УДК 532.526

ВЛИЯНИЕ НЕПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПОТОКА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ВОЛН ТЕЙЛОРА — ГЁРТЛЕРА В СВЕРХЗВУКОВЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СТРУЯХ

Н. М. Терехова

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

В рамках линейной теории гидродинамической устойчивости проведено численное моделирование характеристик возмущений Тейлора — Гёртлера на начальном участке сверхзвуковой осесимметричной струи с учетом эффектов непараллельности и расширения потока. Изучены закономерности и особенности продольной динамики инкрементов различных волновых компонент для турбулентной, слабонеизобарической и ламинарной струй. Показано, что значения инкрементов сильно зависят от величины, по которой они определяются, положения точки, в которой она замеряется, и режима истечения. Обсуждаются некоторые экспериментальные результаты, и предлагается методика определения инкрементов.

Введение. Целью работы является изучение влияния непараллельности средних полей потока, связанной с расширением сверхзвуковой осесимметричной струи, на характеристики возмущений вращательной или центробежной неустойчивости — волн Тейлора — Гёртлера. В неизобарических струях такие волны имеют вид системы продольных квазистационарных вихрей, заключенных в слое смешения начального участка. Этот тип неустойчивости в струях представляет интерес, о чем свидетельствует большое количество экспериментальных работ [1–6]. В большинстве этих работ отмечается существование поперечно-азимутальных перетеканий массы газа, приводящих к существенным отклонениям параметров от средних значений, и только в [4–6] проведены измерения вариаций избыточного полного давления в продольных сечениях, позволяющие получить данные о продольной динамике волн.

В работах [5, 7–10] приведены результаты систематических численных и теоретических исследований характеристик и структуры таких возмущений. В [7] показано, что квазистационарные волны могут иметь место в неизобарических струях, если учесть центробежные силы, возникающие при движении по криволинейным траекториям начального участка. В работах [5, 8] установлено, что без учета вязкости в плоскопараллельном приближении можно качественно описать как инкременты волн, так и поперечно-азимутальные развертки волновых полей. В [9] подробно изучены структуры продольных вихрей и установлены их основные зависимости от некоторых определяющих параметров.

Изучение задачи с учетом вязкости [10] позволило определить диапазоны существования неустойчивого процесса, критические числа Рейнольдса потери устойчивости и предложить некоторые критериальные оценки. Показано также, что при небольших числах Рейнольдса волновой спектр состоит из единственной преобладающей максимально неустойчивой моды, а с увеличением Re происходит расширение спектрального состава и соответственно усложнение структуры волновых полей и волновых конфигураций.

Неисследованным остается ряд аспектов, без рассмотрения которых анализ нельзя считать полным, так как некоторые свойства наблюдаемых возмущений теорией не описываются. В эксперименте наблюдается быстрое разрушение высокомодовых составляю-

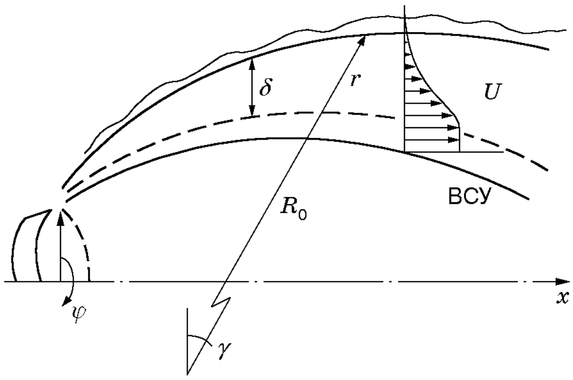

Рис. 1

щих при растекании струи, в то время как расчеты в рамках невязкого приближения показывают, что инкременты мелкомасштабных компонент последовательно возрастают с ростом номера моды, поэтому согласно теории эти составляющие должны увеличиваться быстрее. В то же время инкременты волн невысоких азимутальных мод, фиксируемых в опытах как доминантные, меньше теоретических значений. Замечено также [4, 5], что в прикорневых областях присутствуют затухающие вниз по потоку крупномасштабные возмущения (с малыми азимутальными волновыми числами).

