УДК 536.24:532.526

ВЛИЯНИЕ НЕМОНОТОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПЛОТНОСТИ ВОДЫ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ НА КОНВЕКЦИЮ ПРИ ВСЕСТОРОННЕМ НАГРЕВЕ

В. И. Букреев, А. В. Гусев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск E-mail: bukreev@hydro.nsc.ru

Приведены результаты экспериментального исследования свободной конвекции в закрытом прямоугольном контейнере с пресной водой, начальная температура которой меньше постоянной температуры воздуха вне контейнера. Показано, что в процессе распространения тепла из пограничных слоев на стенках в основную массу воды существенную роль играет конвективная неустойчивость. В случае когда начальная температура воды больше температуры, при которой ее плотность максимальна (примерно 4 °C), конвективная неустойчивость имеет место только в пограничном слое на дне контейнера. При температуре воды меньше 4 °C конвективная неустойчивость существует в течение некоторого промежутка времени также в пограничном слое на крышке. Приведена количественная информация об изменении температуры и плотности воды во времени и по вертикальной координате.

Ключевые слова: свободная конвекция, немонотонная зависимость плотности воды от температуры, неустойчивость движения, эксперимент.

Зависимость плотности воды от температуры является нелинейной и немонотонной. При атмосферном давлении плотность дистиллированной воды имеет наибольшее значение при температуре $T_*=3,98$ °C (без большой погрешности можно принять значение $T_* = 4$ °C). В диапазоне температур от 0 до 8 °C одному и тому же значению плотности пресной воды соответствуют два различных значения температуры. Плотность пресной воды при температуре 0 °C и атмосферном давлении меньше ее значения при температуре 4 °C лишь на 0,013 %. В уравнениях гидродинамики эта малая величина умножается на большую величину ускорения свободного падения, что объясняет важную роль указанной аномальной особенности воды в природных процессах. Например, весной и осенью в пресных и слабосоленых водоемах средних широт образуется и существует в течение длительного времени термический бар — вертикальный фронт, разделяющий массы воды с температурами, большими и меньшими Т_{*}. В результате перемешивания в окрестности термического бара плотность некоторой массы воды увеличивается. Это приводит к развитию конвективной неустойчивости и погружению более плотной воды, что сопровождается крупномасштабными циркуляциями во всем водоеме. Эти циркуляции играют определяющую роль в процессе переноса кислорода и минеральных веществ между поверхностными и придонными слоями водоема. Обзор многочисленных научных исследований термического бара содержится в работах [1–4].

38

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 10-01-00006-а) и в рамках Интеграционного проекта Сибирского отделения РАН № 38.

[©] Букреев В. И., Гусев А. В., 2012

Немонотонная зависимость плотности воды от температуры существенно влияет также на распространение дождевой воды в водоеме [5] и на струйные течения [6, 7]. При охлаждении воды с температурой больше T_* снизу формируется особая форма конвекции: чередование восходящих и нисходящих потоков. В метеорологии аналогичный процесс характеризуется термином "проникающая конвекция". Исследование проникающей конвекции, обусловленной немонотонной зависимостью плотности воды от температуры, выполнено, например, в работах [8–10].

Плотность воды нелинейно зависит также от давления и концентрации соли. В случае если концентрация меньше примерно 24 г соли на 1 кг смеси (при атмосферном давлении), сохраняется немонотонность зависимости от температуры [11]. В определенных условиях при перемешивании масс воды с различной температурой и (или) соленостью плотность смеси увеличивается по сравнению со средневзвешенной плотностью смешиваемых компонентов. В океанологии это явление характеризуется терминами "уплотнение при смешении" (densification during mixing) или "каббелинг" (cabbeling). В океане уплотнение при смешении существенно влияет на формирование структуры придонных и поверхностных вод, в частности на образование океанических фронтов и, следовательно, на погоду и климат. Обзор многочисленных научных исследований явления уплотнения при смешении в океане содержится в работах [11–17].

