

3. Калихман С. А. Оптимизация режимов электродинамического ускорения цилиндрических проводников // ПМТФ.— 1985.— № 6.
4. Калихман С. А. Переходные электромагнитные процессы при взаимодействии импульсного магнитного поля с цилиндрическим проводником // Электричество.— 1981.— № 9.
5. Ольховский И. И. Курс теоретической механики для физиков.— М.: Наука, 1970.
6. Бисплингхофф Р. Л., Эшли Х., Халфман Р. Л. Аэроупругость.— М.: ИЛ, 1958.

г. Чебоксары

Поступила 3/V 1990 г.

УДК 533.6; 534.220

А. В. Емельянов, А. В. Еремин

ОБОБЩЕННЫЕ ЭМПИРИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДИНАМИКИ СТАРТОВЫХ РАЗРЫВОВ ПРИ ЗАПУСКЕ НЕДОРАСШИРЕННЫХ СТРУЙ

Процесс формирования недорасширенной струи сопровождается образованием сложных газодинамических структур — ударных волн и волн разрежения, контактных поверхностей. Геометрия, амплитуды и динамика этих структур принципиально зависят от большого числа определяющих параметров, таких как параметры торможения и нерасчетность течения, состав газа, мерность потока, характерный размер сопла. Закономерности движения стартовых разрывов при запуске струи исследовались в большом количестве экспериментальных [1—4] и теоретических [5—8] работ. В [4, 7, 9] сделаны попытки введения обобщающих параметров, пригодных для моделирования процесса формирования струи в разных режимах течения. Отправными моментами в них являлись обобщающие параметры и критерии подобия, развитые для течений в стационарных сверхзвуковых струях, а также в теории точечного взрыва [10]. Последующими шагами этих исследований являлось введение дополнительных критериев, учитывающих особенности нестационарных процессов на стадии запуска струи [1, 2, 8]. Имеющиеся в настоящее время литературные данные в силу приближенности используемых аналитических моделей и ограниченности изученных экспериментальных режимов не дают возможности сформировать какие-либо универсальные критерии подобия, с использованием которых было бы возможно описать динамику стартовых газодинамических структур в виде уравнений, не зависящих от перечисленных выше определяющих параметров потока.

Цель настоящей работы — анализ большого количества экспериментальных данных по движению стартовых разрывов вдоль оси формирующейся струи и получение единых соотношений, описывающих их динамику в широком диапазоне определяющих параметров. Проведено большое количество экспериментов в двумерных (плоских) сверхзвуковых струях, истекающих из звукового щелевого сопла, в различных модельных газах (Ar , N_2 , CO_2) в широком диапазоне температур, давлений торможения и нерасчетностей формирующихся струй. Кроме того, проанализированы предшествующие экспериментальные данные [1—3], полученные как в плоских, так и в осесимметричных струях в диапазоне нерасчетностей от 10 до 10^8 .

В тех режимах экспериментов, когда истечение струи происходит в пространство с противодавлением, т. е. давление фонового газа $p_\infty \geq 0,1—1$ Па, в стартовой области потока возникает нестационарная газодинамическая структура, которая помимо самого фронта истекающего газа включает первичную ударную волну, распространяющуюся в фоновом газе, и вторичную, согласующую давление в истекающем газе с давлением окружающего пространства. Распространяясь вверх по течению со скоростями, меньшими скорости потока, эта вторичная волна постепенно сносится от сечения ее образования вблизи среза сопла до своего стационарного положения. В ряде экспериментов наблюдались не одна, а две вторичные волны [11], а также некоторые нерегулярности в динамике всех упомянутых стартовых разрывов.

В данной работе движение основных газодинамических разрывов (фронта истекающего газа, первичной и вторичной ударных волн) вдоль оси формирующейся струи проанализировано в рамках полиномов второй степени, отвечающих модельным представлениям [1, 7].

