

УДК 536.2; 536.25

## СМЕШАННАЯ КОНВЕКЦИЯ В НАКЛОННОЙ КАВЕРНЕ С ДВИЖУЩЕЙСЯ КРЫШКОЙ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ НАГРЕВЕ НА БОКОВЫХ СТЕНКАХ

В. Сивакумар, С. Сивасанкаран\*

Технологический институт знаний, 637504 Салем, Индия

\* Институт математических наук Университета Малайи, 50603 Куала-Лумпур, Малайзия

E-mails: mathsshiva@yahoo.co.in, sd.siva@yahoo.com

Выполнено численное моделирование смешанной конвекции в наклонной квадратной каверне в предположении, что на вертикальных боковых стенках имеет место неравномерное распределение температуры. Для решения безразмерных управляющих уравнений используется метод конечных объемов. Моделирование проведено при различных числах Ричардсона, амплитудных отношениях, фазовых сдвигах и углах наклона каверны. Результаты представлены в виде графиков. Показано, что в случае преобладания моды плавучести средний теплообмен значительно увеличивается с увеличением угла наклона каверны, когда зоны нагрева и охлаждения на обеих стенках идентичны.

**Ключевые слова:** смешанная конвекция, каверна с движущейся крышкой, неравномерный нагрев, метод конечных объемов, наклонная каверна.

**Введение.** Смешанный конвективный теплообмен в кавернах с движущейся крышкой встречается во многих технических и промышленных приложениях (охлаждение электронных систем, ядерных реакторов, химического технологического оборудования, смазочных углублений, процессы покраски, производство стекла способом плавающей ленты, процессы затвердевания) [1, 2]. На течение и процессы конвекции оказывают влияние сила плавучести, возникающая вследствие наличия температурного градиента, и сила сдвига, вызванная движением крышки. Смешанная конвекция появляется в тех случаях, когда влияние плавучести доминирует над влиянием вынужденного движения или влияние вынужденного движения оказывается существенным в течении, вызванном силой плавучести. Смешанная конвекция в неглубокой квадратной каверне с движущейся крышкой при постоянном вертикальном градиенте температуры изучена в работе [3]. Установлено, что в каверне возникают многоячеистые режимы и наблюдается переход к трехмерному течению. В [4] выполнен анализ процесса смешанной конвекции в квадратной каверне при наличии магнитного поля и внутреннего выделения или поглощения тепла. Результаты исследований показали, что при увеличении числа Грасгофа и постоянном значении числа Рейнольдса среднее число Нуссельта для инициирующего течения возрастает. В работе [5] изучено влияние магнитного поля и переменной вязкости на вынужденное течение, не являющееся течением Дарси, в пористой среде на плоской пластине с переменной температурой стенки при наличии отсоса и вдува. Отмечено, что при наличии магнитного поля трение на стенке увеличивается, в то время как скорость теплопереноса уменьшается.

В работе [6] численно исследован теплообмен в каверне с движущейся крышкой, заполненной водонасыщенной алюминиевой пеной. Установлено, что при увеличении числа Рейнольдса и постоянном числе Грасгофа скорость локального теплообмена возрастает. В [7] выполнены численные расчеты течения в двух- и четырехсторонних кавернах с движущейся крышкой. Влияние местоположения и размера нагревателя на смешанную конвекцию в каверне с движущейся крышкой исследовано в работе [8]. Отмечено, что при уменьшении длины нагревателя на горячей стенке скорость теплообмена увеличивается. Влияние немоной температурной зависимости плотности воды на свободную конвекцию, вызванную наличием линейного источника тепла, исследовано в [9]. Показано, что высота конвективного “факела” ограничена, поскольку вода в его вершине достигает максимальной плотности и становится тяжелее окружающей воды. В [10] проведено численное исследование процесса естественной конвекции в прямоугольном пористом контейнере при различных положениях зон нагрева и охлаждения. Установлено, что с увеличением числа Грасгофа скорость теплообмена увеличивается. В [11] проведен анализ процесса теплообмена в случае естественной конвекции на вертикальном конусе при совместном действии магнитного поля и теплового излучения. Показано, что с увеличением интенсивности приложенного магнитного поля движение жидкости в пограничном слое на стенке конуса замедляется, а температура этого слоя увеличивается.

Задачи о течении в прямоугольном контейнере, которое обусловлено заданием на одной или двух боковых стенках температуры с синусоидальным профилем, представляет интерес вследствие большого количества технических применений таких течений. В работе [12] изучен процесс естественной конвекции в квадратной каверне с периодическим распределением температуры на ее горизонтальных стенках. Температура на нижней поверхности изменялась со временем по синусоидальному закону, а температура на верхней поверхности поддерживалась постоянной или также изменялась по синусоидальному закону. Установлено, что при большом числе Рэлея скорость теплообмена может быть увеличена или уменьшена по сравнению со случаем постоянных температур. В [13] изучена естественная конвекция в квадратной каверне с нагретой вертикальной стенкой, температура которой изменяется по синусоидальному закону. Показано, что при увеличении волнового числа среднее число Нуссельта изменяется по синусоидальному закону и с увеличением амплитуды увеличивается. Численное моделирование естественной конвекции в прямоугольном контейнере с синусоидальным распределением температуры на одной боковой стенке выполнено в работе [14]. Обнаружено, что при больших числах Рэлея, в случае если нижняя поверхность нагрета, а верхняя охлаждена, нагрев жидкости приближается к 100 %, тогда как в случае нагретой верхней поверхности и охлажденной нижней поверхности он не превышает 70 %.

В [15] исследован процесс естественной конвекции в прямоугольном контейнере с синусоидальными распределениями температуры на обеих боковых стенках. Полученные результаты показали, что естественная конвекция в контейнерах с синусоидальными распределениями температуры на обеих боковых стенках происходит более интенсивно по сравнению с конвекцией в случае синусоидального распределения температуры на одной боковой стенке. В работе [16] изучено ламинарное течение ньютоновской жидкости, продавливаемой через двумерный канал с синусоидальным распределением температуры на одной стенке. Установлено, что длина волны, амплитуда волны и число Рейнольдса оказывают влияние на течение. Численное исследование смешанной конвекции в каверне с движущейся крышкой в случае синусоидального распределения температуры на вертикальных стенках выполнено в [17]. Полученные результаты показали, что неравномерный нагрев на обеих стенках обеспечивает более высокую скорость теплообмена, чем в случае неравномерного нагрева одной стенки. В [18] исследовано действие конвективного тепло-

массообмена на гидромагнитное течение электрически проводящей вязкой несжимаемой жидкости через пористую среду в неравномерно нагретом вертикальном канале.

В работе [19] предложена математическая модель смешанной конвекции в каверне с движущейся крышкой в случае синусоидального распределения температуры на боковых стенках при наличии магнитного поля. Показано, что при сдвиге фазы от нуля до  $\pi/2$  скорость теплообмена увеличивается, а при дальнейшем увеличении фазового сдвига уменьшается. В [20] проведено численное исследование магнитогидродинамического конвективного течения в квадратной каверне с синусоидальным распределением температуры на обеих стенках. Обнаружено, что с увеличением амплитудного отношения скорость теплообмена увеличивается. Угол наклона каверны играет важную роль при охлаждении электронного оборудования, в частности в ноутбуках. Компьютеры такого типа работают при различных углах наклона и в различных условиях. Естественная конвекция в наклонной каверне численно изучена в работе [21]. Отмечено, что при всех углах наклона с увеличением числа Рэлея средняя скорость теплообмена возрастает. В [22] численно исследован процесс естественной конвекции в наклонных квадратных контейнерах с двумя смежными нагретыми стенками и двумя противоположными охлажденными стенками. Показано, что при угле наклона, равном  $225^\circ$ , процесс теплообмена в контейнере является чисто кондуктивным. Численное исследование свободно-конвективного теплообмена для частично открытой наклонной квадратной каверны выполнено в [23]. На основе анализа полученных результатов сделан вывод, что зависимость между скоростью теплообмена и углом наклона является нелинейной.

В работе [24] исследована комбинированная конвекция в неглубокой каверне при различных числах Ричардсона и углах наклона в диапазоне  $0 \div 30^\circ$ . Установлено, что с увеличением угла наклона полости среднее число Нуссельта увеличивается. Ламинарный диффузионный естественно-конвективный поток бинарной смеси жидкостей в наклонных пористых кавернах при наличии зависящего от температуры тепловыделения (источника) или поглощения тепла (стока) изучен в [25]. Показано, что тепломассообмен и характеристики течения в каверне существенно зависят от соотношения плавучести, угла наклона каверны и скорости поглощения или выделения тепла. В [26] экспериментально и численно исследована естественная конвекция в наклонной квадратной каверне. Обнаружено, что в случае нагрева верхней стенки конвективный теплообмен является умеренным вследствие стратификации жидкости в большей части каверны. В [27] численно изучена естественная конвекция в наклонной квадратной каверне с угловым нагревателем. Результаты исследования показали, что скорость теплообмена максимальна при угле наклона, приблизительно равном  $135^\circ$ , и минимальна при угле наклона, равном  $60^\circ$ . В [28] изучен естественно-конвективный теплообмен в наклонной каверне, заполненной наножидкостью вода —  $\text{CuO}$ . Установлено, что при определенном угле наклона, зависящем от числа Рэлея и объемной доли твердого компонента, скорость теплообмена становится максимальной.