По своей природе эффект увеличения плотности при смешении за счет уменьшения удельного объема (уплотнения) в пресной и соленой воде аналогичен. Он обусловлен перестройкой молекул воды при изменении температуры, солености или давления. При этом в случае большой концентрации соли, характерной для морской воды, определяющую роль играет нелинейность, а в пресной и слабосоленой воде — немонотонность. В пресной воде уплотнение при смешении обусловлено только немонотонностью.

В данной работе рассматривается влияние уплотнения при смешении на конвекцию в пресной воде. Результаты аналогичных опытов приведены в работах [18, 19], где рассматривалась задача о свободной конвекции в цилиндрической полости, нагреваемой сбоку. В настоящей работе приведены некоторые результаты опытов в случае всестороннего нагрева пресной воды с различной начальной температурой, в том числе с температурой меньше T_* .

Схема эксперимента показана на рис. 1. Закрытый прямоугольный контейнер заполнялся водопроводной водой с различной температурой 0,2 °C $\leq T_0 \leq 12,0$ °C. Стенки контейнера изготовлены из оргстекла толщиной b = 1,8 см. Внутренние размеры контейнера (см. рис. 1) равны: L = 63 см, H = 38 см, B = 20 см. Контейнер располагался в лабораторном помещении с постоянной температурой воздуха $T_a > T_0$.

Вода в контейнере перемешивалась, так что ее начальная температура T_0 была одинаковой во всем объеме. Основные измерения начинались через 3–4 мин после окончания



Рис. 1. Схема эксперимента

перемешивания. В течение одного опыта температура воздуха в лабораторном помещении изменялась не более чем на ± 0.2 °C, а температура воды непрерывно менялась за счет потока тепла из воздуха в воду до полного выравнивания температур в контейнере и в лабораторном помещении.

Термисторными датчиками измерялась температура воды *T* в различных точках внутри контейнера и в точках, расположенных вблизи внутренних и внешних поверхностей стенок контейнера. Чувствительный элемент датчиков, измерявших температуру вблизи стенок, имел форму цилиндра диаметром 4 мм и высотой 2 мм. Датчики прикреплялись к стенкам с помощью клея. Сигналы этих датчиков регистрировались компьютером через определенные промежутки времени. Время регистрации между паузами (с частотой дискретизации 100 Гц) составляло 4–5 мин. Продолжительность пауз менялась от 2–5 мин на начальной стадии процесса выравнивания температуры до 1 ч на заключительной стадии.

В качестве меры случайной погрешности измерений принималось удвоенное среднеквадратичное значение высокочастотных флуктуаций сигнала датчика, характерных для электронного шума. В пересчете на флуктуации температуры эта величина была равна 0.05 °C. Изменение плотности воды при изменении температуры на 0.05 °C (в окрестности средней температуры 20 °C) составляет 0.001 %, что значительно меньше указанных выше изменений плотности, обусловленных уплотнением при смешении. При меньших значениях средней температуры соответствующее изменение плотности еще меньше.

В других точках, в том числе на наименьшем расстоянии от стенки, равном 0,4 мм, температура воды измерялась с помощью зонда. Чувствительный элемент датчика, расположенного на конце зонда, имел форму капли с наибольшим размером, равным 1 мм. Жесткая державка датчика зонда имела диаметр 4 мм. При измерении распределений плотности по вертикальной координате использовалась прямая державка, при измерении распределений по горизонтальным координатам — державка L-образной формы.