Эксперименты проводились на установке, представляющей сочетание ударной трубы и вакуумной камеры [11]. Истечение газа осуществлялось из щелевого сопла с полушириной $r_* = 1,15$ мм, длиной $d = 40$ мм, установленного в торце ударной трубы, соединенной с вакуумной камерой, в которой была смонтирована специальная приставка, организующая двумерность течения. Процесс истечения регистрировался шлирен-



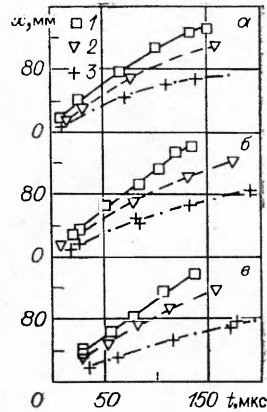
Р и с. 1

методом с использованием стандартного прибора ИАБ-451 с применением искрового источника света, интенсивность которого при времени экспозиции ~ 1 мкс обеспечивала возможность регистрировать картину течения в импульсной струе с двукратным уменьшением. Регистрация процесса при большом размере кадра позволяла анализировать детали структуры и с хорошей точностью находить координаты поверхностей разрыва относительно среза сопла. Случайная ошибка определения скорости волны при покадровой регистрации составляла $\sim 1\%$.

В проведенных экспериментах числа Маха падающей ударной волны в ударной трубе составляли $M=8-3$, что соответствовало $T_0 = 3000-1000$ К в CO_2 , $T_0 = 5000-1500$ К в N_2 и $T_0 = 13000-2500$ К в Ar . Исходная нерасчетность изменялась в пределах $N = p_0/p_\infty = 1000-50$.

Теплограммы процесса истечения получены в двух плоскостях для разных стадий течения, начиная с 7–10 мкс от начала истечения газа и кончая картиной течения, соответствующей 300 мкс. Максимальное время эксперимента ограничено размером двумерной приставки, равным 200 мм. Сопоставление картины течений струй азота, аргона и углекислого газа показывает, что в общих чертах развитие течения подобно. На рис. 1 приведены примеры теневых фотографий, на которых хорошо видна динамика стартовых разрывов в различных режимах течения: I соответствует истечению азота при $p_\infty = 8 \cdot 10^2$ Па и $M = 6,54$, II — аргона при $p_\infty = 5,6 \cdot 10^3$ Па и $M = 5,45$, III — углекислого газа при $p_\infty = 5,3 \cdot 10^4$ Па и $M = 3,44$, IV — углекислого газа при $p_\infty = 1,07 \times 10^3$ Па и $M = 7,47$ перпендикулярно большой оси сопла. На всех стадиях четко виден фронт истекающего газа 1 с характерной вихревой структурой и в фоновом газе камеры наблюдается первичная ударная волна 2, которая непосредственно вблизи кромки сопла отходит от фронта истекающего газа и движется со скоростью, большей скорости фронта. При $p_\infty > 1,33 \cdot 10^3$ Па также непосредственно у среза сопла появляется вторичная волна 3 в истекающем газе. При более низких давлениях она наблюдается не всегда. Хорошо заметно, как увеличивается угол раскрытия струи при переходе с Ar на N_2 и CO_2 .

На рис. 2, а — в представлено движение фронта истекающего газа в Ar , N_2 и CO_2 соответственно при различных давлениях окружающего пространства p_∞ . Точки 1–3 — экспериментальные данные при $p_\infty = 8 \cdot 10^2$; $5,6 \cdot 10^3$; $5,3 \cdot 10^4$ Па, кривые — уравнения движения вида $t = ax + bx^2$, полученные при обработке экспериментальных результатов методом наименьших квадратов. Хорошо видно замедление фронта, увеличивающееся с ростом противодействия. Так, при наименьшем противодействии $p_\infty = 8 \cdot 10^2$ Па в N_2 и CO_2 на регистрируемом участке течения фронт истекающего газа движется практически линейно, не испытывая замед-



Р и с. 2

ления, а при $p_\infty = 5,3 \cdot 10^4$ Па скорость фронта при удалении от 20 до 100 мм от среза сопла падает более чем в 2 раза.

