

УДК 539.3

СКОЛЬЖЕНИЕ СФЕРИЧЕСКОГО ИНДЕНТОРА ПО ВЯЗКОУПРУГОМУ ОСНОВАНИЮ С УЧЕТОМ СИЛ МОЛЕКУЛЯРНОГО ПРИТЯЖЕНИЯ

И. Г. Горячева, М. М. Губенко, Ю. Ю. Маховская

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, 117526 Москва

E-mail: goryache@ipmnet.ru

В квазистатической постановке решена задача о скольжении сферического штампа по вязкоупругому основанию с учетом сил адгезионного притяжения, которые считаются различными на входе в область контакта и выходе из нее вследствие изменения свойств поверхности при взаимодействии. Установлена зависимость контактных характеристик и силы трения, возникающей вследствие несовершенной упругости основания, от поверхностных и объемных свойств материалов взаимодействующих тел и условий взаимодействия (нагрузка, скорость и т. д.).

Ключевые слова: контактное взаимодействие, адгезия, трение, вязкоупругость.

Введение. Одной из основных причин возникновения сопротивления при скольжении деформируемых тел является их несовершенная упругость. При деформировании материала в процессе нагрузки и последующей разгрузки имеет место диссипация энергии, которая и является источником трения. Этот процесс описывается с помощью моделей вязкоупругих материалов, развитию которых большое внимание уделено в работах Ю. Н. Работнова (см., например, [1]). Моделирование контактного взаимодействия и трения вязкоупругих тел является актуальной задачей для различных отраслей промышленности, например шинной. При построении таких моделей важно учитывать поверхностную шероховатость, которая, как правило, моделируется с помощью изолированного штампа или системы штампов. Изучению силы трения в задачах о скольжении вязкоупругих тел посвящены, в частности, работы [2, 3] — для случая скольжения и качения одного штампа — и работа [4] — для периодической системы штампов. В этих работах показано, что при моделировании контактной задачи о скольжении осесимметричного штампа по вязкоупругому основанию, в отличие от аналогичной задачи о скольжении штампа по упругому основанию, нагрузки на поверхности вязкоупругого тела распределяются несимметрично. Вследствие этого возникает сила сопротивления движению (деформационная составляющая силы трения), действующая в направлении, противоположном направлению скольжения индентора. В работах [2–4] исследована зависимость силы трения от скорости скольжения и других характеристик взаимодействующих тел.

При скольжении шероховатых тел большое значение имеют не только механические характеристики взаимодействующих тел, но и свойства их поверхностей [5]. В частности, на контактные характеристики значительное влияние оказывают действующие между поверхностями молекулярное притяжение, электростатические поля и капиллярные силы.

Контактное взаимодействие упругих тел с учетом сил молекулярного притяжения изучалось в работах [6, 7]. В [8, 9] исследовалось влияние адгезионных сил на скольжение цилиндра или волнистого штампа по вязкоупругой полуплоскости. Показано, что адгезионное притяжение оказывает существенное влияние на контактные характеристики при скольжении вязкоупругих тел и приводит к увеличению деформационной составляющей силы трения.

В описанных выше моделях контактного взаимодействия тел при наличии адгезии характеристики адгезионного взаимодействия полагаются постоянными. Однако в экспериментах [10] показано, что адгезионные характеристики поверхностей меняются после вступления поверхностей в контакт и в общем случае зависят от времени контактирования. Также установлено, что на силу трения скольжения оказывает влияние не только абсолютная величина поверхностной энергии, но и величина ее приращения после контактирования поверхностей [10]. В работе [11] рассмотрена плоская контактная задача для упругих тел с учетом изменения адгезионных характеристик поверхностей вследствие их контактирования.

В данной работе с целью исследования совместного влияния несовершенной упругости материалов и адгезионных свойств их поверхностей на контактные характеристики и силу трения рассмотрена задача о скольжении сферического индентора по вязкоупругому основанию с учетом изменения адгезионных свойств поверхностей в результате их контактирования.

