

О РЕЛАКСАЦИОННЫХ АВТОКОЛЕБАНИЯХ В СКВАЖИНЕ С ПЕСЧАНОЙ ПРОБКой

Ю. А. Бувевич (Москва)

В зависимости от условий эксплуатации скважины содержащаяся в ее стволе песчаная пробка может находиться в различных состояниях. При этом сопротивление, оказываемое потоку жидкости скважиной, в которой пробка псевдооживлена, представляется существенно иной функцией дебита, чем сопротивление скважины с плотноупакованной пробкой. Переход от состояния, в котором пробка представляет плотный слой песчаных частиц, к состоянию с псевдооживленной пробкой осуществляется в некотором интервале значений дебита. Сопротивление движению жидкости в стволе скважины при определенных условиях представляется функцией, убывающей с ростом дебита в некотором интервале значений дебита. Последнее приводит к неустойчивости стационарных режимов фонтанирования скважины, характеризующимся значениями дебита, лежащими в этом интервале, и возникновению автоколебательного режима фонтанирования.

В этой работе построена модель стационарной характеристики скважины с песчаной пробкой, и проведено простейшее рассмотрение условий нарушения устойчивости стационарного режима и формы возникающих в результате автоколебательных циклов.

§. 1. Рассматриваем скважину радиуса r_0 и глубины H , в которой находится песчаная пробка. Считаем, что объемная концентрация песка в плотноупакованной пробке $\rho = \rho_*$ (обычно величина ρ_* близка к 0.6), а высота плотноупакованной пробки равна h_0 (обычно h_0 составляет от нескольких десятков до нескольких сотен метров). Давления в устье скважины и на контуре в пласте считаем постоянными и равными соответственно p^0 и p_k . Давление в забое $p_0(t)$ зависит от времени; очевидно, $p_k > p_0(t) > p^0$. Рассмотрим сопротивление, оказываемое стволом скважины потоку жидкости в двух различных режимах работы — с плотноупакованной или псевдооживленной пробкой. Движение жидкости считаем стационарным, а выделением растворенного газа на некоторой глубине в стволе скважины пренебрегаем.

1. Пусть пробка находится в плотноупакованном состоянии. В этом случае полное сопротивление движению складывается из обычного гидравлического сопротивления потоку жидкости в трубе радиуса r_0 и длины $H - h_0$ и сопротивления фильтрации жидкости в пробке. Вводя соответствующие функции от расхода жидкости $\psi(q)$ и $\varphi(q)$, отнесенные к единице длины трубы и нормированные на единицу площади ее поперечного сечения, получим

$$p_0 - p^0 = \psi(q)(H - h_0) + \varphi(q)h_0 + d_1g(H - h_0\rho_*) \quad (1.1)$$

Здесь d_1 — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения, а последнее слагаемое представляет вес столба жидкости на единицу площади поперечного сечения скважины. Обе функции $\varphi(q)$ и $\psi(q)$ можно считать зависящими от q по степенному закону. При ламинарном режиме фильтрации в пробке и турбулентном течении в свободной части скважины имеем $\varphi(q) \sim q$, $\psi(q) \sim q^2$.

2. Если песчаная пробка находится в псевдооживленном состоянии, то полное сопротивление можно представить в виде суммы указанного выше гидравлического сопротивления и сопротивления взвешенного слоя, состоящего из частиц пробки. Последнее с достаточной степенью точности можно считать равным полному весу взвешенных частиц, составляющих пробку. В результате вместо (1.1) имеем

$$p_0 - p^0 = \psi(q)(H - h(q)) + d_1g(H - h_0\rho_*) + d_2gh_0\rho_* \quad (1.2)$$

Здесь d_2 — плотность материала частиц. При не слишком высоких q можно считать [1], что $h(q) - h_0 \ll h_0$, так что $h(q) \approx h_0$. Удобно выбрать такую шкалу давления, чтобы тождественно выполнялось равенство

$$p^0 = -d_1g(H - h_0\rho_*)$$

Тогда из (1.1) и (1.2) получим соответственно соотношения

$$p_0 = F_1(q) = \psi(q)(H - h_0) + \varphi(q)h_0, \quad p_0 = F_2(q) = \psi(q)(H - h_0) + d_2gh_0\rho_* \quad (1.3)$$

Зависимости (1.3) можно, очевидно, использовать и при описании квазистационарных движений, когда $p_0(t)$ и $q(t)$ меняются достаточно медленно. Объемная концентрация песка в псевдооживленной пробке может быть определена из соотношения

$$f(q, \rho) = mg \quad (1.4)$$

Здесь m — масса частицы, f — сила вязкого трения, действующая на каждую частицу со стороны потока жидкости. Для функции $f(q, \rho)$ имеется большое число различных эмпирических представлений [1].

