

УДК 536.8,536.46

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ ДЕТОНАЦИИ В НЕСТЕХИОМЕТРИЧЕСКИХ ВОДОРОДОКИСЛОРОДНЫХ СМЕСЯХ

С. А. Ждан, А. С. Сырямин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск, zhdan@hydro.nsc.ru

В двумерной нестационарной газодинамической постановке сформулирована математическая модель непрерывной вращающейся детонации нестехиометрической водородокислородной смеси в кольцевой камере сгорания типа ракетного двигателя. Из анализа определяющих параметров установлено, что эта модель — задача на собственное значение, каковым является период задачи, который нельзя задавать произвольно, а необходимо искать в процессе решения. При численном моделировании динамики поперечных детонационных волн выяснено влияние коэффициента избытка горючего на структуру волн и удельный импульс, определены значения собственного числа — минимального периода задачи в зависимости от удельного расхода смеси. Показана их корреляция с экспериментом. При реализации непрерывной вращающейся детонации добавление к каналу постоянного сечения расширяющегося сопла приводит к росту удельного импульса.

Ключевые слова: непрерывная детонация, камера сгорания, водородокислородные смеси, поперечные детонационные волны, структура течения, математическое моделирование, удельный импульс.

ВВЕДЕНИЕ

Альтернативой традиционному сжиганию топлив в турбулентном пламени может стать способ их сжигания в поперечных детонационных волнах (ПДВ), впервые реализованный в [1]. К настоящему времени экспериментально исследовано непрерывное детонационное сжигание ряда газовых смесей в кольцевых цилиндрических камерах при отдельной подаче компонентов через форсунки [2–5]. Так, для углеводородокислородных смесей режимы непрерывной спиновой детонации получены в [2–4], а для смесей $H_2—O_2$ — в [5]. Физико-математическая модель непрерывной вращающейся детонации в двумерной нестационарной газодинамической постановке сформулирована в [6]. Там же представлены первые результаты расчетов динамики ПДВ для стехиометрической водородокислородной смеси в кольцевой цилиндрической камере сгорания типа ракетного двигателя. Комплексное расчетно-экспериментальное исследование непрерывной спиновой детонации [5] позволило провести сравнение результатов численного моделирования с экспериментом для

стехиометрической водородокислородной смеси. Расчетная структура ПДВ оказалась идентичной полученной в опытах, а значения скорости непрерывной детонации и давления в камере удовлетворительно соответствовали эксперименту. Экспериментально и теоретически были найдены основные условия, обеспечивающие существование течения с ПДВ в испытательных камерах.

Цель данной работы — численно исследовать в двумерной нестационарной постановке задачу о непрерывной детонации в кольцевой камере для нестехиометрических водородокислородных смесей и провести сравнение с экспериментальными данными [5]; рассчитать структуру течения и собственные значения периодической задачи; выяснить влияние коэффициента избытка горючего и степени расширения сопла на параметры ПДВ и величину удельного импульса в случае непрерывного детонационного режима.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу о непрерывном детонационном сжигании нестехиометрических водородокислородных смесей ($2\phi H_2 + O_2$, ϕ — коэффициент избытка горючего, $\phi \neq 1$) в камере сгорания ЖРД кольцевой геометрии с расширяющимся соплом (рис. 1, а, диаметр d_c , длина канала постоянного сечения L_1 , длина ка-

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 10-01-00203) и гранта Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ (НШ-5770.2010.1).

© Ждан С. А., Сырямин А. С., 2013.

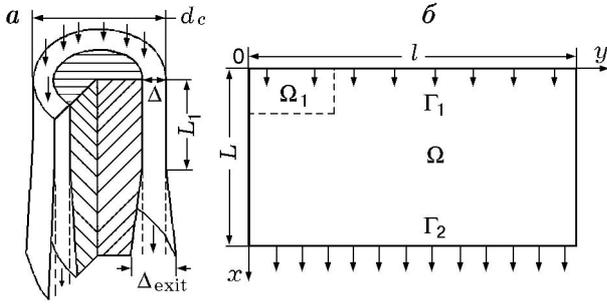


Рис. 1. Схема кольцевой камеры сгорания с расширяющимся соплом (а) и область численного решения задачи (б)

меры L , ширина кольцевого канала на входе Δ и на выходе Δ_{exit}). Течение осуществляется в кольцевом пространстве камеры с границами Γ_1 (верхний торец камеры, через форсунки в котором поступает горючая смесь) и Γ_2 (открытый конец камеры, через который вытекают продукты сгорания). Поскольку $\Delta \ll d_c$, то, аналогично [6], можно разрезать по вертикали кольцевую область и развернуть ее в прямоугольную область решения $\Omega = (0 < x < L, 0 < y < l)$, которая представлена на рис. 1, б.

Пусть в некоторый момент времени после начала вдува через границу Γ_1 реагирующей смеси в части области решения Ω_1 выделяется энергия, достаточная для инициирования детонации. В результате инициирования в области Ω будет распространяться нестационарная детонационная волна. Требуется определить ее динамику, структуру, а также условия выхода на самоподдерживающийся режим непрерывной детонации в зависимости от определяющих параметров задачи.

Задача решалась в квазидвумерном приближении, когда степень расширения канала $S = S(x)$. Система уравнений двумерной нестационарной газовой динамики с химическими превращениями имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \rho_t + S^{-1}(\rho u S)_x + (\rho v)_y &= 0, \\
 (\rho u)_t + S^{-1}(\rho u^2 S)_x + (\rho uv)_y + p_x &= 0, \\
 (\rho v)_t + S^{-1}(\rho uv S)_x + (\rho v^2)_y + p_y &= 0, \\
 (\rho E)_t + S^{-1}[\rho u(E + p/\rho)S]_x + [\rho v(E + p/\rho)]_y &= 0, \\
 (\rho Y)_t + S^{-1}(\rho u Y S)_x + (\rho v Y)_y &= \rho f_5, \\
 (\rho \mu)_t + S^{-1}(\rho u \mu S)_x + (\rho v \mu)_y &= \rho f_6.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Зависимость площади сечения канала с постоянным углом расширения на выходе камеры сгорания представима в виде

$$\begin{aligned}
 S(x) &= \\
 &= \begin{cases} \Delta l, & 0 < x < L_1, \\ \left[\Delta + \frac{(\Delta_{exit} - \Delta)(x - L_1)}{L - L_1} \right] l, & L_1 < x < L. \end{cases} \tag{2}
 \end{aligned}$$

Здесь x, y — пространственные переменные ортогональной системы координат, t — время, ρ — плотность, u, v — компоненты вектора скорости, p — давление, $E = U + (u^2 + v^2)/2$, $U(T, \mu)$ — полная внутренняя энергия газа, T — температура, μ — текущая молярная масса смеси, Y — доля периода химической индукции. Энерговыведение описывалось в рамках двухстадийной модели кинетики [7]: индукционная стадия ($0 < Y \leq 1, f_5 = -1/t_{ind}, f_6 = 0$), когда энерговыведения нет; стадия химического превращения ($Y = 0, f_5 = 0, f_6 \neq 0$), когда скорость энерговыведения определяется скоростью химических реакций. Замыкание системы уравнений (1) подробно описано в [6].