Расхождение между экспериментальными и теоретическими данными может быть обусловлено как погрешностями эксперимента (их точность невысока), так и тем, что при теоретическом исследовании не учитывается ряд факторов (например, непараллельность средней скорости на начальном участке и зависимость средних и волновых характеристик от продольной координаты).

Целью данной работы является изучение влияния непараллельности и эффектов расширения струи вниз по потоку на устойчивость волн. При исследовании не учитывалась вязкость, так как эксперименты проводились при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} \approx 10^7$, когда влияние вязкости невелико.

Основные уравнения и методы решения. Схема течения на начальном участке недорасширенной струи представлена на рис. 1. Рассматривается сжатый слой первой бочки осесимметричной затопленной неизобарической струи протяженностью в поперечном направлении от внешней границы висячего скачка уплотнения (ВСУ) до границы слоя смешения, в продольном от ближней границы среза сопла до диска Маха. Скачки и изменения средних параметров в них не рассматриваются, но считается, что положение ВСУ определяет значения радиусов кривизны R_0, а значит, и центробежной силы, пропорциональной U^2/R_0. В продольном направлении протяженность расчетной области выражается через толщину слоя смешения δ. Рассматриваемый диапазон $0{,}1 < \delta < 0{,}65$ соответствует реальным безразмерным толщинам слоя смешения.

В качестве криволинейных ортогональных координат выбраны $R = R_0 + r$, где r — радиальная переменная; R_0 — радиус кривизны ($R_0 \gg r$), и угловые переменные φ и γ — азимутальный и продольный углы соответственно (рис. 1). Им соответствуют радиальная, азимутальная и продольная компоненты скорости v, w, u. Если $R_0 = \mathrm{const}$, то координату x в продольном направлении можно ввести соотношением $dx = R_0 d\gamma$. В [7] дан вывод полной невязкой системы уравнений в этих координатах

$$
\begin{gathered}
v_t + vv_r + wv_\varphi/r + uv_x - w^2/r - u^2/R = -p_r/\rho, \\
w_t + vw_r + ww_\varphi/r + uw_x + vw/r = -p_\varphi/\rho r, \quad u_t + vu_r + wu_\varphi/r + uu_x = -p_x/\rho, \qquad (1) \\
\rho_t + v\rho_r + w\rho_\varphi/r + u\rho_x + \rho(v_r + w_\varphi/r + u_x + v/r) = 0,
\end{gathered}
$$

$$S_t + vS_r + wS_\varphi/r + uS_x = 0, \qquad S = \ln{(p/\rho^k)}^{c_V}.$$

Здесь p — давление; ρ — плотность; S — энтропия. Система (1) записана для размерных величин, способ обезразмеривания указан ниже. В (1) учтен только главный центробежный член в уравнении для v. Как показано в [7], влияние кориолисовой силы vu/R в уравнении для u и геометрического эффекта $\rho v/R$ в уравнении неразрывности пренебрежимо мало. Рассмотрена затопленная холодная струя воздуха с $k = c_P/c_V = 1{,}4$.

При анализе с учетом эффектов непараллельности используются результаты работ [11, 12]. Примем, что среднее течение слабо зависит от координаты в продольном направлении. Введем медленную переменную $s = \chi x$, где малый параметр χ характеризует степень расширения струи. Поле скоростей, плотность и давление представим в виде $\bar{u} = |\varepsilon V(r,s) + \varepsilon v', \varepsilon w', U\,(r,s) + \varepsilon u'|$, $\varrho(r,s) + \varepsilon\rho'$, $P(r) + \varepsilon p'$. Зависимость толщины слоя смешения δ от координаты x определяет так называемые продольные привязки $\delta(x)$ или $\chi = d\delta/dx$, связанные с характером или режимом истечения.