§ 2. Рассмотрим качественно процессы, происходящие при переходе пробки от плотноупакованного к псевдооживленному состоянию. Для этого обратимся к известной зависимости перепада давления во взвешенном слое от расхода жидкой фазы [1,2]. С увеличением q от нуля перепад Δp в плотном слое частиц монотонно возрастает (фиг. 1). При достижении определенного критического значения q_* расхода жидкой фазы и дальнейшем росте q слой начинает псевдооживляться, а перепад Δp падает до значения, равного примерно весу всех частиц слоя. Этому переходному режиму от плотного к взвешенному слою отвечает участок BC кривой на фиг. 1. При $q > q_*$ перепад Δp не зависит от q и лишь при очень высоких q снова начинает убывать, что связывают обычно с выносом отдельных частиц из слоя (область D на фиг. 1). При обратном уменьшении q изображающая точка движется влево по кривой CD , но по достижении точки C , где $q = q_*$, она не выходит на область BC характеристики псевдооживления, а движется по продолжению линии CD вплоть до пересечения с кривой OB в точке A , где $q = q_0$. При дальнейшем уменьшении q значение Δp спадает до нуля по прежней кривой OB . Величина полного изменения перепада давления при переходе из состояния M , где $\Delta p_m = \max \{\Delta p\}$, в состояние C для взвешенного слоя частиц в однородной жидкости составляет обычно несколько процентов от величины Δp в точке C , а задержка псевдооживления, описываемая участком $ABMC$ кривой на фиг. 1, объясняется обычно наличием сил сцепления как между отдельными частицами, так и между частицами и стенками аппарата, в котором производится псевдооживление [1,2]. Если бы эти силы отсутствовали, то переход к псевдооживленному состоянию осуществлялся бы скачком при $q = q_0$.

Заметим, что имели место попытки объяснить наличие дополнительного перепада давления на характеристике псевдооживления ускорением частиц материала при расширении плотного слоя. Очевидно, этот фактор может стать существенным только при очень быстром расширении слоя, имеющем «взрывной» характер. Между тем, дополнительный перепад наблюдается в опытах с достаточно медленным псевдооживлением [1].

Появление гистерезиса на характеристике псевдооживления может быть связано с тем обстоятельством, что характерное время этого изменения мало по сравнению со временем релаксации сил сцепления при установлении контактов между частицами. Кроме того, в экспериментах с частицами, покрытыми пленками одной жидкости и псевдооживленным потоком другой жидкости (например, при псевдооживлении воздухом смоченных частиц), причина гистерезиса может состоять также в том, что при интенсификации процессов переноса с переходом ко взвешенному состоянию происходит частичное утоньшение жидких пленок, связанное с испарением или растворением этих пленок. Заметим, что с переходом от слоя частиц в однородной жидкости к слою смоченных частиц величина дополнительного перепада давления возрастает, а переходный участок $ABMC$ затягивается.

При конечной толщине жидких пленок на поверхностях частиц уже однородное расширение слоя вызывает постепенное уменьшение площади сечения жидких менисков в области контакта частиц. Кроме того, с разрыхлением плотного слоя при $q \gtrsim q_*$ становится возможным образование локальных свищей и каналов, в которых движется избыток псевдооживляющей среды. Эти факторы приводят к тому, что при переходе через критическое значение расхода $q = q_*$ разрыв адгезионных связей осуществляется лишь на некоторой доле, а не на всех контактах между частицами, причем с увеличением q эта доля монотонно приближается к единице, достигая примерно этого значения при $q \approx q_*$. Таким образом, интенсивность адгезионных связей падает до нуля не скачком при $q = q_*$, а постепенно, в некотором интервале значений расхода $q_* < q \leq q_*$. Это и приводит к затяжке падающего участка на характеристике псевдооживления. В этом интервале остающиеся силы сцепления препятствуют дальнейшему расширению слоя и переходу его в псевдооживленное состояние. Достигается равновесие между входящими в (1.4) силами вязкого трения и тяжести и силами сцепления. В области $q > q_*$ силы сцепления перестают играть заметную роль, и зависимость между q и равновесным значением объемной концентрации слоя ρ определяется уравнением (1.4).

