоя в нормальном и трансверсальном направлениях. При моделировании в достаточно длинной вычислительной области на очень больших расстояниях по продольной координате наблюдается развитие вторичной неустойчивости полученного течения с быстрым, взрывным ростом трехмерных флуктуаций, приводящим ниже по потоку к ламинарно-турбулентному переходу. Мгновенные поля газодинамических величин приобретают высокую степень хаотичности, что хорошо видно на рис. 5.

На рис. 6 показаны мгновенные поля течения в плоскости y, z при различных значениях координаты x . Хорошо видно, что продольные структуры, формирующиеся в пограничном слое, на начальном этапе развиваются независимо друг от друга. Ниже по течению их поперечный размер постепенно увеличивается, и непосредственно перед началом перехода в вихревое движение вовлекается все поперечное поле течения.

Изменение профилей скорости среднего течения представлено на рис. 7 в различных сечениях по продольной координате. Поля течения усреднялись в течение достаточно долгого промежутка времени, как правило, равного восьми периодам волны неустойчивости. Как видно из анализа профилей на рис. 7, течение в пограничном слое претерпевает



трансформацию вследствие нелинейного развития возмущений от чисто ламинарной формы на начальном этапе к переходной форме, характеризующейся более наполненным профилем скорости.

Распределения усредненных по времени коэффициента поверхностного трения и толщины потери импульса, представленные на рис. 8, свидетельствуют о том, что начало ламинарно-турбулентного перехода сопровождается значительным увеличением этих величин.

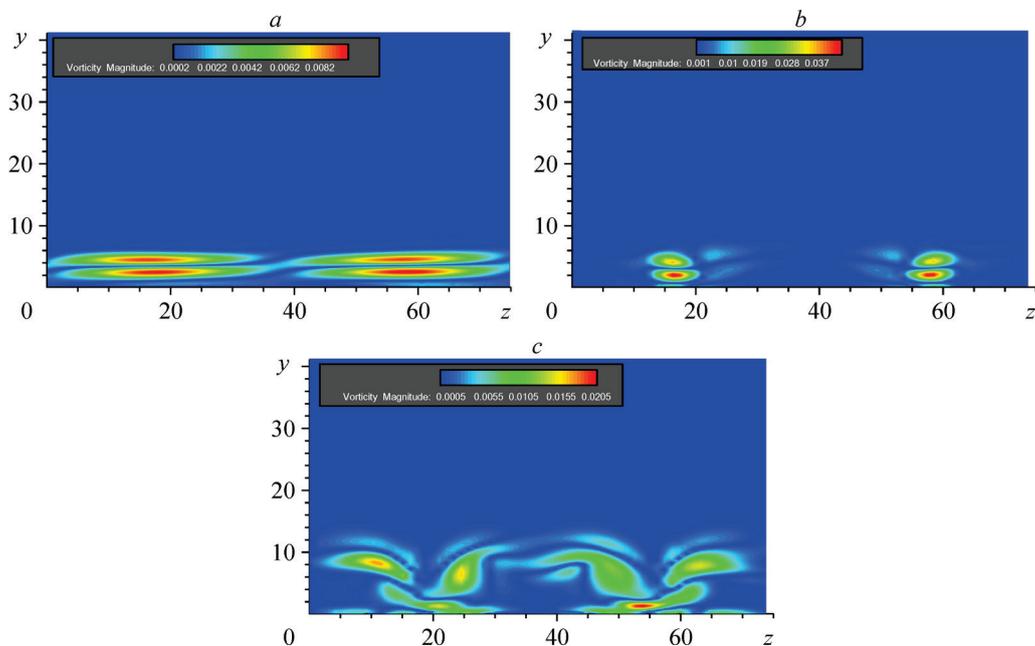


Рис. 6. Мгновенное поле абсолютной величины завихренности в поперечных сечениях. $x/\delta_0 = 1000$ (a), 2000 (b), 2600 (c).

