

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ГОРЕНИЕ СЛОВЕВЫХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ГОРЕНИЕ КОМПОНЕНТОВ

С. А. Рашковский

Институт проблем механики РАН, 119256 Москва, rash@rash.mccme.ru

Рассмотрена модель нестационарного горения слоевой конденсированной системы типа «сэндвич», состоящей из параллельных слоев одновременно горящих компонентов, способных к самостоятельному горению. Определена функция отклика массовой скорости горения такой системы на периодическое изменение давления с учетом взаимодействия компонентов за счет разности их скоростей горения. В линейном приближении проанализировано горение таких систем при резком изменении давления. Показано, что характер этих процессов и их длительность зависят от отношения толщины слоя медленногорящего компонента к толщине его прогретого слоя. Установлено, что искривления поверхности горения компонентов в процессе нестационарного горения слоевой конденсированной системы могут существенно изменять характер нестационарного горения всей системы, в частности, повышать или понижать его стабильность.

Ключевые слова: смесевые твердые ракетные топлива, слоевые конденсированные системы, нестационарное горение, гетерогенность.

ВВЕДЕНИЕ

Процессы нестационарного горения гетерогенных и гомогенных конденсированных смесей существенно различаются, что обусловлено в основном неоднородной структурой гетерогенных конденсированных систем (ГКС), состоящих из дисперсных компонентов, например, порошкообразного перхлората аммония (ПХА), скрепленных полимерным связующим.

В настоящее время накоплен большой экспериментальный материал, выявляющий особенности нестационарного горения ГКС.

Обычно при исследовании нестационарного горения ГКС основное внимание уделяется области высоких частот, которые существенно больше характерных частот сгорания структурных неоднородностей ГКС (например, частиц ПХА). В этих условиях гетерогенная структура ГКС проявляется слабо, и при моделировании, например, акустической неустойчивости в ракетных двигателях на твердом топливе используются одномерные модели горения гомогенных конденсированных систем.

Напротив, при низких частотах могут наблюдаться резонансные явления, связанные с совпадением внешней (задающей) частоты (например, частоты колебаний давления) и частоты сгорания частиц окислителя в ГКС. Исследование нестационарного горения ГКС при низких частотах, соизмеримых с частотами

сгорания структурных неоднородностей ГКС, позволяет получить достаточно подробную картину процессов, а также выявить роль гетерогенности системы в этих процессах. Более того, исследование низкочастотных колебаний различных параметров (давления, светимости пламени, концентрации компонентов в газовой фазе и т. д.) при стационарном и нестационарном горении ГКС при низких частотах может дать новый инструмент для диагностики процессов горения ГКС.

Анализ поверхности горения ГКС [1, 2] показывает, что на ней имеются существенные неоднородности, появление которых связано с неравномерным выгоранием дисперсного компонента (окислителя) и связующего. На это же указывают измерения профиля температур [3, 4] в газовой фазе у поверхности горения ГКС при стационарных условиях: наблюдаются значительные флуктуации температуры в зависимости от того, в какой области (у поверхности ПХА или связующего) проводится измерение. При изменении условий горения, например, давления, высота неоднородностей поверхности горения и их характер также изменяются [2]. Это свидетельствует о том, что неравномерность выгорания компонентов ГКС во многом зависит от условий горения.

В работе [5] исследовался спектр собственных колебаний (шумов) давления при горении

ГКС в бомбе постоянного давления в стационарных условиях. Было установлено, что в спектре частот пульсаций давления существует основная частота, характеризующая наибольшую амплитудой. Отношение этой частоты к «слоевой частоте» сгорания частиц окислителя близко к единице в широком диапазоне давлений и размеров частиц окислителя. Киносъемка процесса горения ГКС, проведенная в работе [5], показала, что отток продуктов сгорания от горящей поверхности также носит пульсирующий характер с частотой, совпадающей с частотой сгорания частиц окислителя.

В работе [6] исследовалось нестационарное горение ГКС при быстром сбросе давления. В опытах регистрировались давление и светимость пламени. По осциллограмме светимости определялась длительность переходного процесса. Опыты проводили в широком диапазоне размеров частиц ПХА ($4 \div 1600$ мкм). Было установлено, что в случае мелких частиц, размер которых соизмерим с толщиной прогреваемого слоя к-фазы ГКС, длительность переходного процесса в пределах точности эксперимента не зависит от размера частиц. В этом диапазоне размеров частиц ПХА ГКС ведет себя при нестационарном горении как однородное топливо. Для образцов с частицами окислителя, размеры которых превышают толщину прогреваемого слоя к-фазы, длительность переходного процесса пропорциональна (с коэффициентом 1,25) времени сгорания частиц, определенному по скорости горения ГКС при конечном давлении.

В работах [7, 8] исследовался процесс горения ГКС при наложении постоянного или переменного электрического поля. Было установлено, что при наложении постоянного электрического поля происходят перестройка процесса горения и его переход на новый режим. Переходный процесс носит колебательный характер, при этом характерная частота колебаний пропорциональна «слоевой частоте» сгорания частиц окислителя [7]. Кроме того, при переходе с одного режима на другой появлялись крупные неоднородности поверхности горения, которые исчезали после завершения переходного процесса. Размеры этих неоднородностей соизмеримы с размерами крупных кристаллов ПХА. При наложении переменного электрического поля наблюдались резонансные эффекты, если частота внешнего электрического поля была порядка «слоевой частоты» сгорания

частиц ПХА [8]. Отсюда следует, что масштабом времени для нестационарных процессов, протекающих у поверхности горения ГКС как при стационарном, так и при нестационарном горении, является характерное время сгорания частиц дисперсных компонентов, а не время релаксации прогреваемого слоя к-фазы, как это имеет место для однородных конденсированных систем. Это означает, что эффекты нестационарного выгорания компонентов и отдельных участков поверхности горения ГКС должны учитываться даже в моделях квазистационарного горения ГКС.

С теоретической точки зрения гетерогенность конденсированных систем приводит к тому, что поля температур в конденсированной и газовой фазах у поверхности горения образцов существенно неоднородны и нестационарны, что ведет к неравномерному выгоранию различных участков поверхности. В результате поверхность горения ГКС всегда покрыта неоднородностями различной высоты и протяженности, наиболее крупные из которых соизмеримы с размерами крупных частиц ПХА.

