

УДК: 621.452.225

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОБОДНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ ПРИ ОБТЕКАНИИ ДВУГРАННЫХ УГЛОВ\*

Ю.П. ГУНЬКО, А.Н. КУДРЯВЦЕВ

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

Проведено численное исследование невязких сверхзвуковых течений в двугранных углах, образованных пересекающимися клиньями сжатия. В обычных условиях течения в таких угловых конфигурациях являются конически автомодельными, и развитие вниз по потоку структуры взаимодействия скачков, образуемых клиньями, в их поперечном сечении происходит в области, ограниченной стенками и сужающейся к ребру угла, и в этом смысле указанное взаимодействие скачков подвержено влиянию ребра. Рассмотрены угловые течения с взаимодействием падающих от клиньев скачков, не подверженным “влиянию ребра”, то есть свободным. Это обеспечивается тем, что рассматриваются угловые конфигурации, выполненные с постепенно расширяющимся вырезом вдоль ребра угла таким образом, что образующиеся в результате взаимодействия отраженные скачки попадают в вырез, не падая на стенки. Этим исключается влияние ребра обтекаемого двугранного угла на взаимодействие плоских скачков уплотнения, образуемых клиньями.

Рассмотрены невязкие течения, симметричные относительно бисекторной плоскости двугранного угла. Расчеты показали, что в случаях свободного взаимодействия скачков в угловых конфигурациях с вырезом, в отсутствие влияния ребра угла, если эти взаимодействия являются нерегулярными, формируются практически те же структуры поперечных течений, как и в исходных угловых конфигурациях без выреза.

Рассмотрены условия обтекания угловых конфигураций, при которых взаимодействие скачков соответствует критерию механического равновесия Неймана. Эти условия эквивалентны тем, которые имеют место в плоских стационарных течениях, когда возможен гистерезис смены режимов регулярного и нерегулярного отражения скачков при прямом и обратном ходе изменения параметров обтекания — числа Маха и угла наклона клиньев. Проведенные расчеты показали, что в рассматриваемых угловых течениях для конфигураций с вырезом гистерезис возможен, но он должен сопровождаться отсоединением скачков от вершины двугранного угла и разрушением конической структуры течения.

Рассматривается обтекание стационарным сверхзвуковым потоком двугранных углов, образованных пересекающимися клиньями сжатия, т. е. течения в угловых конфигурациях или просто угловые течения. На рис. 1 показан общий вид угловой конфигурации. Положение клиньев задается углами ( $V$ -образности  $\nu$  и стреловидности  $\chi$ ) их передних кромок в декартовой системе координат, задается также угол клиньев ( $\theta_{wn}$ ), измеряемый по нормали к передней кромке. Рассматриваются течения, симметричные относительно бисекторной плоскости двугранного угла. Невозмущенный поток, набегающий на конфигурацию, предполагается направленным вдоль оси абсцисс. Плоские скачки уплотнения, образующиеся на клиньях сжатия ( $i$ -скачки), пересекаются и взаимодействуют между собой внутри угла. Потоки за этими скачками направлены под углом скольжения к линии пересечения, и поэтому взаимодействие скачков является,

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №04-01-00532).

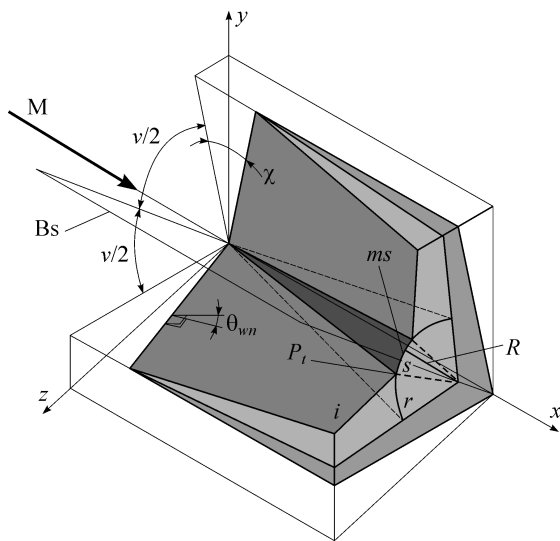


Рис. 1. Схема углового течения с нерегулярным отражением скачков.  $v$  — угол  $V$ -образности,  $\chi$  — угол стреловидности,  $\theta_{wm}$  — угол клина по нормали к его передней кромке,  $i$  — падающий скачок,  $r$  — отраженный скачок,  $ms$  — маховский скачок,  $s$  — контактный разрыв,  $P_t$  — тройная точка маховской конфигурации скачков,  $R$  — ребро угла,  $Bs$  — бисекторная плоскость.

в общем, трехмерным. Если течение симметрично относительно бисекторной плоскости двугранного угла, то скачки, исходящие от клиньев, можно рассматривать как падающие на эту плоскость и отражающиеся

от нее; при этом возможны режимы как регулярного, так и нерегулярного отражений. В последнем случае (рис. 1) возникает так называемая маховская структура скачков, включающая центральный маховский скачок  $ms$ , скорость потока за которым в поперечном сечении является дозвуковой, и отраженные  $r$ -скачки. Последние исходят из так называемых тройных точек  $P_t$  пересечения падающих, отраженных и маховских скачков ( $i$ -,  $r$ -,  $ms$ -скачков). Экспериментальные и теоретические исследования свойств угловых течений ведутся в течение многих лет (см. обзор в [1]), их численное моделирование осуществлялось как в невязком приближении в рамках уравнений Эйлера, так и путем решения уравнений Навье–Стокса. Несмотря на достаточно большое число работ, посвященных исследованиям течений в двугранных углах, многие особенности формирования сложных систем пространственно взаимодействующих скачков уплотнения, возникающих в этих конфигурациях, по-прежнему не изучены.

Невязкие течения в рассматриваемых угловых конфигурациях являются конически автомодельными. Это, в частности, позволяет упростить численное решение задачи об определении углового течения и свести его к интегрированию двумерных уравнений течения в конических координатах с установлением по времени. Как отмечено в [1], такой подход к решению задачи широко использовался в ранних исследованиях угловых течений. В последнее время получил распространение другой подход с использованием маршевого метода для интегрирования трехмерных стационарных уравнений Эйлера, и решение находится процессом установления по продольной координате  $x$ . Именно в такой невязкой постановке задачи авторами проведены численные расчеты по определению структуры угловых течений в широком диапазоне параметров [1–3]. Эти исследования показали, что типы нерегулярного отражения скачков, которые наблюдаются в поперечном сечении угловых конфигураций, аналогичны тем, которые возникают в плоских течениях при так называемом псевдостационарном (нестационарном, но автомодельном по переменным  $x/t$ ,  $y/t$ ) отражении ударных волн от клина, — это одиночное, переходное и двойное маховские, а также неймановские отражения. В то же время очевидно, что детальная структура углового течения с тем или иным типом отражения скачков должна отличаться

от аналогичного плоского нестационарного течения. Следует отметить, что в работе [1] были получены и некоторые типы нерегулярного отражения, не встречавшиеся в двумерных течениях.

С первых работ по численным исследованиям невязких угловых течений возник вопрос о возможном отличии их структур от тех, которые получаются экспериментально в условиях реального вязкого течения. Обзор данных, имеющихся по этому вопросу, представлен в работе [4]. В ряде ранних работ были выполнены сопоставления вязких и невязких структур угловых течений лишь с наиболее простым одиночным маховским отражением скачков. В [4] выполнено более широкое и последовательное такое сопоставление для угловых течений со всеми типами взаимодействия скачков, наблюдавшимися в [1]. Общие результаты этих сопоставлений подтверждают, что основные свойства угловых течений со скачками уплотнения, установленные численно в невязкой постановке, аналогичны тем, которые получены экспериментально при больших числах Рейнольдса. Так в случаях одиночного маховского отражения структура течения вне пограничного слоя, по сути, не зависит от вязких эффектов, и в области взаимодействия падающих скачков течение остается близким к конически инвариантному. Что оправдывает численное изучение взаимодействия скачков в угловых течениях в невязком приближении. Более того, именно изучение свойств, не осложненных эффектами вязкости, способствует лучшему пониманию явлений, возникающих в течениях с трехмерным взаимодействием ударных волн.

Можно предполагать, что основным фактором, определяющим различия структуры отражения скачков в трехмерных угловых и плоских псевдостационарных невязких течениях, является то, что они формируются в различных условиях. Отражение ударных волн от клина в плоском течении обычно рассматривается в условиях, при которых распространение отраженных скачков вниз по потоку ничем не ограничено. В угловых же течениях область распространения основных отраженных  $r$ -скачков в поперечном сечении ограничена стенками двугранного угла, и может происходить, например, вторичное отражение скачков от стенок угла. Ограниченность области течения особенно существенна в случае нерегулярного отражения скачков от бисекторной плоскости, когда формируется маховский скачок  $ms$ , скорость потока за которым в поперечном направлении является дозвуковой. Следовательно, возмущения, идущие от ребра двугранного угла, могут оказывать влияние на формирование системы с нерегулярным или маховским взаимодействием скачков.