В большинстве известных исследований основное внимание уделялось подробному изучению задач конвективного течения в вертикальных кавернах при различных граничных условиях в случае однородного или неоднородного распределения температуры и в наклонных кавернах с изотермическими границами. Насколько известно авторам данной работы, задача о смешанной конвекции в наклонной каверне в случае неравномерного распределения температуры на границах до сих пор не рассматривалась. Целью настоящей работы является исследование влияния синусоидальных граничных условий на обеих боковых стенках на смешанную конвекцию в наклонной квадратной каверне.

**1. Математическая формулировка.** На рис. 1 показана схема каверны. Рассматривается нестационарное ламинарное несжимаемое смешанное конвективное течение в двумерной квадратной каверне длиной  $L$ , заполненной воздухом, при наличии теплообмена.

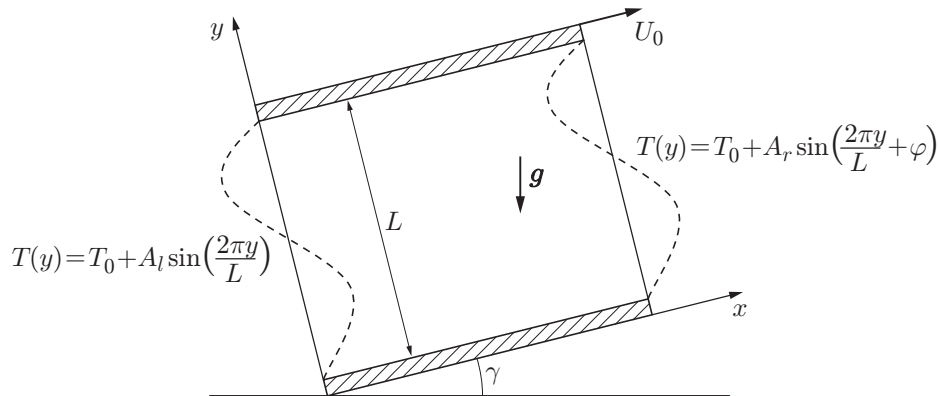


Рис. 1. Схема каверны и система координат

Верхняя горизонтальная стенка (крышка) каверны с постоянной скоростью  $U_0$  движется вправо. На левой и правой вертикальных стенках каверны заданы синусоидально изменяющиеся распределения температуры. Две горизонтальные стенки каверны теплоизолированы. Угол наклона каверны  $\gamma$  изменяется от  $0$  до  $90^\circ$ . Жидкость считается несжимаемой. Предполагается, что теплофизические параметры жидкости, за исключением плотности, постоянны. Плотность линейно зависит от температуры:  $\rho = \rho_0[1 - \beta(T - T_0)]$  ( $\beta$  — коэффициент теплового расширения; нижний индекс  $0$  соответствует начальному состоянию). Справедливо приближение Буссинеска. Далее вязкой диссипацией пренебрегается. С учетом принятых предположений запишем нестационарные управляющие уравнения для массы, импульса и энергии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_0) \sin \gamma, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_0) \cos \gamma, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{k}{\rho_0 c_p} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $u, v$  — проекции вектора скорости на оси  $x, y$  соответственно, м/с;  $t$  — время, с;  $\nu = \mu/\rho_0$  — кинематическая вязкость, м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>;  $\mu$  — динамическая вязкость, Па·с;  $\rho$  — плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  — ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $T$  — температура, К;  $p$  — давление, Па;  $k$  — теплопроводность, Вт/(м·К);  $c_p$  — удельная теплоемкость, Дж/(кг·К); индекс  $0$  соответствует параметрам в начальном состоянии.

Начальные и граничные условия задачи имеют вид

$t = 0$ :

$$u = v = 0, \quad T = 0, \quad 0 \leq x \leq L, \quad 0 \leq y \leq L,$$

$t > 0$ :

$$\begin{aligned} u = v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial Y} &= 0, \quad y = 0, \\ u = U_0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial Y} &= 0, \quad y = L, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u = v = 0, \quad T(y) = T_0 + A_l \sin(2\pi y/L), \quad x = 0, \\ u = v = 0, \quad T(y) = T_0 + A_r \sin(2\pi y/L + \varphi), \quad x = L, \end{aligned}$$

где  $T(y)$  — температура на вертикальных боковых стенках;  $A_l, A_r$  — амплитуды температуры на левой и правой стенках каверны соответственно. Фазовый сдвиг температуры на левой стенке равен нулю, на правой —  $\varphi$ .

Для уменьшения количества уравнений и представления их в безразмерном виде вводятся функция тока  $\psi$  и завихренность  $\Omega$  и используются следующие преобразования:

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \quad \tau = \frac{tU_0}{L}, \quad \zeta = \frac{\Omega L}{U_0}, \quad \Psi = \frac{\psi}{LU_0}, \quad P = \frac{p}{\rho U_0^2}.$$

Вводя безразмерные переменные в управляющие уравнения (1), получаем следующие уравнения:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \zeta}{\partial X} + V \frac{\partial \zeta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 \zeta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial Y^2} \right) + \text{Ri} \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \cos \gamma - \frac{\partial \theta}{\partial Y} \sin \gamma \right); \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\zeta; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr Re}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right); \quad (4)$$

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}, \quad \zeta = \frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y}. \quad (5)$$

Здесь  $\text{Re} = U_0 L / \nu$ ,  $\text{Pr} = \nu / \alpha$ ,  $\text{Ri} = \text{Gr} / \text{Re}^2$  — числа Рейнольдса, Прандтля и Ричардсона;  $\text{Gr} = g\beta\Delta T L^3 / \nu^2$  — число Грасгофа.

Безразмерные начальные и граничные условия задачи можно записать следующим образом:

$$\tau = 0:$$

$$U = V = \Psi = 0, \quad \theta = 0, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad 0 \leq Y \leq 1,$$

$$\tau > 0:$$

$$U = V = \Psi = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad Y = 0, \quad (6)$$

$$U = 1, \quad V = 0, \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \quad Y = 1,$$

$$U = V = \Psi = 0, \quad \theta = \sin(2\pi Y), \quad X = 0,$$

$$U = V = \Psi = 0, \quad \theta = \varepsilon \sin(2\pi Y + \varphi), \quad X = 1.$$

Здесь  $\varepsilon = A_r / A_l$  — амплитудное отношение температуры на правой стенке каверны к температуре на левой стенке. Скорость теплообмена в каверне играет важную роль в теплотехнических приложениях. Зная значения температурной функции, можно получить скорость теплообмена, выраженную через число Нуссельта. Поскольку обе вертикальные стенки содержат области нагрева и охлаждения, необходимо вычислить число Нуссельта для обеих стенок. Локальные числа Нуссельта на левой и правой стенках каверны определяются по формулам  $\text{Nu}_l = (-\partial T / \partial x)|_{X=0}$ ,  $\text{Nu}_r = (-\partial T / \partial x)|_{X=1}$  соответственно. Вблизи нагретой части боковой стенки каверны жидкость нагревается, поэтому в данной области  $\text{Nu} > 0$ , вблизи холодной части боковой стенки жидкость охлаждается, следовательно,

Средние числа Нуссельта для каверны с нагретой движущейся крышкой и охлажденным дном

Gr	$\bar{Nu}$					
	Re = 400			Re = 1000		
	Данные настоящей работы	Данные [24]	Данные [30]	Данные настоящей работы	Данные [24]	Данные [30]
$10^2$	4,09	4,05	3,84	6,48	6,55	6,33
$10^4$	3,85	3,82	3,62	6,47	6,50	6,29
$10^6$	1,10	1,17	1,22	1,66	1,81	1,77

в этой области  $Nu < 0$ . Полная скорость теплообмена в каверне равна сумме средних чисел Нуссельта на нагреваемых частях обеих вертикальных боковых стенок:

$$\bar{Nu} = \int Nu_l dY + \int Nu_r dY.$$

**2. Метод решения.** Для дискретизации управляющих уравнений (2)–(5) с начальными и граничными условиями (6) используется метод конечных объемов [29]. Для определения конвективных и диффузионных членов выбраны схема QUICK и центральная разностная схема соответственно. При решении уравнения функции тока (3) применялась процедура последовательной верхней релаксации. При решении уравнений для компонент скорости (5) использовалась аппроксимация центральными разностями. Для вычисления граничных значений завихренности применялось выражение второго порядка точности для  $\zeta_i$ , полученное разложением функции тока  $\Psi$  с использованием ряда Тейлора:

$$\zeta_i = \frac{\Psi_{i+2} - 8\Psi_{i+1}}{2(\Delta\eta)^2} + o(\Delta\eta^2).$$

Здесь  $i$  — граничный узел;  $\Delta\eta$  — интервал в направлении, нормальном к границе. Использовался временной шаг  $\Delta\tau = 10^{-5}$ . Рассматривались однородные координатные сетки вдоль направлений  $X$  и  $Y$  соответственно. Были протестированы сетки размером от  $21 \times 21$  до  $121 \times 121$  при  $Ri = 0,01; 100,00$ . Результаты исследования сеточной сходимости решения показали, что для получения решения системы уравнений достаточно использовать сетку размером  $81 \times 81$ . Каждая переменная вычислялась из системы разностных уравнений в итерационном процессе. При исследовании всех переменных ( $\zeta, \Psi, T$ ) использовался критерий сходимости  $|(\Phi_{n+1}(i, j) - \Phi_n(i, j))/\Phi_{n+1}(i, j)| \leq 10^{-5}$ . Здесь  $n$  — номер итерации. Для вычисления среднего числа Нуссельта была применена формула трапеций. Правильность используемого вычислительного кода проверялась путем сравнения полученных результатов с известными данными [24, 30] для квадратной каверны, заполненной воздухом ( $Pr = 0,71$ ), при нагреве верхней движущейся крышки и охлаждении дна (см. таблицу). Из таблицы следует, что результаты, полученные в настоящей работе, хорошо согласуются с известными данными.