Постановка задачи. Сферический индентор скользит с постоянной скоростью V по вязкоупругому слою толщиной H (рис. 1), механические свойства которого описываются с помощью модели Кельвина — Фойгта:

$$w + T_\varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{(1 - \nu^2)H}{E} \left(p + T_\sigma \frac{\partial p}{\partial t} \right),$$

где $w(x', y', t)$ — смещение поверхности по нормали к ней; $p(x', y', t)$ — давление; T_ε, T_σ — время последствия и релаксации соответственно; E — длительный модуль упругости; ν — коэффициент Пуассона; отношение толщины слоя H к приведенному модулю $E/(1-\nu^2)$ характеризует податливость слоя; t — время.

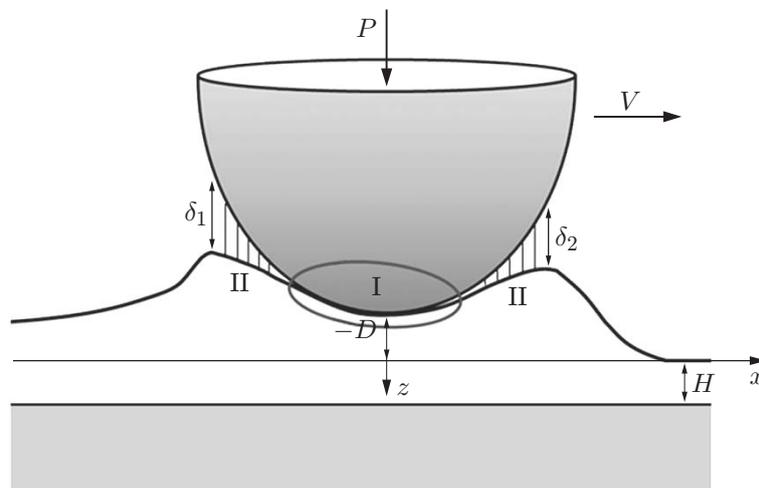


Рис. 1. Схема скольжения сферического индентора по вязкоупругому полупространству при наличии адгезии:

I — область контакта, II — области адгезионного взаимодействия

Полагается, что скорость V существенно меньше скорости распространения звука в вязкоупругой среде и направлена вдоль оси Ox .

Перейдем к подвижной системе координат (x, y, z) , жестко связанной с индентором:

$$x' = x + Vt, \quad y' = y, \quad z' = z.$$

Будем считать движение установившимся, следовательно, в подвижной системе координат (x, y, z) все напряжения и деформации не зависят от времени. В этой системе соотношение, описывающее механические свойства вязкоупругого основания, принимает вид

$$w - T_\varepsilon V \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{(1 - \nu^2)H}{E} \left(p - T_\sigma V \frac{\partial p}{\partial x} \right). \quad (1)$$

Поскольку область взаимодействия поверхностей на порядок меньше радиуса сферы R , можно считать, что индентор имеет форму параболоида вращения с тем же радиусом кривизны:

$$f(x, y) = -\frac{x^2 + y^2}{2R}.$$

В общем случае молекулярное взаимодействие поверхностей определяется силами Ван-дер-Ваальса и описывается моделью Леннарда-Джонса [5]

$$p_a(\delta) = \frac{8\gamma}{3Z_0} \left(\left(\frac{\delta}{Z_0} \right)^{-3} - \left(\frac{\delta}{Z_0} \right)^{-9} \right),$$

где γ — поверхностная энергия; δ — зазор между взаимодействующими поверхностями; Z_0 — величина зазора, при которой $p_a(\delta) = 0$. Для упрощения решения контактных задач используется приближение потенциала Леннарда-Джонса с помощью модели Мажи — Дагдейла [12], которая, в отличие от классических упрощенных теорий Джонсона — Кендала — Робертса [13] и Дерягина — Мюллера — Топорова [14], учитывает адгезионные напряжения вне области контакта и их влияние на контактные давления. Это позволяет получить решение контактной задачи для тел любой жесткости и при произвольных параметрах, характеризующих силы адгезии. В модели Мажи — Дагдейла потенциал адгезионного взаимодействия аппроксимируется ступенчатой функцией

$$p_a(\delta) = \begin{cases} p_0, & 0 < \delta \leq \delta_0, \\ 0, & \delta > \delta_0. \end{cases} \quad (2)$$

Тогда поверхностная энергия $\gamma = \int_0^{+\infty} p_a(\delta) d\delta = p_0 \delta_0$.