Критерием неоднородности ГКС служит безразмерный параметр $\varepsilon_d = ud/\alpha$ [9], равный отношению характерного размера дисперсных частиц d к толщине α/u прогреваемого слоя к-фазы (u — скорость горения, α — теплопроводность). При $\varepsilon_d \ll 1$ ГКС можно рассматривать как однородную систему и к ней с достаточной точностью применимы квазиоднородные модели, в том числе и модели нестационарного горения. Как показывают оценки, реальные ГКС можно считать квазиоднородными только в том случае, если они содержат ультрадисперсные частицы компонентов (< 1 мкм). При $\varepsilon_d \gg 1$ ГКС можно рассматривать как слоевую конденсированную систему — «сэндвич», состоящую из крупных слоев компонентов, тепловое взаимодействие к-фаз которых происходит лишь на границе их контакта, тогда как в целом компоненты могут описываться квазиоднородными моделями горения. При $\varepsilon_d \approx 1$ ГКС является неоднородной и ни к ней в целом, ни к отдельным ее компонентам нельзя применять квазиоднородные модели.

Существуют ряд теоретических работ [10–12], в которых с разных позиций рассматривается нестационарное горение ГКС, а также влияние неоднородности ГКС на этот процесс, однако следует признать, что в отличие

от теории нестационарного горения гомогенных конденсированных систем [9, 13] теория нестационарного горения ГКС еще далека от завершения.

Замкнутая теория стационарного и нестационарного горения ГКС должна учитывать нестационарное горение компонентов, тепловое и химическое взаимодействие пламени отдельных компонентов и связанное с ним перераспределение потоков тепла к поверхности горения, а также тепловое взаимодействие компонентов через к-фазу [12]. Отметим, что хотя поле температур газового пламени ГКС также нестационарно, однако в широком диапазоне частот его можно считать квазистационарным, зависящим только от мгновенного состояния и структуры поверхности горения [12].

В настоящей работе на примере слоевых систем исследуется нестационарное горение ГКС, при этом нестационарное горение ее компонентов как индивидуальных конденсированных систем рассматривается в рамках теории нестационарного горения [9, 13].

МОДЕЛИ «СЭНДВИЧ»

Слоевые конденсированные системы (СКС), или «сэндвичи», являются простейшей моделью ГКС и широко используются для исследования (как теоретического, так и экспериментального) стационарного горения ГКС [14–17]. Благодаря регулярной структуре, которую можно контролировать, СКС позволяют моделировать различные режимы взаимодействия компонентов в процессе горения ГКС. Можно ожидать, что исследование нестационарного горения СКС позволит установить роль гетерогенности и взаимного влияния компонентов при нестационарном горении ГКС.

В настоящей работе рассматриваются СКС, состоящие из параллельных слоев гомогенных конденсированных систем, способных к самостоятельному горению. Для теоретического анализа рассмотрим две основные схемы СКС (рис. 1).

Горение компонентов по схеме рис. 1, *a* происходит одновременно (параллельное горение компонентов), а по схеме рис. 1, *б* — последовательно. Очевидно, схема рис. 1, *б* тесно связана с эстафетными моделями горения ГКС [18–21]. Похожие схемы ГКС применительно к нестационарному горению качественно рассматривались в работе [10].

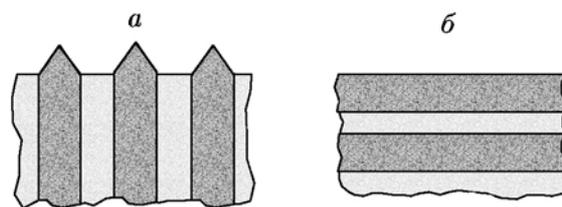


Рис. 1. Слоевые конденсированные системы с параллельным (*a*) и последовательным (*б*) горением компонентов

Схема рис. 1, *a* является традиционной и позволяет моделировать химическое и тепловое взаимодействие компонентов через диффузионное газовое пламя, а также взаимодействие компонентов на поверхности горения за счет разности их скоростей горения и связанное с этим изменение поверхности горения компонентов. Эта схема учитывает одновременный вклад каждого компонента в мгновенную массовую скорость горения СКС. Схема рис. 1, *б* позволяет моделировать тепловое взаимодействие компонентов через к-фазу, связанное с перестройкой прогретого слоя при распространении тепловой волны по слоям с разными теплофизическими характеристиками и передачей горения от одного компонента к другому через к-фазу.

Рассмотренные модели могут быть применены к ГКС с дисперсными компонентами. Можно сказать, что горение реальных ГКС описывается некоторой комбинацией схем рис. 1.

В этой работе рассматривается параллельное горение компонентов СКС (см. рис. 1, *a*) в предположении, что их взаимодействием через диффузионное пламя можно пренебречь. В этом случае нестационарное горение компонентов «связано» с их собственным пламенем, которое считается квазистационарным, и с нестационарным прогретым слоем к-фазы каждого компонента как монотоплива [9, 13]. Таким образом, будет рассмотрено взаимодействие поверхностей горения компонентов, связанное с искривлением поверхности горения медленногорящего компонента. Для сферических частиц ПХА, равномерно (в статистическом смысле) распределенных по объему ГКС, аналогичная задача решалась в работах [11, 12].

ФУНКЦИИ ОТКЛИКА

Рассмотрим предварительно горение слоя медленногорящего компонента СКС в окружении быстрогорящего компонента.

В дальнейшем считается, что поверхность горения быстрогорящего компонента во все моменты времени остается плоской и постоянной, а поверхность горения медленногорящего компонента принимает форму клина, выступающего над поверхностью горения быстрогорящего компонента.

Будем считать, что скорости горения компонентов $u_j(t)$ ($j = 1$ — быстрогорящий компонент, $j = 2$ — медленногорящий) постоянны по всей поверхности горения и могут изменяться только во времени. Отношение линейных скоростей горения компонентов в стационарных условиях удовлетворяет неравенству $\delta = u_2^0/u_1^0 < 1$.

Введем систему отсчета, связанную с поверхностью горения быстрогорящего компонента: ось x направлена вдоль плоской поверхности горения быстрогорящего компонента, ось y — вдоль оси симметрии слоя медленногорящего компонента.