**3. Результаты исследования и их обсуждение.** Численно исследовано влияние угла наклона каверны на комбинированную конвекцию в каверне с движущейся крышкой при неравномерном нагреве на двух боковых стенках. Две горизонтальные стенки каверны являются теплоизолированными. Число Ричардсона, амплитудное отношение, фазовый сдвиг и угол наклона каверны — основные параметры управления течением и распределением температуры в данной работе. Отношение  $Gr/Re^2$  является мерой относительной мощности естественной и вынужденной конвекции. Число Рейнольдса изменялось от 10 до  $10^3$ , в то время как число Грасгофа полагалось равным  $10^4$ . Число Ричардсона изменялось от 0,01 до 100,00. Фазовые сдвиги изменялись от 0 до  $\pi$ . Значения амплитудных

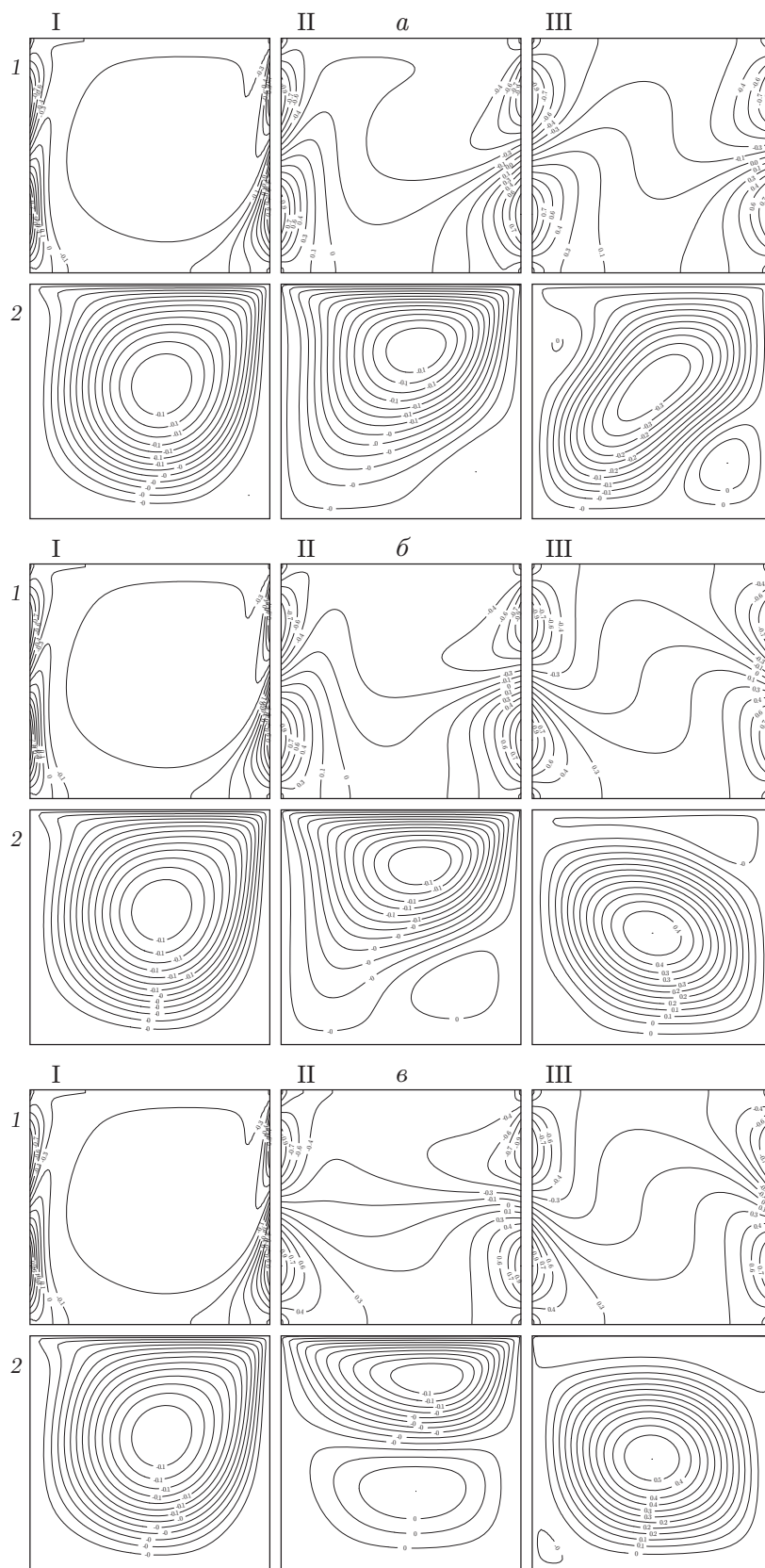


Рис. 2. Изотермы (1) и линии тока (2) при  $\varepsilon = 1$ ,  $\varphi = 0$  и различных значениях  $\gamma$ :  
 $a$  —  $\gamma = 0^\circ$ ,  $\text{б}$  —  $\gamma = 30^\circ$ ,  $\text{в}$  —  $\gamma = 45^\circ$ ,  $\text{г}$  —  $\gamma = 60^\circ$ ,  $\text{д}$  —  $\gamma = 90^\circ$ ; I —  $Ri = 0,01$ , II —  $Ri = 1$ , III —  
 $Ri = 100$  (окончание см. на с. 104)

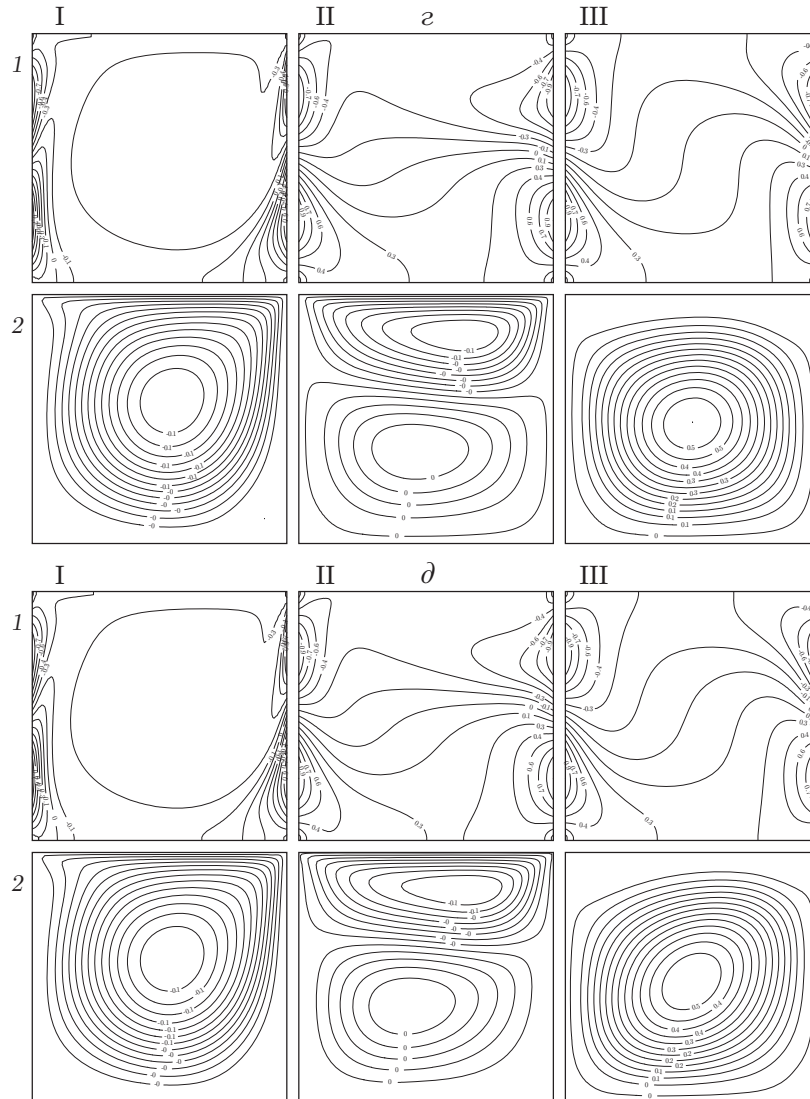


Рис. 2. Окончание (начало см. на с. 103)

отношений равны 0; 0,5; 1,0. Были выбраны следующие значения угла наклона: 0,  $\pi/4$ ,  $\pi/2$ ,  $3\pi/4$ ,  $\pi$ .