В [1] изучение закономерностей движения фронта истекающего газа из осесимметричного сопла позволило обобщить экспериментальные данные для Ar и N₂ в координатах подобия $\psi = x/(r_* \sqrt{N})$, $\theta = tu_m/(r_* \sqrt{N})$ ($u_m = 2c_0/(\gamma - 1)$ — максимальная скорость нестационарного истечения в вакуум) и получить эмпирические уравнения движения фронта N₂ и Ar в этих координатах.

Результаты настоящих экспериментов по динамике фронта истекающего газа, представленные в подобных координатах $\psi = x/(r_* N^{1/\alpha})$ и $\theta = tu_m/(r_* N^{1/\alpha})$ (где степень $1/\alpha$ учитывает мерность течения: $\alpha = 1$ — двумерная струя, $\alpha = 2$ — осесимметричная струя), как в одном газе для разных режимов течения, так и в разных газах для близких режимов течения обобщить не удастся. Расхождение между данными для Ar и CO₂ достигает 100 %. Таким образом, чтобы найти обобщенное уравнение движения фронта истекающего газа, необходимо было продолжить поиск критериев подобия, отражающих разные режимы течения и физические свойства разных газов.

На первом этапе получено обобщение в каждом газе для различных режимов течения. Режимы течения отличаются по нерасчетности N и температуре. Так как в координату ψ нерасчетность уже входит и от варьирования ее степени обобщения не получается, то необходимо дополнить ψ множителем, учитывающим температурный фактор. В [7] множитель входил в координаты подобия в виде $(T_0/T_\infty)^{-0,5}$, однако для настоящих экспериментов это не привело к обобщению.

При анализе полученных результатов замечено, что обобщение в каждом газе получается в том случае, когда степень температурного фактора, входящего в координату ψ , имеет разные значения для каждого газа. Сопоставление их позволило записать общее выражение для степени в виде $(\gamma - 1)/2$. Таким образом, координата ψ , представленная в форме

$$\psi_1 = [x/(r_* N^{1/\alpha})] (T_0/T_\infty)^{(\gamma-1)/2},$$

обобщает все полученные режимы течения в каждом газе. На рис. 3 показано обобщение в Ar для различных режимов течения (линии 1—3 при $N = 380, 190, 57$) в координатах ψ_1 и θ . Подобным образом картины обобщения выглядят в N₂ и CO₂. Расхождение данных, полученных в разных режимах, не превышает в этих координатах 8 %, однако различие между ними в разных газах достигает 300 %.

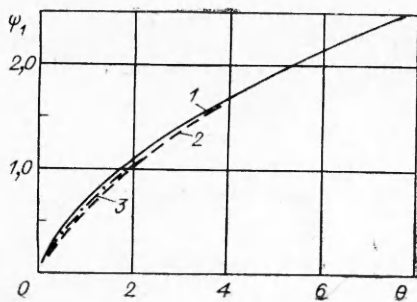
На втором этапе необходимо было дополнить координату θ множителем, отличающимся для каждого газа. Анализ движения фронта истекающего газа вдоль оси потока показал, что при использовании в координате θ скорости нестационарного истечения в вакуум ($u_m = 2c_0/(\gamma - 1)$) или скорости стационарного истечения ($u_s = \sqrt{2/(\gamma - 1)} \cdot c_0$) обобщения в разных газах не получается. Однако при введении в координату θ множителя $((\gamma - 1)/2)^2$ удастся обобщить движение фронта для всех исследуемых газов. Таким образом, θ следует записать как