Уравнение эволюции поверхности горения клина при сделанных допущениях имеет вид

$$\frac{\partial y}{\partial t} = u_1(t) - u_2(t) \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2} \quad (1)$$

с граничным и начальным условиями $y(a/2, t) = 0$; $y(x, 0) = y_{jn}(x)$, где a — ширина слоя медленногорящего компонента.

В стационарных условиях, которым соответствуют скорости горения u_j^0 , поверхность клина описывается уравнением $y^0(x) = (a/2 - x)\sqrt{(1/\delta)^2 - 1}$, а его площадь равна $S^0 = a/\delta$. В нестационарном процессе $u_j(t) = u_j^0 + \Delta u_j(t)$, при этом поверхность клина может быть представлена в виде $y(x, t) = y^0(x) + \Delta y(x, t)$.

В линейном приближении уравнение (1) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta y}{\partial t} - u_2^0 \sqrt{1 - \delta^2} \frac{\partial \Delta y}{\partial x} = \\ = \Delta u_1(t) - \frac{\Delta u_2(t)}{\delta}. \end{aligned} \quad (2)$$

Решение уравнения (2) с граничным условием $\Delta y(a/2, t) = 0$ и нулевым начальным условием имеет вид

$$\Delta y(x, t) = \int_{t+(x-a/2)/V_0}^t \left(\Delta u_1(t) - \frac{\Delta u_2(t)}{\delta} \right) dt, \quad (3)$$

где $V_0 = u_2^0 \sqrt{1 - \delta^2}$.

Легко показать, что в рассматриваемом приближении отклонение площади поверхности горения клина от стационарного значения равно

$$\begin{aligned} \Delta S(t) = S(t) - S^0 = 2\sqrt{1 - \delta^2} \times \\ \times \int_{t-a/2V_0}^t \left(\Delta u_1(t) - \frac{\Delta u_2(t)}{\delta} \right) dt. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим частный случай, когда горение происходит при гармонически меняющемся давлении:

$$\Delta p(t)/p^0 = \eta \exp(i\omega t). \quad (5)$$

Вводя функции отклика линейных скоростей горения компонентов

$$F_j(\omega) = \Delta u_j(t)/u_j^0 \eta \exp(i\omega t) \quad (6)$$

для функции отклика площади поверхности горения клина

$$F_S(\omega) = \Delta S_2(t)/S_2^0 \eta \exp(i\omega t) \quad (7)$$

с учетом соотношения (4), получим

$$F_S(\Omega) = \psi_2(\Omega)[F_1(\Omega) - F_2(\varepsilon\Omega)], \quad (8)$$

где

$$\psi_2(\Omega) = \frac{1 - \exp(-i\Omega\tau_0)}{i\Omega\tau_0}, \quad (9)$$

$\Omega = \omega \varkappa_1/u_1^0$ — безразмерная частота, $\varepsilon = (\varkappa_2/\varkappa_1)\delta^{-2}$, \varkappa_j — температуропроводность j -го компонента,

$$\tau_0 = a_0/2\delta\sqrt{1 - \delta^2}, \quad (10)$$

$a_0 = au_1^0/\varkappa_1$ — безразмерная толщина слоя медленногорящего компонента.

Соотношения (8), (9) записаны в безразмерном виде, который будет использоваться при анализе модели. Для модели нестационарного горения индивидуальных компонентов [9, 13] зависимости $F_j(\Omega)$ хорошо известны и имеют простой вид.

Для рассматриваемой модели в линейном приближении выражение (8), (9) является точным. Отметим, что соотношение типа (8) получено в работе [11] при ряде допущений для ГКС с частицами ПХА сферической формы, случайно распределенными в объеме смеси. В работе [12] показано, что функция отклика поверхности горения медленногорящих компонентов в общем случае должна иметь структуру (8), в которой коэффициент ψ_2 зависит от модели процесса и формы частиц медленногорящего компонента. В частности, для модели [11]

$$\psi_2(\Omega_d) = 1 - 3\delta Q(\Omega_d, \delta), \quad (11)$$

$$Q(\Omega_d, \delta) = \frac{1}{6} + \frac{(1-\delta)^2}{3\delta} + i \frac{(1-\delta)^2}{\Omega_d} + \frac{1-4\delta(1-\delta)}{\Omega_d^2} + i \frac{2\delta(2-5\delta)}{\Omega_d^3} - \left[\frac{1-2\delta^2}{\Omega_d^2} + i \frac{2\delta(2+3\delta)}{\Omega_d^3} \right] \exp(-i\Omega_d) + i \frac{16\delta^2}{\Omega_d^3} \times \exp \frac{i\Omega_d}{2\delta} \cos \frac{\Omega_d}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{\delta}{3} \right) \times \left[1 - \frac{1 - \exp(-i\Omega_d\gamma_0)}{i\Omega_d\gamma_0} \right], \quad (12)$$

где γ_0 — коэффициент (порядка единицы); $\Omega_d = \omega d/u_1^0$; d — «средний диаметр» частиц дисперсного компонента (ПХА) в ГКС; u_1^0 — скорость горения связующего, равная линейной скорости горения ГКС в стационарном режиме; u_2^0 — скорость горения частиц ПХА.

На рис. 2 для сравнения приведены зависимости действительных и мнимых частей функций $\psi_2(\Omega)$ для СКС с параллельным горением компонентов (зависимость (9)) и ГКС с дисперсными компонентами при разных значениях параметра δ (зависимости (11), (12)). Для СКС $\Omega_a = \Omega\tau_0$, для ГКС $\Omega_a = \Omega_d$. Видно, что при $0,5 \leq \delta \leq 1$ функции $\psi_2(\Omega)$ для СКС и ГКС отличаются незначительно. Это означает, что для одинаковых моделей горения и взаимодействия компонентов поведение массовых скоростей горения СКС и ГКС будет также одинаковым. Таким образом, результаты настоящей работы для СКС с параллельным горением находятся в соответствии с полученными ранее для ГКС с дисперсными компонентами.