3.1. *Влияние угла наклона каверны.* Рассматривались углы наклона каверны, равные 0, 30, 45, 60, 90°. При этом фазовые сдвиги были приняты равными 0 и  $\pi$ . Амплитудное отношение принимало значения 0 и 1. Рассматривались три случая. В первом случае фазовый сдвиг и амплитудное отношение выбирались равными 0 и 1 соответственно, поэтому в отсутствие фазового сдвига ( $\varphi = 0$ ) на обеих стенках имелись идентичные зоны нагрева и охлаждения. Изотермы и линии тока при  $\varepsilon = 1$ ,  $\varphi = 0$  и различных углах наклона полости показаны на рис. 2. При доминировании моды вынужденной конвекции и  $\gamma = 0^\circ$  изотермы группируются вдоль зон нагрева и охлаждения на обеих стенках каверны. Это означает, что формируются тепловые пограничные слои с большими градиентами температуры. Также вдоль обеих зон наблюдается большая скорость теплопередачи (см. рис. 2,а). Изотермы не проникают в середину каверны. В потоке жидкости содержится единственный вращающийся по часовой стрелке вихрь, который занимает почти всю каверну. При  $Ri = 0,01$  изменение угла наклона каверны не приводит к изменению рас-



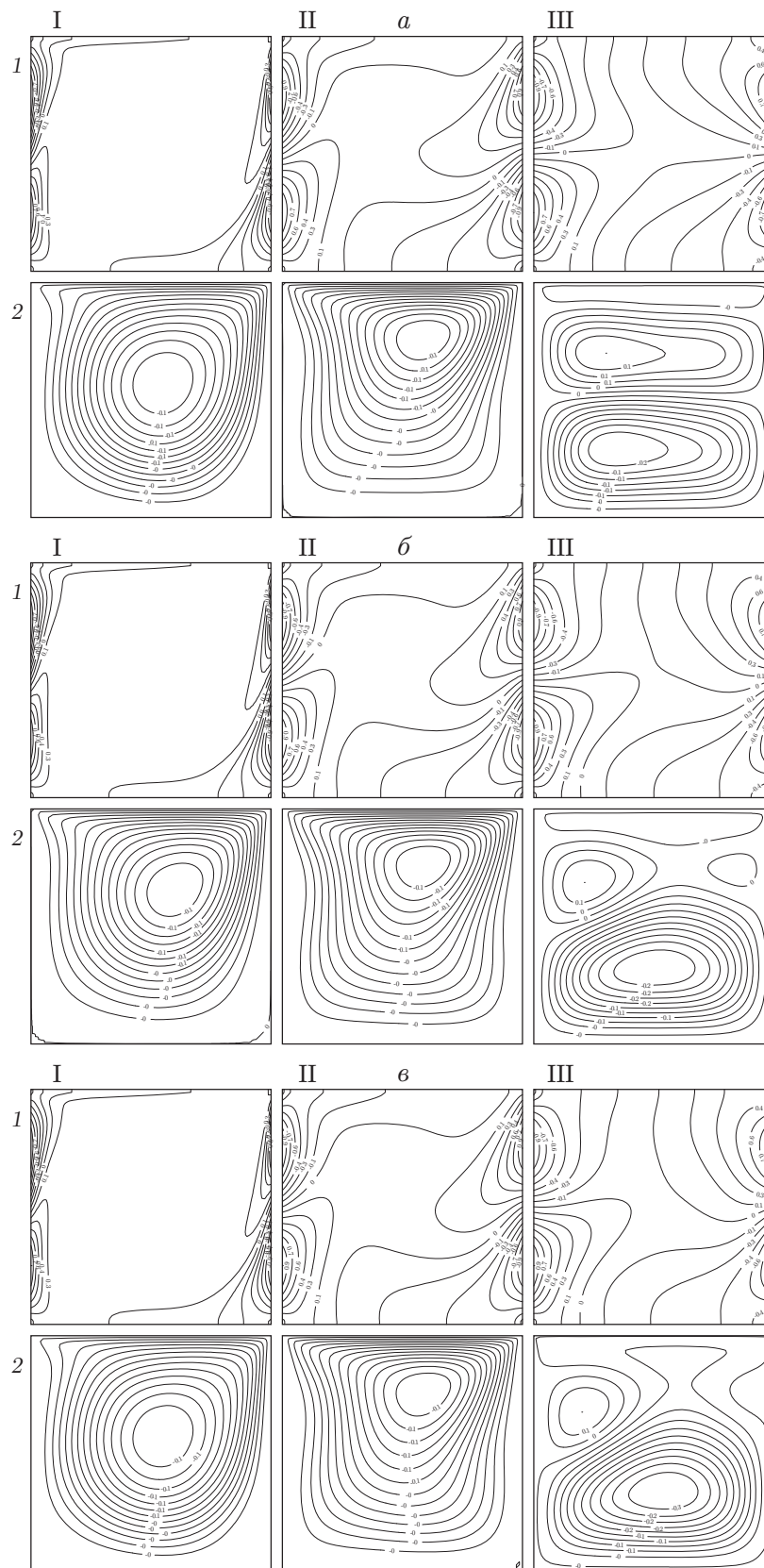


Рис. 3. Изотермы (1) и линии тока (2) при  $\varepsilon = 1$ ,  $\varphi = \pi$  и различных значениях  $\gamma$ :  
 $a - \gamma = 0^\circ$ ,  $б - \gamma = 30^\circ$ ,  $в - \gamma = 45^\circ$ ,  $г - \gamma = 60^\circ$ ,  $д - \gamma = 90^\circ$ ; I —  $Ri = 0,01$ , II —  $Ri = 1$ , III —  
 $Ri = 100$  (окончание см. на с. 106)

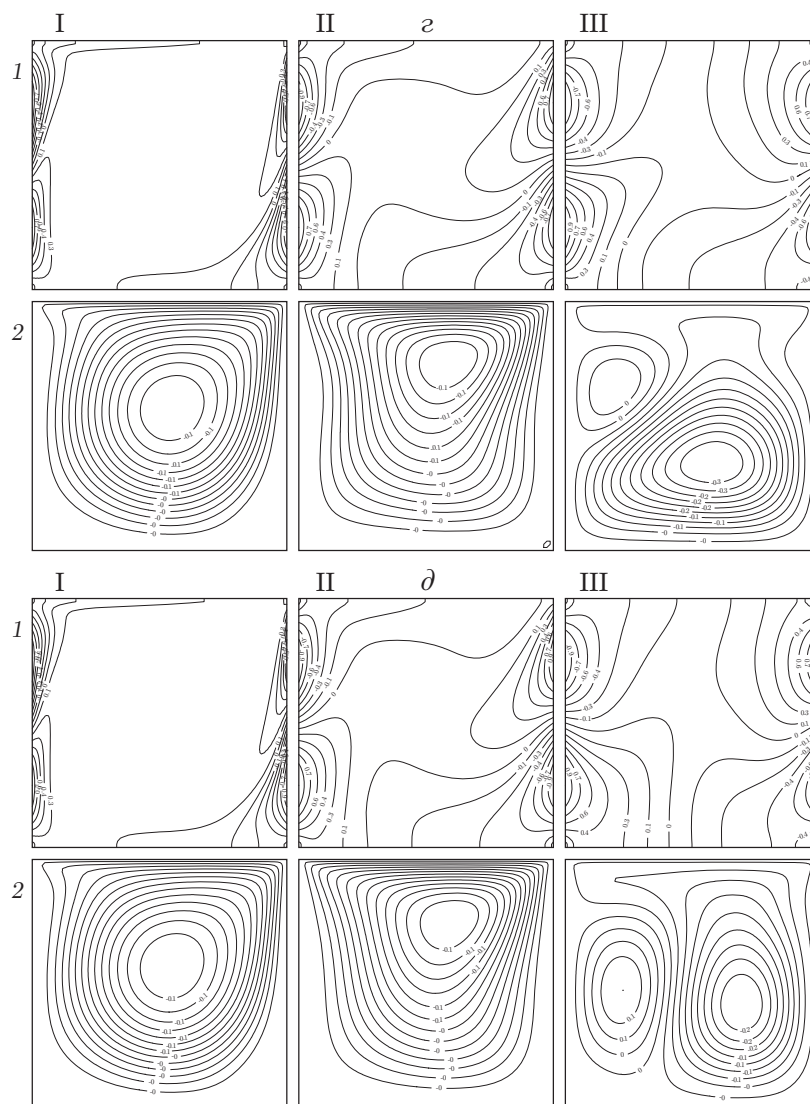


Рис. 3. Окончание (начало см. на с. 105)

пределения температуры и структуры течения. При всех исследованных углах наклона каверны формы изотерм меняются незначительно. При  $\gamma = 0^\circ$ ,  $Ri = 100$  в области течения появляются два вихря. Вторичный вихрь формируется вблизи дна каверны. При углах наклона каверны  $\gamma = 0 \div 90^\circ$  размер основного вихря уменьшается, при этом размер вторичного вихря увеличивается. Наконец, при  $\gamma = 90^\circ$ , когда правая стенка каверны полости становится верхней стенкой, формируются вихри, вращающиеся по часовой стрелке и против нее.