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящей работе рассматриваются невязкие угловые течения в условиях, исключающих влияние ребра угла на взаимодействие падающих скачков или их отражение от бисекторной плоскости. Взаимодействие падающих скачков в этих случаях можно назвать свободным. Оно достигается тем, что в угловых конфигурациях выполнен постепенно расширяющийся вырез вдоль ребра угла (рис. 2). Заметим, что коническая автомодельность невязкого течения при этом сохраняется. Положение стреловидных кромок  $e$ , определяющих поперечный размер выреза, должно выбираться, как минимум, таким образом, чтобы основные отраженные  $r$ -скачки не испытывали вторичных отражений от стенок и, проникая в область выреза, распространялись далее во внешний поток, который, как предполагается, обтекает тыльную сторону угловой конфигурации. Из условий задачи следует, что кромки  $e$  выреза будут сверхзвуковыми по отношению к потоку за  $i$ -скачками, формирующимися на передних кромках клиньев. Очевидно, что от кромок выреза будут исходить центрированные волны разрежения, которые

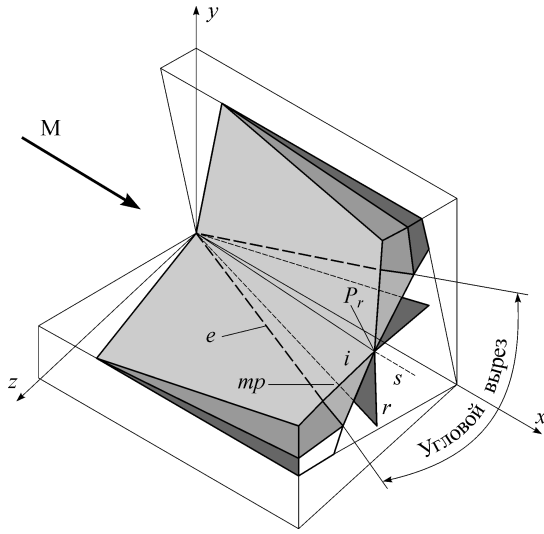


Рис. 2. Схема течения в угловой конфигурации с вырезом.

$P_r$  — точка пересечения скачков,  $e$  — кромка углового выреза,  $mp$  — предельная плоскость влияния возмущений, исходящих с кромки выреза.

падают на основные отраженные  $r$ -скачки, искривляют их и влияют на всю область течения за этими скачками. На рис. 2 для этих волн показаны плоскости  $mp$ , ограничивающие область распространения слабых возмущений от выреза (плоскость  $mp$  является огибающей для конусов Маха, построенных для каждой точки рассматриваемой

кромки выреза). Ниже будут представлены результаты расчетов, выполненных для конфигураций с вырезами, размеры которых выбраны таким образом, чтобы плоскости  $mp$  проходили через линию пересечения падающих  $i$ -скачков — точку  $P_r$  в поперечном сечении. Заметим, что реальное пересечение скачков соответствует линии, определяемой точкой  $P_r$ , только в случае их регулярного отражения. При нерегулярном отражении скачков эта линия будет гипотетической.

При численном моделировании решались нестационарные уравнения Эйлера, переписанные в конических координатах  $\tau = t/x$ ,  $\eta = y/x$ ,  $\zeta = z/x$ ,  $(\partial/\partial x)_{\tau,\eta,\zeta} \equiv 0$ .

Они имеют вид:

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial \zeta} + 2E = 0, \quad (1)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \\ \rho \end{bmatrix}, \quad \bar{F} = \begin{bmatrix} \rho u \bar{v} \\ \rho v \bar{v} + p \\ \rho w \bar{v} \\ (e+p) \bar{v} \\ \rho \bar{v} \end{bmatrix}, \quad \bar{G} = \begin{bmatrix} \rho u \bar{w} \\ \rho v \bar{w} \\ \rho w \bar{w} + p \\ (e+p) \bar{w} \\ \rho \bar{w} \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} \rho u^2 + p \\ \rho u v \\ \rho u w \\ (e+p) u \\ \rho u \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Здесь  $\rho$ ,  $p$ ,  $e$  — плотность, давление и полная энергия,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  — декартовы компоненты вектора скорости,  $\bar{v} \equiv v - \eta u$ ,  $\bar{w} \equiv w - \zeta u$ .

Численная схема для решения конических уравнений Эйлера (1) может быть легко построена исходя из алгоритма для общих трехмерных уравнений

$$\partial Q / \partial t + \partial E / \partial x + \partial F / \partial y + \partial G / \partial z = 0, \quad (3)$$

если использовать коническую (пирамидальную) расчетную сетку, образованную пересечением плоскостей  $x = \text{const}$  с выпущенными из начала координат лучами, вдоль которых решение постоянно. Достаточно рассмотреть один слой (с размером  $h$  вдоль  $x$ ) расчетных ячеек сетки. Газодинамические величины на передних

и задних гранях ячеек, перпендикулярных оси  $x$ , одинаковы, разность потоков через них равна  $ES [(1+h)^2 - 1] \approx 2ESh$ , где  $S$  — площадь передней грани. При этом вектор  $E$  может быть вычислен аналитически в соответствии с (2). Потоки через боковые грани вычисляются так же, как это делается в трехмерной схеме, т. е. путем решения задачи о распаде разрыва или другим способом, используемым в схемах сквозного счета. Разница лишь в том, что векторы площадей боковых граней могут быть теперь выражены через координаты узлов, лежащих в плоскости передней грани, так что фактически используется двумерная расчетная сетка. Множитель  $h$  сокращается в окончательных формулах, которые, как можно показать, сводятся к интегральной форме уравнений (1).

В настоящей работе для вычисления потоков через грани ячеек использовалась схема сквозного счета 5-го порядка точности WENO-схема (Weighted Essentially Non-Oscillatory scheme) [5]. Стационарное решение получалось методом установления по временной координате  $\tau = t/x$ . Рассматривались течения в конфигурациях с нестреловидными клиньями сжатия с углами  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = \theta_{wn}$  и с различными углами  $V$ -образности  $\nu$ . В рассматриваемой постановке задачи расчетная область течения в поперечном сечении является независимой от временной координаты  $\tau$ . Расчеты проведены для различных, возникающих в угловых конфигурациях и определенных в [1], типов ударно-волновых структур с нерегулярным отражением скачков. Это неймановское; одиночное, переходное, двойное и многоскачковое маховские отражения, а также сложное регулярно-нерегулярное отражение. Численные расчеты, как и в [1], сопровождалось аналитическим определением положения падающих  $i$ -скачков и рассмотрением условий, определяющих возникновение регулярного или нерегулярного взаимодействия этих скачков. Положение отраженных  $r$ -скачков определялось в тех случаях, когда возможным является регулярное отражение падающих  $i$ -скачков.

Расчетная область течения в поперечном сечении была ромбовидной с равным числом ячеек по двум направлениям. На рис. 3 она показана для конфигурации с острым углом  $V$ -образности  $\nu < 90^\circ$ . Для исходных конфигураций без выреза (см. рис. 1) расчетная область была ограничена стенками угла  $R-g_1$  и  $R-g_2$ , на которых ставились условия непротекания, и внешними свободными границами  $g_1-g_{bs}$  и  $g_2-g_{bs}$ , на них задавались неотражающие граничные условия. Для конфигураций с вырезом (см. рис. 2) форма расчетной области в поперечном сечении была такой же, как на рис. 3, но на тех участках границ  $R-g_1$  и  $R-g_2$ , где теперь отсутствуют твердые стенки ( $R-e_1$  и  $R-e_2$ ), условия непротекания заменялись неотражающими граничными условиями. Заметим, что в расчетах угловых конфигураций с вырезом требовалось задание размеров расчетной области, существенно больших по сравнению с исходными конфигурациями без выреза. Это связано с тем, что размеры вырезов  $R-e_1$  и  $R-e_2$  зависят от параметров течения, они определяются аналитически из расчета

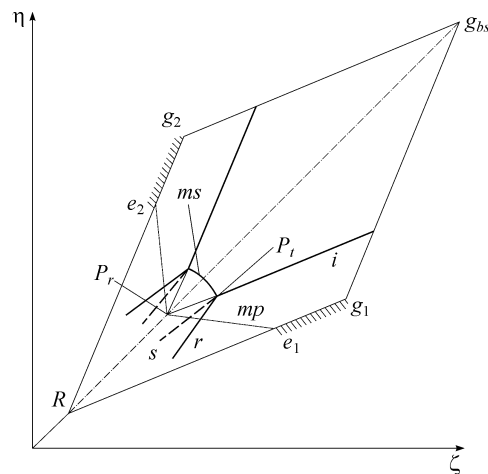


Рис. 3. Расчетная область течения.