Граничные условия. На входе в камеру (граница $\Gamma_1: x = 0; 0 \leq y \leq l$) задается, аналогично [6], связь параметров вдува горючей смеси через систему микросопел Лаваля, равномерно распределенных вдоль Γ_1 , с относительной площадью критических сечений S_*/S_0 . Здесь S_0 — площадь сечения камеры на входе. При заданных в системе подачи значениях давления торможения p_m , температуры торможения T_m , показателя адиабаты γ и коэффициента избытка горючего ϕ все параметры вдува горючей смеси на входе в камеру определяются однозначно.

На выходе из камеры (граница $\Gamma_2: x = L; 0 \leq y \leq l$) при истечении дозвукового потока в пространство с достаточно низким противодавлением происходит переход через скорость звука, поэтому вдоль всей границы Γ_2 осевая составляющая вектора скорости не меньше местной скорости звука $u(L, y, t) \geq c(L, y, t)$.

На левой и правой границах области Ω должно выполняться условие периодичности решения. В силу периодичности (с периодом l) течения по координате x любая газодинамическая функция $F(x, y, t)$ удовлетворяет условию

$$F(x, 0, t) = F(x, l, t), \quad 0 \leq x \leq L.$$

Начальные условия. В области решения $\Omega = (0 < x < L, 0 < y < l)$ зададим в качестве начальных данных стационарное решение задачи

Таблица 1

Значения констант для смесей $\text{H}_2\text{—O}_2$ различного состава

Смесь	ϕ	z	μ_0	μ_{\max}	μ_{\min}	δ_{\max}	θ , К	β	$K_- \cdot 10^{-3}$, кмоль/м ³
$\text{H}_2 + \text{O}_2$	1/2	16/17	17	22.667	8.5	2/3	2 833.3	1.4	1.6
$(4/3)\text{H}_2 + \text{O}_2$	2/3	12/13	14	20.8	7.429	4/5	3 100	1.444	1.485
$2\text{H}_2 + \text{O}_2$	1	8/9	12	18	6	1	3 500	1.5	1.769
$3\text{H}_2 + \text{O}_2$	3/2	16/19	9.5	12.667	4.75	2/3	3 333	1.4	0.75
$4\text{H}_2 + \text{O}_2$	2	4/5	8	10	4	1/2	3 250	1.333	0.65

о вдуве через форсунки в верхнем торце камеры Γ_1 ($x = 0$) газообразной смеси. Сформулированная задача решалась численно. Область решения Ω покрывалась неподвижной сеткой с числом ячеек $N_x \times N_y$ и равномерными шагами ячеек по осям x и y . Для интегрирования системы уравнений (1) применялась конечно-разностная схема второго порядка аппроксимации Годунова — Колгана [8, 9].

Исходные константы модели. При численном моделировании задачи о непрерывной детонации в кольцевой камере для нестехиометрических водородокислородных смесей ($2\phi\text{H}_2 + \text{O}_2$) необходимо задать все исходные константы, фигурирующие в модели [6] и определяющие термодинамические свойства смеси выбранного состава и ее продуктов сгорания, а также константы, входящие в уравнение химической кинетики Николаева [10]. Базовые константы: молярная масса водорода $\mu_{\text{H}_2} = 2$ кг/кмоль, кислорода — $\mu_{\text{O}_2} = 32$ кг/кмоль; энергия диссоциации молекул водорода $E_1^0 = 104.2$ ккал/моль, кислорода — $E_2^0 = 117.9$ ккал/моль; универсальная газовая постоянная $R = 8.3144 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль · К); средняя энергия диссоциации продуктов реакции $E_d = 110$ ккал/моль ($E_d \approx E_1^0 \approx E_2^0$); обобщенная скорость рекомбинации $K_+ = 6 \cdot 10^8$ м⁶/(кмоль² · с).

При заданном значении ϕ определяется массовая доля кислорода $z = (1 + \phi/8)^{-1}$, исходная молярная масса смеси $\mu_0 = 1/(z/\mu_{\text{O}_2} + (1 - z)/\mu_{\text{H}_2})$ и другие константы, входящие в описание термодинамических свойств газа и его продуктов сгорания: молярные массы газа в предельно диссоциированном $\mu_{\min}(z)$ и предельно рекомбинированном $\mu_{\max}(z)$ состояниях, молярная доля трехатомных молекул в предельно рекомбинированном состоянии $\delta_{\max}(z)$, эффективная температура возбуждения колебатель-

ных степеней свободы молекул $\theta(z)$, показатель степени $\beta(z)$ в уравнении химической кинетики [10], константа равновесия $K_-(z)$.

Количественные значения указанных констант для пяти исследуемых составов смесей $\text{H}_2\text{—O}_2$ приведены в табл. 1. Отметим, что константу K_- определяли из уравнения химической кинетики подстановкой в него рассчитанных в [11] значений термодинамических параметров детонации Чепмена — Жуге и приравниванием нулю правой части шестого уравнения системы (1) $f_6 = 0$.

Определяющие параметры задачи. Решение сформулированной нестационарной задачи зависит от следующих определяющих параметров:

$$p_m, T_m, S_*/S_0, \gamma, \phi, \Delta_{exit}/\Delta, L_1, L, l. \quad (3)$$

Здесь первые пять — параметры в системе задачи смеси: давление торможения p_m , температура торможения T_m , отношение площадей критического и выходного сечений S_*/S_0 на торце камеры, показатель адиабаты γ и коэффициент избытка горючего ϕ , которые задают начальный удельный расход смеси ($\rho_m = p_m \mu_0 / (RT_m)$):

$$G_0 = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{0.5(\gamma+1)}{\gamma-1}} \sqrt{\gamma p_m \rho_m} \frac{S_*}{S_0}. \quad (4)$$

Последние четыре — масштабные факторы: отношение ширины кольцевого канала на выходе к ширине на входе Δ_{exit}/Δ , длина канала постоянного сечения L_1 , общая длина камеры L вдоль оси x и период задачи l вдоль оси y .