В переходной области полная сила, действующая на все взвешенные частицы со стороны потока жидкости, оказывается больше веса всех частиц, составляющих слой. В этой области принципиальную роль играют направленные вниз силы трения частиц о стенки аппарата, препятствующие выносу слоя вверх как целого. Локальные «прорывы» жидкости по случайным каналам способствуют усилению сил трения, так как они ведут к увеличению нормального давления на стенки аппарата. В общем случае, если сил трения недостаточно для удержания слоя, может произойти выброс слоя или его части вверх с установлением режима, напоминающего поршневой. В этом случае возможно резкое падение Δp при $q \approx \text{const}$ на некоторую величину δp , а далее Δp снова изменяется плавно. В дальнейшем возможностью такого скачка перепада давления пренебрегаем, ибо его наличие качественно не изменяет последующих выводов.

Как известно, нефть, фильтрующаяся через песчаную пробку, содержит определенное количество тяжелых фракций (например, асфальтенов и других смол), отличаю

пихся высокими адгезионными свойствами. Эти фракции избирательно адсорбируются на поверхностях частиц с образованием липких пленок, отличных по составу от окружающей нефти. Эти пленки можно рассматривать как некие аналоги жидких пленок на частицах, псевдооживаемых другой жидкостью. Силы сцепления между частицами, покрытыми липкими пленками, резко возрастают по сравнению с силами, действующими между частицами без пленок, и для достаточно мелких частиц могут даже превзойти вес частиц. Поэтому в рассматриваемом случае переход пленки из плотноупакованного в псевдооживленное состояние может еще более затянуться.

Песчаные частицы, составляющие пробку, все время находятся в нефти. Поэтому, отвлекаясь от возможности механического повреждения липких пленок при переходе к псевдооживленному состоянию, можно считать, что их толщина неизменна. Учитывая дополнительно, что время установления адгезионного контакта между жидкими пленками весьма мало, приходим к выводу, что изменение Δp с q управляется одной и той же кривой независимо от направления изменения q , т. е. отмеченный выше гистерезис практически отсутствует.

В рассматриваемой задаче аналогом величины Δp служит давление в забое, а аналогами участков OB и CD на характеристике фиг. 1 — функции $F_1(q)$ и $F_2(q)$ из (1.3). Для получения функции сопротивления $F_3(q)$ в переходной области необходимо в деталях знать состав нефти, адгезионные свойства различных ее фракций и их сродство к материалу частиц, а также микроскопические особенности формы частиц и структуры состояния плотной упаковки. Кроме того, необходимо подробное рассмотрение флуктуационных процессов в переходном режиме. Поэтому теоретический вывод $F_3(q)$ в настоящее время вряд ли возможен; тем не менее, для качественного анализа рассмотрим ниже задачу определения $F_3(q)$ при ряде упрощающих допущений.

§ 3. Рассмотрим изменение сил сцепления при однородном расширении плотного слоя. При таком расширении непосредственные контакты между твердыми поверхностями частиц нарушаются и сменяются контактами между жидкими пленками, окружающими частицы. Для простоты считаем, что частицы представляют собой сферы радиуса a , а минимальное расстояние между их поверхностями при данном расширении слоя, когда еще можно говорить об адгезионном контакте, составляет $2l_2 \ll a$. Заметим, что уже эти предположения соответствуют значительному преувеличению истинной площади адгезионных контактов, так как, во-первых, для слоя частиц неправильной формы величина ρ_* обычно ниже величины ρ_* для слоя идеальных сферических частиц [1], а во-вторых, моделью контакта частиц может служить, скорее, не контакт двух сфер, а контакт острого выступа с плоской твердой поверхностью.