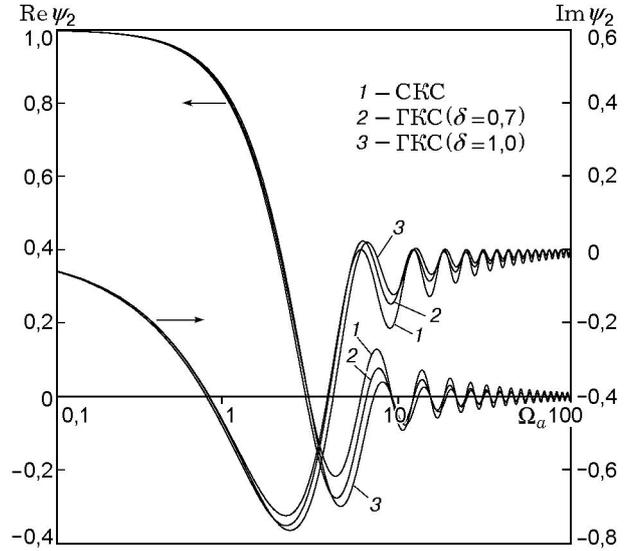


Рис. 2. Зависимости действительной и мнимой частей функции ψ_2 от безразмерной частоты Ω_a : для СКС $\Omega_a = \Omega\tau_0$, для ГКС $\Omega_a = \Omega_d$

Из зависимости (8), (9) следует, что изменение поверхности горения медленногорящего компонента будет заметно только в процессах с характерной частотой изменения параметров меньше или порядка $1/\tau_0$. Быстрые процессы, для которых $\Omega\tau_0 \gg 1$, не будут оказывать заметного влияния на поверхность горения, и ее можно будет считать постоянной, равной поверхности при стационарном горении. Этот же вывод следует из анализа модели нестационарного выгорания сферических частиц в составе гетерогенных конденсированных смесей [11].

Известно [14–17], что в определенных условиях при горении реальных СКС скорость горения на границе раздела компонентов выше скорости горения каждого компонента СКС. Этот эффект проявляется тем сильнее, чем толще слой связующего [17], и приводит к появлению лидирующей точки на поверхности горения, в результате чего поверхности горения компонентов принимают клиновидную форму. В таких случаях при нестационарном горении происходит изменение поверхностей горения обоих компонентов. Функция отклика площади поверхности горения j -го компонента определяется соотношениями, аналогичными (8), (9):

$$F_{Sj}(\Omega) = \frac{1 - \exp(-i\Omega\tau_{0j})}{i\Omega\tau_{0j}} [F_L(\Omega) - F_j(\varepsilon\Omega)], \quad (8^*)$$

где $\tau_{0j} = a_{0j}/2\delta_j\sqrt{1-\delta_j^2}$; $\delta_j = u_j^0/u_L^0$; u_L и $F_L(\Omega)$ — скорость лидирующей точки и ее функция отклика; a_{0j} — безразмерная толщина слоя j -го компонента. В предельном случае, когда скорость лидирующей точки равна скорости горения быстрогорящего компонента, соотношения (8*) переходят в (8), (9). Именно этот случай рассматривается в дальнейшем.

Мгновенная массовая скорость горения СКС находится по формуле

$$m(t) = \rho_1 S_1(t) u_1(t) + \rho_2 S_2(t) u_2(t),$$

где ρ_j — плотность j -го компонента; $S_j(t)$ — мгновенная площадь поверхности горения j -го компонента, приходящаяся на единицу площади поперечного сечения СКС. Стационарная массовая скорость горения СКС определяется соотношением

$$m^0 = \rho_1 S_1^0 u_1^0 + \rho_2 S_2^0 u_2^0 = \rho_p u_1^0,$$

$$1/\rho_p = (1-\zeta)/\rho_1 + \zeta/\rho_2,$$

где ρ_p — плотность СКС, ζ — массовая доля медленногорящего компонента в СКС, причем $\zeta = (\rho_2/\rho_p) S_2^0 \delta = 1 - (\rho_1/\rho_p) S_1^0$.

Введем отклонение параметров от стационарных значений S_j^0 , u_j^0 . Отклонение мгновенной массовой скорости горения СКС от стационарного значения в линейном приближении определяется соотношением

$$\begin{aligned} \Delta m(t) = & \rho_1 S_1^0 u_1^0 \left(\frac{\Delta u_1(t)}{u_1^0} + \frac{\Delta S_1(t)}{S_1^0} \right) + \\ & + \rho_2 S_2^0 u_2^0 \left(\frac{\Delta u_2(t)}{u_2^0} + \frac{\Delta S_2(t)}{S_2^0} \right), \end{aligned}$$

которое может быть записано в виде

$$\begin{aligned} \frac{\Delta m(t)}{m^0} = & (1-\zeta) \left(\frac{\Delta u_1(t)}{u_1^0} + \frac{\Delta S_1(t)}{S_1^0} \right) + \\ & + \zeta \left(\frac{\Delta u_2(t)}{u_2^0} + \frac{\Delta S_2(t)}{S_2^0} \right), \end{aligned} \quad (13)$$

где $\Delta S_j(t)$ — отклонение площади поверхности горения j -го компонента от стационарного значения.

Из формулы (13) для функции отклика массовой скорости горения СКС

$$F_m(\omega) = \Delta m(t)/m^0 \eta \exp(i\omega t) \quad (14)$$

получаем

$$\begin{aligned} F_m(\omega) = & (1-\zeta)[F_1(\omega) + F_{S_1}(\omega)] + \\ & + \zeta[F_2(\omega) + F_{S_2}(\omega)]. \end{aligned} \quad (15)$$

Соотношение (15) является достаточно общим и при сделанных допущениях не зависит от конкретной модели горения СКС и ее компонентов.

Для рассматриваемой модели, в которой площадь поверхности горения быстрогорящего компонента постоянна в течение всего процесса, т. е. $\Delta S_1(t) = 0$, функция (15) принимает более простой вид:

$$F_m(\Omega) = (1-\zeta)F_1(\Omega) + \zeta[F_2(\varepsilon\Omega) + F_S(\Omega)]. \quad (16)$$

В частности, для рассматриваемой модели СКС с параллельным горением компонентов и искривлением поверхности горения медленногорящего компонента функция отклика $F_S(\Omega)$ определяется выражениями (8), (9).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим некоторые результаты численного моделирования нестационарного горения СКС с параллельным горением компонентов (см. рис. 1, а) при переменном давлении.