Последний из перечисленных в (3) параметров — период задачи l является собственным значением математической задачи о непрерывной вращающейся детонационной волне, сформулированной в рамках уравнений Эйлера. Его нельзя задавать произвольно, а

необходимо искать в процессе решения. Непонимание этого основного принципа при численном моделировании непрерывно вращающейся детонации привело авторов работ [12, 13], о чем будет сказано ниже, к результатам расчетов, относящимся к «паразитным» периодическим решениям, которые не описывают реальную непрерывную детонацию в камерах сгорания типа ЖРД.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Для определения влияния на параметры и структуру непрерывной детонации отклонения исходного состава смеси от стехиометрии численное исследование выполнено для смесей четырех составов: две бедные по горючему — $\text{H}_2 + \text{O}_2$ ($\phi = 0.5$); $(4/3)\text{H}_2 + \text{O}_2$ ($\phi = 2/3$); две богатые — $3\text{H}_2 + \text{O}_2$ ($\phi = 1.5$), $4\text{H}_2 + \text{O}_2$ ($\phi = 2$). Исходные константы модели для каждого значения ϕ задавали из табл. 1. С целью последующего анализа результатов расчетов для нестехиометрических смесей и сопоставления их с результатами численного моделирования для стехиометрии [5, 6] расчеты выполнены для цилиндрической камеры при таких же значениях определяющих параметров, как и в [6]:

$$p_m = 10 \text{ атм}, T_m = 300 \text{ К}, \gamma = 1.4, \quad (5)$$

$$S_*/S_0 = 0.0657, \Delta_{exit}/\Delta = 1, L_1 = L = 4 \text{ см}.$$

Для оценки точности получаемых результатов на примере смеси $\text{H}_2 + \text{O}_2$ проведены предварительные расчеты при $l = 5$ см на последовательности сеток с двукратным уменьшением шагов сетки: а) $N_x = 80, N_y = 100$; б) $N_x = 160, N_y = 200$; в) $N_x = 320, N_y = 400$. Будем называть сетку б) базовой.

Выход периодического решения на установившийся детонационный режим в каждый момент времени контролировали по средним за период l значениям параметров, вычисляемых на выходе из камеры (граница Γ_2):

$$\langle G(L, t) \rangle = \frac{1}{l} \int_0^l \rho u dy; \quad V(L, t) = \int \frac{v dG}{\langle G(L, t) \rangle};$$

$$\langle J(L, t) \rangle = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{(p + \rho u^2) dy}{\langle G(L, t) \rangle}.$$

Здесь $\langle G(L, t) \rangle$ — средний удельный расход смеси, $V(L, t)$ — степень вращения газодинамического потока на выходе из камеры сгорания, $\langle J(L, t) \rangle$ — средний удельный импульс на единицу массы смеси. Также вычисляли среднюю за период скорость ПДВ $\langle D \rangle$.

Результаты расчетов для указанной выше последовательности сеток: а) $\langle D \rangle = 1.93$ км/с, $\langle G \rangle = 116.1$ кг/(с·м²), $\langle J \rangle = 2.068$ км/с; б) $\langle D \rangle = 2.03$ км/с, $\langle G \rangle = 117.6$ кг/(с·м²), $\langle J \rangle = 2.072$ км/с; в) $\langle D \rangle = 2.07$ км/с, $\langle G \rangle = 117.7$ кг/(с·м²), $\langle J \rangle = 2.064$ км/с. Выяснено, что самым чувствительным параметром задачи является скорость ПДВ. Так, закругление базовой сетки в два раза (вариант а) приводит к уменьшению расчетной скорости ПДВ $\langle D \rangle$ на 5 %, а ее измельчение в два раза (вариант в) — к росту $\langle D \rangle$ на 1.9 %. При этом интегральные характеристики задачи (удельный расход $\langle G \rangle$ и удельный импульс $\langle J \rangle$) изменяются на порядок меньше. (На последовательности сеток а)–в) отличие указанных величин не более 0.4 %.) Поскольку проводить массовые расчеты на мелкой сетке в) весьма обременительно — время расчетов возрастает в 8 раз, то все расчеты непрерывной детонации, представленные ниже, были проведены на базовой сетке б). Приведенная выше оценка точности на последовательности сеток позволяет утверждать, что расчетная скорость ПДВ может отличаться не более чем на 2 %, а интегральные характеристики задачи определяются с точностью не хуже, чем 0.5 %.

Периодическое решение с ПДВ. Для нахождения периодического решения с ПДВ сначала задаем «пристрелочное» значение периода задачи l . Типичные расчетные зависимости безразмерного давления $P(t) = p(x_1, y_1, t)/p_0$ в фиксированной точке с координатами $(x_1 = 0.5$ см, $y_1 = 0)$ от времени t , отсчитываемого от момента инициирования ПДВ, представлены на рис. 2 для двух нестехиометрических смесей (а — $\phi = 0.5, l = 5$ см, б — $\phi = 2, l = 12$ см). Здесь $p_0 = 1.013 \cdot 10^5$ Па.

Видно, что в обеих смесях давление меняется немонотонно — пульсирует со временем. Причем на ранней стадии процесса (пять-шесть пульсаций) наблюдаются нерегулярные колебания с уменьшающейся амплитудой давления, а затем — периодические колебания со следующими значениями периода Δt , максимальной ($P_{\max} = p_{\max}/p_0$) и минимальной ($P_{\min} = p_{\min}/p_0$) амплитуд и среднего

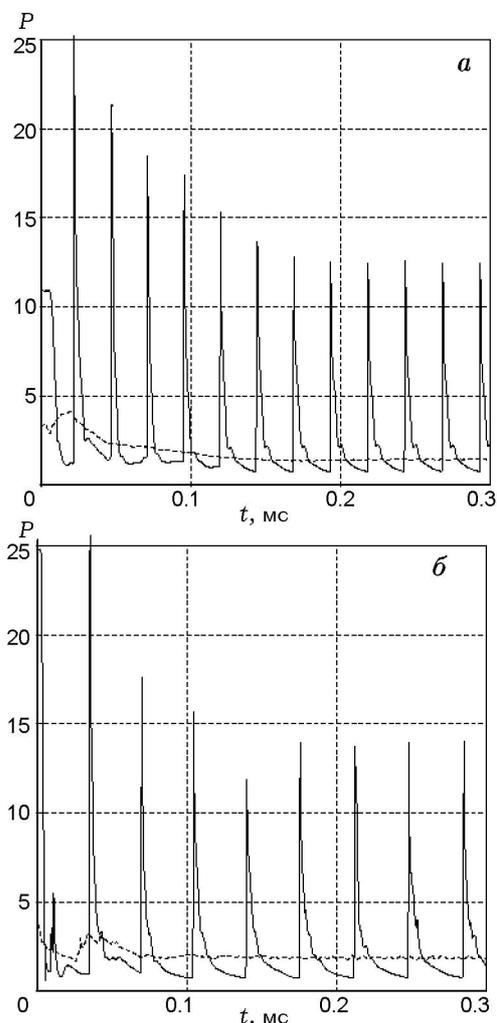


Рис. 2. Зависимости безразмерного давления P от времени t в точке $x_1 = 0.5$ см, $y_1 = 0$ для смеси $\text{H}_2 + \text{O}_2$ при $l = 5$ см (а) и $4\text{H}_2 + \text{O}_2$ при $l = 12$ см (б)