положения  $i$ -скачков, их линии пересечения и плоскости  $mp$  слабых возмущений Маха. При больших числах Маха потока, набегающего на угловую конфигурацию, и при малых углах клиньев протяженность участков  $R-e_1$  и  $R-e_2$  оказывается достаточно большой по сравнению с расстоянием между скачками и плоскостями угла. Соответственно большими будут и размеры  $R-g_1$  и  $R-g_2$  всей расчетной области. В этом случае число расчетных ячеек в области взаимодействия скачков относительно уменьшается, что приводит либо к необходимости существенного увеличения числа узлов сетки в целом, при этом соответственно возрастает и время расчета, либо к тому, что структура течения в области взаимодействия скачков будет рассчитана с небольшим разрешением.

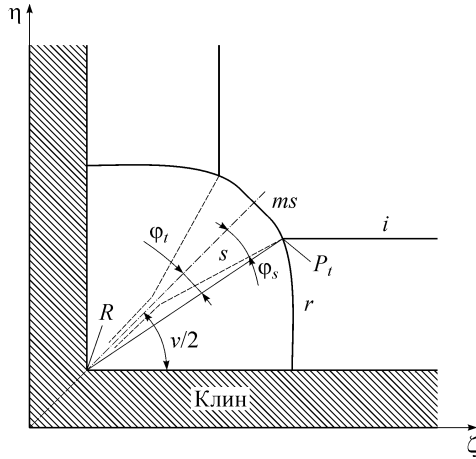
Заметим, что рассматриваемая постановка граничных условий, строго говоря, не является той, которая необходима для расчета, например, реальной конфигурации с вырезом, вдоль кромок  $e$  которого будут образовываться центрированные волны расширения. Однако эта постановка позволяет обеспечить отсутствие отражения  $r$ -скачков от свободных границ  $R-e_1$  и  $R-e_2$  в области выреза, аналогично тому, как это происходит для основных  $i$ -скачков на свободных границах  $g_1-g_{bs}$  и  $g_2-g_{bs}$ . Такой подход является достаточно обычным в численных расчетах сверхзвуковых течений в ограниченной области. Таким образом, влияние ребра угла на условия отражения падающих скачков в данном случае устраняется, и, тем самым, моделируются условия свободного формирования структуры этого отражения, аналогичные условиям неограниченного распространения отраженных скачков вниз по потоку в плоских течениях.

Задача решалась с различными начальными условиями. Основным вариантом расчета являлись однородные начальные условия, при которых в начальный момент времени  $\tau$  параметры потока во всей расчетной области  $R-g_1-g_{bs}-g_2$  принимались равными параметрам невозмущенного набегающего потока. В этом случае, в процессе решения задачи, сначала у стенок возникают скачки уплотнения, которые начинают от них удаляться и отражаться от бисекторной плоскости. В процессе движения скачков и формирования структуры отраженных скачков со временем теоретически должна достигаться стационарная картина течения. Кроме того, задавались неоднородные начальные условия, соответствующие задаче о распаде разрыва. Этот вариант решения использовался в расчетах конфигураций с острым углом  $V$ -образности  $\nu < 90^\circ$  и рассматривается ниже.

Для расчетов использовались сетки, насчитывавшие от  $100 \times 100$  до  $300 \times 300$  расчетных ячеек в поперечном сечении, при этом в ходе процесса установления по времени производилось от 2000 до 16 000 шагов. В процессе расчетов строились картины поперечного течения, получаемые визуализацией поля градиента плотности численным шпирен-методом, аналогично [1]. Окончание процесса установления определялось из сравнения положения падающих  $i$ -скачков, определенных по численным картинам течения и теоретически, а также по достижении времени, при котором положение маховского скачка уже практически не изменялось в процессе расчетов. На представленных ниже картинах течения для конфигураций с вырезом будет показано теоретическое положение падающих  $i$ -скачков, предельной плоскости  $mp$ , ограничивающей влияние возмущений и отраженных  $r$ -скачков для режимов с регулярным отражением основных скачков. В ряде случаев, для режимов течения с нерегулярными отражениями скачков,

Рис. 4. Схема углового течения с маховским отражением скачков.

будут приведены значения угла  $\varphi_t$ , который определяет положение тройных точек  $P_t$  и является параметром, однозначно характеризующим размер маховского скачка и его отход от вершины угловой конфигурации. Приводится также угол  $\varphi_s$  наклона к биссектрисе контактных разрывов  $s$ , исходящих из тройных точек маховской конфигурации. Эти параметры определены на рис. 4.



## РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ С НЕРЕГУЛЯРНЫМИ ОТРАЖЕНИЯМИ СКАЧКОВ

### Неймановское отражение

Результаты расчетов для этого типа отражения иллюстрируются на примере углового течения с параметрами  $M = 1,5$ ,  $\nu = 90^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 5^\circ$ . На рис. 5, *a* показаны установившиеся картины поперечного течения для исходной конфигурации без выреза и на рис. 5, *b* — для конфигурации с вырезом. Обе они соответствуют той, которая получена в [1]. Сравнение результатов этих расчетов показывает, что угловое положение тройных точек ( $\varphi_t \approx 5^\circ$ ) и, следовательно, размеры маховского скачка и его отход от вершины угловой конфигурации, а также углы наклона контактных разрывов ( $\varphi_s \approx 5^\circ$ ), приходящих в вершину угловой конфигурации, практически одинаковы в обоих случаях.

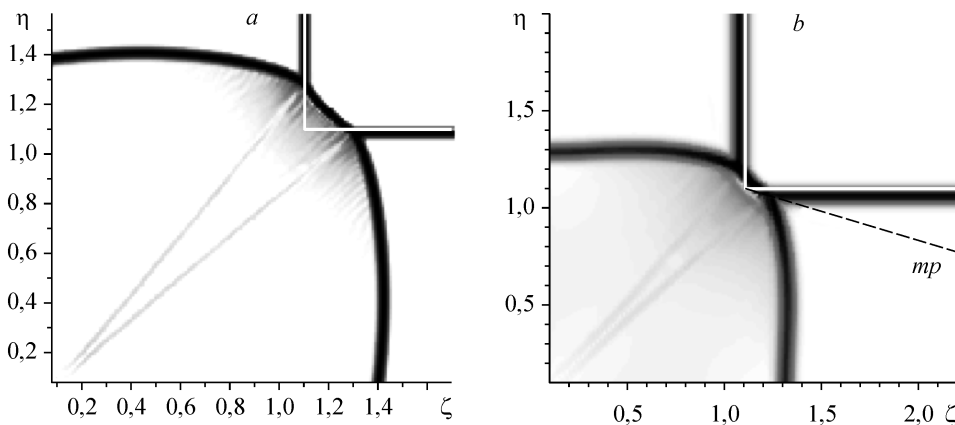


Рис. 5. Течение с неймановским отражением скачков ( $M = 1,5$ ,  $\nu = 90^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 5^\circ$ ).

*a* — исходная конфигурация без выреза, *b* — конфигурация с вырезом.

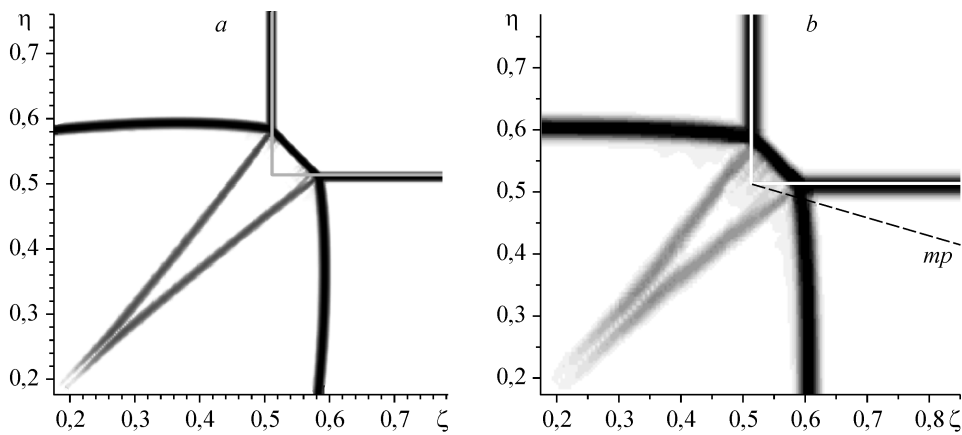


Рис. 6. Течение с одиночным маховским отражением скачков ( $M = 3$ ,  $\nu = 90^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 10^\circ$ ).

$a$  — исходная конфигурация без выреза,  $b$  — конфигурация с вырезом.