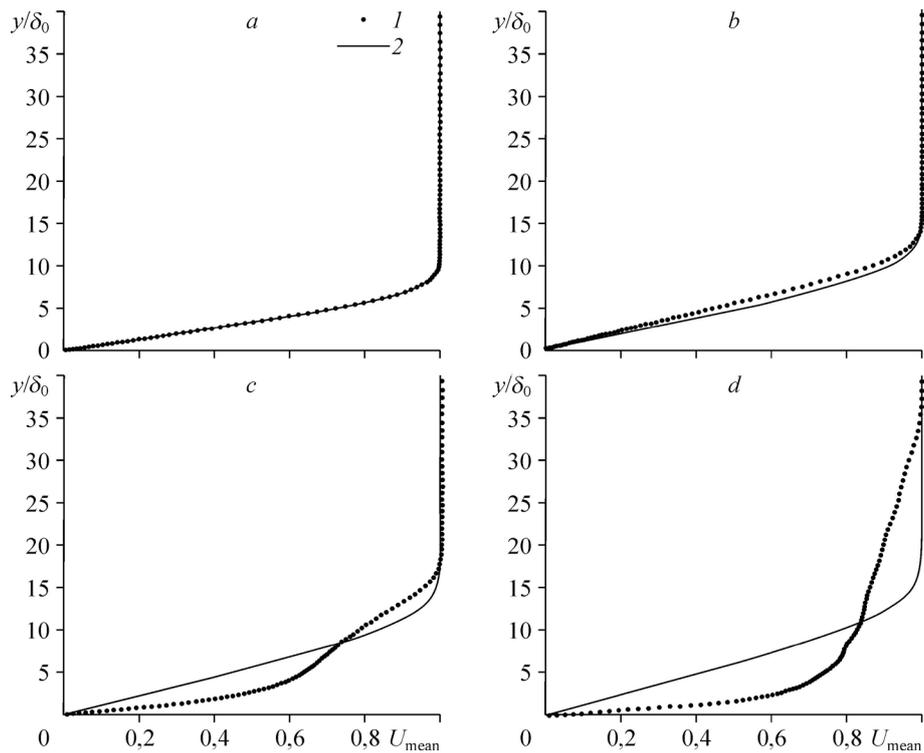


Рис. 7. Изменение профиля скорости среднего течения в различных сечениях в сравнении с ламинарным автомодельным решением.

1 — $x/\delta_0 = 1000$ (a), 2000 (b), 2800 (c), 3400 (d);
2 — при ламинарном течении: $x/\delta_0 = 1000$ (1), 2000 (2), 2800 (3), 3400 (4).

На рис. 9 представлено сравнение результатов настоящего расчета среднеквадратичных пульсаций массового расхода в пограничном слое с экспериментальными данными [6]. Как следует из анализа данных, прямое численное моделирование позволяет достаточно хорошо воспроизвести качественную форму распределения пульсаций по продольной координате, а также получить хорошее количественное согласование