Между поверхностями рассматриваемых тел существует адгезионное притяжение, различное на входе в область контакта и выходе из нее в силу изменения свойств поверхности после контактирования. Согласно соотношению (2) до вступления в контакт адгезионное взаимодействие поверхностей характеризуется отрицательным давлением $p_0 = -p_2$, в случае если величина зазора в этой области не превышает значение δ_2 . В той же области поверхности после выхода ее из зоны контакта действует постоянное давление $p_0 = p_1$ при величине зазора, не превышающей значение δ_1 .

Обозначим область контакта поверхностей через Ω^c , а области действия адгезионного притяжения на входе и выходе из зоны контакта соответственно Ω^2, Ω^1 . Тогда в области Ω^c выполняется условие контакта поверхностей

$$w(x, y) = D + f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega^c,$$

где D — глубина внедрения индентора.

В областях Ω^i известно распределение адгезионных давлений:

$$p(x, y) = -p_i, \quad (x, y) \in \Omega^i, \quad i = 1, 2.$$

Нормальная сила P рассчитывается путем интегрирования контактных напряжений по области взаимодействия:

$$P = \iint_{\Omega^1 \cup \Omega^2 \cup \Omega^c} \langle \mathbf{p}(x, y), -\mathbf{e}_z \rangle dx dy.$$

Метод решения. Задача решается с использованием метода сечений, который является точным для рассматриваемой одномерной модели вязкоупругого слоя. В каждом сечении плоскостями $y = y_j$, где $j = 0, \dots, N$, контактная задача решается в плоской постановке. Введем следующие функции:

$$p^j(x) = p(x, y)|_{y=y_j} = p(x, y_j), \quad w^j(x) = w(x, y_j), \quad f^j(x) = f(x, y_j).$$

Значение $y_j = 0$ соответствует центральному сечению. В плоскости сечения $y = y_j$ областям Ω^1 , Ω^c , Ω^2 соответствуют интервалы $(-a_1^j, -a^j)$, $(-a^j, b^j)$, (b^j, b_1^j) .

Для произвольного сечения $y = y_j$ возможна одна из двух постановок граничной задачи: 1) на поверхности вязкоупругого слоя существуют неизвестные заранее области контакта Ω^c , адгезионного притяжения Ω^1 и Ω^2 , остальная часть границы не нагружена; 2) на поверхности вязкоупругого слоя существует область адгезионного притяжения Ω^a , остальная часть границы не нагружена (рассматриваемое сечение не контактирует с основанием).

В случае контакта поверхностей форма поверхности индентора в произвольном j -м сечении плоскостью $y = y_j$ имеет вид

$$f^j(x) = f(x, y_j) = -\frac{x^2 + y_j^2}{2R} = f^0(x) - \frac{y_j^2}{2R},$$

где $f_0(x)$ — функция формы поверхности в сечении, проходящем через ось симметрии индентора. Таким образом, в различных сечениях функции формы различаются постоянной величиной.

При известной максимальной глубине внедрения D распределение давлений $p^j(x)$ в произвольном j -м сечении находится из решения дифференциального уравнения (1) с известной левой частью, определяемой формой штампа, и имеет вид

$$p^j(x) = C e^{x/(T_\sigma V)} + \frac{E}{H(1-\nu^2)} \left(D^j - \frac{x^2}{2R} + \frac{V}{R} (x + T_\sigma V)(T_\varepsilon - T_\sigma) \right), \quad (3)$$

$$-a^j < x < b^j,$$

где $D^j = D - y_j^2/(2R)$. Из (3) следует, что в сечении $y = y_j$ при фиксированной глубине внедрения D решение задачи будет таким же, как и для сечения $y = 0$ при глубине D^j .