Для струй с умеренными степенями нерасчетности реальным представляется диапазон безразмерных радиусов кривизны $5 < R_0 < 25$, который и исследовался в настоящей работе.

Предполагается, что сжатый слой состоит из двух подобластей. В первой, "невязкой" [13] — от внешней границы ВСУ до линии максимального избыточного полного давления (штриховая линия на рис. 1) — восстанавливается полное давление, средняя скорость возрастает (до максимального значения), а параметры течения определяются из уравнений для идеального газа. Во второй подобласти (слое смешения) происходит плавный переход от параметров на внутренней границе сжатого слоя к параметрам окружающего пространства.

Продольная скорость и плотность в первой подобласти приняты постоянными и равными максимальному значению. При осреднении уравнений (1) значения средней скорости $\bar{U}$ и средней плотности $\bar{\varrho}$ в этом аналоге потенциального ядра полагаются характерными.

В слоях смешения безразмерные профили продольной средней скорости задаются следующим выражением:

$$U(r) = \exp{(-0,693\eta^2)}, \quad \eta = 2(r - r_1)/\delta, \quad r_1 = 1 - \delta/2. \tag{2}$$

Эта аппроксимационная формула удовлетворительно описывает реальные распределения [11, 14].

В качестве характерного размерного линейного масштаба выбрано значение $\bar{r}$, при котором размерная скорость равна половине характерной, так что в безразмерном виде $U = 0{,}5$ при $r = 1$. Значение $r = 1$ совпадает с половиной толщины слоя смешения, протяженность которого $r_1 < r < 1 + \delta/2$.

Средняя плотность ϱ связана с U соотношением $\varrho = [1 + (k-1)\mathrm{M}_0^2(1 - U^2)/2]^{-1}$, а скорость звука определяется из уравнения $a^2 = \left[\varrho\mathrm{M}_0^2\right]^{-1}$. Значение числа Маха M_0, входящего в основные уравнения, также определяется по линии максимальной скорости. Используя изэнтропические соотношения, его можно связать с числом Маха истечения на срезе сопла M_a.

Будем искать медленно меняющиеся по продольной координате волновые решения (выпишем только компоненту давления) в виде

$$p'(r,\varphi,x,t) = p(r,s)\exp{(i\tau + in\varphi)}, \quad \tau = \Theta(x) - \omega t, \tag{3}$$

где $d\Theta/dx = \alpha(s)$; $\alpha = \alpha^r + i\alpha^i$. Здесь α^r и n — продольное и азимутальное волновые числа; α^i — коэффициент усиления в продольном направлении; круговая частота ω вещественна. Для волн Тейлора — Гёртлера $(p', v', u', \rho') = (p(r,s), v(r,s), u(r,s), \rho(r,s))\exp{(i\tau)}\cos(n\varphi)$, а $w' = iw(r,s)\exp(i\tau)\sin(n\varphi)$. Значение n определяет число вихрей или вихревых пар по окружности струи. Малые n соответствуют крупномасштабным вихрям, а большие — мелкомасштабным.

Для возмущений Тейлора — Гёртлера α^r и ω равны нулю. Чтобы избежать особенностей при интегрировании (1) при $U \to 0$, расчеты проводились при малых, но отличных от нуля частотах, задаваемых акустическим числом Струхаля $\mathrm{Sh} = 2\pi\bar{\omega}\bar{r}/\bar{a}$, где $\bar{a}$ — скорость звука вне слоя смешения. Как правило, принималось $\mathrm{Sh} = 0{,}005$, при этом получены небольшие, отличные от нуля значения α^r.