При  $\gamma = 0 \div 90^\circ$  распределение тепла остается неизменным. При  $\gamma = 0^\circ$ ,  $Ri = 100$  в каверне возникает трехъячейковая структура потока. Вихрь, первоначально вращавшийся по часовой стрелке, вытягивается по диагонали каверны. По обе стороны от диагонального вихря появляются два вторичных вихря, вращающиеся против часовой стрелки. При  $\gamma = 0 \div 30^\circ$  основной вихрь уменьшается и сдвигается к движущейся стенке. Кроме того, два вторичных вихря сливаются и вращаются в направлении против часовой стрелки. При увеличении значения  $\gamma$  от  $30$  до  $45^\circ$  вторичный вихрь вытягивается вдоль движущейся стенки, еще один вторичный вихрь появляется в правом нижнем углу. При  $\gamma = 45 \div 90^\circ$

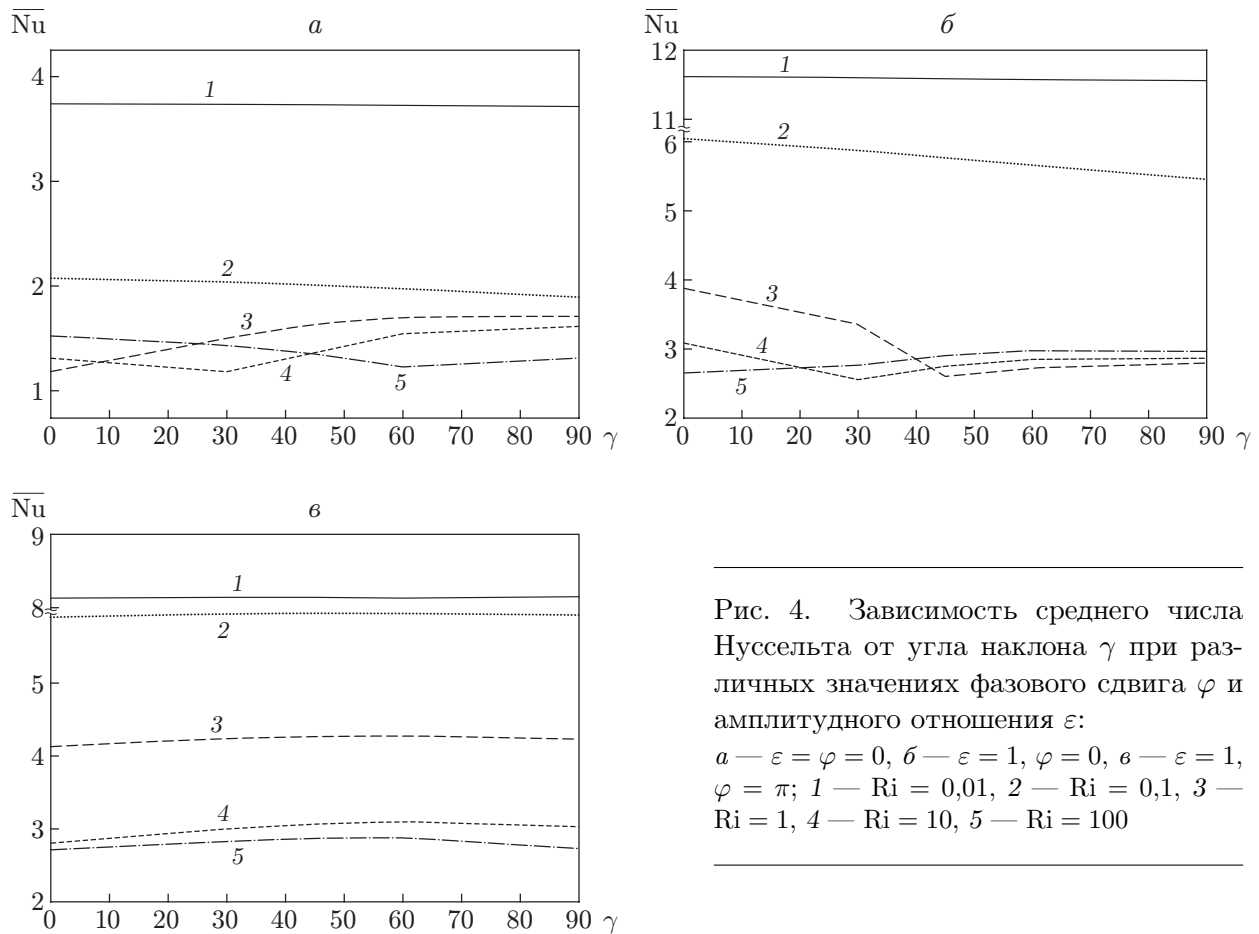


Рис. 4. Зависимость среднего числа Нуссельта от угла наклона  $\gamma$  при различных значениях фазового сдвига  $\varphi$  и амплитудного отношения  $\epsilon$ :

*a* —  $\epsilon = \varphi = 0$ , *б* —  $\epsilon = 1, \varphi = 0$ , *в* —  $\epsilon = 1, \varphi = \pi$ ; 1 —  $Ri = 0,01$ , 2 —  $Ri = 0,1$ , 3 —  $Ri = 1$ , 4 —  $Ri = 10$ , 5 —  $Ri = 100$

форма основного вихря становится круглой и оба вторичных вихря исчезают. При доминировании моды плавучести изменение угла наклона каверны оказывает значительное влияние на течение жидкости.

Рассмотрим случай, когда фазовый сдвиг и амплитудное отношение приняты равными  $\pi$  и 1 соответственно. На рис. 3 показаны изотермы и линии тока при  $\epsilon = 1, \varphi = \pi$  и различных углах наклона полости. При  $Ri \leq 1$  изменение угла наклона каверны не приводит к изменению распределения температуры и структуры течения. При доминировании моды плавучести и  $\gamma = 0^\circ$  формируются три вихря. При  $\gamma = 0 \div 30^\circ$  центральный вихрь разбивается на два вихря, один из которых имеет больший размер. При  $\gamma = 45^\circ$  меньший вихрь исчезает, а верхний и нижний вихри сливаются. При  $\gamma = 45 \div 90^\circ$  размер вторичного вихря увеличивается. При  $Ri = 100$  формируются два горизонтально расположенных вихря.

На рис. 4 приведена зависимость средней скорости теплообмена в каверне от угла наклона  $\gamma$  при различных значениях амплитудного отношения и фазового сдвига. При  $Ri = 0,1$  увеличение угла наклона каверны не влияет на среднюю скорость теплообмена в режиме вынужденной конвекции. При  $Ri = 1$  с увеличением угла наклона каверны среднее число Нуссельта увеличивается. При доминировании моды плавучести и  $\gamma = 0 \div 90^\circ$  наблюдаются флуктуации средней скорости теплообмена. На рис. 4, *б* видно, что при  $Ri < 1$  с увеличением угла наклона каверны среднее число Нуссельта незначительно изменяется. При  $Ri = 1, 10$  и  $\gamma = 0^\circ$  средняя скорость теплообмена высокая, но при увеличении  $\gamma$  от 0

до  $90^\circ$  она уменьшается, а затем вновь увеличивается. При  $Ri = 100$  и  $\gamma = 0 \div 90^\circ$  средняя скорость теплообмена постепенно увеличивается.

3.2. *Влияние амплитудного отношения.* На рис. 5 показаны изотермы и линии тока для различных значений амплитудного отношения при фиксированных фазовом сдвиге и угле наклона каверны. На левой стенке поддерживается неравномерное распределение температуры, тогда как на правой стенке распределение температуры изменяется от однородного до неравномерного в соответствии с изменением амплитудных отношений. Различные амплитудные отношения рассматриваются только для правой стенки каверны. При  $\varepsilon = 0$  температура на правой стенке каверны распределена однородно. На рис. 5,а видно, что при доминировании режима вынужденной конвекции и  $\varepsilon = 0$  вдоль обеих зон на левой стенке каверны формируется тепловой пограничный слой с большим градиентом температуры. Теплообмен происходит только вблизи левой стенки. Единственная ячейка, вращающаяся по часовой стрелке, занимает большую часть каверны.

Кроме того, при увеличении числа Ричардсона от 0,01 до 1,00 ни вынужденная конвекция, ни естественная не являются доминирующими; пограничный слой исчезает. Центр вихря смещается по направлению к движущейся стенке. При  $Ri = 1$  структура потока жидкости незначительно изменяется. При  $\varepsilon = 0$  и увеличении числа Ричардсона от 1 до 100 изотермы проникают в середину каверны. Поскольку сила плавучести преобладает над силой сдвига, структура течения в виде единственной ячейки переходит в многоячеистую структуру. Установлено, что при  $Ri = 0,01$  амплитудное отношение не оказывает влияния на распределение температуры и поток жидкости.