В областях за индентором $(-a_1^j, -a^j)$ и перед индентором (b^j, b_1^j) уравнение (1) решается относительно неизвестной функции перемещений $w^j(x)$ границы в направлении оси Oz при известном распределении давления: $p^j(x) = -p_1$ ($x \in \Omega^1$), $p^j(x) = -p_2$ ($x \in \Omega^2$). Из условий непрерывности функций $p^j(x)$, $w^j(x)$ следует система уравнений для определения неизвестных границ областей контакта и зон действия сил адгезионного притяжения a^j , a_1^j , b^j , b_1^j как функций переменной D^j .

В случае отсутствия контакта поверхностей в области Ω^a : $(-a_1, b_1)$ действует такое же адгезионное давление, как и перед входом в область контакта в случае контактирования поверхностей: $p^j(x) = -p_2$. Как и в случае контактирования поверхностей, из условий

непрерывности функций $p^j(x)$, $w^j(x)$ получаем систему уравнений относительно неизвестных a_1^j , b_1^j как функций переменной D^j .

Предложенный алгоритм позволяет получить соотношения для определения границ области адгезионного взаимодействия в произвольном сечении, параллельном плоскости Oxz , а также распределения контактных давлений и смещения границы вязкоупругого слоя.

Для определения нормальной P и тангенциальной T_x сил, действующих на индентор, необходимо рассчитать проекции нормального давления (контактного и адгезионного), действующего на штамп, на оси Oz , Ox соответственно и проинтегрировать их по соответствующим областям контакта и адгезионного притяжения.

Поскольку распределение давлений в плоскости $y = y_i$, параллельной направлению скольжения штампа, несимметрично (вследствие вязкоупругости и различных адгезионных свойств на входе в область контакта и выходе из нее), в общем случае сила T_x не равна нулю. Эта сила называется деформационной составляющей силы трения.

Анализ результатов. Полученные соотношения позволяют выполнить расчеты контактных характеристик (границ областей контакта и адгезионного взаимодействия, распределения давлений и нормальных смещений вязкоупругой поверхности), а также рассчитать нормальную и тангенциальную силы, действующие на индентор при различных значениях параметров (глубина внедрения индентора, скорость его скольжения и т. д.) задачи.

В расчетах использовались следующие безразмерные параметры:

$$\bar{x} = \frac{x}{R}, \quad \bar{y} = \frac{y}{R}, \quad \bar{D}^j = \frac{D^j}{R}, \quad \bar{w}^j = \frac{w^j}{R}, \quad \bar{p}^j = \frac{1 - \nu^2}{E} p^j,$$

$$\bar{a} = \frac{a}{R}, \quad \bar{a}_1 = \frac{a_1}{R}, \quad \bar{b} = \frac{b}{R}, \quad \bar{b}_1 = \frac{b_1}{R}, \quad \bar{P}^j = \frac{1 - \nu^2}{ER^2} P^j.$$

На рис. 2 приведены зависимости безразмерных координат границ области контакта \bar{a}^0 , \bar{b}^0 (кривые 1, 2 соответственно) и безразмерных координат области адгезионного

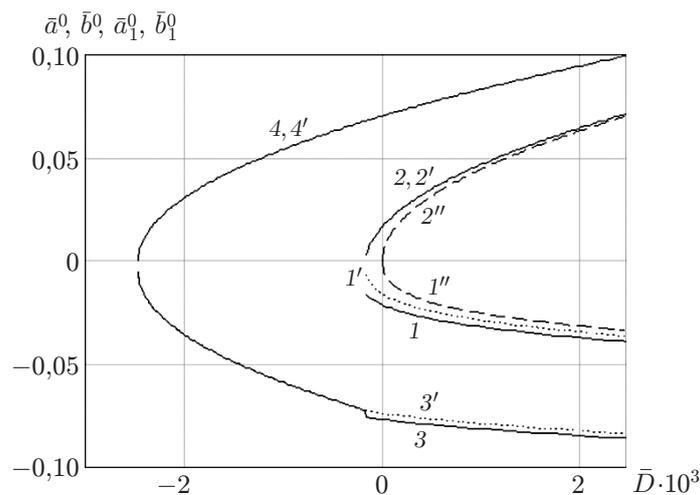


Рис. 2. Зависимости координат границ области контакта и области адгезионного взаимодействия от глубины внедрения индентора:

1, 1', 1'' — \bar{a}^0 , 2, 2', 2'' — \bar{b}^0 , 3, 3' — \bar{a}_1^0 , 4, 4' — \bar{b}_1^0 ; 1–4 — при наличии адгезионных сил и различных значениях давления ($p_1 = 1,35 \cdot 10^4$ Па, $p_2 = 0,68 \cdot 10^4$ Па); 1'–4' — при наличии адгезионных сил и одинаковых значениях давления ($p_1 = p_2 = 0,68 \cdot 10^4$ Па); 1'', 2'' — в отсутствие адгезионных сил при $p_1 = 0$, $p_2 = 0$

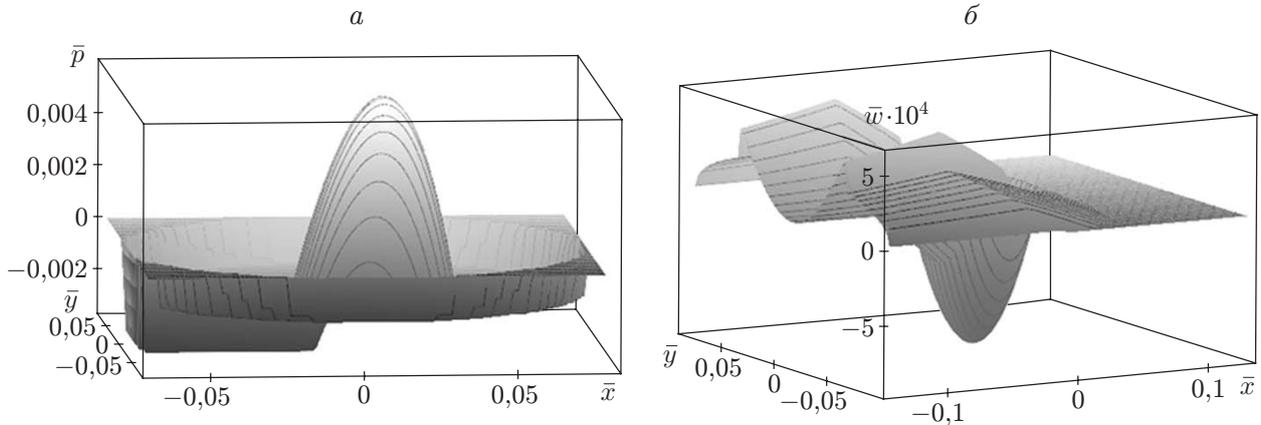


Рис. 3. Распределение контактных давлений (а) и форма поверхности вязкоупругого основания (б) при $\bar{D} = 2 \cdot 10^{-3}$, $p_1 = 1,35 \cdot 10^4$ Па, $p_2 = 0,68 \cdot 10^4$ Па

взаимодействия \bar{a}_1^0 , \bar{b}_1^0 (кривые 3, 4 соответственно) от максимальной глубины внедрения индентора \bar{D} при $y = 0$.

Из рис. 2 следует, что при наличии адгезии контактирование поверхностей может происходить и в отсутствие внедрения штампа. При различных значениях адгезионного давления на входе в область контакта p_1 и выходе из нее p_2 с увеличением значения D область адгезионного взаимодействия расширяется и резко увеличивается в момент начала контактирования, при этом образуется область контакта конечной ширины. В этом случае асимметрия областей выражена в большей степени, чем в случае постоянных адгезионных характеристик. Скачкообразный переход обусловлен тем, что в используемой в данной работе модели в результате соприкосновения поверхностей адгезионное давление всегда изменяется на заданную величину независимо от времени контактирования.

На рис. 3 приведены распределение давления и форма поверхности вязкоупругого основания при глубине внедрения $\bar{D} = 2 \cdot 10^{-3}$ и различных значениях давления на входе в область контакта и выходе из нее ($p_1 = 1,35 \cdot 10^4$ Па, $p_2 = 0,68 \cdot 10^4$ Па).