При измерении распределений температуры с помощью зонда имеет место систематическая погрешность измерений, обусловленная нестационарностью процесса выравнивания температуры. Данный процесс был медленным, в некоторых опытах полное выравнивание температуры происходило в течение приблизительно 1,5 сут. На начальной стадии процессов наиболее быстрое изменение температуры происходило вблизи дна контейнера (см. рис. 2–5). В течение первых 25 мин температура вблизи дна менялась со средней скоростью, примерно равной 0,12 °C/мин. В рассматриваемом диапазоне температур этому значению соответствует скорость изменения плотности, равная 0,0011 % в минуту. В основной массе воды скорость изменения плотности была значительно меньше. Приведенная далее информация о распределениях температуры по вертикальной координате была получена за время порядка 2 мин. Наиболее существенное изменение плотности за это время составляло 0,0022 %, что значительно меньше изменения, обусловленного уплотнением при смешении.

С помощью водного раствора чернил, дополнительно разбавленного водой в 500 раз (по объему), осуществлялась визуализация картины движения воды. Плотность такого раствора чернил превышала плотность чистой воды приблизительно на 0,002 %. Раствор выпускался на дно контейнера с помощью медицинской капельницы. Для уменьшения скорости истечения раствора в качестве "иглы" капельницы использовалась трубка с внутренним диаметром 3 мм. Расход раствора и его температура подбирались таким образом, чтобы сдвиговая неустойчивость, обусловленная растеканием раствора по дну, отсутствовала.

Зависимость плотности воды ρ (в килограммах на кубический метр) от температуры T (в градусах Цельсия) задавалась формулой

$$\rho = 999,845 + 0,063\,65T - 0,008\,27T^2 + 0,000\,050\,4T^3,\tag{1}$$

полученной по справочным данным для дистиллированной воды при атмосферном давлении. В диапазоне температур от 0 до 30 °C расчеты по формуле (1) согласуются с табличными данными с погрешностью не более 0,003 %.

В опытах использовалась отстоявшаяся в течение нескольких суток питьевая водопроводная вода. Ее охлаждение до температуры ниже 4 °C осуществлялось непосредственно на экспериментальной установке путем растворения свежевыпавшего снега или намороженного в холодильнике льда. Оценка влияния на плотность минеральных веществ, содержащихся в питьевой воде, выполнялась по формуле Чена — Миллеро [20], учитывающей зависимость плотности воды от давления и концентрации минеральных веществ в диапазоне значений этих величин, характерном для пресных и слабосоленых водоемов. Результаты расчетов по этой формуле показывают, что влиянием на плотность минеральных веществ, содержащихся в питьевой воде, можно пренебречь. При атмосферном давлении и концентрации соли, равной нулю, формула (1) и формула из работы [20] дают одинаковые результаты.

Условия, при которых $T_0 > 4$ °C, назовем обычными условиями, а условия, при которых $T_0 < 4$ °C, — аномальными условиями. Далее приводится информация, полученная при одном и том же значении $T_a = 23.6 \pm 0.2$ °C и двух значениях T_0 : $T_0 = 9.85$ °C (обычные условия) и $T_0 = 0.3$ °C (аномальные условия). Используется неподвижная прямоугольная система координат (см. рис. 1), начало которой расположено в средней точке дна контейнера.

На рис. 2 приведены профили температуры $T^0(z^0)$ в безразмерных переменных $z^0 = z/H$, $T^0 = T/T_*$, полученные в обычных условиях при x = y = 0. Аналогичные профили температуры, полученные в аномальных условиях, приведены на рис. 3. Профили плотности $\rho^0(z^0)$, вычисленные по профилям температуры с использованием формулы (1), показаны на рис. 4, 5 для обычных и аномальных условий ($\rho^0 = \rho/\rho_*$; $\rho_* = 999,973$ кг/м³ — максимальное значение плотности) соответственно.