Предварительно сделаем ряд замечаний относительно метода моделирования процесса горения СКС при переменном давлении. При гармоническом изменении давления (5) процесс описывается функцией отклика соответствующего параметра. В частности, для рассматриваемой модели такими функциями отклика являются $F_S(\Omega)$ (8), (9), $F_m(\Omega)$ (16) и $F_j(\Omega)$ [9, 13]. Сложнее моделировать процесс при ступенчатом изменении давления. В некоторых случаях удается найти аналитические зависимости параметров процесса от времени, которые обычно имеют вид интегральных соотношений. Для сложных моделей процесса горения СКС эти зависимости достаточно громоздки и трудны для анализа. В настоящей работе используется метод Фурье-разложения, который допускает простую численную реализацию.

Как известно, «единичная» периодическая функция

$$\{f_1(\tau) = f_1(\tau + L), f_1(\tau) = 1 \text{ при } |\tau| < L_0/2$$

$$\text{и } f_1(\tau) = 0 \text{ при } L_0/2 < |\tau| < L - L_0/2\}$$

может быть представлена рядом Фурье

$$f_1(\tau) = \frac{L_0}{L} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\Omega_n L_0}{2} \cos(\Omega_n \tau), \quad (17)$$

где $\Omega_n = n2\pi/L$. В этом пункте мы будем использовать безразмерное время τ , определение которого дадим ниже.

Ступенчатое изменение давления можно представить в виде $\Delta p(\tau) = f_1(\tau)\Delta p_m$, где Δp_m — «высота ступеньки». При заданных значениях параметров L , L_0 разные участки этой функции могут моделировать скачкообразное повышение или падение давления. Пусть некоторый параметр Y процесса имеет функцию отклика $F(\Omega)$ на периодическое изменение давления, определенную соотношениями, аналогичными соотношениям (6), (7), (14). Если изменение давления в некотором процессе можно описать гармоническим рядом $\Delta p(\tau) = \text{Re}\left\{\sum_n \Delta p_n \exp(i\Omega_n \tau)\right\}$, то в соответствии с методом комплексных амплитуд изменение параметра Y будет описываться при этом рядом

$$\Delta Y(\tau) = \frac{Y}{p} \text{Re}\left\{\sum_n \Delta p_n \exp(i\Omega_n \tau) F(\Omega_n)\right\}.$$

В частности, с учетом (17) изменение параметра Y при ступенчатом изменении давления описывается рядом

$$\frac{\overline{\Delta Y}(\tau)}{\Delta p_m} = \frac{L_0}{L} F^r(0) + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} [F^r(\Omega_n) \cos(\Omega_n \tau) - F^i(\Omega_n) \sin(\Omega_n \tau)] \sin \frac{\Omega_n L_0}{2}, \quad (18)$$

где $\overline{\Delta Y} = \Delta Y/Y$; $\overline{\Delta p_m} = \Delta p_m/p$; $F^r(\Omega) = \text{Re}F(\Omega)$; $F^i(\Omega) = \text{Im}F(\Omega)$. Для действительных параметров, описывающих процесс горения, $\lim_{\Omega \rightarrow \infty} F^r(\Omega) = F(\infty) = \text{const}$,

$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} F^i(\Omega) = 0$ и всегда можно указать такое число N , что функция $F(\Omega_N)$ с заданной точностью будет приближаться к значению $F(\infty)$. Недостатком ряда (18) является его медленная сходимость.

Перепишем ряд (18) с учетом (17):

$$\frac{\overline{\Delta Y}(\tau)}{\Delta p_m} = F^r(\Omega_N) f_1(\tau) + \frac{L_0}{L} [F^r(0) - F^r(\Omega_N)] +$$

$$+ \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} [(F^r(\Omega_n) - F^r(\Omega_N)) \cos(\Omega_n \tau) - F^i(\Omega_n) \sin(\Omega_n \tau)] \sin \frac{\Omega_n L_0}{2}. \quad (19)$$

Такая запись существенно повышает сходимость ряда и обеспечивает приемлемую точность представления функции при конечном числе членов ряда. Это позволяет при вычислениях использовать приближение Галеркина функции (19):

$$\frac{\overline{\Delta Y}(\tau)}{\Delta p_m} = F^r(\Omega_N) f_1(\tau) + \frac{L_0}{L} [F^r(0) - F^r(\Omega_N)] + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^N \frac{1}{n} [(F^r(\Omega_n) - F^r(\Omega_N)) \cos(\Omega_n \tau) - F^i(\Omega_n) \sin(\Omega_n \tau)] \sin \frac{\Omega_n L_0}{2}. \quad (20)$$

Для тестирования формулы (20) проводился расчет скорости нестационарного горения гомогенной конденсированной системы при ступенчатом изменении давления, и результаты расчета сравнивались с точным решением [9, 13] для разных параметров системы. Например, при $N = 2000$ расхождение с точным решением не превышает сотых долей процента во всей области определения функции.

Примем, что нестационарное горение компонентов характеризуется параметрами ν_j , k_j , r_j , μ_j , а функции отклика их линейных скоростей горения имеют вид [9, 13]

$$F_j(\Omega) = \frac{\nu_j + z_1 \delta_j}{1 - k_j + z_1 [r_j - (ik_j/\Omega)]}, \quad (21)$$

$$z_1 = -1/2 + \sqrt{1/4 + i\Omega},$$

$$\delta_j = \nu_j r_j - \mu_j k_j, \quad j = 1, 2, \quad i = \sqrt{-1}.$$

Из соотношений (8), (9), (16), (21) следуют предельные значения функции отклика массовой скорости горения СКС с параллельным горением компонентов:

$$\lim_{\Omega \rightarrow 0} F_m(\Omega) = \nu_1;$$

$$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} F_m(\Omega) = (1 - \zeta) (\nu_1 - \mu_1 k_1 / r_1) + \zeta (\nu_2 - \mu_2 k_2 / r_2).$$

Наиболее сильно гетерогенная структура СКС при нестационарном горении оказывает влияние в том случае, когда в качестве компонентов рассматриваются гомогенные системы с существенно различающимися свойствами. Рассмотрим компоненты a и b , имеющие следующие свойства: $\nu_a = 2/3$, $k_a = 1,5$, $r_a = 0,5$, $\mu_a = 1/6$ и $\nu_b = 2/3$, $k_b = 2,0$, $r_b = 0,4$, $\mu_b = 0$. Нестационарное горение таких систем как индивидуальных топлив при ступенчатом изменении давления исследовано в работе [9]. Системы a и b при нестационарном горении ведут себя по-разному: переходный процесс при горении системы b сопровождается колебаниями с частотой, равной собственной «частоте топлива», в то время как переходный процесс при горении системы a происходит без колебаний. Такой выбор компонентов позволяет проследить, как влияют свойства разных компонентов на нестационарное горение СКС в целом.