Результаты расчетов свидетельствуют о том, что при наличии адгезии отрицательные давления возникают не только в области адгезионного взаимодействия, но и на границах области контакта. Учет изменения адгезионных характеристик в результате контактирования приводит к образованию больших по абсолютной величине отрицательных давлений в области, расположенной за скользящим индентором. Вследствие этого распределение давлений в области контакта становится еще более несимметричным. Учет адгезионного притяжения приводит также к появлению отрицательных деформаций, соответствующих выпучиванию в вязкоупругом основании.

На рис. 4 приведены зависимости нормальной силы \bar{P} и силы трения \bar{T}_x от внедрения при фиксированной скорости скольжения индентора $V = 0,01$ м/с. На рис. 5 при том же значении скорости показана зависимость коэффициента трения от нормальной нагрузки.

Представленные зависимости описывают как случай отсутствия контакта, так и случай контактирования поверхностей. Из рис. 4,а следует, что при наличии адгезионных давлений нормальная сила уменьшается, причем ее зависимость, а также зависимости коэффициента и силы трения (см. рис. 5) от глубины внедрения являются немонотонными. При учете адгезии сила трения увеличивается (см. рис. 4,б), при этом зависимости нормальной силы и силы трения от глубины внедрения имеют разрыв в месте “точечного” контакта. Это означает, что при приближении друг к другу (при увеличении глубины внедрения D) вступление взаимодействующих поверхностей в контакт происходит скач-

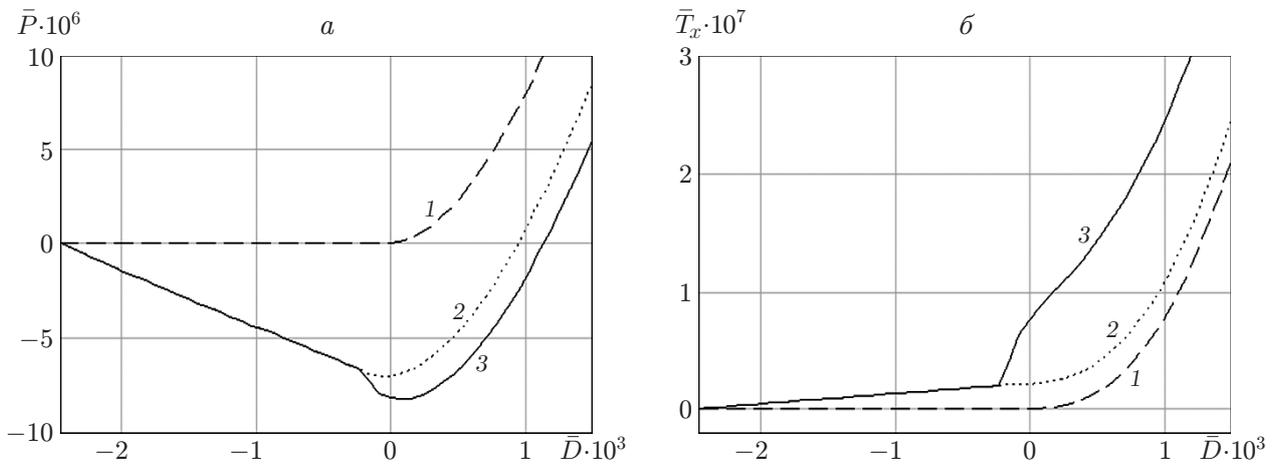


Рис. 4. Зависимости нормальной силы (а) и силы трения (б), действующих на штамп, от глубины внедрения индентора при $V = 0,01$ м/с:
 1 — в отсутствие адгезии, 2 — при наличии адгезии с постоянным адгезионным давлением, 3 — при наличии адгезии с учетом различия адгезионных давлений на входе в область контакта и выходе из нее