При изменении амплитудного отношения распределение температуры на правой стенке каверны изменяется от однородного до неравномерного. Таким образом, при  $\varepsilon > 0$  на обеих стенках имеет место неравномерное распределение температуры. При  $Ri = 0,01$  и изменении амплитудного отношения от нуля до единицы характер течения жидкости не меняется, поскольку в режиме вынужденной конвекции сила сдвига преобладает над силой плавучести. При наличии влияния амплитудного отношения в режиме смешанной конвекции в правом нижнем углу каверны развивается вторичный вихрь, размер которого увеличивается с увеличением амплитудного отношения. При  $Ri = 100$ ,  $\varepsilon = 0$  в середине каверны наблюдается два вихря (см. рис. 5,а). Поскольку амплитудное отношение увеличивается, основной вихрь удлиняется вдоль диагонали от левого нижнего угла до правого верхнего угла. Поток имеет трехъячеиковую структуру с одной большой диагональной ячейкой и двумя меньшими угловыми ячейками.

Зависимость среднего числа Нуссельта от амплитудного отношения при фиксированном фазовом сдвиге и различных углах наклона полости представлена на рис. 6. При увеличении амплитудного отношения увеличивается средняя скорость теплообмена. При увеличении числа Ричардсона от 0,01 до 100,00 для данного амплитудного отношения среднее число Нуссельта уменьшается. Средняя скорость теплообмена является высокой при  $Ri = 0,01$ , тогда как низкая скорость теплопередачи наблюдается при доминировании моды плавучести ( $Ri = 100$ ). Как при  $\gamma = 0^\circ$ , так и при  $\gamma = 90^\circ$  неравномерное распределение температуры на обеих стенках оказывает более существенное влияние на теплообмен, чем однородное распределение температуры. При синусоидально изменяющихся температурных распределениях скорость теплообмена увеличивается при всех углах наклона полости. Следовательно, неравномерное распределение температуры на обеих стенках приводит к увеличению скорости конвективного теплообмена в контейнерах.

3.3. *Влияние фазового сдвига.* На рис. 7 показаны изотермы и линии тока при фиксированном амплитудном отношении и угле наклона каверны и различных значениях фазового сдвига. При синусоидальном распределении температуры на обеих стенках формируются зоны нагрева и охлаждения. При изменении значения  $\varphi$  от 0 до  $\pi$  на правой стенке размер

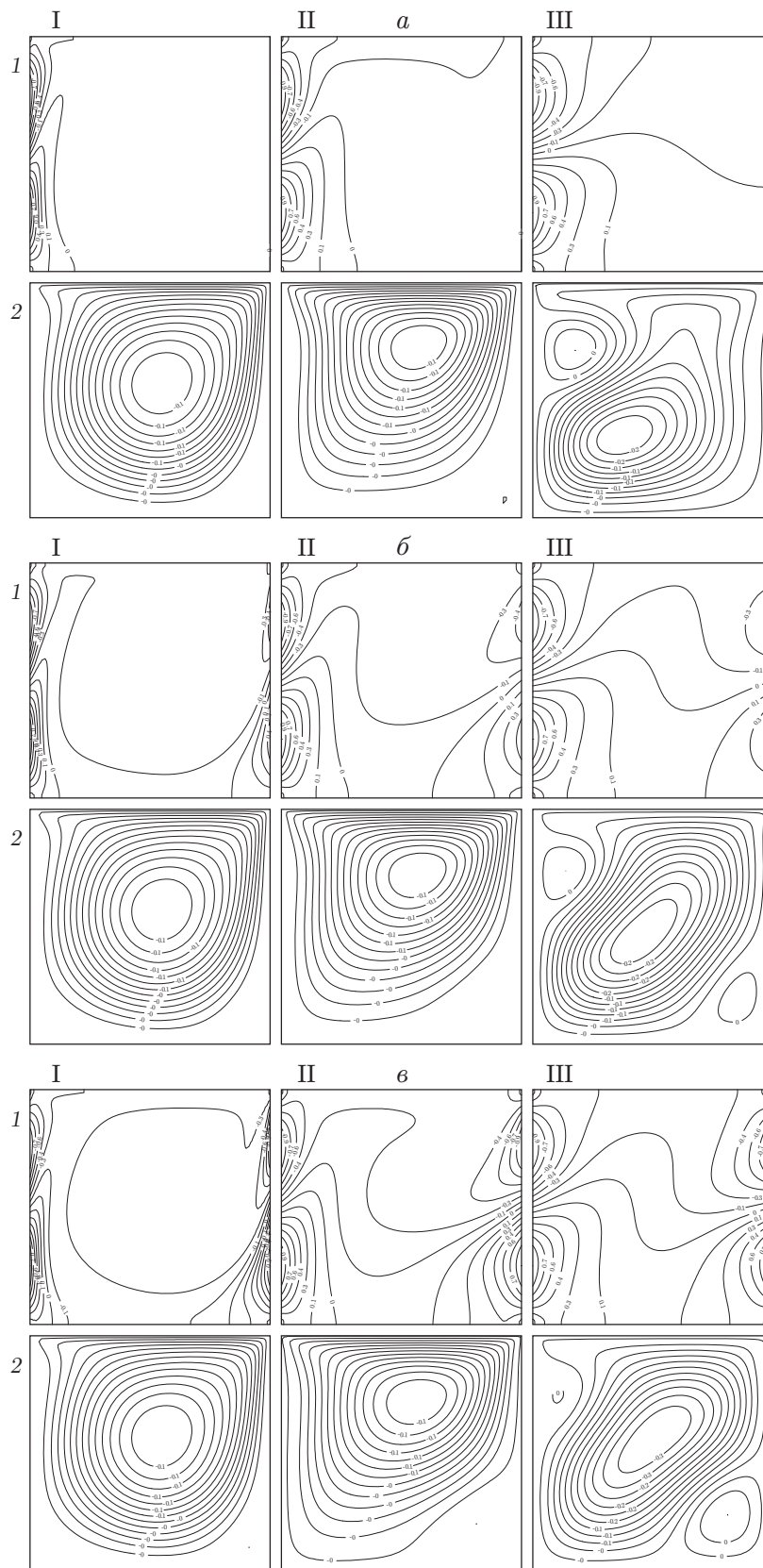


Рис. 5. Изотермы (1) и линии тока (2) при  $\varphi = 0$ ,  $\gamma = 0^\circ$  и различных значениях  $\varepsilon$ :  
 а —  $\varepsilon = 0$ , б —  $\varepsilon = 0,5$ , в —  $\varepsilon = 1$ ; I —  $Ri = 0,01$ , II —  $Ri = 1$ , III —  $Ri = 100$

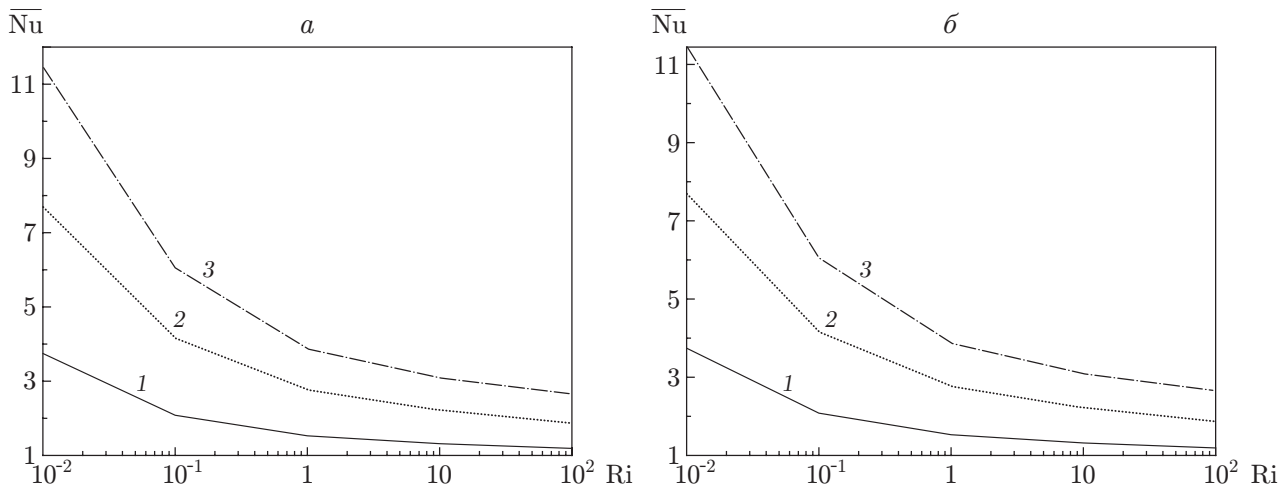


Рис. 6. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Ричардсона при  $\varphi = 0$  и различных значениях  $\gamma$ :  
 $a$  —  $\gamma = 0^\circ$ ,  $b$  —  $\gamma = 90^\circ$ ; 1 —  $\varepsilon = 0$ , 2 —  $\varepsilon = 0,5$ , 3 —  $\varepsilon = 1$

этих зон изменяется. При  $\varphi = 0$  на обеих стенках зоны нагрева и охлаждения идентичны. В режиме вынужденной конвекции при всех значениях  $\varphi$  вдоль зон нагрева и охлаждения на обеих стенках каверны формируются тепловые пограничные слои с большим градиентом температуры. В середине полости значительных изменений градиента температуры не наблюдается. Кроме того, при  $Ri = 0,01$  большую часть каверны занимает единственный вихрь, вращающийся по часовой стрелке (см. рис. 7,а). При изменении значения  $\varphi$  от 0 до  $\pi$  и доминировании моды вынужденной конвекции картина течения не меняется. В режиме смешанной конвекции при  $\varphi = 0$  изотермы достигают середины каверны (см. рис. 7,а).