Рассмотрим три СКС, отличающиеся составом:

- СКС А содержит в качестве быстрогорящего компонента ($j = 1$) конденсированную систему a , а в качестве медленногорящего ($j = 2$) — систему b ;

- СКС В, наоборот, в качестве быстрогорящего компонента ($j = 1$) содержит конденсированную систему b , а в качестве медленногорящего ($j = 2$) — систему a ;

- СКС С содержит конденсированную систему a в качестве как быстрогорящего ($j = 1$), так и медленногорящего ($j = 2$) компонента; при этом компоненты отличаются только значением стационарной скорости горения ($\delta < 1$).

Все перечисленные СКС характеризуются следующими параметрами: $\zeta = 0,75$; $\delta = 0,7$; $\varepsilon = 2$.

Рассмотрим переходный процесс при ступенчатом уменьшении давления для этих СКС.

Расчет нестационарной массовой скорости горения СКС в переходном процессе проведен по формуле (20). Результаты расчетов показаны на рис. 3, где безразмерное время определяется соотношением $\tau = t(u_1^0)^2/\alpha_1$. Видно, что массовая скорость горения СКС всех типов переходит на новый уровень колебательным образом, однако характер переходного процесса для разных СКС различен.

Для СКС А с увеличением параметра τ_0 увеличивается амплитуда колебаний массовой скорости горения; при этом при $\tau_0 = 0$ скорость

горения СКС А переходит на новый уровень асимптотически без колебаний, как при горении индивидуального компонента a .

Для СКС В, напротив, увеличение параметра τ_0 ведет к уменьшению амплитуды колебаний скорости горения, при этом даже в предельном случае ($\tau_0 = \infty$) переход скорости горения СКС В на новый уровень сопровождается затухающими колебаниями.

Для СКС С переход скорости горения на новый уровень сопровождается не более чем двумя колебаниями с последующим асимптотическим приближением к стационарному уровню, соответствующему конечному давлению; исключения составляют значения $\tau_0 \ll 1$, для которых переходный процесс близок к таковому при горении индивидуальной системы a и происходит без колебаний.

Поведение нестационарной составляющей скорости горения СКС А и В связано с сочетанием существенно отличающихся свойств компонентов a и b в СКС и нестационарного изменения поверхности горения медленногорящего компонента.

Случай $\tau_0 = \infty$ соответствует постоянной поверхности горения медленногорящего компонента. Это связано с тем, что поверхность горения относительно толстых слоев медленногорящего компонента успевает реагировать только на очень медленные изменения давления, такие, что $\Omega\tau_0 < 1$ (см. (8), (9)). В этом случае компоненты в составе СКС горят независимо и вклад каждого из них в нестационарную скорость горения СКС определяется их массовой долей: если большую массовую долю в СКС имеет компонент b , нестационарное горение СКС характеризуется резонансной частотой $\Omega_r \approx 2$, соответствующей нестационарному горению компонента b как монотоплива, в противном случае переход на новый уровень давления происходит без колебаний, как и при индивидуальном горении компонента a .

Случай $\tau_0 = 0$, напротив, соответствует СКС с бесконечно тонкими слоями компонентов. В этом случае поверхность горения медленногорящего компонента мгновенно реагирует на изменение скоростей горения и нестационарное горение СКС в целом имеет тот же характер, что и нестационарное горение быстрогорящего компонента как монотоплива.

При конечных значениях параметра τ_0 СКС А и В не имеют резонансных частот, хотя в области резонансной частоты компонента b