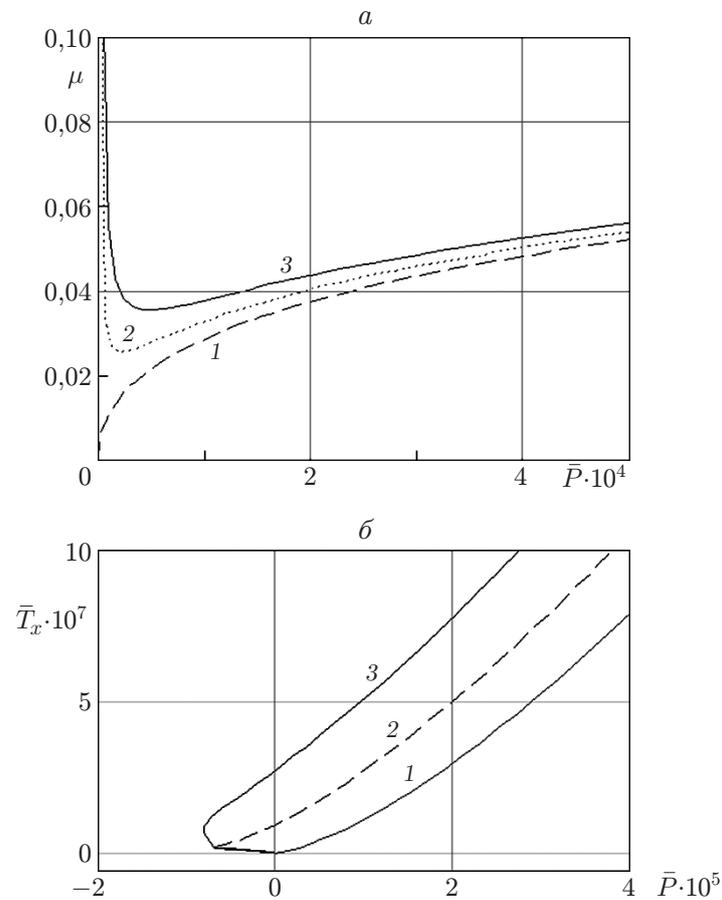


Рис. 5. Зависимости коэффициента трения (а) и силы трения (б) от величины нагрузки при $V = 0,01$ м/с (обозначения те же, что на рис. 4)

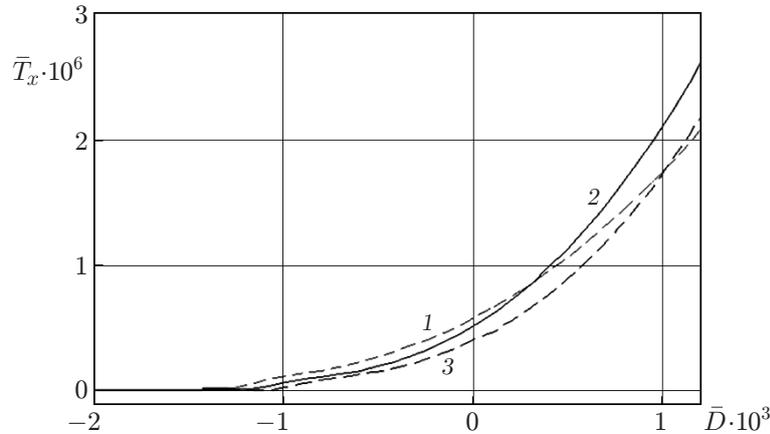


Рис. 6. Зависимость силы трения от глубины внедрения индентора при различных значениях скорости его скольжения:

1 — $V = 0,006$ м/с, 2 — $V = 0,020$ м/с, 3 — $V = 0,048$ м/с

кообразно. Заметим, что такое вступление поверхностей в контакт и выход их из него имеют место и в случае адгезионного взаимодействия упругих поверхностей [6]. Однако в данном случае скачкообразное изменение характеристик обусловлено рассмотренной выше особенностью модели, согласно которой в результате контактирования адгезионное давление всегда изменяется на одинаковую величину. Полученные результаты также свидетельствуют о том, что наличие адгезионного давления на входе в область контакта и выходе из нее не оказывает значительного влияния на нормальную силу взаимодействия тел, при этом его влияние на силу трения существенно.