В области контакта имеется мениск, образующийся при слиянии жидких пленок, толщина которых $\lambda \ll a$. Удобно заменить реальный мениск фигурой, сечение которой заштриховано на фиг. 2, изображающей область контакта. Объем половины этой фигуры в предположении, что $l \ll a$, равен

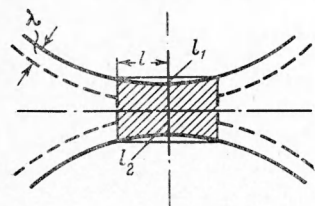
$$\theta \approx \pi l^2 (l_1 + l_2) - \pi l_1^2 a \approx \pi l^2 l_2 + 1/4 \pi l^4 a^{-1}$$

С другой стороны, этот объем должен быть равен объему сегмента, «вырезаемого» из жидкой пленки мениском, т. е.

$$\theta \approx \pi \lambda (l_1^2 + 2l^2) \approx 2\pi \lambda l^2$$

Сравнивая эти выражения, для l и площади одного контакта s получим соотношения (3.1)

$$l \approx 2[a(2\lambda - l_2)]^{1/2}, \quad s \approx 4\pi a(2\lambda - l_2), \quad l_2 \leq 2\lambda$$



Фиг. 2

Заметим, что замена реального мениска рассмотренным объемом также ведет к преувеличению истинной минимальной площади s сечения мениска. Средняя поверхность зернистого материала в расчете на одну частицу равна, очевидно,

$$S \approx S_0 - zs + 2\pi l (l_1 + l_2 - \lambda) z \approx S_0 - 4\pi za(2\lambda - l_2) Y(2\lambda - l_2) \\ S_0 = 4\pi (a + \lambda)^2 \approx 4\pi a^2 \quad (3.2)$$

Здесь z — координационное число решетки, имитирующей данную упаковку плотного слоя (число контактов, в которых в среднем участвует одна частица), $Y(x)$ — функция Хевисайда.

Потенциальную энергию U , ассоциируемую с существованием адгезионных сил сцепления в слое, в расчете на одну частицу можно представить в виде

$$U = - (S_0 - S) \kappa \sigma = -4\pi za(2\lambda - l_2) \kappa \sigma Y(2\lambda - l_2) \quad (3.3)$$

Здесь σ — поверхностное натяжение на границе липкая пленка — окружающая среда; κ — коэффициент, учитывающий сделанные приближения. Грубая оценка показывает, что κ примерно на порядок меньше единицы. Кроме того, если учесть в κ тот факт, что разрыв адгезионных связей происходит первоначально по наиболее слабым контактам, а распределение контактов по средней площади сечения менисков в реальных случаях должно характеризоваться большой дисперсией, то κ , по-видимому, ниже единицы на два-три порядка или даже больше.

Обобщенная сила, возникающая при изменении расстояния между частицами δl_2 и отнесенная к одной частице, согласно (3.3), равна

$$X' = 4\pi z\kappa\sigma\Upsilon (2\lambda - l_2) \quad (3.4)$$

Таким образом, в приближении однородного расширения слоя частиц потенциальная энергия U из (3.3) линейно зависит от l_2 (пунктир на фиг. 3), а сила X' из (3.4) постоянна при $l_2 < 2\lambda$; при $l_2 > 2\lambda$ обе эти величины обращаются в нуль. В действительности, с ростом отклонения концентрации от величины ρ_* в системе появляются флуктуации ρ , интенсивность которых резко возрастает с увеличением указанного отклонения. Эти флуктуации приводят к нарушению однородности расширения, каналообразованию и т. п. В результате вместо одного вполне определенного значения l_2 , характеризующего слой на данной стадии расширения, появляется целый спектр возможных значений l_2 , описывающих расстояние между различными конкретными частицами. В частности, если даже $l_2 \geq 2\lambda$, в системе все еще имеются адгезионные контакты, приводящие к отличию эффективной силы X' от нуля. Иными словами, энергия U возрастает с ростом средней l_2 медленнее, чем по закону (3.3) (см. сплошную кривую на фиг. 3), а сила X' монотонно убывает от максимального значения, определяемого выражением (3.4) (так как при $l_2 \approx 0$ флуктуации отсутствуют и расширение можно считать однородным), до нуля при $l_2 \rightarrow \infty$. Это можно учесть, введя в (3.3) и (3.4) вместо функции Хевисайда монотонно возрастающую функцию $G(\rho)$ ($G(\rho_*) = 1$).