$$\theta_1 = \frac{t}{r_* N^{1/\alpha}} \frac{\gamma - 1}{2} c_0.$$

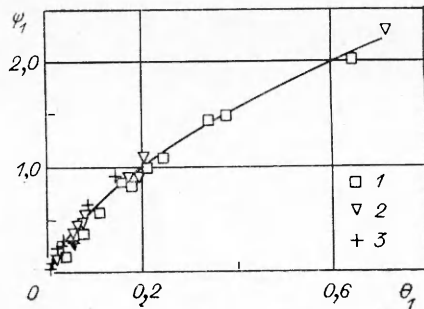
На рис. 4 показаны экспериментальные точки 1—3 для Ar, N₂, CO₂ в разных режимах течения и обобщающая зависимость в координатах ψ_1 и θ_1 . Обобщенное уравнение движения фронта истекающего газа в этих координатах имеет вид

$$(1) \quad \theta_1 = 0,1\psi_1 + 0,1\psi_1^2,$$

оно с точностью ~ 10 % справедливо для двумерной струи в Ar, N₂ и CO₂ при $\psi_1 = 0,05-2,3$.



Р и с. 3



Р и с. 4

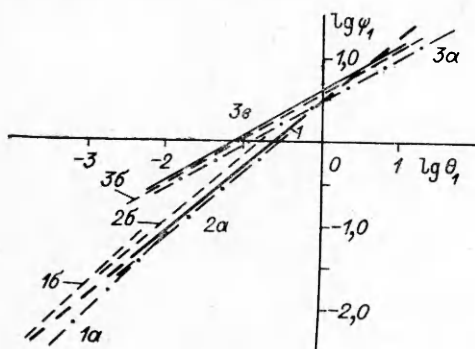
Сопоставление результатов настоящих экспериментов (прямая 1) с ранее полученными зависимостями для движения фронта истекающего газа в осесимметричных струях в координатах $\lg \psi_1$ и $\lg \theta_1$ приведено на рис. 5: 1а — Ar, 1б — N_2 при $N = 10^8$, $T_0/T_\infty = 1$ [1]; 2а — Ar, 2б — N_2 при $N = 10^6$, $T_0/T_\infty = 1$ [2]; 3а — Ar, 3б — N_2 , 3в — CO_2 при $N = 50-100$, $T_0/T_\infty = 6-12$ [3]. Из сопоставления всех ранее полученных результатов для движения фронта струи истекающего газа видно, что полученное уравнение в найденных параметрах подобия ψ_1 и θ_1 наиболее полно описывает движение фронта. Оно может быть рекомендовано для описания движения фронта струи истекающего газа на нестационарной стадии течения.

Подобному анализу подвергнуты экспериментальные результаты по динамике вторичной ударной волны, распространяющейся в истекающем газе. Экспериментальные данные хорошо обобщаются в найденных координатах подобия θ_1 и ψ_1 . Уравнение движения вторичной волны принимает вид

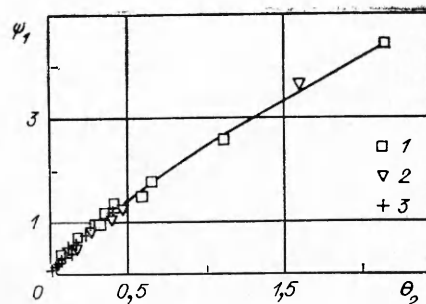
$$(2) \quad \theta_1 = -0,07\psi_1 + 0,8\psi_1^2,$$

где ψ_1 изменяется в пределах 0,25—2,3. Отрицательный коэффициент при линейном члене отражает тот факт, что вторичная волна возникает не у среза сопла, а на некотором расстоянии от него ($\psi_1 \geq 0,1$). Коэффициент при ψ_1^2 имеет большее значение, чем в формуле (1), что отражает значительное замедление движения вторичной волны и ее отставание от фронта истекающего газа.