### Одиночное маховское отражение

Результаты расчетов для этого типа отражения иллюстрируются на примере углового течения с параметрами  $M = 3$ ,  $\nu = 90^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 10^\circ$ . Установившиеся картины поперечного течения показаны на рис. 6,  $a$  для исходной конфигурации без выреза и на рис. 6,  $b$  — для конфигурации с вырезом. Обе они соответствуют полученной в [1]. Для этого типа отражения угловое положение тройных точек ( $\varphi_t \approx 6^\circ$ ) и, следовательно, размеры маховского скачка и его отход от вершины угловой конфигурации в обоих случаях также примерно одинаковы. Вместе с тем углы наклона контактных разрывов несколько отличаются:  $\varphi_s \approx 7,5^\circ$  — для исходной конфигурации без выреза и  $\varphi_s \approx 9^\circ$  — для конфигурации с вырезом, что указывает на то, что кривизна маховского скачка в рассмотренных случаях также несколько различна.

### ПЕРЕХОДНОЕ, ДВОЙНОЕ И МНОГОСКАЧКОВОЕ МАХОВСКИЕ ОТРАЖЕНИЯ

Условия возникновения переходного и двойного маховских отражений в угловых конфигурациях анализировались в [1] в сравнении с такими же типами отражений, формирующимися в плоских нестационарных течениях при отражении от клина движущейся ударной волны. Они возникают в тех случаях, когда в поперечном течении поток за отраженным скачком у тройной точки  $P_t$  становится сверхзвуковым, причем некоторый участок этого скачка вблизи тройной точки является прямолинейным. Характерной особенностью этого типа отражений является то, что контактные разрывы, исходящие из тройных точек  $P_t$  маховской системы скачков, направлены под углом к биссектрисе, и, приближаясь к ней, они разворачиваются против потока и сворачиваются в спиральные вихри. Топологически это означает, что в области поперечно-дозвукового течения за маховским скачком  $ms$  в данном случае возникает седловая точка. При двойном маховском отражении ниже по потоку от основного маховского скачка  $ms$  возникают парные системы скачков с тройной точкой  $P_{tr}$ , включающие отраженный  $r$ -скачок, сильный  $rr$ -скачок, замыкающийся на сворачивающемся контактном разрыве, и вторичный маховский скачок  $msr$ . В течении с переходным маховским отражением при этом вместо  $rr$ -скачка образуется волна сжатия. Заметим, что вторичная



маховская система скачков  $r$ ,  $rr$  и  $msr$  или скачков  $r$ ,  $msr$  и волны сжатия  $rr$  возникает и в плоских нестационарных течениях с переходным и двойным маховским отражениями от клина ударной волны в условиях, когда течение вниз по потоку ничем не ограничено. То есть формирование этих типов отражений в угловых течениях не связано со вторичным отражением  $r$ -скачков от стенок, а имеет ту же природу, что и в плоских нестационарных течениях. Это результат того, что за  $r$ -скачком поток, первоначально сверхзвуковой у тройной точки  $P_r$ , тормозится с приближением к седловой точке вдоль контактного разрыва. Данное заключение подтверждается также результатами настоящих расчетов обоих типов конфигураций — с вырезом и без него, в которых двойное маховское отражение образовывалось независимо от того, ограничена ли область распространения основных отраженных  $r$ -скачков в поперечном сечении стенками двугранного угла или влияние ребра угла было исключено.

Многоскачковое маховское отражение, определенное в [1], возникает аналогично двойному в тех случаях, когда поток за отраженным скачком является сверхзвуковым в поперечном направлении, но при бóльшей скорости набегающего потока по нормали к линии пересечения падающих скачков. В этих течениях, помимо образования вторичных сильных маховских скачков  $msr$ , как и в течениях с двойным маховским отражением, ниже по потоку возникают дополнительные (висячие) скачки и сопровождающие их отраженные волны расширения.

#### Переходное маховское отражение

Результаты расчетов для этого типа отражения иллюстрируются на примере углового течения с параметрами  $M = 6$ ,  $\nu = 90^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 10^\circ$ . Установившиеся картины поперечного течения показаны на рис. 7, *a* для исходной конфигурации без выреза ( $\tau = 1,2$ ) и на рис. 7, *b* — для конфигурации с вырезом ( $\tau = 1,33$ ). В отличие от [1], в настоящих расчетах для исходной конфигурации без выреза получена асимметричная картина течения с неустойчивыми контактными разрывами, сворачивающимися в цепочку вихрей Кельвина–Гельмгольца. Для конфигурации с вырезом картина течения симметрична и идентична той, которая получена в [1]. Несмотря на различное поведение контактных разрывов, угловое положение тройных точек ( $\varphi_t \approx 10^\circ$ ) и, следовательно, размеры маховского скачка и его отход от вершины угловой конфигурации в обоих случаях примерно одинаковы.

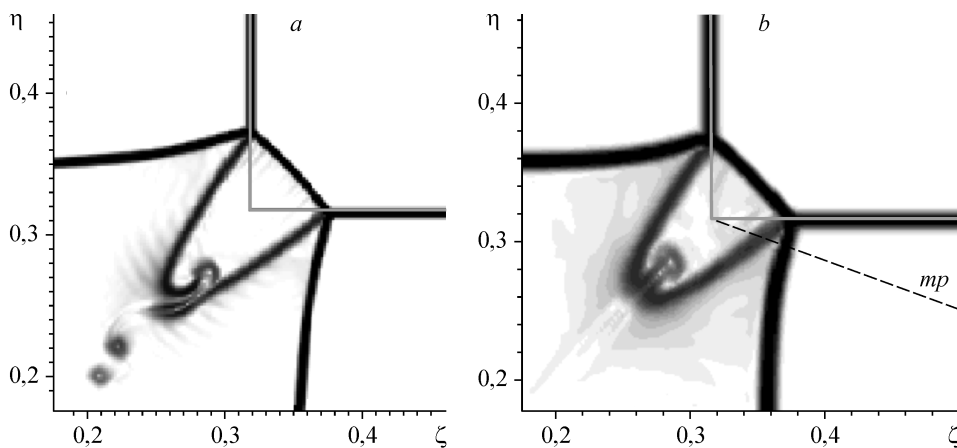


Рис. 7. Течение с переходным маховским отражением скачков ( $M = 6$ ,  $\nu = 90^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 10^\circ$ ).

*a* — исходная конфигурация без выреза,  $\tau = 1,2$ , *b* — конфигурация с вырезом,  $\tau = 1,33$ .

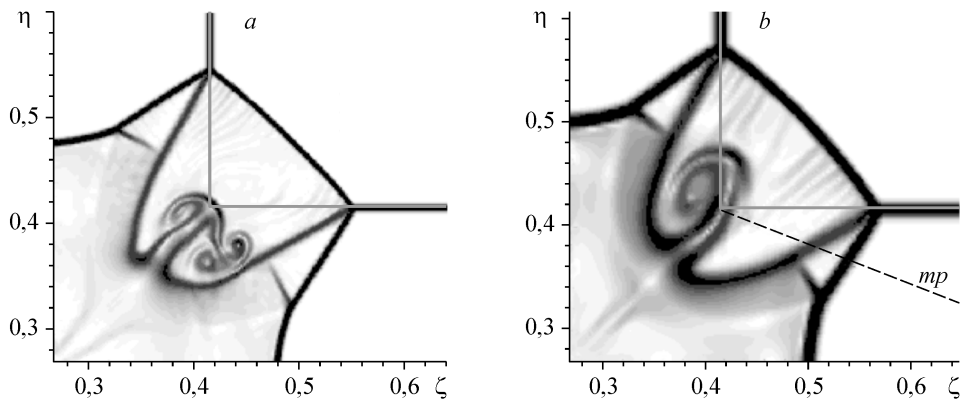


Рис. 8. Течение с двойным маховским отражением скачков ( $M = 6$ ,  $\nu = 90^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 15^\circ$ ).

$a$  — исходная конфигурация без выреза,  $b$  — конфигурация с вырезом.

### Двойное маховское отражение

Результаты расчетов данного типа отражения иллюстрируются на примере углового течения с параметрами  $M = 6$ ,  $\nu = 90^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 15^\circ$ . Картины поперечного течения показаны на рис. 8,  $a$  для исходной конфигурации без выреза ( $\tau = 1,5$ ) и на рис. 8,  $b$  — для конфигурации с вырезом ( $\tau = 2,0$ ). Особенности, которые характерны для картины течения с двойным маховским отражением и проявляются в образовании контактных разрывов, свертывающихся в вихри, а также в образовании вторичных сильных маховских скачков  $m\sigma$  с тройными точками  $P_{tr}$ , в общем идентичны тем, что были обнаружены в [1]. Имеется, однако, отличие настоящих расчетов от [1]: в обоих случаях течение является неустойчивым, происходит асимметричная деформация сворачивающихся контактных разрывов. Угловое положение тройных точек различается,  $\varphi_i \approx 17,5^\circ$  для исходной конфигурации без выреза и  $\varphi_i \approx 20^\circ$  для конфигурации с вырезом. Это, возможно, связано с различной деформацией свертывающихся контактных разрывов. Заметим, что с увеличением времени счета ( $\tau > 1,5-2,0$ ) происходило видоизменение деформации свертывающихся контактных разрывов и формы маховского скачка, поэтому течение в обоих случаях, по существу, остается неустановившимся.