Комплексные амплитудные функции возмущений можно разложить в асимптотический ряд

$$p(r,s) = \sum_j \varepsilon^j p_j(r,s). \qquad (4)$$

Ограничимся двумя членами разложения. Линеаризуя (1) по ε для волн (3), (4), получим следующую систему:

$$\begin{gathered} iFv_j + p_j'/\varrho - 2Uu_j/R = -\varepsilon^j B_1, \qquad iFw_j + inp_j/(\varrho r) = -\varepsilon^j B_2, \\ iFu_j + U'v_j + i\alpha p_j/\varrho = -\varepsilon^j B_3, \\ iF\mathrm{M}_0^2 p_j + v_j' + v_j/r + inw_j/r + i\alpha u_j = -\varepsilon^j B_4, \quad F = \alpha U - \omega, \quad j = 0,\,1 \end{gathered} \qquad (5)$$

с краевыми условиями $p_j \to 0$ при $r \to 0$ и $r \to \infty$. Здесь и далее штрихом обозначена производная по r. Амплитудные функции волновых компонент и граничные условия для них можно выразить через амплитудную функцию давления p.

Систему (5) удобнее решать для функции p. Приведенное уравнение для $j = 0$, соответствующее плоскопараллельному приближению, имеет вид

$$L(p_0) \equiv p_0'' + G_1 p_0' + G_2 p_0 = 0, \qquad (6)$$

где $G_1 = G_1^0 + G_1^R$; $G_2 = G_2^0 + G_2^R$; $G_1^0 = 1/r - \varrho'/\varrho - 2F'/F$; $G_2^0 = F^2/a^2 - n^2/r^2 - \alpha^2$; дополнительные члены $G_1^R = 2\alpha U/(FR) - 2F'B/(FE) + B'/E$, $G_2^R = B(n^2/(rF)^2 - 1/a^2) + 2(F' - \alpha U(\varrho'/\varrho + 2F'(1 + B/E)/F - B'/E - 1/r))/(FR)$ ($B = 2UU'/R$, $E = F^2 - B$) определяются наличием центробежной силы.

Граничные условия в областях постоянных средних параметров выражаются через модифицированные функции Бесселя

$$\begin{gathered} p_0 = C_1 I_n(\lambda_1 r), \qquad p_0' = C_1 I_n'(\lambda_1 r), \qquad r \to 0, \\ p_0 = C_2 K_n(\lambda_2 r), \qquad p_0' = C_2 K_n'(\lambda_2 r), \qquad r \to \infty, \qquad \lambda^2 = F^2/a^2 - \alpha^2. \end{gathered} \qquad (7)$$

Сформулированная краевая задача на собственные значения позволяет определить собственное значение α в плоскопараллельном приближении.

Соответствующая собственная функция p_0 имеет произвольную амплитуду $A(s)$: $p_0 = A(s)P_0(r,s)$. Для P_0 выполняется то же уравнение, что и для p_0 (уравнение (6) с граничными условиями (7)), а волновое решение нулевого порядка записывается в виде

$$p(r,\varphi,x,t) = A(s)P_0(r,s)\exp(i\tau)\cos(n\varphi) + O(\varepsilon). \qquad (8)$$

Для приближения первого порядка по ε ($j = 1$) из (5) получается система неоднородных уравнений, где в правых частях содержатся функции нулевого порядка, их производные по r и x, средняя поперечная скорость V, определяемая из уравнения неразрывности, и градиенты средних скоростей:

$$B_1 = V'v_0 + Vv_0' + Uv_{0x}, \qquad B_2 = Vw_0/r + Vw_0' + Uw_{0x},$$

$B_3 = U_x u_0 + V u_0' + U u_{0x} + p_{0x}/\varrho, \qquad B_4 = (V' + V/r + U_x)\rho_0 + V p_0'/a^2 + U p_{0x}/a^2 + \varrho u_{0x}.$

Здесь $p_0 = AP_0$, $p_{0x} = AP_{0x} + P_0 A_x$; $v_0 = AV_0$, $v_{0x} = AV_{0x} + V_0 A_x$; $w_0 = AW_0$, $w_{0x} = AW_{0x} + W_0 A_x$; $u_0 = AU_0$, $u_{0x} = AU_{0x} + U_0 A_x$; P_0 — решение (6); V_0, W_0, U_0 выражаются через P_0 из (5).