давления на торце камеры сгорания $\langle P \rangle = \frac{1}{lp_0} \int_0^l p(0, y, t) dy$: рис. 2, а — $\Delta t = 24.6$ мкс,

$P_{\max} \approx 12.5$, $P_{\min} \approx 0.75$, $\langle P \rangle = 2.23$; рис. 2, б — $\Delta t = 42.7$ мкс, $P_{\max} \approx 13.7$, $P_{\min} \approx 0.74$, $\langle P \rangle = 2.15$. Зная Δt , можно вычислить среднюю за период скорость ПДВ $\langle D \rangle = l/\Delta t$ и отношение $\langle D \rangle/D_{\text{СЖ}}$. Здесь $D_{\text{СЖ}}$ — скорость идеальной детонации Чепмена — Жуге для водородокислородных смесей [11]. В аналогичных расчетах, выполненных для смесей $(4/3)\text{H}_2 + \text{O}_2$ и $3\text{H}_2 + \text{O}_2$, также был получен выход на периодический режим с непрерывно вращающейся ПДВ.

Результаты расчетов показывают, что при $t > 0.2 \div 0.3$ мс от момента инициирования непрерывной детонации параметры $\langle G(L, t) \rangle$ и $V(L, t)$ выходят на постоянные значения, причем, независимо от параметра ϕ , с точностью $\pm 1\%$ $V(L, t) = 0$. Это означает, что при непрерывном детонационном режиме с ПДВ для любой нестехиометрической смеси $\text{H}_2\text{—O}_2$ в среднем никакого вращения газового потока на выходе из камеры нет. Количественные данные по удельному расходу $\langle G \rangle$, скорости ПДВ $\langle D \rangle$, среднему давлению $\langle P \rangle$ и относительным размерам ПДВ h/l для пяти составов водородокислородной смеси представлены в табл. 2.

Видно, что при фиксированных значениях давления и температуры торможения в системе подачи с ростом коэффициента избытка горючего ϕ при реализации непрерывной детонации средний удельный расход $\langle G \rangle$, так же как и начальный удельный расход G_0 в соответствии с формулой (4), монотонно уменьшаются. Причем всегда $\langle G \rangle < G_0$. Объяснение этого эффекта (см. [6]) связано с тем, что за фронтом ПДВ, пока на торце камеры $p > p_m$,

Таблица 2

Расчетные данные для смесей $\text{H}_2\text{—O}_2$ различного состава ($p_m = 10$ атм, $T_m = 300$ К, $S^*/S_0 = 0.0657$)

Смесь	$\langle G \rangle$, кг/(с · м ²)	$\langle G \rangle/G_0$	$\langle D \rangle$, км/с	$\langle D \rangle/D_{\text{СЖ}}$	$\langle P \rangle$	$\eta = h/l$	l_{\min} , см	$\langle J \rangle$, км/с	J , км/с	$\langle I_{sp} \rangle$, с
$\text{H}_2 + \text{O}_2$	117.6	0.978	2.03	0.875	2.23	0.105	2.9 ± 0.1	2.073	2.098	3592
$4/3\text{H}_2 + \text{O}_2$	108.2	0.985	2.20	0.848	2.29	0.11	2.6 ± 0.1	2.340	2.284	3100
$2\text{H}_2 + \text{O}_2$	97.7	0.977	2.51	0.88	2.35	0.12	3.3 ± 0.1	2.586	2.576	2372
$3\text{H}_2 + \text{O}_2$	84.2	0.966	2.77	0.873	2.23	0.117	5.1 ± 0.1	2.812	2.867	1815
$4\text{H}_2 + \text{O}_2$	79.8	0.978	2.81	0.826	2.15	0.124	10.8 ± 0.2	2.900	3.037	1478