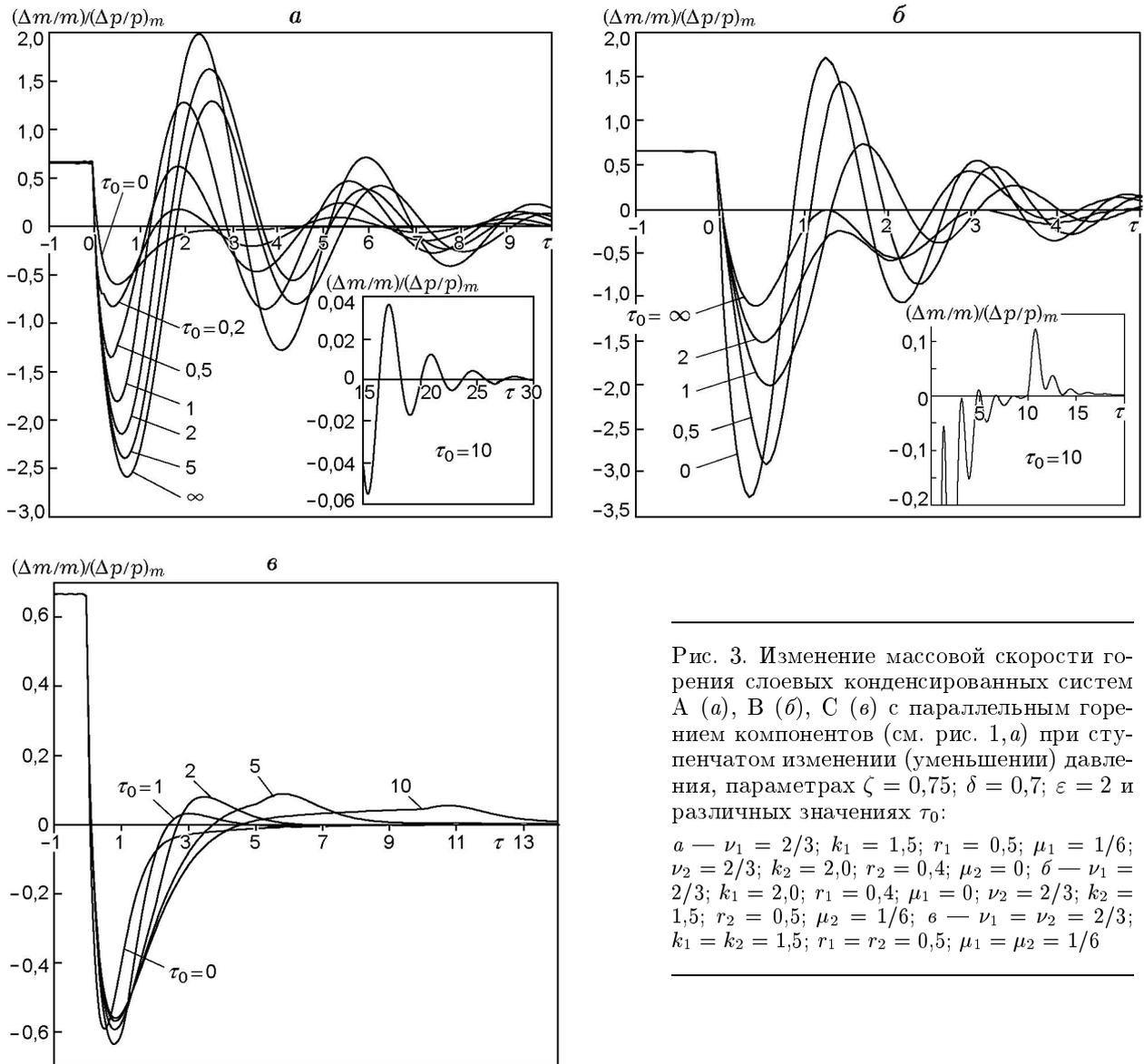


Рис. 3. Изменение массовой скорости горения слоевых конденсированных систем А (а), В (б), С (в) с параллельным горением компонентов (см. рис. 1, а) при ступенчатом изменении (уменьшении) давления, параметрах $\zeta = 0,75$; $\delta = 0,7$; $\varepsilon = 2$ и различных значениях τ_0 :

а — $\nu_1 = 2/3$; $k_1 = 1,5$; $r_1 = 0,5$; $\mu_1 = 1/6$; $\nu_2 = 2/3$; $k_2 = 2,0$; $r_2 = 0,4$; $\mu_2 = 0$; б — $\nu_1 = 2/3$; $k_1 = 2,0$; $r_1 = 0,4$; $\mu_1 = 0$; $\nu_2 = 2/3$; $k_2 = 1,5$; $r_2 = 0,5$; $\mu_2 = 1/6$; в — $\nu_1 = \nu_2 = 2/3$; $k_1 = k_2 = 1,5$; $r_1 = r_2 = 0,5$; $\mu_1 = \mu_2 = 1/6$

наблюдается максимум действительной части функции отклика (16). С увеличением относительной толщины τ_0 слоя медленногорящего компонента этот максимум увеличивается для СКС А и уменьшается для СКС В. Таким образом, изменение поверхности горения медленногорящего компонента в СКС А играет роль демпфера и ослабляет резонансные свойства скорости горения этого компонента.

Для СКС С действительная часть функции отклика (16) имеет небольшой максимум, который практически не зависит от параметра τ_0 .

В области больших безразмерных частот изменение действительной и мнимой частей

функций отклика массовой скорости горения всех рассмотренных СКС носит колебательный характер, причем период колебаний тем больше, чем меньше значение параметра τ_0 . Такое поведение функции отклика не наблюдается при индивидуальном горении ни одного из рассмотренных компонентов и является особенностью их взаимодействия при горении в составе СКС.

На основе полученных результатов можно сделать важный вывод: если медленногорящий компонент склонен к резонансному горению, для стабилизации горения СКС (и вообще ГКС) необходимо уменьшать размер частиц компонента; если же к резонансному горению

склонен быстрогорящий компонент, то стабилизации горения будет способствовать применение толстых слоев (крупных частиц) медленногорящего компонента.

Отметим, однако, что этот вывод справедлив до тех пор, пока размер частиц компонента превышает толщину прогретого слоя. В противном случае необходимо рассматривать нестационарное горение квазигомогенной системы, которая может иметь свои резонансные частоты.

Строго говоря, одномерная модель нестационарного горения может применяться к отдельным компонентам в составе СКС только в случае, когда толщина прогретого слоя к-фазы компонента меньше толщины прослойки компонента:

$$a_0 > 1, \quad \tau_0 > 1/2\delta\sqrt{1-\delta^2}.$$

В противном случае необходимо учитывать тепловое взаимодействие компонентов в к-фазе [12]. Тем не менее полученные результаты позволяют качественно описать эффекты нестационарного горения СКС, связанные с дисперсностью ее компонентов.

На вставках к рис. 3, *a, b* показано асимптотическое поведение скорости горения СКС при $\tau_0 = 10$. Изменение скорости горения СКС А при больших значениях τ происходит в виде затухающих колебаний, при этом для больших τ_0 декремент затухания убывает с ростом τ_0 . Для СКС В колебания скорости горения также затухают с ростом τ , однако при $\tau = \tau_0$ происходит всплеск нестационарной составляющей скорости горения СКС и последующее ее затухание. Этот всплеск связан с изменением поверхности горения медленногорящего компонента. Приведенные зависимости показывают, что с увеличением толщины τ_0 медленногорящего компонента увеличивается время переходного процесса.