Приводя неоднородную систему к одному уравнению для p_1

$$L(p_1) = N_1 A + N_2 \frac{dA}{dx},$$

где $N \equiv N_1 + N_2 = i(D_1' + inD_2/r + i\alpha D_3 + D_1/r + B_4/\varrho)\varrho E/F$; $D_1 = (iFB_1 + 2UB_3/R)/E$; $D_2 = iB_2/F$; $D_3 = (iFB_3 - U'B_1)/E$, нетрудно убедиться, что оператор $L(p_1)$ эквивалентен оператору (6). Оператор $L(p_1)$ является вырожденным, поэтому решение для p_1 существует при условии ортогональности правой части уравнения к решению Π сопряженной к (6), (7) задачи

$$\int\limits_r \Big(N_1 A + N_2 \frac{dA}{dx}\Big)\Pi\, dr = 0. \tag{9}$$

Уравнение для Π легко получается из (6):

$$\Pi'' - (G_1\Pi)' + G_2\Pi = 0,$$

а граничные условия определяются из билинейной формы $\Psi[p_0\Pi] = p_0\Pi/r + p_0'\Pi - p_0\Pi'$ и условий (7).

Коэффициент β усиления в продольном направлении возмущений нулевого порядка для слабонепараллельного потока определяется из (8):

$$\beta \equiv \mathrm{Real}\,\frac{d\ln p}{dx} = \mathrm{Real}\Big(i\alpha + \frac{d\ln A}{dx} + \frac{d\ln P_0}{dx}\Big). \tag{10}$$

Используя условие разрешимости (9), можно определить логарифмическую производную $A(x)$:

$$\frac{d\ln A}{dx} = -\int\limits_r N_1\Pi\, dr \Big/ \int\limits_r N_2\Pi\, dr.$$

Градиенты в уравнении (10) зависят от величины χ, которая может меняться в широком диапазоне в зависимости от режима истечения и степеней нерасчетности. Для турбулентной струи из-за повышенного перемешивания она значительно больше, чем для ламинарной, а для недорасширенной при высоких нерасчетностях больше, чем для слабонеизобаричной.

В свободных струйных потоках (в отличие от пристенных пограничных слоев) распределение средних скоростей в слоях смешения не зависит от режима течения, и соотношение (2) справедливо как для ламинарной, так и для переходной и турбулентной струй. Это теоретически показано для плоских струй [15] и неоднократно отмечено в экспериментах с осесимметричными струями (см. [14]). Следовательно, поперечные градиенты средних и волновых составляющих будут одними и теми же. Изменение толщины свободных пограничных слоев определяется состоянием потока и режимом истечения, а значит, производные по координате в продольном направлении могут меняться в широких пределах.

В данной работе рассмотрено три режима истечения струй воздуха при $\mathrm{M}_0 = 1{,}5$:

1) турбулентная струя с сильной нерасчетностью ($\chi_1 = 0{,}2281$ [16]);

2) турбулентная, слабонедорасширенная струя ($\chi_2 = 0{,}157$ [6]);

3) ламинарная расчетная струя ($\chi_3 = 0{,}087\,32$ [11]).

При этом $\delta = \chi x + \delta_0$, где δ_0 — начальная толщина слоя смешения при $x = 0$. Последний режим позволяет оценить влияние режима истечения на χ. Параметры течения третьего режима близки к параметрам течения при слабой неизобаричности.

Значения χ в каждом из этих режимов различаются в несколько раз. Степень расширения зависит от состава струи и среды, в которую осуществляется истечение.

Результаты и обсуждение. Эксперименты [17] показали, что значения инкрементов в дозвуковом пограничном слое зависят от величины, по которой они определяются, и поперечной координаты, в которой эта величина измеряется. Это подтверждается расчетно-теоретическими исследованиями в сверхзвуковом пограничном слое [12]. Для установления этих зависимостей в струе изучена продольная динамика нескольких параметров, в качестве которых выбраны возмущения давления, определяемые уравнением (6), возмущения плотности и возмущения (или вариации) полного давления [4–6].