### Многоскачковое маховское отражение

Результаты расчетов такого типа отражения иллюстрируются на примере углового течения с параметрами  $M = 6$ ,  $\nu = 90^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 20^\circ$ . Картины поперечного течения показаны на рис. 9,  $a$  для исходной конфигурации без выреза ( $\tau = 1,2$ ) и на рис. 9,  $b$  — для конфигурации с вырезом ( $\tau = 1,75$ ). В настоящих расчетах асимметричные структуры с деформациями свертывающихся контактных разрывов, характерные для неустойчивого течения, получены и для течения с многоскачковым маховским отражением, как и в предыдущих случаях переходного и двойного маховских отражений.

Следует заметить, что в приведенных примерах расчетов угловых течений асимметрия проявляется в тех случаях нерегулярных отражений, когда контактные разрывы, исходящие из тройных точек  $P_t$  маховской системы скачков, разворачиваются против потока и сворачиваются в спиральные вихри. Такая асимметрия не проявлялась в расчетах [1], выполненных маршевым методом с интегрированием трехмерных стационарных уравнений Эйлера в декартовых координатах

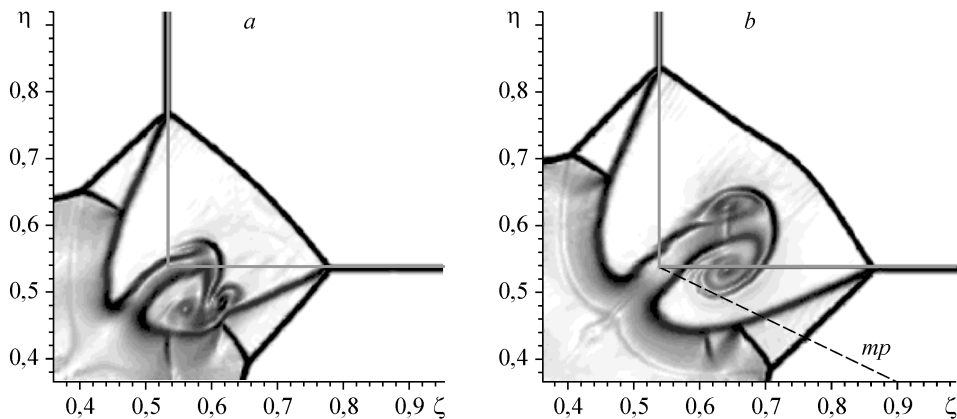


Рис. 9. Течение с многоскачковым маховским отражением скачков ( $M = 6$ ,  $\nu = 90^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 20^\circ$ ).  
*a* — исходная конфигурация без выреза, *b* — конфигурация с вырезом.

и нахождением решения в процессе установления по  $x$ -координате. Однако аналогичная асимметрия наблюдалась в расчетах угловых течений в работе [6], где она объясняется общей неустойчивостью поперечного течения в углах. Как отмечается в [6], проявление этой неустойчивости зависит, по-видимому, от используемой расчетной схемы. В частности, при использовании маршевых схем первого порядка развитие нестационарной по своей природе неустойчивости свободных сдвиговых слоев, скорее всего, подавляется и, как следствие, предотвращается нарушение симметрии рассматриваемого течения. Интересно сравнить эти результаты с ситуацией, исследованной в работе [7], где развитие неустойчивости на контактном разрыве, взаимодействующем с движущейся ударной волной, наблюдалось при численном решении нестационарных уравнений и отсутствовало, когда решалась автомодельная задача. В целом же нужно сказать, что вопрос о неустойчивости симметричного решения в сверхзвуковых угловых течениях заслуживает дальнейшего и существенно более полного исследования.

#### РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ С РЕГУЛЯРНО-НЕРЕГУЛЯРНЫМ ОТРАЖЕНИЕМ СКАЧКОВ

Рассмотренные выше режимы угловых течений с нерегулярными отражениями скачков реализуются в конфигурациях с клиньями, передние кромки которых имеют прямой угол  $V$ -образности  $\nu = 90^\circ$  и являются нестреловидными с углом  $\chi = 0$ . Как указано в [1], в этих конфигурациях переход от регулярного отражения скачков к нерегулярному с увеличением угла клиньев, даже в пределе при  $M \rightarrow \infty$ , соответствует обычным критериям отсоединения скачка от клина, примененным в плоскости, перпендикулярной к линии пересечения падающих скачков. Это либо критерий максимально возможного угла отклонения потока за скачком, либо критерий достижения звуковой (критической) скорости за скачком. Углы клиньев, соответствующие этим критериям, разнятся на доли градуса, и они, по-видимому, практически не различимы. Поэтому при рассмотрении отсоединения скачка от клина в плоских течениях или перехода от регулярного к нерегулярному отражению скачков в угловых течениях обычно используется критерий максимального угла отклонения. В работе [1] аналитически определено, что в угловых конфигурациях с обратной стреловидностью  $\chi < 0$ , даже при  $\nu = 90^\circ$ , и в конфигурациях с нестреловидными клиньями  $\chi = 0$  и углом  $V$ -образности  $\nu < 90^\circ$  реализуются условия течения, при которых возможен переход от регулярного к нерегулярному

отражению скачков по критерию механического равновесия Неймана. Все эти критерии перехода известны для плоских течений и детально обсуждаются, например, в [8].

Обозначим углы клиньев, определяемые критериями максимально возможного угла отклонения потока и Неймана, как  $\theta_{wD}$  и  $\theta_{wN}$ . В плоском течении  $\theta_{wN} = \theta_{wD}$  при  $M \approx 2,2$ , а при  $M > 2,2$  внутри интервала углов  $\theta_{wN} < \theta_w < \theta_{wD}$  теоретически возможны два решения, соответственно с регулярным и нерегулярным маховским отражением скачков. Как отмечено в [8], в плоских неустановившихся течениях, таких как отражение от клина движущейся ударной волны, однозначно реализуется регулярное отражение, то есть переход происходит в соответствии с критерием максимально возможного угла отклонения потока. Для стационарных плоских течений было установлено (см. обзорную работу [9]), что при  $M > 2,2$  переход сопровождается гистерезисом.

Очевидно, что условия течения в угловых конфигурациях с  $V$ -образностью и стреловидностью, для которых справедливы критерии Неймана, эквивалентны тем, что имеют место в плоских течениях и, следовательно, здесь также можно ожидать наличия гистерезиса. А именно, смена режимов регулярного и нерегулярного отражения скачков при прямом и обратном ходе изменения параметров обтекания может происходить при разных значениях параметров. В связи с этим следует рассмотреть режимы течения в подобных конфигурациях, найденных в [1], более подробно.

Регулярное отражение падающих скачков в угловых конфигурациях с  $V$ -образностью и стреловидностью может происходить при значениях углов клиньев, как меньших, так и больших тех, которые соответствуют критерию Неймана, но до достижения параметров течения, удовлетворяющих критерию отсоединения. Как показано в [1], на режимах с регулярным отражением падающих скачков в этих конфигурациях формируется поперечное течение, в котором за участком регулярного отражения падающих скачков образуется внутренний маховский скачок  $m_i$ . Поэтому этот тип отражения в целом назван в [1] регулярно-нерегулярным или маховским отражением второго порядка. С увеличением угла клиньев, эти отражения образуются до тех пор, пока внутренний маховский скачок  $m_i$  не доходит до точки  $P_r$  регулярного отражения падающих  $i$ -скачков. При больших углах клиньев происходит как бы разрушение этой структуры и образование двойного или многоскачкового маховских отражений основных падающих  $i$ -скачков, рассмотренных выше.

Заметим, что в [1] определены границы областей параметров, соответствующих критерию механического равновесия Неймана, но границы параметров, при которых происходит переход от регулярно-нерегулярного отражения к обычному маховскому, в общем, не определены. Однако по данным [1] можно ожидать, что для угловых конфигураций без выреза (рис. 1) с  $V$ -образностью  $\nu < 90^\circ$  и стреловидностью  $\chi < 0$  возможная область гистерезиса либо будет существенно ограничена, либо гистерезис вообще не может быть реализован. Рассмотрение угловых конфигураций с вырезом (рис. 2) существенно упрощает эту ситуацию, поскольку можно предполагать, что устранение влияния ребра угла приведет к тому, что в них не будет образовываться указанный выше внутренний маховский скачок.