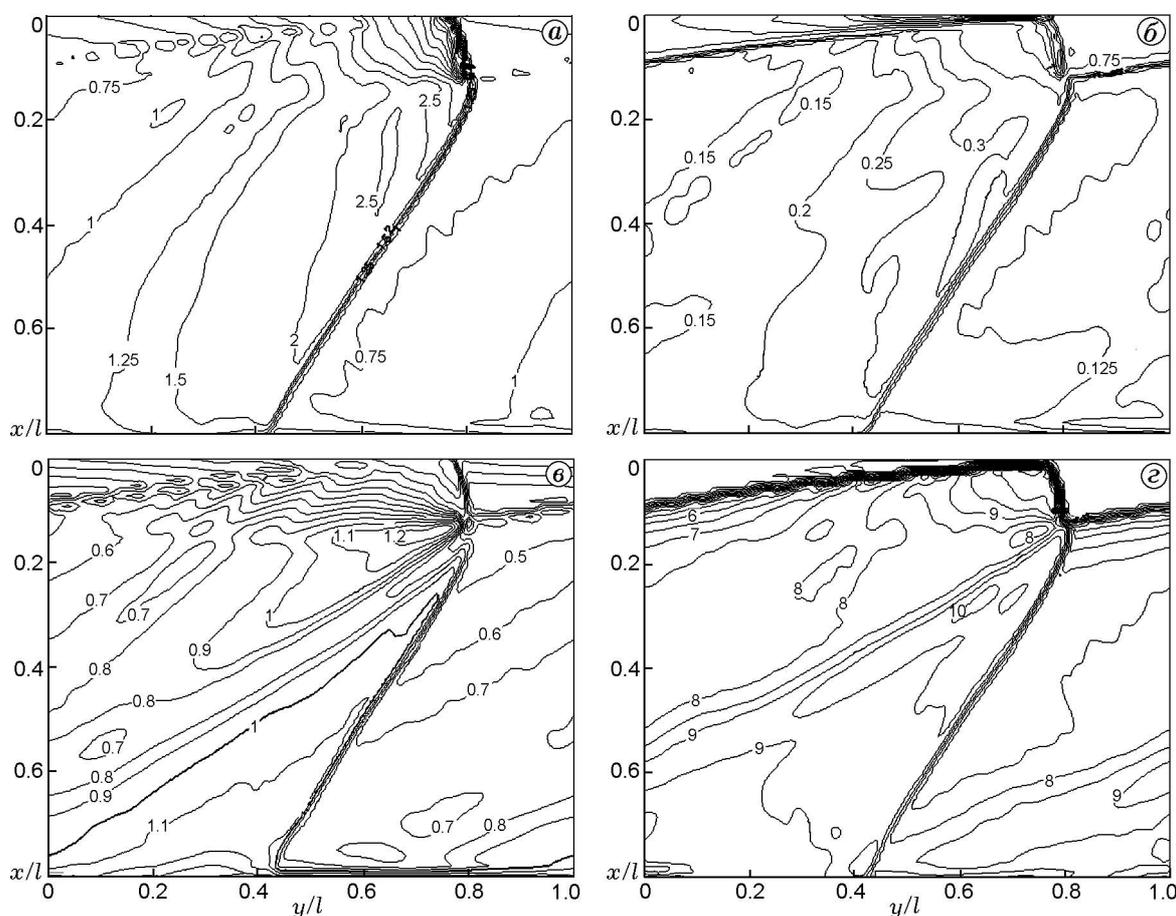


Рис. 3. Двумерная структура непрерывно вращающейся детонации для бедной смеси $\text{H}_2 + \text{O}_2$ ($\phi = 0.5$, $l = 5$ см):

a — изобары, p/p_0 ; *б* — изохоры, ρ/ρ_0 ; *в* — изомахи, $M_x = u/c$; *г* — изотермы, T/T_0

подача смеси в камеру прекращается, а при $p_{cr} < p < p_m$ осуществляется докритический режим истечения из микросопел. Согласно данным табл. 2, при изменении ϕ в четыре раза отношение расходов $\langle G \rangle / G_0$ практически не меняется и находится в диапазоне $\langle G \rangle / G_0 = 0.966 \div 0.985$. Отличие $\langle G \rangle$ от G_0 на $2 \div 4$ % свидетельствует о кратковременности воздействия зоны высокого давления за фронтом ПДВ на систему подачи. С ростом коэффициента ϕ скорость непрерывной спиновой детонации $\langle D \rangle$ монотонно увеличивается, всегда оставаясь меньше скорости D_{CJ} . Причем отношение $\langle D \rangle / D_{CJ}$ меняется незначительно и находится в диапазоне $\langle D \rangle / D_{CJ} = 0.826 \div 0.88$. Также слабо изменяются среднее давление у торца камеры сгорания $\langle P \rangle$ и относительный размер ПДВ h/l . Увеличение ϕ в четыре раза приводит к увеличению h/l только на 18 %.

Структуры ПДВ. Рассмотрим структуру установившегося течения при распространении ПДВ по двум смесям: бедной ($\text{H}_2 + \text{O}_2$, $\phi = 0.5$) и богатой ($4\text{H}_2 + \text{O}_2$, $\phi = 2$) по горючести. Результаты расчетов при значениях определяющих параметров (5) и периоде $l = 5$ см в момент времени $t = 0.362$ мс представлены на рис. 3.

ПДВ движется слева направо со скоростью $D = 2.03$ км/с по треугольной области, содержащей исходную смесь $\text{H}_2 + \text{O}_2$, поступающую через верхнюю границу Γ_1 (граница раздела горючей смеси и продуктов сгорания хорошо видна на рис. 3, б). Относительная высота слоя горючей смеси перед фронтом ПДВ равна $h/l = 0.105$. За волной продукты детонации постепенно расширяются и при давлении продуктов, меньшем давления подачи, отесняются вниз новыми порциями газов. Созда-

ются условия для распространения новой ПДВ на следующем периоде. Вниз от ПДВ отходит косая ударная волна, движущаяся по продуктам детонации. Изобары (рис. 3,а) и изохоры (рис. 3,б) показывают быстрый спад давления и плотности за фронтом ПДВ. Заметим, что перед ПДВ газодинамические параметры неоднородны. На рис. 3,в представлены изомахи для проекции вектора скорости на ось x ($M_x = u/c$). Видно, что в треугольной области перед ПДВ проекция вектора скорости на ось x меньше скорости звука, т. е. в этой области поток дозвуковой. С удалением от Γ_1 вниз по оси x вплоть до $x/l < 0.3$ поток также дозвуковой, за исключением локальной сверхзвуковой зоны протяженностью 0.35 по оси y и 0.2 по оси x в окрестности точки пересечения ПДВ с косой ударной волной, формирующейся за фронтом ПДВ из-за бокового расширения продуктов детонации. При $x/l > 0.3$ за фронтом косой ударной волны начинает формироваться расширяющаяся вниз по потоку сверхзвуковая зона, в которой число Маха постепенно увеличивается и достигает значения $M_x = 1.3$. Из рис. 3,в видно, что на нижней границе Γ_2 реализуется в среднем сверхзвуковое течение. Это означает, что в области решения Ω при распространении ПДВ в бедной ($\phi = 0.5$) смеси реализуется, так же как для стехиометрической смеси [6], трансзвуковой переход. Поэтому никакие звуковые возмущения на выходе из камеры сгорания не могут повлиять на параметры и структуру ПДВ.

Двумерная структура течения смеси $4\text{H}_2 + \text{O}_2$ при значениях определяющих параметров (5) и периоде $l = 12$ см в момент времени $t = 0.407$ мс представлена на рис. 4. Скорость ПДВ $D = 2.81$ км/с. Высота слоя для богатой смеси перед фронтом ПДВ $h = 1.5$ см, это почти в три раза больше, чем для бедной смеси $\text{H}_2 + \text{O}_2$. Отметим, что относительная высота слоя горючей смеси перед фронтом ПДВ при указанных значениях параметров для богатой смеси ($\phi = 2$) равна $h/l = 0.124$, что на 18 % больше, чем для бедной ($\phi = 0.5$). Также за волной продукты детонации постепенно расширяются и при давлении продуктов, меньшем давления подачи, оттесняются вниз новыми порциями газов. Приведенные на рис. 3, 4 двумерные структуры ПДВ в бедной и богатой по горючему смесях $\text{H}_2 - \text{O}_2$ и газодинамическое течение в безразмерных переменных (x/l , y/l) качественно подобны