При  $Ri = 1$  и изменении значения  $\varphi$  от 0 до  $\pi$  распределение температуры вдоль правой стенки существенно изменяется. При  $\varphi = 0$  в режиме смешанной конвекции появляются два вихря (см. рис. 7,а). При изменении значения  $\varphi$  от 0 до  $\pi$  вторичная ячейка уменьшается и исчезает. На рис. 7,а видно, что при доминировании моды естественной конвекции и  $\varphi = 0$  изотермы достигают середины каверны. При доминировании моды плавучести и  $\varphi = 0$  на соответствующих линиях тока формируются три вихря, на обеих стенках зоны нагрева и охлаждения идентичны. Основной вихрь удлиняется по диагонали от левого нижнего угла до правого верхнего. При изменении  $\varphi$  от 0 до  $\pi/2$  вторичные вихри исчезают. С увеличением  $\varphi$  от  $\pi/2$  до  $3\pi/4$  в каверне формируется многоячейчатая картина течения. При  $\varphi = \pi$  два вторичных вихря увеличиваются и сливаются, при этом формируется горизонтальная многоячейчатая форма течения.

На рис. 8 показана зависимость среднего числа Нуссельта от числа Ричардсона при фиксированных амплитудном отношении и угле наклона каверны и различных значениях фазовых сдвигов. При  $Ri = 0,01$  средняя скорость теплообмена оказывается высокой, но при изменении значения  $Ri$  от 0,01 до 100,00 постепенно уменьшается. При  $Ri < 1$  высокая скорость теплопередачи достигается при  $\varphi = \pi/4$ , тогда как при  $\varphi = 0$  или  $\varphi = \pi$  она минимальна. При доминировании моды естественной конвекции высокая скорость теплопередачи наблюдается в случае  $\varphi = \pi/2$ , в то время как низкая средняя скорость теплообмена имеет место при  $\varphi = 0$  или  $\varphi = \pi$ . Таким образом, при всех значениях числа Ричардсона скорость теплообмена минимальная при  $\varphi = 0$  или  $\varphi = \pi$ .



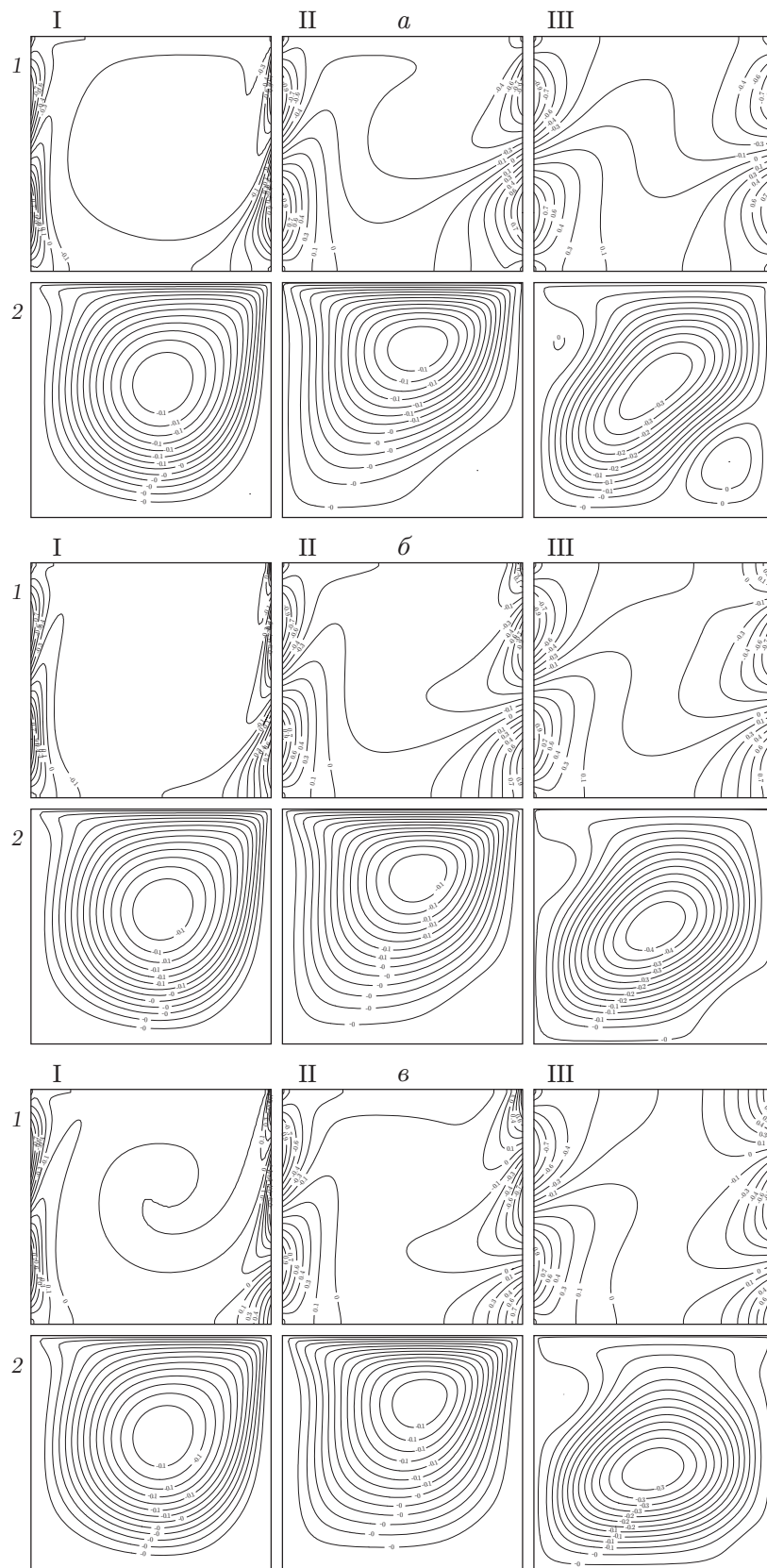


Рис. 7. Изотермы (1) и линии тока (2) при  $\varepsilon = 1$ ,  $\gamma = 0^\circ$  и различных значениях  $\varphi$ :  
 $a$  —  $\varphi = 0$ ,  $б$  —  $\varphi = \pi/4$ ,  $в$  —  $\varphi = \pi/2$ ,  $г$  —  $\varphi = 3\pi/4$ ,  $д$  —  $\varphi = \pi$ ; I —  $Ri = 0,01$ , II —  $Ri = 1$ , III —  $Ri = 100$  (окончание см. на с. 112)

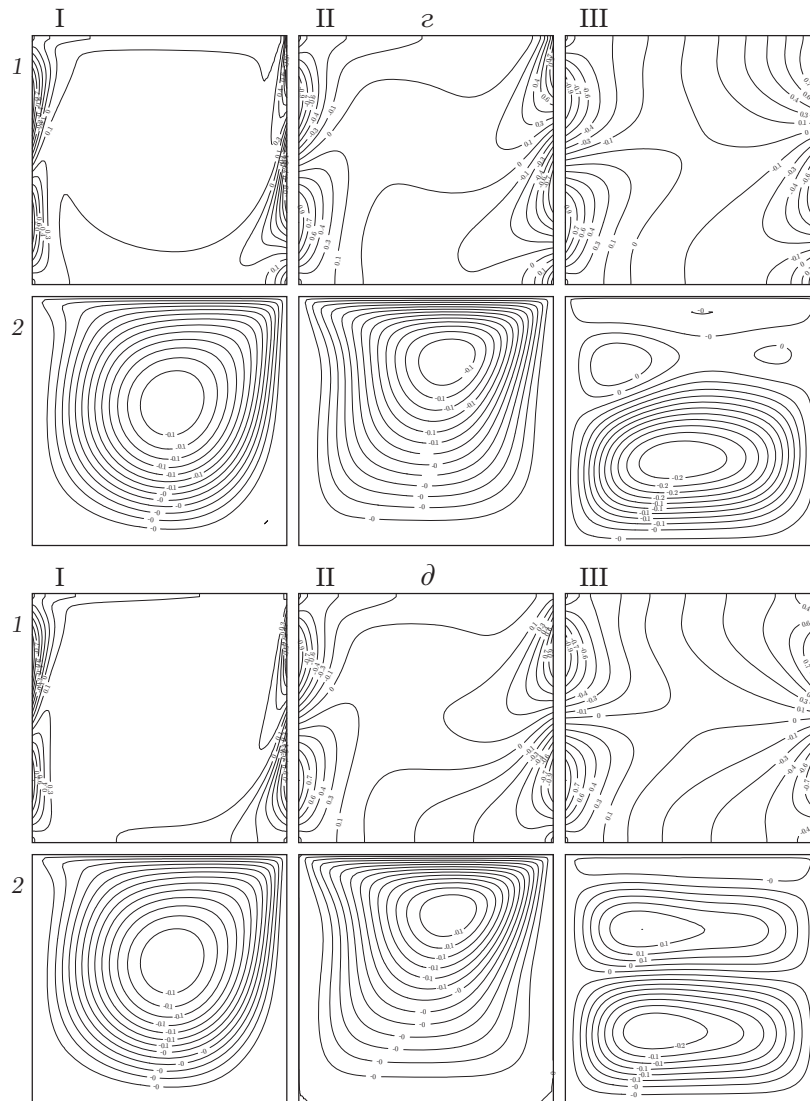


Рис. 7. Окончание (начало см. на с. 111)