При анализе данных по движению первичной волны в фоновом газе в Ar, N_2 и CO_2 не было получено обобщения в координатах ψ_1 и θ_1 , в то время как в каждом газе отдельно экспериментальные результаты хорошо обобщаются координатой ψ_1 . При изменении координаты θ_1 необходимо учесть, что движение первичной волны происходит в фоновом газе, имеющем постоянную начальную температуру для всех исследованных режимов $T_0 = 300$ К. Это обстоятельство при анализе экспериментальных данных определило более слабую зависимость координаты θ_1 от сом-



Р и с. 5



Р и с. 6

ножителя $(\gamma - 1)/2$, т. е. в отличие от θ_1 данные обобщаются при введении $((\gamma - 1)/2)^{3/2}$. Таким образом, координата θ примет вид

$$\theta_2 = \frac{t}{r_* N^{1/\alpha}} \sqrt{\frac{\gamma - 1}{2}} c_0.$$

При этом экспериментальные данные по движению первичной волны описываются уравнением

$$\theta_2 = 0,11\psi_1 + 0,09\psi_1^2.$$

На рис. 6 показано, что данные (точки 1—3 для Ag, N₂, CO₂) обобщаются (с точностью ~ 10 %) в координатах θ_2, ψ_1 .

Таким образом, полученные эмпирические соотношения могут быть рекомендованы для описания динамики стартовых разрывов при запуске недорасширенных струй при различных режимах течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин А. В., Кочнев В. А., Куликовский А. А., Набоко И. М. Нестационарные процессы при запуске недорасширенных струй // ПМТФ.— 1978.— № 1.
2. Емельянов А. В., Еремин А. В., Набоко И. М. Локальное электронно-лучевое исследование процесса формирования импульсной струи // Тр. IX Всесоюз. конф. по динамике разреженных газов.— Свердловск: Изд-во Уральского ун-та, 1988.— Т. 3.
3. Белавин В. А., Голуб В. В., Набоко И. М., Опара А. И. Исследование нестационарной структуры потока при истечении ударно-нагретого газа // ПМТФ.— 1973.— № 5.
4. Волчков В. В., Иванов А. В., Кисляков Н. И. и др. Струи низкой плотности за звуковым соплом при больших перепадах давления // ПМТФ.— 1973.— № 2.
5. Гусев В. Н. К вопросу о запуске сверхзвуковых сопел // Инж. журн.— 1961.— № 1.
6. Simons G. A. The large time behavior of steady spherical source expanding into an arbitrary ambient gas.— N. Y., 1970.— (Paper/AIAA; N 70).
7. Чекмарев С. Ф. Неустановившееся радиальное расширение газа в затопленное пространство от внезапно включенного стационарного источника // ПМТФ.— 1975.— № 2.
8. Чекмарев С. Ф., Станкус Н. В. Газодинамическая модель и соотношение подобия для запуска сверхзвуковых сопел и струй // ЖТФ.— 1984.— Т. 54, № 8.
9. Дулов В. Г., Лукьянов Г. А. Газодинамика процессов истечения.— Новосибирск: Наука, 1984.
10. Коробейников В. П., Мельникова Н. С., Рязанов Е. В. Теория точечного взрыва.— М.: Физматгиз, 1961.
11. Голуб В. В., Шульмейстер А. М. Стартовые ударные волны и вихревые структуры, возникающие при формировании струй // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1988.— № 5.

г. Москва

Поступила 10/V 1990 г.

УДК 532.529.5

С. Л. Гаврилюк, С. А. Филько

УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕДАХ С ДИССИПАЦИЕЙ

В работе исследуется структура ударных волн в пузырьковой жидкости с дискретной функцией распределения пузырьков по размерам (в каждой точке пространства имеются пузырьки M различных радиусов). В системе координат, связанной с волной, уравнения движения сводятся к динамической системе в $2M$ -мерном фазовом пространстве. Для произвольного конечного M доказаны существование, единственность и устойчивость соответствующей структуры. Устойчивость понимается в смысле выполнения теоремы Цемплена на ударной волне, рассматриваемой в рамках равновесной модели как сильный разрыв.

1. Математическая модель. Уравнения движения полидисперсной пузырьковой среды с несжимаемой несущей фазой при малых концентрациях пузырьков имеют вид [1, 2]

$$(1.1) \quad v_t - u_q = 0;$$