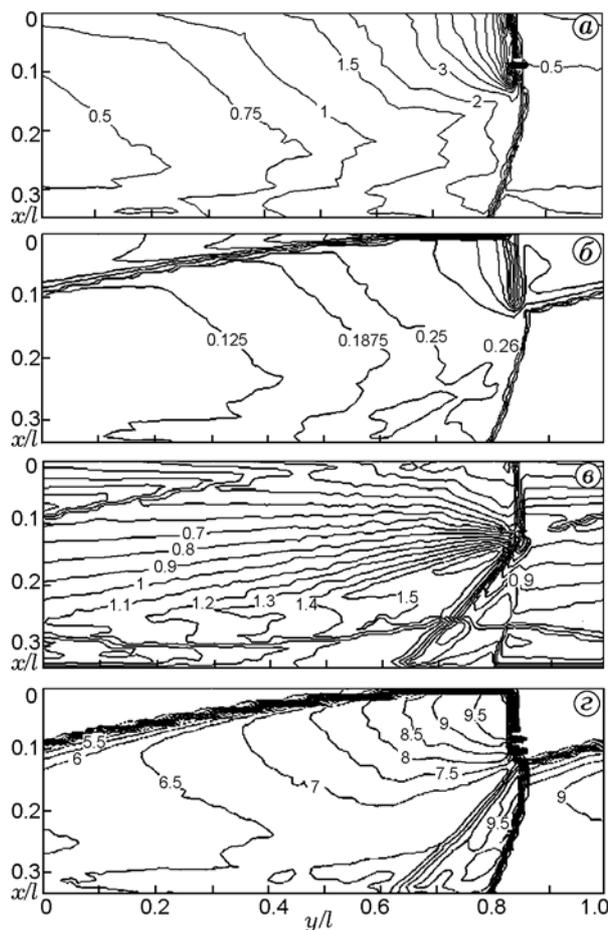


Рис. 4. Двумерная структура непрерывно вращающейся детонации для богатой смеси $4\text{H}_2 + \text{O}_2$ ($\phi = 2$, $l = 12$ см:

а — изобары, p/p_0 ; б — изохоры, ρ/ρ_0 ; в — изомахи, $M_x = u/c$; г — изотермы, T/T_0

структуре ПДВ, полученной ранее численно [6] при $\phi = 1$. Однако из рис. 4 также видно, что в богатых смесях косая ударная волна (шлейф), примыкающая к фронту ПДВ, имеет более выпуклую форму.

Зависимость $l_{\min}(\phi)$. Для того чтобы убедиться, что представленные на рис. 2–4 периодические решения и данные в табл. 2 не относятся к «паразитным» периодическим решениям задачи о непрерывной вращающейся детонации, для каждого из пяти исследованных составов смеси $\text{H}_2 - \text{O}_2$ при фиксированных значениях параметров в системе подачи (5) были рассчитаны собственные значения задачи — минимальный период $l_{\min}(\phi)$. При фиксированном значении ϕ , уменьшая величину периода l , численно решали последовательность периоди-

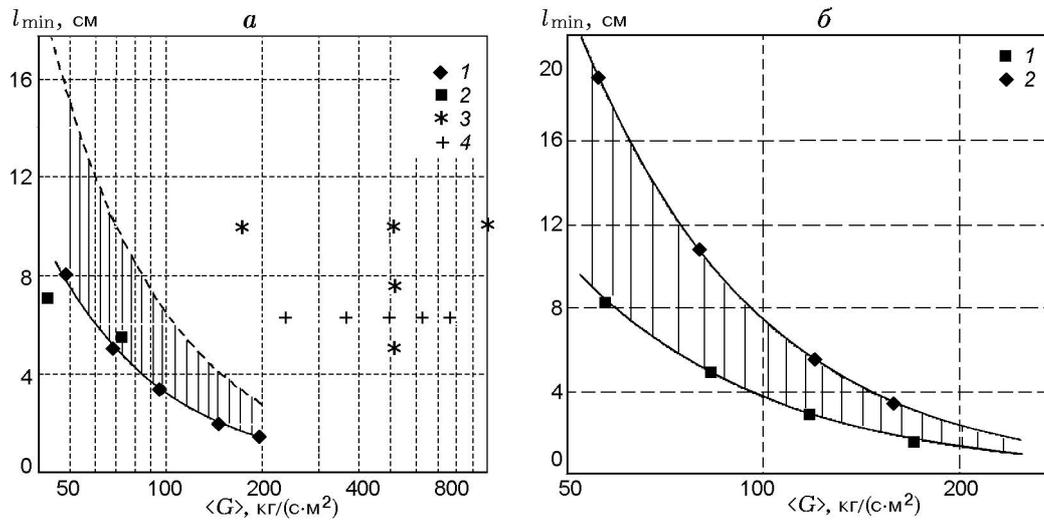


Рис. 5. Зависимости минимального периода задачи l_{\min} от удельного расхода $\langle G \rangle$:
 а — $2\text{H}_2 + \text{O}_2$, 1 — расчетные данные, 2 — эксперимент [5], 3 — [12], 4 — [13], б — 1 — $\text{H}_2 + \text{O}_2$, 2 — $4\text{H}_2 + \text{O}_2$

ческих задач до тех пор, пока не происходил «срыв» ПДВ и унос фронта горения и продуктов сгорания вниз по потоку (см. [6]), тем самым определялся «минимальный» период задачи $l_{\min}(\phi)$, который, естественно, зависит от состава смеси. После нахождения $l_{\min}(\phi)$ определяли допустимую область решений, имеющих физический смысл:

$$l_{\min}(\phi) < l < 2l_{\min}(\phi). \tag{6}$$

Все периодические решения, полученные при $l > 2l_{\min}(\phi)$, являются «паразитными». Наличие «паразитных» периодических решений связано с тем, что газодинамические уравнения Эйлера не содержат механизма размножения ПДВ, который наблюдался в экспериментах [4, 5] при увеличении диаметра камеры или удельного расхода горючей смеси и был обусловлен эффектами вязкости и теплопроводности, имеющими определяющее значение на боковых стенках кольцевой камеры сгорания. Результаты расчетов $l_{\min}(\phi)$, представленные в табл. 2, показывают сильную зависимость $l_{\min}(\phi)$ от параметра ϕ . Причем для богатых смесей с увеличением доли горючего в смеси «минимальный» период задачи монотонно растет.