Для построения вариаций полного давления δp используется известное газодинамическое соотношение, из которого с точностью до квадратичных членов получено выражение $\delta p = p/P + k\mathrm{M}^2((1-k)p/(kP) + 2u/U)/(2 + (k-1)\mathrm{M}^2)$, где M — локальное число Маха [7–9].

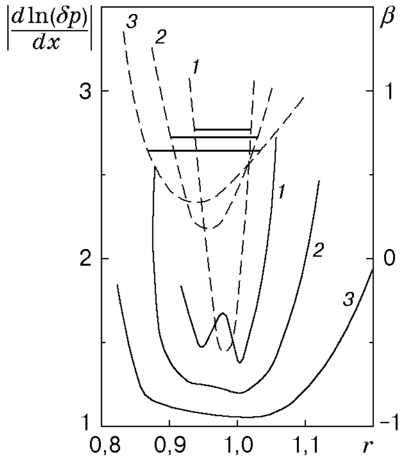

Рис. 2

Из результатов, представленных на рис. 2, следует, что положение измеряемой величины по поперечной координате существенно влияет на инкремент. На рис. 2 для режима истечения 2 приведены результаты расчета для моды $n = 16$ при $R_0 = 20$ и толщинах слоя смешения $\delta = 0{,}15$; $0{,}30$; $0{,}45$ (кривые *1–3*). Сплошными кривыми показаны распределения абсолютной величины логарифмической производной $|d\ln(\delta p)/dx|$. Видно, что изменение этой величины, входящей в соотношение (10), в слое смешения существенно. Следовательно, коэффициент β также сильно зависит от r (штриховые кривые на рис. 2). Прямыми линиями показаны значения $-\alpha^i$ для плоскопараллельного приближения.

Для небольших толщин (например, $\delta = 0{,}15$) существует даже диапазон отрицательных значений β, где возмущения затухающие. Наличие таких "языков" связано с перестройкой волновых конфигураций [9], когда вихрь, существующий при малых толщинах δ, вытесняется из слоя смешения вихрем, вращающимся в противоположном направлении. При больших δ отрицательные значения β отсутствуют, но сильная зависимость по поперечной переменной сохраняется. Следовательно, при измерении инкрементов необходимо точно определять положение измеряемых величин. Рассмотрим этот вопрос подробнее. Расчеты β проведены для трех режимов истечения по различным величинам (рис. 3): по амплитудной функции давления в ее максимуме (6) (кривая *1*); по амплитудной функции плотности в ее максимуме (кривая *2*); по вариации полного давления δp в его максимуме (кривая *3*); по δp на линии половинного осредненного полного давления (кривая *4*); по δp на линии половинной средней скорости $U = 0{,}5$ (кривая *5*). Кривые *1–3* представляют чисто теоретический интерес, так как в экспериментах регистрируется достаточно сложный многомодовый спектр возмущений [4, 5, 8] и определение координат первых трех величин в эксперименте затруднительно. Две последние величины могут служить привязками при измерениях, причем последнюю определить в эксперименте достаточно просто, так как ее координата совпадает с полушириной слоя смешения.

На рис. 3 штриховыми линиями показаны инкременты $-\alpha^i$ в плоскопараллельном приближении. Максимальное различие между кривыми для $-\alpha^i$ и β (сплошные кривые)