На рис. 5, а видно, что в случае учета адгезии коэффициент трения неограниченно возрастает при стремлении к нулю нормальной нагрузки. Это обусловлено тем, что в данном случае деформационная составляющая силы трения не равна нулю при нулевой нагрузке. Результаты расчетов также показывают (см. рис. 5, б), что влияние адгезии на силу трения наиболее существенно при отрицательных нагрузках, а также при малых положительных нагрузках, и этот эффект усиливается, если при контактировании поверхностей их поверхностная энергия увеличивается. При увеличении нагрузки существенное влияние на коэффициент трения оказывают вязкоупругие потери в материале, при этом влияние адгезии становится менее значительным.

На рис. 6 показана зависимость силы трения от глубины внедрения индентора при различных значениях скорости его скольжения. Видно, что при больших значениях глубины внедрения ($\bar{D} > 3 \cdot 10^{-4}$ для случая, представленного на рис. 6) зависимость силы трения от скорости является немонотонной. Немонотонная зависимость деформационной составляющей силы трения от скорости характерна для модели Кельвина — Фойгта как в отсутствие адгезии [2–4], так и при наличии адгезионного притяжения с постоянными характеристиками [8, 9]. Учет изменения адгезионных характеристик при прохождении области контакта приводит к тому, что при малой глубине внедрения индентора зависимость силы трения от скорости является монотонно убывающей.

Выводы. Построена модель скольжения жесткого сферического индентора по вязкоупругому основанию при наличии адгезии, учитывающая различие адгезионных свойств поверхностей на входе в область контакта и выходе из нее.

Получены аналитические соотношения для контактного давления и смещений границы вязкоупругого основания; построен численный алгоритм для определения формы областей контакта и адгезионного взаимодействия, а также для расчета нормальной и тангенциальной сил, действующих на индентор.

Проведены расчет и анализ распределения контактных давлений, смещений границы вязкоупругого тела, размера областей контакта и адгезионного притяжения, нормальной силы и силы трения в зависимости от глубины внедрения штампа и скорости его скольжения.

Показано, что увеличение поверхностной энергии в результате контактирования тел приводит к увеличению областей контакта и адгезионного взаимодействия, силы трения и несимметричности распределения контактных давлений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Работнов Ю. Н.** Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977.
2. **Горячева И. Г.** Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001.
3. **Горячева И. Г.** Контактная задача качения вязкоупругого цилиндра по основанию из того же материала // Прикл. математика и механика. 1973. Т. 37, вып. 5. С. 225–233.
4. **Любичева А. Н.** Анализ взаимного влияния пятен контакта при скольжении периодической системы неровностей по вязкоупругому основанию винклеровского типа // Трение и износ. 2008. Т. 29, № 2. С. 125–132.
5. **Дерягин Б. В.** Поверхностные силы / Б. В. Дерягин, Н. В. Чураев, В. М. Муллер. М.: Наука, 1985.
6. **Maugis D.** On the contact and adhesion of rough surfaces // J. Adh. Sci. Techn. 1996. V. 10, N 2. P. 161–175.
7. **Джонсон К.** Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989.
8. **Маховская Ю. Ю.** Скольжение вязкоупругих тел при наличии адгезии // Прикл. математика и механика. 2005. Т. 69, вып. 5. С. 334–344.
9. **Горячева И. Г., Маховская Ю. Ю.** Моделирование трения на разных масштабных уровнях // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2010. № 3. С. 117–127.
10. **Chaudhury M. K., Owen M. J.** Adhesion hysteresis and friction // Langmuir. 1993. V. 9, N 1. P. 29–31.
11. **Carbone G., Mangialardi L.** Adhesion and friction of an elastic half-space in contact with a slightly wavy rigid surface // J. Mech. Phys. Solids. 2004. V. 52, N 6. P. 1267–1287.
12. **Maugis D.** Adhesion of spheres: The JKR-DMT transition using a Dugdale model // J. Colloid Interface Sci. 1991. V. 150. P. 243–269.
13. **Johnson K., Kendall K. L., Roberts A. D.** Surface energy and the contact of elastic solids // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1971. V. 324. P. 301–313.
14. **Derjaguin B. V., Muller V. M., Toporov Y. P.** Effect of contact deformations on the adhesion of particles // J. Colloid Interface Sci. 1975. V. 67. P. 318–326.

Поступила в редакцию 13/VI 2013 г.