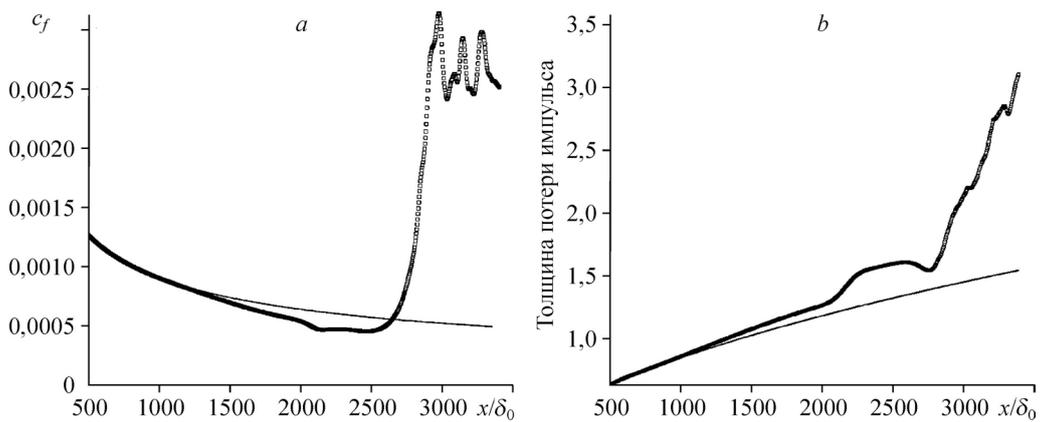
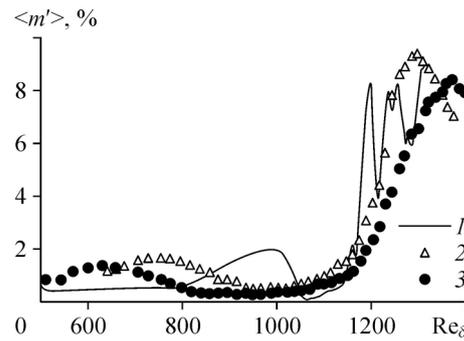


Рис. 8. Изменение коэффициента поверхностного трения (a) и толщины потери импульса (b) вдоль пластины.

Сплошные кривые соответствуют ламинарному режиму течения.

Рис. 9. Продольное распределение пульсаций массового расхода в численном моделировании и экспериментах работы [6].

1 — настоящий расчет, 2 — эксперимент, искусственные возмущения [6], 3 — эксперимент, естественные возмущения [6].



с экспериментом по числу Рейнольдса в точке ламинарно-турбулентного перехода. В частности, обращает на себя внимание наличие локального подъема интенсивности флуктуаций массового расхода в расчете и экспериментах. Положение локального максимума в расчете соответствует значению числа $Re_\delta \approx 1000$. В экспериментах его положение варьируется от $Re_\delta \approx 630$ с естественными возмущениями до $Re_\delta \approx 760$ с искусственными возмущениями. Отличие расчетных и экспериментальных данных по положению локального максимума, по-видимому, объясняется разницей в возмущенном состоянии пограничного слоя в расчете и эксперименте. Положение начала ламинарно-турбулентного перехода соответствует числу Рейнольдса $Re_\delta \approx 1150$. Представляется, что оно слабо зависит от способа возбуждения неустойчивости пограничного слоя, будучи близким в экспериментах [6] с возбуждениями как естественными, так и локализованными искусственными возмущениями, а также в расчетах с возбуждением периодических по z собственными возмущениями линейной теории.

Выводы

На основе численного решения полных нестационарных уравнений Навье–Стокса проведено прямое численное моделирование линейных и нелинейных стадий развития нарастающих трехмерных возмущений и начала ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на плоской пластине при числе Маха набегающего потока $M = 2$. Стационарное ламинарное основное течение во входном сечении возбуждалось наиболее растущими возмущениями, полученными из решения линейной задачи устойчивости. Эти возмущения представляют собой трехмерные волны Толлмина–Шлихтинга, распространяющиеся под углом $\chi = \pm 55^\circ$ к направлению основного течения. Данные численного моделирования, полученные при расчете основного течения и росте малых возмущений в линейном режиме, хорошо совпадают с результатами теории пограничного слоя и линейной теорией гидродинамической устойчивости.

При прямом численном моделировании обнаружено, что нелинейное развитие трехмерных возмущений приводит на некотором расстоянии вниз по потоку (при $Re_\delta \approx 700$) к формированию медленно эволюционирующих продольных вихревых структур. Далее, приблизительно при $Re_\delta \approx 1150$, наблюдается взрывной рост мелкомасштабных трехмерных флуктуаций, что приводит к ламинарно-турбулентному переходу. Начало перехода характеризуется существенным изменением профилей скорости усредненного течения и резким увеличением поверхностного трения и толщины пограничного слоя. Положение начала ламинарно-турбулентного перехода хорошо согласуется с экспериментальными данными [6].