Тяговые характеристики. При реализации в кольцевой камере сгорания режима непрерывной спиновой детонации представляют интерес тяговые характеристики. Поэтому в каждый

момент времени на выходе из камеры определяли средний за период удельный импульс на единицу массы горючей смеси $\langle J(L, t) \rangle$ и средний удельный импульс на единицу массы горючего $\langle I_{sp} \rangle = \langle J \rangle / (1 - z) / g$. Здесь $g = 9.81 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения. Рассчитанные значения $\langle J \rangle$ и $\langle I_{sp} \rangle$ при длине камеры, равной периоду задачи ($L/l = 1$), приведены в табл. 2. Видно, что с увеличением параметра ϕ удельные импульсы $\langle J \rangle$ монотонно растут, а удельные импульсы $\langle I_{sp} \rangle$ убывают. Для сравнения удельных импульсов также приведены значения удельного импульса J обычного ракетного двигателя в критическом сечении сопла, рассчитанные при тех же средних давлениях в камере сгорания, что и для непрерывного детонационного режима. Расчеты J проведены по программе [14]. Результаты сравнения показывают, что для стехиометрической водородокислородной смеси значения удельных импульсов при непрерывном детонационном сжигании и обычном горении наиболее близки. Для бедных смесей их отличие не превышает 2.3 %. Однако для богатых смесей получено систематическое занижение величин удельного импульса при непрерывном детонационном сжигании по отношению к горению, достигающее 4.7 % при $\phi = 2$.

Зависимость $l_{\min}(\langle G \rangle)$. В результате проведенных нами для бедной ($\phi = 0.5$), стехиометрической ($\phi = 1$) и богатой ($\phi = 2$) смесей расчетов, в которых варьировали давление

Таблица 3

Удельный импульс при непрерывной детонации в зависимости от степени расширения сопла

S_{exit}/S_0	$\langle D \rangle$, км/с		p_c/p_0		$\langle J \rangle$, км/с	
	H ₂ + O ₂	4H ₂ + O ₂	H ₂ + O ₂	4H ₂ + O ₂	H ₂ + O ₂	4H ₂ + O ₂
1	2.03	2.81	2.23	2.15	2.072	2.900
1.5	1.992	2.78	2.23	2.15	2.228	3.110
2	1.992	2.79	2.23	2.15	2.339	3.294
4	1.992	2.79	2.23	2.15	2.534	3.545

торможения смеси p_m в ресивере, получены количественные данные о минимальном периоде задачи l_{\min} .

На рис. 5 представлены расчетные значения минимального периода l_{\min} в зависимости от удельного расхода смеси $\langle G \rangle$ для стехиометрической (рис. 5, а, точки 1) и нестехиометрических (рис. 5, б) смесей. На рис. 5, а также показана допустимая область периодических решений (заштрихована), приведены экспериментальные значения расстояний между соседними ПДВ [5] и расчетные данные [12, 13]. Видно, что значения l_{\min} , во-первых, монотонно убывают с ростом $\langle G \rangle$, во-вторых, коррелируют с имеющимися экспериментальными данными [5]. Также очевидно, что все результаты расчетов авторов работ [12, 13] находятся в области «паразитных» периодических решений и не имеют отношения к реальному режиму непрерывно вращающейся детонации водородокислородной смеси. Наблюдается сильная зависимость l_{\min} от состава смеси. Так, для богатой смеси ($\phi = 2$) минимальный период l_{\min} в рассчитанном диапазоне расходов в 3–4 раза больше, чем для бедной.

Итак, при математическом моделировании и численном решении периодической задачи о непрерывной детонации в кольцевой камере сгорания необходимо сначала вычислять собственное значение задачи l_{\min} , которое позволяет отсечь «паразитные» решения. Кроме того, корреляция (см. рис. 5, а) значений l_{\min} с экспериментом дает основание говорить о правильности используемых нами замыкающих уравнений химической кинетики и достоверности получаемых результатов численного моделирования непрерывно вращающейся детонации.

Влияние степени расширения сопла. Предыдущие расчеты непрерывной детонации проведены для канала постоянного сечения $S(x) =$

const. Напомним, что при обычном горении в ЖРД переход через скорость звука осуществляется только при уменьшении площади проходного сечения на выходе из камеры сгорания до критической с образованием теплонапряженной сужающейся части сопла Лавалья. Анализ структуры ПДВ и газового течения при реализации режима вращающейся детонации (см. рис. 3, 4) показал наличие трансзвукового перехода в канале постоянного сечения как для бедных, так и для богатых смесей. Эта особенность непрерывной спиновой детонации означает возможность добавления к цилиндрической части камеры сгорания простого расширяющегося сопла для увеличения тяги и удельного импульса.

Для получения количественных данных о влиянии степени расширения сопла на динамику течения были проведены расчеты при фиксированных значениях параметров подачи $p_m/p_0 = 10$, $T_m/T_0 = 1$, $S_*/S = 0.0657$ в камере с цилиндрической частью длиной $L_1 = L/2$ с последующим ее расширением в соответствии с зависимостью (2) до площади выходного сечения $S = S_{exit}$. Серия расчетов проведена для бедной ($\phi = 0.5$, $l = 5$ см) и богатой ($\phi = 2$, $l = 12$ см) смесей, в которых варьировали площадь выходного сечения S_{exit} . Некоторые результаты расчетов представлены в табл. 3, а двумерная структура непрерывно вращающейся детонации в расширяющейся камере при $L_1 = 2$ см и $S_{exit}/S_0 = 1.5$ — на рис. 6.

Видно, что аналогично случаю кольцевой цилиндрической камеры (см. рис. 3) ПДВ движется слева направо по треугольной области, содержащей исходную смесь H₂ + O₂, со скоростью $D = 1.99$ км/с. Вниз от ПДВ отходит косая ударная волна, движущаяся по продуктам детонации. Изобары (рис. 6, а) показывают более быстрый спад давления за фронтом ПДВ, чем в кольцевой цилиндрической камере, при-

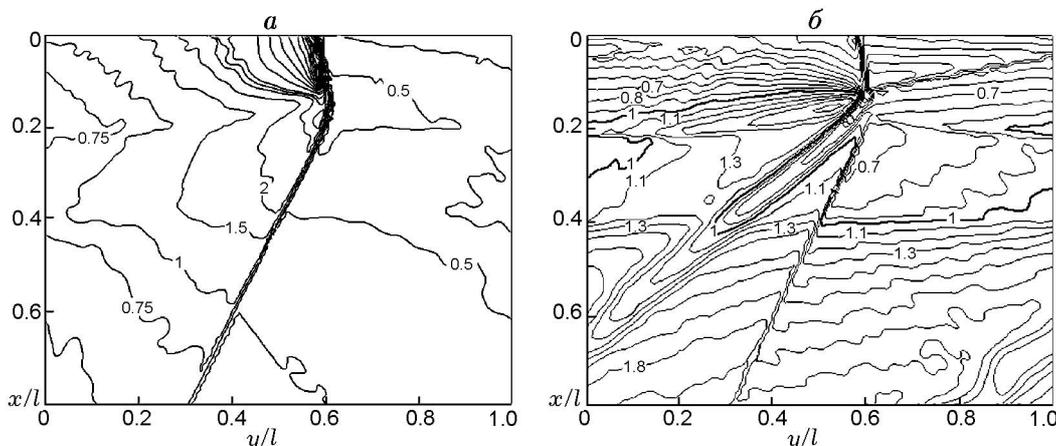


Рис. 6. Двумерная структура непрерывной детонации для бедной ($\text{H}_2 + \text{O}_2$) смеси в расширяющейся камере ($\phi = 0.5$, $l = 5$ см, $L_1 = 2$ см, $S_{exit}/S_0 = 1.5$):