На рис. 4 приведена зависимость длительности переходного процесса $\Delta\tau$ от параметра τ_0 . При больших значениях τ_0 длительность переходного процесса линейно увеличивается с ростом τ_0 , причем для СКС В и С коэффициент пропорциональности практически равен единице, что согласуется с экспериментальными данными работы [6]. Для СКС А коэффициент пропорциональности несколько меньше — 0,65. На вставке к рис. 4 показана зависимость $\Delta\tau(\tau_0)$ в логарифмическом масштабе. Видно, что для СКС В и С при малых значениях τ_0

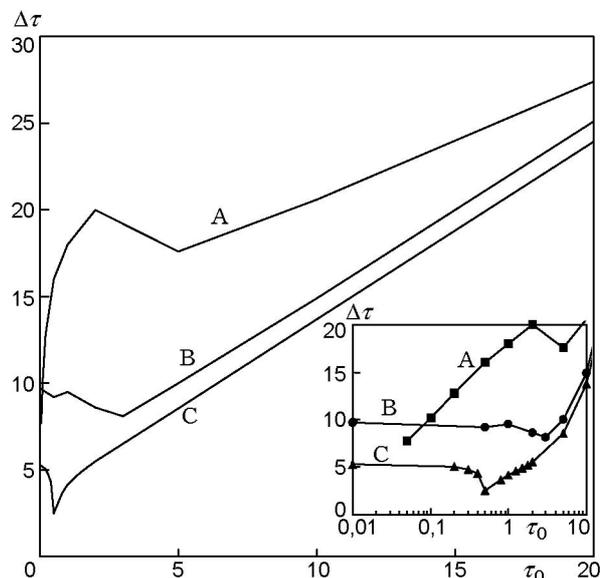


Рис. 4. Зависимость от параметра τ_0 длительности переходного процесса при скачкообразном падении давления для трех составов СКС (модель с параллельным горением компонентов, см. рис. 1, *a*)

длительность переходного процесса $\Delta\tau$ слабо зависит от τ_0 , в то время как для СКС А зависимость $\Delta\tau(\tau_0)$ близка к логарифмической. Особенности поведения СКС А по сравнению с СКС В и С связаны с большим содержанием в нем компонента *b*, склонного к резонансному горению.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена модель нестационарного горения слоевой конденсированной системы, состоящей из параллельных слоев одновременно горящих компонентов, способных к самостоятельному горению. Определена функция отклика массовой скорости горения такой системы на периодическое изменение давления с учетом взаимодействия компонентов за счет разности их скоростей горения. Рассмотрен метод моделирования в линейном приближении нестационарного горения СКС при резком изменении давления. Показано, что характер этих процессов и их длительность зависят от отношения толщины слоя медленногорящего компонента к толщине его прогретого слоя.

Установлено, что искривления поверхности горения компонентов в процессе нестационарного горения СКС могут существенно из-

менять характер нестационарного горения всей системы, в частности, повышать или понижать его стабильность.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Boggs T. L., Kraeutle K. J.** The role of the scanning electron microscope in the study of solid propellant combustion: Part I. Ammonium perchlorate decomposition and deflagration // *Combust. Sci. Technol.* 1969. V. 1, N 2. P. 75–93.
2. **Boggs T. L., Derr R. L., Beckstead M. W.** Surface structure of ammonium perchlorate composite propellants // *AIAA Journal.* 1970. N 2. P. 370–372.
3. **Derr R. L., Osborn J. R.** Composite propellant combustion // *AIAA Journal.* 1970. N 8. P. 1488–1491.
4. **Derr R. L., Osborn J. R.** A technique for controlling the position of a burning solid-propellant sample in a combustion bomb // *J. Spacecraft and Rockets.* 1969. V. 6, N 10. P. 1120–1124.
5. **Илюхин В. С., Марголин А. Д., Мысов В. Г., Новиков С. С.** Роль гетерогенности смесового твердого топлива в механизме пульсационного горения // *Физика горения и взрыва.* 1975. Т. 11, № 3. С. 498–500.
6. **Илюхин В. С., Марголин А. Д., Валеев И. Н., Лебедев А. А.** Влияние размера частиц окислителя на время стационарного горения смесового твердого топлива при сбросе давления // *Физика горения и взрыва.* 1987. Т. 23, № 3. С. 94–95.
7. **Баранов А. А., Булдаков В. Ф., Шелухин Г. Г.** Влияние электрического поля на скорость горения гетерогенных конденсированных систем // *Физика горения и взрыва.* 1976. Т. 12, № 5. С. 689–692.
8. **Баранов А. А., Шелухин Г. Г.** О резонансном эффекте при горении конденсированных систем // *Физика горения и взрыва.* 1976. Т. 12, № 6. С. 949–950.
9. **Новожилов Б. В.** Нестационарное горение твердых ракетных топлив. М.: Наука, 1973.
10. **Романов О. Я.** О нестационарном горении двухкомпонентного пороха // *Физика горения и взрыва.* 1976. Т. 12, № 3. С. 343–354.
11. **Гусаченко Л. К.** Нестационарное горение безметалльных гетерогенных составов // *Физика горения и взрыва.* 1988. Т. 24, № 4. С. 47–54.
12. **Рашковский С. А.** К теории нестационарного горения безметалльных конденсированных смесей // *Физика горения и взрыва.* 1992. Т. 28, № 6. С. 24–32.
13. **Зельдович Я. Б., Лейпунский О. И., Либрович В. Б.** Теория нестационарного горения пороха. М.: Наука, 1975.
14. **Price E. W., Handley J. C., Panyam R. R., et al.** Combustion of ammonium perchlorate — polymer sandwiches // *AIAA Journal.* 1981. V. 19, N 3. P. 380–386.
15. **Ермолаев Б. С., Коротков А. И., Фролов Ю. В.** Закономерности горения слоевых конденсированных систем // *Физика горения и взрыва.* 1970. Т. 6, № 3. С. 277–285.
16. **Бахман Н. Н.** Горение слоевых систем на основе перхлората аммония // *Ракетные топлива.* М.: Мир, 1975. С. 57–73.
17. **Price E. W.** Effect of multidimensional flamelets in composite propellant combustion // *J. Propulsion and Power.* 1995. V. 11, N 4. P. 717–728.
18. **Бахман Н. Н., Беляев А. Ф.** Горение гетерогенных конденсированных систем. М.: Наука, 1967.
19. **Beckstead M. W.** A model for solid propellant combustion / 18th Intern. Symp. on Combustion. 1981. P. 175–187.
20. **Kubota N., Masamoto T.** Flame structures and burning rate characteristics of CMDV propellants / 16th Intern. Symp. on Combustion. 1976. P. 1201–1210.
21. **Моделирование** процессов горения твердых топлив / Л. К. Гусаченко, В. Е. Зарко, В. Я. Зырянов, В. П. Бобрышев. Новосибирск: Наука, 1985.

Поступила в редакцию 25/VI 2002 г.