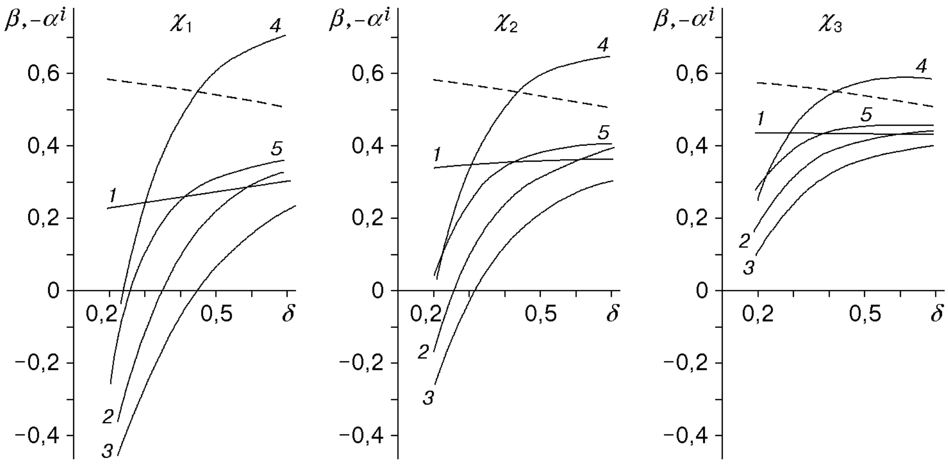

Рис. 3

имеет место при малых δ (в прикорневой области). С увеличением δ эти кривые сближаются. Видно также, что для турбулентной струи при режиме 1 инкременты возмущений существенно меньше, чем для ламинарной (режим 3), что связано с повышенной перемешиваемостью.

Найдено, что инкременты существенно зависят от величины, по которой они определяются. В основном значения β меньше соответствующих значений $-\alpha^i$. Это качественно согласуется с опытами [5, 8]. Эта закономерность нарушается для кривой *4*. Она имеет большой продольный градиент, поэтому при определении β возможны большие погрешности. При малых δ в турбулентных режимах возмущения могут быть затухающими ($\beta < 0$), в то время как теоретические значения $-\alpha^i$ положительные.

Аналогичные закономерности характерны для струй и при больших искривлениях границ (малых R_0). С увеличением центробежных сил значительно увеличиваются инкременты возмущений, так что расхождение потока в прикорневых областях хотя и приводит к уменьшению β по сравнению с плоскопараллельным приближением, но не вызывает затухания волн с малыми азимутальными номерами.

Из-за многопараметричности задачи трудно найти форму представления результатов. Нами выбран режим 2 (χ_2) для δp (кривая *5* на рис. 3). Эти зависимости инкрементов $\beta(\delta)$ для ряда мод показаны на рис. 4,*а*,*б* для $R_0 = 20$; 5 соответственно. Штриховыми кри-

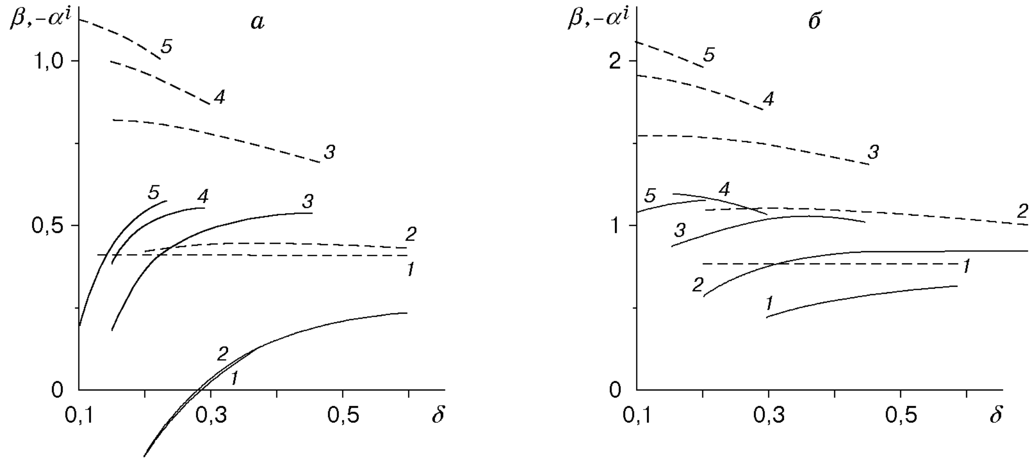

Рис. 4

выми показаны инкременты $-\alpha^i$ для мод $n = 4$; 8; 16; 24; 30 (кривые *1–5*). Сплошными кривыми показаны β с учетом расширения струи при тех же значениях n. Видно, что отличие инкрементов особенно заметно в области малых δ. Это отличие увеличивается с ростом азимутального волнового числа. Заметим также, что с ростом слоя смешения инкременты β не уменьшаются (как $-\alpha^i$), а увеличиваются.