Вместо l_2 в качестве обобщенной координаты можно ввести ρ или удельный объем частицы ϕ . Рассматривая функции $\rho(l_2)$ и $\phi(l_2)$, нетрудно получить выражения для соответствующих обобщенных сил

$$X = X' (d\rho/dl_2)^{-1}, \quad X'' = X' (d\phi/dl_2)^{-1}$$

Умножая X'' на счетную концентрацию частиц n , получим выражение для эффективного давления системы упакованных частиц, рассматриваемых в приближении сплошной среды. Именно это давление, обусловленное наличием сил сцепления, препятствует «разрыву» такой сплошной среды, т. е. переводу частиц во взвешенное состояние. В этой связи действующая на частицы внешняя сила может рассматриваться, грубо говоря, как отрицательное давление.

Пусть при некотором расходе q достигается равновесное состояние песчаной пробки с концентрацией $\rho = \rho(q)$. Это состояние определяется, очевидно, равенством виртуальной работы внешней силы δA и изменения δU потенциальной энергии системы. Работа δA силы $f - mg$ на перемещениях частиц, соответствующих расширению пробки (так что ее концентрация изменяется на $\delta\rho$), после вычислений принимает вид

$$\delta A \approx -\frac{2}{3} \frac{a^3}{\rho^2 r_0^2} N (f(q, \rho) - mg) \delta\rho$$

Здесь N — полное число песчаных частиц в пробке. Учитывая, что $\rho \sim (a + l_2)^3$, для δU из (3.3) получим

$$\delta U \approx -\frac{4}{3} \pi \rho^{-1} a^2 z \kappa \sigma N G(\rho) \delta\rho$$

Отсюда имеем уравнение для определения зависимости $\rho = \rho(q)$

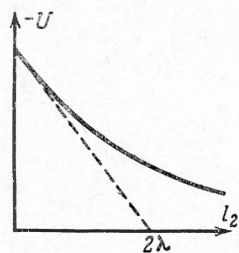
$$f(q, \rho) = mg + 2\pi \rho a^{-1} z \kappa \sigma G(\rho) = \chi(\rho) \quad (3.5)$$

В области развитого псевдооживления ($G \approx 0$) уравнение (3.5) совпадает с уравнением (1.4). Наличие сил сцепления между частицами оказывается существенным при переходе к взвешенному состоянию, если

$$\tau = z\kappa\sigma \geq \frac{2}{3} a^4 g \rho_*^{-1} d_2 \quad (3.6)$$

Легко видеть, что это условие выполняется в широком диапазоне величин a , σ и т. д.

Решение (3.5) определяется точками пересечения кривых $f(q, \rho)$ с кривой $\chi(\rho)$, а решение (1.4) — точками пересечения кривых f с осью абсцисс (см. фиг. 4; начало оси ординат выбрано в точке $\chi = mg$, $q_n > \dots > q_2 > q_1 > q_*$). Значению q_0 расхода, введенному на фиг. 1, соответствует точка $\rho = \rho_*$ на оси абсцисс фиг. 4. Функция $\chi(\rho)$ для однородного расширения представлена на фиг. 4 пунктиром.



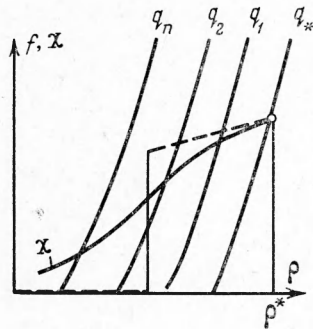
Фиг. 3

Для искомой функции сопротивления $F_3(q)$ скважины в переходном режиме получим выражение (3.7)

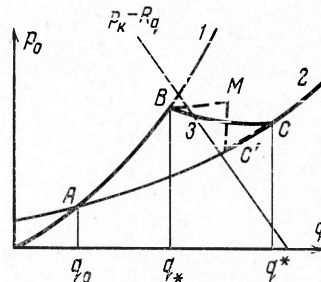
$$p_0 = F_3(q) \approx \psi(q)(H - h_0) + n_* \chi(\rho) = \psi(q)(H - h_0) + d_2 g h_0 \rho_* + 2\pi n_* \rho a^{-1} \tau G(\rho)$$

Здесь n_* — счетная концентрация частиц в состоянии плотной упаковки. Появление участка с отрицательным наклоном на характеристике скважины $F(q)$ возможно, если второй и третий члены в (3.7) сравнимы по величине и выполняется условие (3.6). Интервал расходов, на котором $F(q)$ аномальна, определяется, очевидно, величиной λ и уровнем развития флуктуационных процессов в системе.