Список литературы

1. Mack L.M. Boundary-layer stability theory // Doc. 90-277-REV-A (NASA CR 131501). 1969. 396 с.
2. Гапонов С.А., Маслов А.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 134 с.

3. **Laufer J., Vrebalovich T.** Stability and transition of a supersonic laminar boundary layer on an insulated plate // J. Fluid Mech. 1960. Vol. 9. P. 257–299.
4. **Kosinov A.D., Maslov A.A., Shevelkov S.G.** Experiments on the stability of supersonic laminar boundary layers // J. Fluid Mech. 1990. Vol. 219. P. 621–633.
5. **Kosinov A.D., Semionov N.V., Shevelkov S.G., Zinin O.I.** Experiments on instability of supersonic boundary layers // Nonlinear Instability of Nonparallel Flows. Berlin, Heidelberg: Springer, 1994. P. 196–205.
6. **Ермолаев Ю.Г., Косинов А.Д., Семенов Н.В.** Характерные особенности слабонелинейного взаимодействия волн неустойчивости в сверхзвуковом пограничном слое // Вестник НГУ. Сер.: Физика. 2008. Т. 3, вып. 3. С. 3–13.
7. **Sandham N.D., Adams N.A.** Numerical simulation of boundary-layer transition at Mach two // Appl. Sci. Research. 1993. Vol. 51. P. 371–375.
8. **Sandham N.D., Adams N.A., Kleiser L.** Direct simulation of breakdown to turbulence following oblique instability waves in a supersonic boundary layer // Appl. Sci. Research. 1995. Vol. 54. P. 223–234.
9. **Mayer C.S.J., Wernz S., Fasel H.F.** Numerical investigation of the nonlinear transition regime in a Mach 2 boundary layer // J. Fluid Mech. 2011. Vol. 668. P. 113–149.
10. **Mayer C.S.J., von Terzi D.A., Fasel H.F.** Direct numerical simulation of investigation of complete transition to turbulence via oblique breakdown at Mach 3 // J. Fluid Mech. 2011. Vol. 674. P. 5–42.
11. **Егоров И.В., Судаков В.Г., Федоров А.В.** Численное моделирование распространения возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 6. С. 33–44.
12. **Егоров И.В., Судаков В.Г., Федоров А.В.** Численное моделирование восприимчивости сверхзвукового пограничного слоя к акустическим возмущениям // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 1. С. 42–53.
13. **Egorov I.V., Fedorov A.V., Soudakov V.G.** Receptivity of a hypersonic boundary layer over a flat plate with a porous coating // J. Fluid Mech. 2008. Vol. 601. P. 165–187.
14. **Thumm A., Wolz W., Fasel H.** Numerical simulation of spatially growing three-dimensional disturbance waves in compressible boundary layers // Laminar-Turbulent Transition. Berlin, Heidelberg: Springer, 1993. P. 303–308.
15. **Mayer C.S.J., Wernz S., Fasel H.F.** Investigation of oblique breakdown in a supersonic boundary layer. AIAA Paper. 2007. No. 2007–0940. 17 p.
16. **Jiang G.S., Shu C.-W.** Efficient implementation of weighted ENO schemes // J. Comput. Phys. 1996. Vol. 26. P. 202–228.
17. **Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г.** Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990. 512 с.
18. **Кудрявцев А.Н., Поплавская Т.В., Хотяновский Д.В.** Применение схем высокого порядка точности при моделировании нестационарных сверхзвуковых течений // Математическое моделирование. 2007. Т. 19, № 7. С. 39–55.
19. **Adams N.A.** Direct numerical simulation of turbulent compression ramp flow // Theor. Comp. Fluid Dyn. 1998. Vol. 12. P. 109–129.

Статья поступила в редакцию 25 марта 2015 г.