a — изобары, p/p_0 ; *b* — изомахи, $M_x = u/c$

чем на выходе из камеры давление становится меньше 0.5 атм. На рис. 6, *b* представлены изолинии $M_x = u/c$. Видно существенное их отличие от случая кольцевой цилиндрической камеры (см. рис. 3, *b*), особенно в нижней расширяющейся части камеры. Так, всюду при $x/l > 0.4$ реализуется сверхзвуковой в направлении оси x поток, достигающий на выходе за косой ударной волной значения $M_x = 1.9$. Таким образом, нейтральная линия Маха [6], вдоль которой происходит трансзвуковой переход, перемещается по расширяющейся камере вверх по потоку и располагается в части камеры постоянного сечения при $x/l < 0.4$. Поэтому никакие звуковые возмущения, возникающие ниже нейтральной линии в камере сгорания, не могут повлиять на параметры и структуру ПДВ.

Из результатов расчетов следует, что добавление расширяющейся части сопла практически не изменяет скорости непрерывной детонации, среднего давления у верхнего торца камеры (см. табл. 3), размера ПДВ и расхода, поскольку выше нейтральной линии Маха газодинамическое течение не меняется. В то же время удельный импульс $\langle J \rangle$ для любой нестехиометрической смеси монотонно растет с увеличением площади выходного сечения S_{exit} , так же как при обычном горении в ЖРД (см. последний столбец табл. 3). То есть при реализации в камере постоянного сечения непрерывно вращающейся детонации не нужна, в отличие от обычного горения, наиболее теплонпряженная сужающаяся часть сопла, а для увеличения тяги достаточно присоединения к каналу пост-

янного сечения расширяющейся части сопла.

ВЫВОДЫ

1. В рамках двумерной нестационарной газодинамической модели проведено численное моделирование задачи о непрерывно вращающейся детонационной волне в кольцевой камере сгорания типа ЖРД для нестехиометрических ($\phi = 0.5 \div 2$) водородокислородных смесей.

2. Рассчитаны и проанализированы двумерные структуры ПДВ от бедных ($\phi = 0.5$) до богатых по горючему ($\phi = 2$) водородокислородных смесей с трансзвуковым переходом в канале постоянного сечения, которые качественно согласуются со структурой ПДВ в стехиометрической смеси.

3. Анализ результатов ряда расчетных работ по моделированию непрерывной детонации показал ошибочность полученных результатов (получение паразитных решений), поскольку авторы не принимали во внимание тот факт, что задача о непрерывной детонационной волне в газодинамической постановке — это задача на собственное значение.

4. Вычислены значения собственного числа — минимального периода l_{\min} для нестехиометрических водородокислородных смесей в зависимости от удельного расхода. Значения l_{\min} монотонно убывают с ростом удельного расхода смеси, показана их корреляция с экспериментальными данными.

5. Показано, что в кольцевой цилиндрической камере сгорания типа ЖРД при осу-

ществлении непрерывной детонации импульс на единицу массы горючей смеси монотонно увеличивается с ростом коэффициента избытка горючего. Различие удельных импульсов детонационного режима и режима обычного горения для бедных смесей не превышает 2.3 %, для богатых смесей — 4.7 %, для стехиометрической водородокислородной смеси значения наиболее близки.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Войцеховский Б. В.** Стационарная детонация // Докл. АН СССР. — 1959. — Т. 129, № 6. — С. 1254–1256.
2. **Быковский Ф. А., Клопотов И. Д., Митрофанов В. В.** Спиновая детонация газов в цилиндрической камере // Докл. АН СССР. — 1975. — Т. 224, № 5. — С. 1038–1041.
3. **Быковский Ф. А., Митрофанов В. В.** Детонационное сжигание газовой смеси в цилиндрической камере // Физика горения и взрыва. — 1980. — Т. 16, № 5. — С. 107–117.
4. **Vykovskii F. A., Zhdan S. A., Vedernikov E. F.** Continuous spin detonations // J. Propulsion and Power. — 2006. — V. 22, N 6. — P. 1204–1216.
5. **Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф.** Исследование непрерывной спиновой детонации водородокислородных смесей. 1. Камеры кольцевой цилиндрической геометрии // Физика горения и взрыва. — 2008. — Т. 44, № 2. — С. 32–45.
6. **Ждан С. А., Быковский Ф. А., Ведерников Е. Ф.** Математическое моделирование вращающейся волны детонации в водородно-кислородной смеси // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 4. — С. 90–101.
7. **Левин В. А., Коробейников В. П.** Сильный взрыв в горючей смеси газов // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1969. — № 6. — С. 48–51.
8. **Численное** решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин и др. — М.: Наука, 1976.
9. **Колган В. П.** Применение принципа минимальных значений производной к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Учен. зап. ЦАГИ. — 1972. — Т. 3, № 6. — С. 68–77.
10. **Николаев Ю. А., Зак Д. В.** Согласование моделей химических реакций в газах со вторым началом термодинамики // Физика горения и взрыва. — 1988. — Т. 24, № 4. — С. 87–90.
11. **Николаев Ю. А., Топчиян М. Е.** Расчет равновесных течений в детонационных волнах в газах // Физика горения и взрыва. — 1977. — Т. 13, № 3. — С. 393–404.
12. **Davidenko D. M., Gokalp I., Kudryavtsev A. N.** Numerical study of the continuous detonation wave rocket engine // AIAA Paper 2008-2680. — 2008. — P. 1–8.
13. **Shao Y. T., Liu M., Wang J. P., Fujiwara T.** Numerical investigation of continuous detonation engine // Proc. Intern. 22nd ICDERS, Minsk, Belarus, 2009. — CD ROM, N 12.
14. **Трусов Б. Г.** Моделирование химических и фазовых равновесий при высоких температурах // Программный комплекс Астра-4/рс. — М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1991.

*Поступила в редакцию 25/X 2011 г.,
в окончательном варианте — 11/III 2012 г.*