На рис. 2–5 видно, что и в обычных, и в аномальных условиях имеет место конвективная неустойчивость. Однако в обычных условиях соответствующая инверсия плотности



Рис. 2. Профили температуры в середине контейнера в обычных условиях ($x = y = 0, T_0 = 9,85$ °C, $T_a = 23,6$ °C) в различные моменты времени: 1 - t = 25 мин, 2 - t = 350 мин, 3 - t = 900 мин

Рис. 3. Профили температуры в середине контейнера в аномальных условиях ($x = y = 0, T_0 = 0,3$ °C, $T_a = 23,6$ °C) в различные моменты времени: 1 — t = 12 мин, 2 — t = 125 мин, 3 — t = 230 мин, 4 — t = 410 мин, 5 — t = 1070 мин, 6 — t = 1600 мин



Рис. 4. Профили плотности в середине контейнера в обычных условиях ($x = y = 0, T_0 = 9.85$ °C, $T_a = 23.6$ °C) в различные моменты времени: 1 - t = 25 мин, 2 - t = 350 мин, 3 - t = 900 мин

Рис. 5. Профили плотности в середине контейнера в аномальных условиях ($x = y = 0, T_0 = 0,3$ °C, $T_a = 23,6$ °C) в различные моменты времени: 1 — t = 12 мин, 2 — t = 125 мин, 3 — t = 230 мин, 4 — t = 410 мин

возникает только вследствие наличия потока тепла через дно контейнера, а в аномальных условиях — также вследствие наличия потока тепла через крышку контейнера. В обычных условиях вода вблизи крышки контейнера легче воды, расположенной ниже. В аномальных условиях часть прогретой воды уплотняется, становится тяжелее расположенной ниже более холодной воды и погружается. Этот процесс продолжается до тех пор, пока температура основной массы воды не превысит 4 °C.

Еще одна особенность конвекции в аномальных условиях заключается в том, что нагретая вода, поднимающаяся со дна, постепенно приобретает более высокую плотность и вновь погружается, как это характерно для проникающей конвекции. Такая форма конвекции существует лишь до тех пор, пока температура основной массы жидкости остается ниже 4 °C.

Ограниченность горизонтальных размеров контейнера, характерная для технических устройств, существенно влияет на процесс конвекции в целом и на его особенности в аномальных условиях. В этом случае важную роль играют пограничные слои, образующиеся на стенках контейнера. Согласно данным, приведенным на рис. 2–5, в условиях проведения опытов прогрев основной массы воды происходил преимущественно сверху, что является следствием вертикального переноса тепла по пограничным слоям на боковых стенках. Визуальные наблюдения показали, что интенсивность переноса нагретой воды снизу вверх по пограничным слоям на вертикальных стенках существенно превышала интенсивность переноса непосредственно из пограничного слоя на дне контейнера. В обычных условиях толщина пограничного слоя на дне в течение 20–25 мин увеличивалась до значения примерно 4 мм и в дальнейшем (в течение 15 ч) практически не менялась. На вертикальных стенках контейнера толщина пограничных слоев увеличивалась до 5–8 мм и также слабо менялась со временем.

В аномальных условиях эффект уплотнения при смешении противодействует подъему нагретой воды непосредственно из придонного слоя. Картина подъема нагретой воды из пограничного слоя на дне в аномальных условиях приведена на рис. 6,*a*. Наиболее быстро нагретая вода поднимается в углах между вертикальными стенками. На фоне этого процесса подъем нагретой воды непосредственно из придонного пограничного слоя, обу-



Рис. 6. Картина подъема нагретой воды из придонного слоя в аномальных условиях ($T_0 = 0,3$ °C, $T_a = 23,6$ °C) в различные моменты времени: a - t = 205 мин, $\delta - t = 91$ мин



Рис. 7. Зависимость плотности в середине канала от времени в обычных условиях при $T_0 = 9,85$ °C (*a*) и в аномальных условиях при $T_0 = 0,3$ °C (*b*) ($x = y = 0, T_a = 23,6$ °C) на различных расстояниях от дна контейнера: $1 - z^0 = 0, 2 - z^0 = 0, 5, 3 - z^0 = 1$

словленный проникающей конвекцией, выражен слабо (см. рис. 6,a). Более отчетливо это видно на рис. $6,\delta$.