В настоящей работе расчеты угловых течений, для которых справедливы критерии Неймана, были проведены для конфигурации с нестреловидными клиньями сжатия  $\chi = 0$  и с углом  $V$ -образности  $\nu = 45^\circ$  при числе Маха набегающего потока  $M = 6$ . Эта конфигурация была рассмотрена в [1]. Для нее  $\theta_{wN} \approx 15,67^\circ$  и  $\theta_{wD} \approx 24,2^\circ$ . Режимы с регулярно-нерегулярным отражением скачков

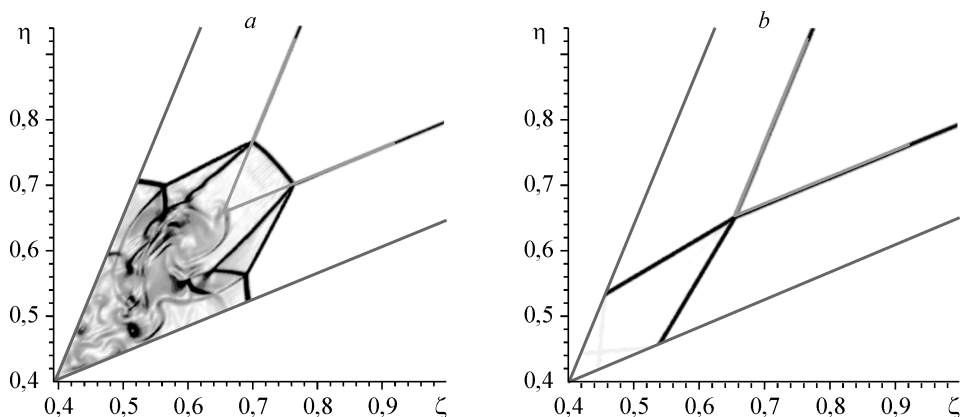


Рис. 10. Конфигурация с острым углом V-образности ( $M = 6$ ,  $\nu = 45^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 12^\circ$ ).

*a* — исходная конфигурация без выреза, течение с регулярно-нерегулярным отражением скачков,  
*b* — конфигурация с вырезом, течение с регулярным отражением скачков.

в исходной конфигурации без выреза реализуются при  $\theta_w \leq 11^\circ$ , а уже, например, при угле  $\theta_w = 12^\circ$ , заметно меньшем  $\theta_{wN}$ , возникает отражение типа многоскачкового маховского, как это показано на рис. 10, *a* ( $\tau = 2,0$ ). В настоящих расчетах течений такого типа также получены асимметричные структуры с деформациями свертывающихся контактных разрывов, характерных для неустойчивого течения. Как указывалось выше, регулярное отражение скачков в этом случае нарушается из-за того, что с увеличением угла  $\theta_w$  внутренний маховский скачок  $m_i$  доходит до точки  $P_r$  пересечения падающих  $i$ -скачков. Совершенно очевидно, что в этих условиях гистерезис невозможен.

Для аналогичной конфигурации с вырезом, при решении задачи с однородными начальными условиями для  $\theta_w = 12^\circ$  ( $\zeta_{e1} = 0,75$ ,  $\tau = 1,0$ ) реализуется регулярное отражение скачков (рис. 10, *b*). Эти режимы в расчетах получаются вплоть до значений углов  $\theta_w$ , меньших предельного  $\theta_{wD}$ . На рис. 11 представлен пример течения для конфигурации с углом  $\theta_w = 16,5^\circ > \theta_{wN}$  без выреза ( $\tau = 1,0$ ) и с вырезом ( $\zeta_{e1} = 1,81$ ,  $\tau = 1,35$ ), а на рис. 12 показаны примеры конфигураций с вырезом для  $\theta_w = 23^\circ$  ( $\zeta_{e1} = 2,01$ ,  $\tau = 1,55$ ), близкого к  $\theta_{wD}$ , и для угла  $\theta_w = 25^\circ$  ( $\zeta_{e1} = 2,17$ ,  $\tau = 1,25$ ), превышающего  $\theta_{wD}$ . При  $\theta_w < \theta_{wD}$  в конфигурациях с вырезом

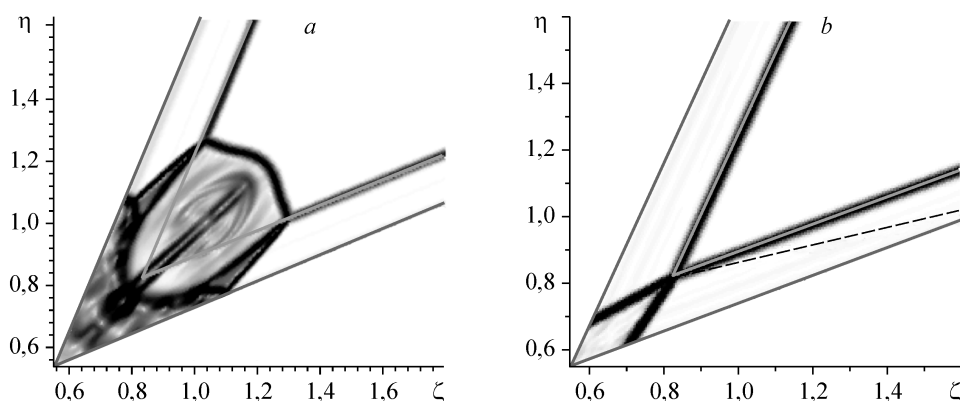


Рис. 11. Конфигурация с острым углом V-образности ( $M = 6$ ,  $\nu = 45^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 16,5^\circ$ ).

*a* — исходная конфигурация без выреза, *b* — конфигурация с вырезом.

реализуется регулярное отражение скачков, а при  $\theta_w > \theta_{wD}$ , как и следовало ожидать, возникает нерегулярное отражение с маховским скачком (рис. 12, *b*) для момента времени  $\tau = 1,25$ . В ходе продолжения процесса решения маховский скачок выходил за пределы расчетной области течения, ограниченной размерами  $\zeta_{gI} = v_{gI} = 2,5$ . Это можно объяснить следующим.

Центральный скачок в угловой конфигурации с нерегулярным отражением скачков является маховским, или сильным с дозвуковой скоростью потока за ним, только для поперечного течения. По отношению к невозмущенному набегающему потоку он является слабым косым скачком уплотнения, исходящим из вершины угловой конфигурации. Этот скачок является поперечно искривленным, и он присоединен к вершине аналогично тому, как конический скачок присоединен к вершине конуса. Как известно, предельный угол наклона конического скачка, соответствующий критерию отсоединения, при котором отклонение потока за скачком является максимально возможным, определяется предельным углом наклона плоского скачка уплотнения, хотя угол самого конуса, генерирующего предельный конический скачок, при этом существенно больше предельного угла клина. Естественно предполагать, что в рассматриваемых угловых течениях угол наклона маховского  $m$ -скачка, предельный по отношению к невозмущенному набегающему потоку, определяется предельным углом наклона косого скачка уплотнения в плоском течении, отклонение которого происходит в плоскости, совпадающей с бисекторной. Соответствующий этому предельному скачку угол клина можно интерпретировать как предельно возможный угол наклона ребра угловой конфигурации к направлению невозмущенного набегающего потока, по достижению которого структура углового течения со скоростью потока, сверхзвуковой по отношению к невозмущенному набегающему потоку, будет разрушаться. При числе Маха набегающего потока  $M = 6$  предельные углы наклона плоского скачка и клина, определяемые для бисекторной плоскости, будут равны  $\beta_{bsD} \approx 66,6^\circ$ ,  $\theta_{bsD} \approx 42,4^\circ$ . Этому клину соответствует ребро двугранного угла между пересекающимися клиньями с углами  $(\theta_w)_{bsD} \approx 19,3^\circ$ . Поэтому предельный наклон маховского скачка в плоскости симметрии должен достигаться при этих же значениях, существенно меньших угла  $\theta_{wD} \approx 24,2^\circ$ . Так что в случае рассматриваемой угловой конфигурации, при углах  $\theta_w > (\theta_w)_{bsD}$ , и в частности, при  $\theta_w = 25^\circ$ , по-видимому, не существует решения с маховским скачком, присоединенным к вершине угловой конфигурации.