Стационарная характеристика скважины представлена на фиг. 5; кривые 1, 2 и 3 соответствуют функциям $F_1(q)$, $F_2(q)$ и $F_3(q)$ из (1.3) и (3.7). Наклон кривой справа от точки B определяется соотношением между различными членами в (3.7) при $\rho = \rho(q_*) = \rho_*$. Приближению однородного расширения слоя на фиг. 5 отвечает пунктирная кривая BMC' со скачком $M \rightarrow C'$.



Фиг. 4



Фиг. 5

§ 4. Предположим, что наполненный пласт горизонтален, ограничен сверху и снизу непроницаемыми пластами и имеет мощность L , совпадающую с длиной забойного участка скважины. Уравнение нестационарной фильтрации (в упругом режиме) в пласте запишется в виде

$$\alpha \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right), \quad \alpha = \frac{m\mu c}{k}, \quad c = \frac{1}{d_1} \frac{dp}{d(d_1)} \quad (4.1)$$

Здесь μ — вязкость жидкости, m — пористость, а k — проницаемость пласта, c — сжимаемость жидкости, $p(t, r)$ — давление в пласте. Граничные условия запишем в виде

$$p(t, r_k) = p_k, \quad p(t, r_0) = p_0(t) \quad (4.2)$$

Начальные условия могут быть сформулированы, вообще говоря, произвольно. Объемный расход (дебит скважины) равен

$$q(t) = 2\pi r_0 L \frac{k}{\mu} \frac{\partial p(t, r)}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = \frac{r_0}{\omega} \frac{\partial p(t, r)}{\partial r} \Big|_{r=r_0} \quad (4.3)$$

В стационарном режиме имеем из (4.1) — (4.3) соотношения

$$p(t, r) = P(r), \quad q(t) = Q, \quad P(r_0) = p_k - RQ, \quad R = \omega \ln(r_k / r_0) \quad (4.4)$$

Здесь R — постоянное сопротивление пласта, а величины Q и $P_0 = P(r_0)$ определяются пересечением линейной характеристики пласта (4.4) с характеристикой скважины $F(q)$ на фиг. 5. При малых R и наличии падающего участка на кривой $F(q)$ возможны, вообще говоря, три различных стационарных режима фонтанирования скважины. Для простоты ниже полагаем, что реализуется только один стационарный режим.

Динамическое поведение величин $p_0(t)$, $q(t)$ при отклонении от стационарного состояния определяется ускорением жидкости и частиц песка в стволе скважины, нестационарным процессом перестройки поля давления в пласте и конечностью скорости распространения возмущений. В соответствии со сказанным в § 1 о величине $h(q)$, считаем, что ускорением частиц можно пренебречь. Кроме того, пренебрегаем временем распространения возмущений и сжимаемостью нефти в стволе скважины. Тогда, используя второй закон Ньютона, получим уравнение, описывающее динамику изменения расхода жидкости в стволе скважины

$$\beta dq/dt = p_0(t) - F(q), \quad \beta \approx \pi r_0^2 (H - h_0 \rho_*) d_1 \quad (4.5)$$

Исследуем устойчивость стационарных режимов. Для этого используем метод, развитый в работе [3] при изучении нестационарных режимов фонтанирования. Предполагая отклонения забойного давления и дебита от стационарных значений малыми, имеем из (4.1) — (4.3) и (4.5) соотношения

$$\alpha \frac{\partial \Delta p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Delta p}{\partial r} \right), \quad \Delta q = \frac{r_0}{\omega} \frac{\partial \Delta p}{\partial r} \Big|_{r=r_0}$$

$$\Delta p(t, r_k) = 0, \quad \Delta p(t, r_0) = \Delta p_0, \quad \beta \frac{d\Delta q}{dt} = \Delta p_0 - F' \Delta q, \quad F' = \frac{dF}{dq} \Big|_{q=Q}$$