На рис. 7,*a* приведены зависимости плотности воды от времени на дне $(z^0 = 0)$, в середине слоя воды $(z^0 = 0,5)$ и на крышке бассейна $(z^0 = 1)$ при x = y = 0 в обычных условиях. Аналогичные зависимости для аномальных условий приведены на рис. 7,*б*. Для наглядности время указано в размерном виде. Экспериментальные данные достаточно точно описываются функцией Лоренца

$$\rho^{0}(t) = \rho^{0}(\infty) + \frac{2A}{\pi} \frac{w}{4(t-t_{c})^{2} + w^{2}},$$
(2)

где $\rho^0(\infty)$, A, w, t_c — не зависящие от времени параметры, значения которых приведены в таблице. Безразмерный параметр $\rho^0(\infty)$ соответствует асимптотическому значению плотности при $t \to \infty$, т. е. плотности воды, температура которой равна температуре воздуха в лабораторном помещении. Вследствие того что время на рис. 7 задано в размерном виде, параметры A, w, t_c , приведенные в таблице, имеют размерность времени. При выборе характерного масштаба времени $\tau = (H/g)^{0.5}$ (g — ускорение свободного падения)

z^0	$ ho^0(\infty)$	А, мин	t_c , мин	w, мин
Обычные условия, $T_0 = 9.85$ °C				
0	0,9975	3,117	12,430	899,472
0,5	0,9975	3,233	6,476	938,009
$1,\!0$	0,9975	2,105	-10,881	583,696
Аномальные условия, $T_0 = 0.3$ °C				
0	0,9975	7,5240	74,702	1954,91
0,5	0,9977	5,7450	135,736	1614,03
1,0	0,9973	5,9297	9,595	1370,96
		•		
$T, ^{\mathrm{o}}\mathrm{C}$				

Значения параметров в формуле (2) при $T_a=23.6~^\circ{
m C}$



Рис. 8. Зависимость температуры от времени на внешней (1) и внутренней (2) поверхностях крышки в аномальных условиях при $T_0 = 1,4$ °C, $T_a = 21,6$ °C: 1 — $T_{\infty} = 20,97$ °C, $A_1 = 9,21$ °C, $T_1 = 477,08$ мин; 2 — $T_{\infty} = 20,95$ °C, $A_1 = 19,27$ °C, $T_1 = 373,22$ мин

для перехода к безразмерной форме время (в минутах) и размерные параметры в таблице следует разделить на $\tau = 0,0033$ мин.

Математическое и численное моделирование процесса нагрева воды в контейнере осложняется тем, что температура воздуха остается постоянной и равной T_a только на достаточно большом удалении от контейнера. На внешних поверхностях его стенок образуются воздушные тепловые пограничные слои, поэтому температура на этих поверхностях не равна T_a и непрерывно меняется во времени. В качестве примера на рис. 8 приведены зависимости температуры от времени на внешней и внутренней поверхностях крышки в аномальных условиях. Экспериментальные данные описываются формулой

$$T(t) = T_{\infty} - A_1 \exp\left(t/T_1\right),$$

где T_{∞} , A_1 , T_1 — не зависящие от времени размерные параметры. При переходе к безразмерным величинам температуру следует разделить на T_* , время — на τ . В рассмотренном примере разность температур в лабораторном помещении и на внешней поверхности крышки на начальном этапе достигала 29 % значения T_a . Тепловые пограничные слои на внешних стенках экспериментальных установок имели место также в опытах [18, 19].