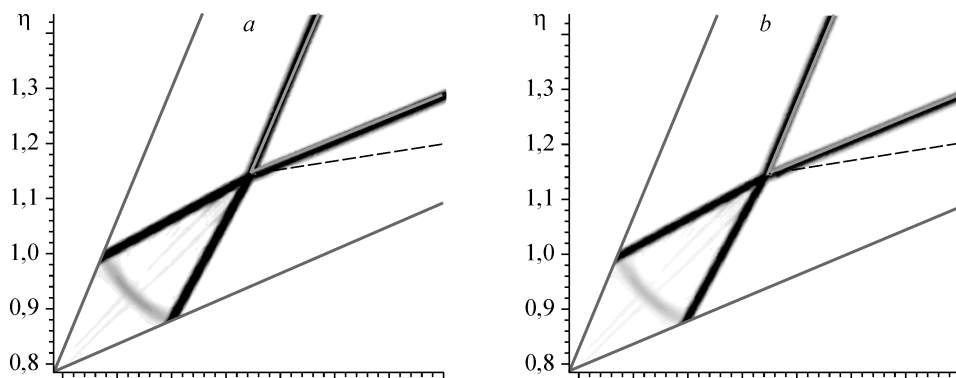


Рис. 12. Конфигурация с вырезом с острым углом V-образности ( $M = 6$ ,  $\nu = 45^\circ$ ,  $\chi = 0$ ).  
 $\theta_w = 23^\circ$  (a),  $25^\circ$  (b).

Сопоставим также положение маховского  $m_i$ -скачка в рассматриваемых условиях при значениях  $\theta_w < (\theta_w)_{bsD}$  с положением плоского скачка, имеющим угол  $\beta_{bs}$  и образуемым клином с углом  $\theta_{wbs}$ , равным углу наклона ребра угловой конфигурации в бисекторной плоскости. Назовем такой плоский скачок бисекторным. Расчеты показывают, что при заданном значении  $\theta_w$  угол  $\beta_{bs}$  наклона бисекторного скачка при  $\theta_w < 14,6^\circ$  меньше, а при  $\theta_w > 14,6^\circ$  больше угла  $\beta_R$  наклона линии пересечения падающих  $i$ -скачков бисекторной плоскости. Таким же образом изменяется положение маховского скачка с увеличением  $\theta_w$ , который, например, при  $\theta_w = 10^\circ$  занимает “внутреннее” положение — его наклон  $\beta_{ms} \approx 36,5^\circ$  к оси угловой конфигурации меньше, чем наклон  $\beta_R \approx 43^\circ$  линии пересечения падающих  $i$ -скачков, а при  $\theta_w = 12^\circ$  —  $\beta_{ms} \approx 46^\circ > \beta_R \approx 43^\circ$ .

Таким образом, результаты расчетов показывают, что гистерезис в рассматриваемых угловых конфигурациях с вырезом можно ожидать в диапазоне углов  $\theta_{wN} \approx 15,67 < \theta_w < (\theta_w)_{bsD} \approx 19,3^\circ$ .

Для моделирования гистерезиса при обратном ходе изменения параметров обтекания в рассматриваемых угловых конфигурациях, во-первых, были выполнены следующие расчеты. Для конфигурации с заданным углом  $\theta_{wN} \approx 15,67 < \theta_w < (\theta_w)_{bsD} \approx 19,3^\circ$  сначала рассчитывался, начиная с однородных начальных условий, процесс установления течения для ее исходного варианта без выреза. При некотором значении временной координаты, при котором структура нерегулярного отражения скачков была уже достаточно развитой и угол  $\beta_{ms}$  наклона маховского скачка превышал угол  $\beta_R$  наклона линии пересечения падающих  $i$ -скачков, поле потока запоминалось и затем использовалось как начальное для расчета процесса установления течения для варианта конфигурации с вырезом. Процесс установления в этой конфигурации продолжался до значения временной координаты  $\tau = t/x$ , превышающего то, при котором падающие  $i$ -скачки достигали положения, определенного аналитически. Примеры картин течения, полученных при таком последовательном расчете, показаны на рис. 13 для угла  $\theta_w = 16,5^\circ$  ( $\zeta_{e1} = \eta_{g1} = 0$ ,  $\tau = 0$  и  $\zeta_{e1} = \eta_{g1} = 1,81$ ,  $\tau = 0,85$  и  $1,85$ ). По результатам расчетов варианта с вырезом данной конфигурации проявлялась асимметрия течения, что можно видеть на рис. 13, *b, c*.

Заметим, что поле течения, начальное для варианта конфигурации с вырезом (рис. 13, *a*), соответствует некоторой промежуточной стадии формирования отражения скачков типа многоскачкового маховского. Оно характеризуется наличием вторичных маховских систем скачков  $r$ ,  $rr$  и  $msr$ , а также возвратного течения со сворачивающимися вихрями за маховским скачком уплотнения. В процессе установления течения вторично маховская система скачков исчезает, то есть исчезают скачки  $rr$  и  $msr$ , а слабые первичные отраженные  $r$ -скачки начинают простираются вплоть до границы расчетной области на участках  $R-e_1$  и  $R-e_2$  выреза, на которых задавались условия неотражения. Аналогично  $r$ -скачкам развиваются и контактные разрывы. В то же время, в силу поставленных начальных условий, в области поперечно-дозвукового течения за маховским скачком сохраняется возвратное вихревое течение. По-видимому, именно поэтому в ходе продолжения процесса решения маховский скачок выходил за пределы расчетной области течения, ограниченной размерами  $\zeta_{g1} = \eta_{g1} = 2,0$ .

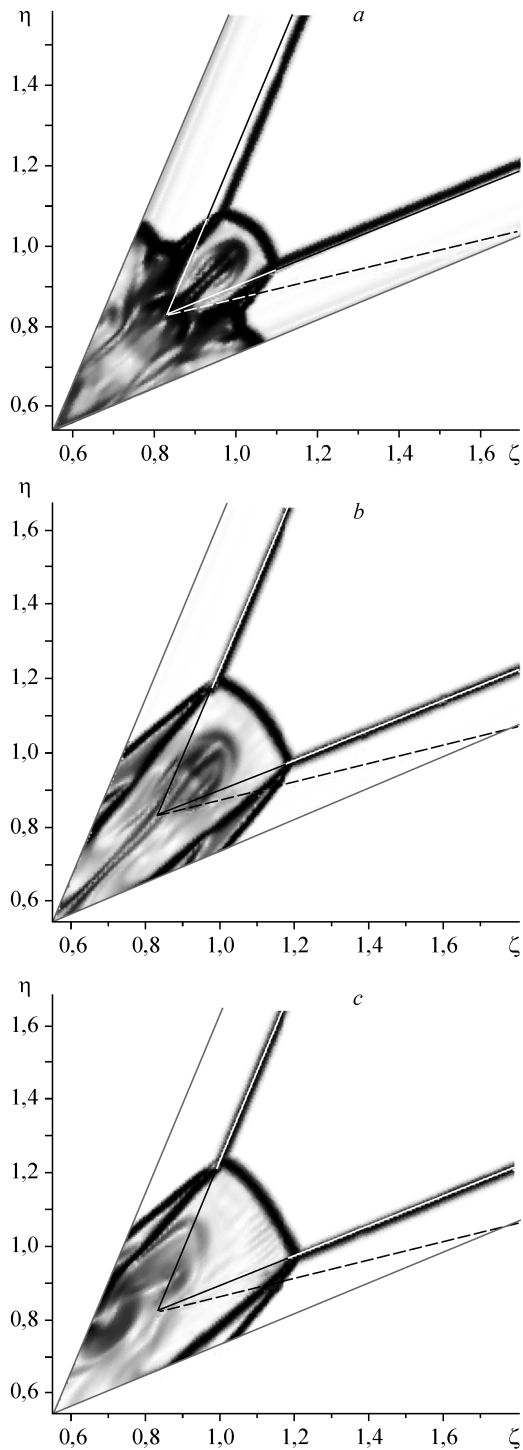


Рис. 13. Гистерезис в конфигурации с острым углом V-образности ( $M = 6$ ,  $\nu = 45^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 16,5^\circ$ , неоднородные начальные условия из расчета конфигурации без выреза).

$\tau = 0$  (a), 0,85 (b) и 1,85 (c).

Расчеты течения в рассматриваемой угловой конфигурации с углом  $\theta_w = 16,5^\circ$  были выполнены с заданием неоднородных начальных условий, соответствующих задаче о распаде разрыва, что проводилось следующим образом. Аналитически определялось положение падающих  $i$ -скачков, и параметры потока за ними задавались как начальные условия в подобластях между скачками уплотнения и стенками, ограниченных с одной стороны биссектрисой, с другой — свободными границами  $g_1-g_{bs}$  и  $g_2-g_{bs}$  расчетной области. В области над скачками уплотнения задавались параметры невозмущенного набегающего потока. Очевидно, что динамика установления течения в данном случае будет отличаться от той, которая получается при задании однородных начальных условий, но, как показали проведенные расчеты, в обоих случаях задания начальных условий происходит установление углового течения к одной и той же картине.