Соответствующее характеристическое уравнение имеет вид

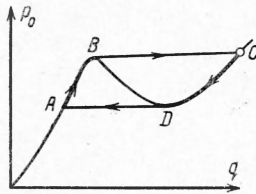
$$r_0 (\beta \gamma + F') \sqrt{\alpha \gamma} [I_0(r_k \sqrt{\alpha \gamma}) K_1(r_0 \sqrt{\alpha \gamma}) + I_1(r_0 \sqrt{\alpha \gamma}) K_0(r_k \sqrt{\alpha \gamma})] - \omega [I_0(r_0 \sqrt{\alpha \gamma}) K_0(r_k \sqrt{\alpha \gamma}) - I_0(r_k \sqrt{\alpha \gamma}) K_0(r_0 \sqrt{\alpha \gamma})] = 0 \quad (4.6)$$

Здесь γ — обычная характеристическая переменная ($\Delta q \sim \Delta p_0 \sim e^{\gamma t}$).

Использованный в [3] метод состоит во введении новой переменной $u = r_0 \sqrt{\alpha \gamma}$, так что условие устойчивости принимает вид $|\arg u| > 1/4\pi$. При $\beta = 0$ корни γ уравнения (4.6) действительны, так как они представляют собой собственные значения самосопряженной задачи Штурма-Лиувилля, и соответствующие значения u лежат на мнимой оси. Переход в область значений параметров задачи, где условие устойчивости нарушается, в силу действительности γ возможен только в точках $\gamma = 0$ или $\gamma = \infty$. Используя разложения бесселевых функций в (4.6) при малых и больших значениях аргумента, получим условие на F' , определяющее область устойчивости,

$$F' > 0, \quad \text{или} \quad F' < -\omega \ln(r_k / r_0) \quad (4.7)$$

При этом при нарушении второго условия (4.7) потеря устойчивости происходит по отношению к сколь угодно низкочастотным возмущениям [3]. При $\beta \neq 0$, что соответствует учету динамических процессов в стволе скважины, второе условие (4.7) сохраняет свою форму, а первое заменяется на $F' > F'_0 \neq 0$. Уравнение для определения F'_0



Фиг. 6

легко получается из (4.6), если учесть, что в точке перехода в область неустойчивости $u = v + iv$, где v действительно [3].

Таким образом, при определенных F' стационарный режим работы скважины неустойчив и сменяется нестационарным автоколебательным режимом. В связи с изменением качества пробки за время автоколебательного цикла, эти автоколебания следует отнести к релаксационному типу. Изображающая точка на фазовой плоскости фиг. 5 попеременно выходит в области $q < q_*$ и $q > q_*$ фазовой плоскости и остается в этих областях в течение промежутков времени, имеющих порядок характерного времени, необходимого для изменения состояния пласта в окрестности забойного участка скважины. Последнее время можно считать значительно выше характерного времени изменения режима течения в скважине [3], поэтому в указанных областях можно считать, что сопротивление ствола скважины достаточно точно описывается стационарной характеристикой $F(q)$. Наоборот, изменение состояния песчаной пробки происходит за время, имеющее тот же порядок, что и характерное время скважины. Поэтому, с точки зрения процессов в пласте, изменение состояния пробки можно рассматривать как происходящее скачкообразно при постоянном давлении в забое [3]. Примерный вид автоколебательного цикла показан на фиг. 6. Участок AB этого цикла, соответствующий работе скважины с плотноупакованной песчаной пробкой, заменяет в данном случае участок на оси ординат фиг. 6, соответствующий срыву фонтанирования и характерный для рассмотренных в [3] автоколебаний, обусловленных выделением растворенного газа на некоторой глубине в стволе скважины. Эта особенность позволяет, вообще говоря, указать, какой тип автоколебаний реализуется при фонтанировании той или иной конкретной скважины. Ясно, что с изменением пластовых условий (например, при понижении контурного давления) стационарный режим работы скважины может смениться нестационарным автоколебательным и далее — опять стационарным.

Автор благодарит Г. И. Баренблатта, В. М. Ентова и А. Х. Мирзаджанзаде за ценные советы.

Поступила 1 I 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. З а б р о д с к и й С. С. Гидродинамика и теплообмен в псевдоожигенном (кипящем) слое. Госэнергоиздат, 1963.
2. V a e r n s M. Effect of Interparticle Adhesive Forces on Fluidization of Fine Particles. Ind. Engng Chem. Fundament., 1966, v. 5, No. 4.
3. Е н т о в В. М. О нестационарных процессах при фонтанировании скважин. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 2.