В настоящее время возможно только качественное сравнение с экспериментальными данными. Учет непараллельности позволяет объяснить некоторые особенности, наблюдаемые в эксперименте, например затухание невысоких азимутальных компонент в прикорневой области и уменьшение значений инкрементов по сравнению с плоскопараллельным приближением [4, 5, 8].

Результаты расчетов показывают, что в расширяющихся сверхзвуковых струях значения инкрементов волн Тейлора — Гёртлера существенно зависят от поперечной координаты. Поэтому в эксперименте необходимо точно определять координаты точки, в которой измеряется соответствующая величина.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Новопашин С. А., Перепёлкин А. Л.** Самоорганизация течения в сверхзвуковой предтурбулентной струе. Новосибирск, 1988. (Препр. / СО АН СССР. Ин-т теплофизики; № 175-88).
2. **Krothopalli A., Buzuna G., Lourenco L.** Streamwise vortices in an underexpanded axisymmetric jet // Phys. Fluids A. 1991. V. 3, N 8. P. 1848–1851.
3. **Welsh F. P., Cain T. M.** Electron beam visualisation of low density nitrogen plumes // Proc. of the 7th Symp. of the flow visual. Seattle, 1995. P. 192–197.
4. **Запрягаев В. И., Миронов С. Г., Солотчин А. В.** Спектральный состав волновых чисел и особенности структуры течения в сверхзвуковой струе // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 5. С. 41–47.
5. **Желтухин Н. А., Запрягаев В. И., Солотчин А. В., Терехова Н. М.** Спектральный состав и структура стационарных вихревых возмущений Тейлора — Гёртлера в сверхзвуковой струе // Докл. РАН. 1992. Т. 325, № 6. С. 1133–1137.
6. **Zapryagaev V. I.** The complex investigation method of 3-D disturbances at a curved shear layer of the nonisobaric supersonic jet // Proc. of the 9th Intern. conf. of the methods of aerophys. res. Novosibirsk, 1998. Pt 3. P. 295–300.
7. **Желтухин Н. А., Терехова Н. М.** Возмущения высоких мод в сверхзвуковой струе // ПМТФ. 1990. № 2. С. 48–55.
8. **Желтухин Н. А., Терехова Н. М.** Неустойчивость Тейлора — Гёртлера в сверхзвуковой струе // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 5. С. 48–55.
9. **Терехова Н. М.** Продольные вихри в осесимметричных струях // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 3. С. 45–57.
10. **Терехова Н. М.** Вязкая неустойчивость Тейлора — Гёртлера в сверхзвуковой осесимметричной струе // Теплофизика и аэромеханика. 1999. Т. 6, № 3. С. 307–318.
11. **Morris P. J., Tam C. K. W.** Near and far fields noise from large-scale instability of axisymmetric jets // AIAA Pap. 1977. N 77-1351.
12. **Гапонов С. А., Маслов А. А.** Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980.
13. **Дулов В. Г., Лукьянов Г. А.** Газодинамика процессов истечения. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1984.
14. **Глазнев В. Н.** Автоколебания с акустической обратной связью при истечении сверхзвуковых нерасчетных струй. Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Новосибирск, 1991.

15. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969.
16. **Теория** турбулентных струй / Под ред. Г. Н. Абрамовича. М.: Наука, 1984.
17. **Kachanov Y. S., Obolentseva T. G.** A method of study of influence of the flow nonparallelism on the 3d stability of Blasius boundary layer // Proc. of the 8th Intern. conf. of the methods of aerophys. res. Novosibirsk, 1996. Pt 2. P. 100–105.

Поступила в редакцию 13/V 1999 г.,
в окончательном варианте — 12/VII 1999 г.