Расчеты с заданием неоднородных начальных условий, соответствующих задаче о распаде разрыва, были выполнены и для моделирования гистерезиса в рассматриваемой угловой конфигурации с углом  $\theta_w = 16,5^\circ$ . Начальные условия, соответствующие

параметрам невозмущенного набегающего потока и параметрам падающих  $i$ -скачков, определялись вышеописанным образом. Кроме того, рассчитывался уже упомянутый плоский бисекторный скачок. В данном случае угол его наклона  $\beta_{bs}$  превышает угол  $\beta_R$  наклона линии пересечения падающих  $i$ -скачков, и этот скачок рассматривался как начальное приближение для маховского скачка. В поперечном

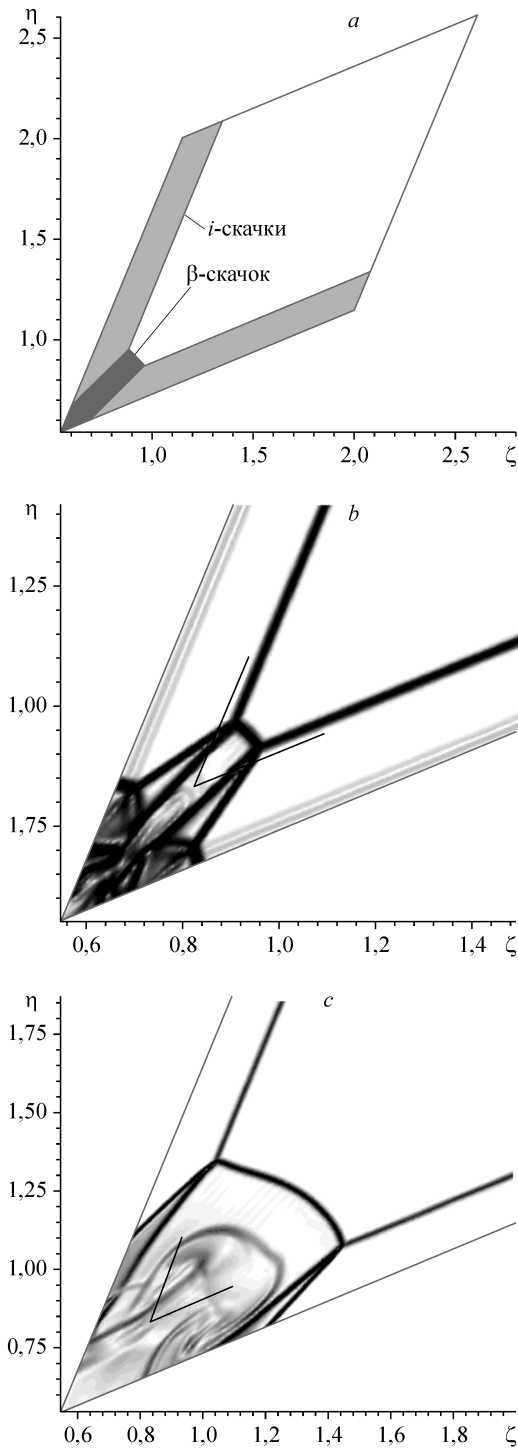


Рис. 14. Гистерезис в конфигурации с острым углом V-образности ( $M = 6$ ,  $\nu = 45^\circ$ ,  $\chi = 0$ ,  $\theta_w = 16,5^\circ$ , неоднородные начальные условия, задаваемые аналитически).

$\tau = 0$  (a), 0,5 (b) и 1,75 (c).

сечении определялись точки пересечения бисекторного скачка с падающими  $i$ -скачками и, соответственно, задавались боковые границы области однородного потока за ним, соответствующие линиям, параллельным бисектрисе и исходящим из точек пересечения до участков  $R-e_1$  и  $R-e_2$  границ. Структура поля течения, исходного для процесса установления, показана на рис. 14, a. В этом случае в поле течения изначально отсутствует возвратное течение со сворачивающимися вихрями за маховским скачком уплотнения.

Очевидно, что динамика установления течения для конфигурации с вырезом в данном случае будет отличаться от той, которая получается при задании начальных условий с предварительным расчетом течения в конфигурации без выреза, как указано выше. Пример картины течения, развивающегося в процессе установления, показан на рис. 14, b для момента времени  $\tau = 0,5$ . В начале процесса установления течения от заданных плоских  $i$ -скачков и бисекторного скачка исходят волны расширения, распространяющиеся по направлению к стенкам угла, а сами скачки начинают “отодвигаться” от них в противоположном направлении. Вблизи ребра угловой конфигурации возникает сложная система “внутренних” сильных взаимодействующих скачков уплотнения, и постепенно за маховским скачком уплотнения также формируется возвратное вихревое течение. В результате образуется структура течения (рис. 14, c,  $\tau = 1,75$ ), аналогичная той, которая была получена в предыдущем варианте расчета гистерезиса (см. рис. 13, c). При продолжении процесса решения было обнаружено, что маховский скачок, как и в предыдущем случае, выходил за пределы расчетной области течения, ограниченной размерами  $\zeta_{g1} = \eta_{g1} = 2,0$ .



## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено численное исследование течений в угловых конфигурациях, образованных пересекающимися клиньями, в условиях, при которых исключается влияние ребра обтекаемого угла на взаимодействие скачков в бисекторной плоскости (плоскости симметрии). Такое взаимодействие скачков в угловых течениях можно назвать свободным. Оно обеспечивается для конфигураций с постепенно расширяющимся вырезом вдоль ребра угла, устроенным таким образом, чтобы скачки, образующиеся в результате взаимодействия падающих скачков, не падали на стенки угла, а попадали в вырез, не отражаясь от стенок.

Расчеты показывают, что в случаях нерегулярных типов отражений скачков в угловых конфигурациях с вырезом, т. е. в отсутствие влияния ребра угла или при свободном взаимодействии падающих скачков, формируются практически те же структуры поперечных течений, что и в исходных угловых конфигурациях без выреза с несвободным взаимодействием падающих скачков. Это относится к неймановскому, простому, двойному и переходному маховским отражениям. В случае, когда для исходной угловой конфигурации без выреза реализуется регулярно-нерегулярное отражение, в конфигурации с вырезом наблюдается только регулярное отражение скачков.

Для конфигураций, в которых возникает регулярно-нерегулярное отражение скачков, существуют параметры обтекания, соответствующие критерию Неймана перехода от регулярного к нерегулярному отражению. Условия течения в этих случаях эквивалентны тем, которые имеют место в плоских стационарных течениях, когда возможен гистерезис смены режимов регулярного и нерегулярного отражения скачков в различные моменты прямого и обратного хода изменения параметров обтекания. Проведенные расчеты угловых конических течений показали, что гистерезис в этих условиях, по-видимому, возможен для конфигураций с вырезом, но он должен сопровождаться отсоединением скачков от вершины двугранного угла и разрушением конической структуры течения. В данном случае желательно проведение численных расчетов на основе трехмерных нестационарных уравнений, а также поиск явления гистерезиса в эксперименте.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуныко Ю.П., Кудрявцев А.Н., Рахимов Р.Д. Сверхзвуковые невязкие течения с регулярным и нерегулярным взаимодействием скачков уплотнения в угловых конфигурациях // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. — 2004. — № 2. — С. 153–169.
2. Goonko Yu.P., Kudryavtsev A.N., Chpoun A. 3D interaction of shock waves in corner flows. Proceedings of the 24th International Symposium on Shock Waves (Beijing, China, July 11-16, 2004) / Ed. by Z.L.Jiang. — Tsinghua Univ. Press, Paper No. 3071. — 6 p.
3. Goonko Yu.P., Kudryavtsev A.N. Different types of 3D shock wave interaction in supersonic corner flows. The 1st International Mach Reflection Symposium on Shock-Vortex Interaction (Jeju Island, Korea, November 1-4, 2004). — Book of Abstracts. — P. 11–12.
4. Goonko Y.P., Kudryavtsev A.N. On some properties of supersonic corner-flows formation. Proceedings of XII International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR'2004), 28 June-3 July, 2004. Russia, Novosibirsk. — Publishing House "Nonparel". — 2004. — Pt 1. — P. 100–105.
5. Jiang G.-S., Shu C.-W. Efficient implementation of weighted ENO schemes // J. Comput. Phys. — 1996. — Vol. 126. — P. 202–228.
6. Marsilio R. Vortical Solutions in Supersonic Corner Flows // AIAA Journal. — 1993. — Vol. 31, No. 9. — P. 1651–1658.
7. Samtaney R. and Pullin D.I. On initial-value and self-similar solutions of the compressible Euler equations // Phys. Fluids. — 1996. — Vol. 8, No. 10. — P. 2650–2657.
8. Ben-Dor G. Shock wave reflection phenomena / N.Y., etc.: Springer, 1992. — 307 p.
9. Ivanov M.S., Vandromme D., Fomin V.M., Kudryavtsev A.N., Hadjadj A., Khotyanovsky D.V. Transition between regular and Mach reflection of shock waves: new numerical and experimental results // Shock Waves. — 2001. — Vol. 11, No. 3. — P. 199–207.

*Статья поступила в редакцию 27 декабря 2005 г.*