**4. Выводы.** Численно исследовано влияние угла наклона каверны на комбинированную конвекцию в каверне с движущейся крышкой при неравномерном нагреве на обеих боковых стенках. Две горизонтальные стенки теплоизолированы. Верхняя стенка каверны движется в собственной плоскости с постоянной скоростью. В качестве управляющих параметров использовались число Ричардсона, амплитудное отношение, фазовый сдвиг и угол наклона каверны. Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы. При доминировании моды плавучести, когда на обеих стенках зоны нагрева и охлаждения идентичны, с увеличением угла наклона каверны средняя скорость теплообмена значительно увеличивается. В режиме вынужденной конвекции изменение угла наклона каверны не оказывает влияния на теплообмен, тогда как в режиме естественной конвекции это влияние является существенным. Угол наклона каверны не оказывает значительного влияния на теплообмен, если на стенках зоны нагрева и охлаждения не идентичны. При доминировании моды вынужденной конвекции наблюдается одноячеистый характер течения, тогда как при доминировании моды естественной конвекции для всех исследованных значений амплитудного отношения, угла наклона полости и фазового сдвига имеет место много-



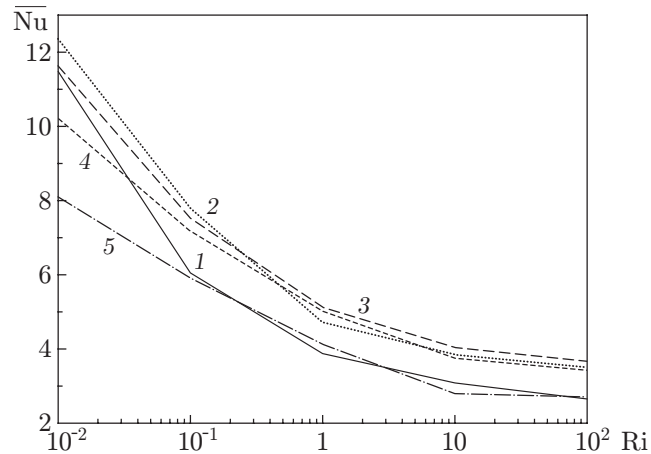


Рис. 8. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Ричардсона при  $\varepsilon = 1$ ,  $\gamma = 0^\circ$  и различных значениях  $\varphi$ :  
 1 —  $\varphi = 0$ , 2 —  $\varphi = \pi/4$ , 3 —  $\varphi = \pi/2$ , 4 —  $\varphi = 3\pi/4$ , 5 —  $\varphi = \pi$

ячеистая картина течения. При увеличении числа Ричардсона от 0,01 до 100,00 скорость теплообмена уменьшается. Неравномерное распределение температуры на обеих стенках приводит к повышению скорости конвективного теплообмена в контейнерах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Chamkha A. J., Hussain S. H., Abd-Amer Q. R.** Mixed convection heat transfer of air inside a square vented cavity with a heated horizontal square cylinder // Numer. Heat Transfer A. 2011. V. 59. P. 58–79.
2. **Talukdar P.** Mixed convection and non-Gray radiation in a horizontal rectangular duct // Numer. Heat Transfer A. 2011. V. 59. P. 185–208.
3. **Mohammad A. A., Viskanta R.** Flow and heat transfer in a lid-driven cavity filled with stably stratified fluid // Appl. Math. Model. 1995. V. 19. P. 465–472.
4. **Chamkha A. J.** Hydromagnetic combined convection flow in a vertical lid-driven cavity with internal heat generation or absorption // Numer. Heat Transfer A. 2002. V. 41. P. 529–546.
5. **Seddeek M. A.** Effects of magnetic field and variable viscosity on forced non-Darcy flow about a flat plate with variable wall temperature in porous media in the presence of suction and blowing // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2002. V. 43, N 1. P. 13–17.
6. **Jeng T.-M., Tzeng S.-C.** Heat transfer in a lid-driven enclosure filled with water-saturated aluminum foams // Numer. Heat Transfer A. 2008. V. 54. P. 178–196.
7. **Perumal D. A., Dass A. K.** Multiplicity of steady solutions in two-dimensional lid-driven cavity flows by lattice Boltzmann method // Comput. Math. Appl. 2011. V. 61. P. 3711–3721.
8. **Sivakumar V., Sivasankaran S., Prakash P., Lee J.** Effect of heating location and size on mixed convection in lid-driven cavities // Comput. Math. Appl. 2010. V. 59. P. 3053–3065.
9. **Bukreev V. I., Gavrillov N. V., Chebotnikov A. V.** Effect of the nonmonotonic temperature dependence of water density on free convection from a linear heat source // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2011. V. 52, N 1. P. 24–30.
10. **Bhuvaneswari M., Sivasankaran S., Kim Y. J.** Effect of aspect ratio on convection in a porous enclosure with partially active thermal walls // Comput. Math. Appl. 2011. V. 62. P. 3844–3856.

11. **Thandapani E., Ragavan A. R., Palani G.** Finite-difference solution of unsteady natural convection flow past a nonisothermal vertical cone under the influence of a magnetic field and thermal radiation // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2012. V. 53, N 3. P. 408–421.
12. **Abourida B., Hasnaoui M., Douamna S.** Transient natural convection in a square enclosure with horizontal walls submitted to periodic temperature // *Numer. Heat Transfer A.* 1999. V. 36. P. 737–750.
13. **Saeid N. H., Yaacob Y.** Natural convection in a square cavity with spatial sidewall temperature variation // *Numer. Heat Transfer A.* 2006. V. 49. P. 683–697.
14. **Bilgen E., Yedder R. B.** Natural convection in enclosure with heating and cooling by sinusoidal temperature profiles on one side // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2007. V. 50. P. 139–150.
15. **Deng Q.-H., Chang J.-J.** Natural convection in a rectangular enclosure with sinusoidal temperature distributions on both side walls // *Numer. Heat Transfer.* 2008. V. 54. P. 507–524.
16. **Al-Zoubi A., Brenner G.** Simulating fluid flow over sinusoidal surfaces using the lattice Boltzmann method // *Comput. Math. Appl.* 2008. V. 55. P. 1365–1376.
17. **Sivasankaran S., Sivakumar V., Prakash P.** Numerical study on mixed convection in a lid-driven cavity with non-uniform heating on both sidewalls // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2010. V. 53. P. 4304–4315.
18. **Nath P. R., Prasad P. M. V., Prasada Rao D. R. V.** Computational hydromagnetic mixed convective heat and mass transfer through a porous medium in a non-uniformly heated vertical channel with heat sources and dissipation // *Comput. Math. Appl.* 2010. V. 59. P. 803–811.
19. **Sivasankaran S., Malleswaran A., Lee J., Sundar P.** Hydro-magnetic combined convection in a lid-driven cavity with sinusoidal boundary conditions on both sidewalls // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2011. V. 54. P. 512–525.
20. **Bhuvanewari M., Sivasankaran S., Kim Y. J.** Magnetoconvection in a square enclosure with sinusoidal temperature distribution on both walls // *Numer. Heat Transfer A.* 2011. V. 59. P. 167–184.
21. **Rasoul J., Prinos P.** Natural convection in an inclined enclosure // *Intern. J. Numer. Methods Heat Fluid Flow.* 1997. V. 7. P. 438–478.
22. **Cianfrini C., Corcione M., Dell’Omo P. P.** Natural convection in tilted square cavities with differentially heated opposite walls // *Intern. J. Therm. Sci.* 2005. V. 44. P. 441–451.
23. **Bilgen E., Oztop H.** Natural convection heat transfer in partially open inclined square cavities // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2005. V. 48. P. 1470–1479.
24. **Sharif M. A. R.** Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom // *Appl. Therm. Engng.* 2007. V. 27. P. 1036–1042.
25. **Chamkha A. J., Al-Mudhaf A.** Double-diffusive natural convection in inclined porous cavities with various aspect ratios and temperature-dependent heat source or sink // *Heat Mass Transfer.* 2008. V. 44. P. 679–693.
26. **Bairi A.** Nusselt — Rayleigh correlations for design of industrial elements: Experimental and numerical investigation of natural convection in tilted square air filled enclosures // *Energy Convers. Management.* 2008. V. 49. P. 771–782.
27. **Varol Y., Oztop F., Koca A., Ozgen F.** Natural convection and fluid flow in inclined enclosure with a corner heater // *Appl. Thermal Engng.* 2009. V. 29. P. 340–350.
28. **Ghasemi B., Aminossadati S. M.** Natural convection heat transfer in an inclined enclosure filled with a water — CuO nanofluid // *Numer. Heat Transfer A.* 2009. V. 55. P. 807–823.
29. **Patankar S. V.** Numerical heat transfer and fluid flow. Washington: Hemisphere, 1980.
30. **Iwatsu R., Hyun J. M., Kuwahara K.** Mixed convection in a driven cavity with a stable vertical temperature gradient // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 1993. V. 36. P. 1601–1608.