На рис. 9 приведены профили температуры $T^0(z^0)$ при x = 0 и различных значениях координаты y: на вертикальной оси симметрии контейнера, на расстоянии 5 мм от внутренней поверхности лицевой стенки и непосредственно на этой поверхности. Приведенные на рис. 9 данные, полученные в аномальных условиях, показывают, что температура на



Рис. 9. Профили температуры при $T_0 = 0,3$ °C, t = 285 мин, x = 0: 1 — на оси контейнера (y/B = 0), 2 — на границе теплового пограничного слоя (y/B = -0.475), 3 — на вертикальной стенке (y/B = -0.5)

Рис. 10. Зависимость толщины пограничного слоя на стенке от времени: 1 — обычные условия, 2 — аномальные условия, сплошная линия — расчет по формуле (3)

расстоянии 5 мм от стенки отличается от температуры на оси симметрии контейнера не более чем на 4 %.

Зависимость характерной толщины δ нагретого верхнего слоя от времени приведена на рис. 10. Значения δ приведены в безразмерной форме $\delta^0 = \delta/H$, время указано в размерном виде. Значение δ^0 определялось с коэффициентом вариации, равным 12 %, т. е. с достаточно большой погрешностью. В пределах такой погрешности зависимости $\delta^0(t)$, полученные в обычных и аномальных условиях при t > 150 мин, не различаются и описываются формулой (сплошная линия на рис. 10)

$$\delta^0(t) = \frac{P_1 t}{P_2 + t},\tag{3}$$

где параметр P_1 является безразмерным, а параметр P_2 имеет размерность времени. Для указанных выше значений начальных температур и геометрических параметров, при которых получены экспериментальные точки на рис. 10, $P_1 = 0.958$, $P_2 = 293,64$ мин.

В соответствии с формулой (3) в пределе $t^0 = t/\tau \to \infty$ толщина нагретого верхнего слоя $\delta^0 \to P_1$. В условиях выполненных опытов соответствующее предельное состояние не достигалось даже через 24 ч после начала нагрева.

Проведенные эксперименты показали, что увеличение плотности при смешении масс пресной воды с температурами больше и меньше 4 °C оказывает существенное влияние на процесс свободной конвекции. В рассмотренной задаче о конвекции при всестороннем нагреве это влияние проявилось в том, что в аномальных условиях неустойчивость движения имела место не только в нагретом слое на дне, но и в нагретом слое на крышке контейнера. При этом процесс распространения тепла вертикально вверх непосредственно из придонного слоя имел характер проникающей конвекции.

Как в обычных, так и в аномальных условиях вода, нагреваемая через дно и боковые стенки контейнера, переносилась к крышке в основном по пограничным слоям на боковых стенках. В результате этого прогрев основной массы воды в контейнере происходил преимущественно сверху.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Huang J. C. K. The thermal bar // Geophys. Fluid Dynamics. 1972. V. 3, N 1. P. 1–25.
- Imberger J., Hamblin P. Dynamics of lakes, reservoirs and cooling ponds // Ann. Rev. Fluid Mech. 1982. V. 14. P. 153–187.
- 3. Тихомиров А. И. Термика крупных озер. Л.: Наука. Ленингр. отд-ние, 1983.
- Holland P. R., Kay A. Review of the physical and ecological implications of the thermal bar circulation // Limnologica. 2003. V. 33. P. 153–162.
- 5. Букреев В. И. Влияние немонотонной зависимости плотности воды от температуры на перемешивание дождевой воды в пресном водоеме // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41, № 4. С. 567–570.
- Букреев В. И. Влияние аномальной зависимости плотности воды от температуры на распространение круглой струи // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2005. Т. 40, № 2. С. 40–47.
- 7. Букреев В. И. Влияние немонотонной зависимости плотности воды от температуры на распространение вертикальной плоской струи // ПМТФ. 2006. Т. 47, № 2. С. 23–29.
- Townsend A. A. Natural convection in water over an ice surface // Quart. J. Roy Meteorol. Soc. 1964. V. 90. P. 248–259.
- 9. Musman S. Penetrative convection // J. Fluid Mech. 1968. V. 31, pt 2. P. 343–360.
- Adrian R. J. Turbulent convection in water over ice // J. Fluid Mech. 1975. V. 69, pt 4. P. 753–781.
- 11. Зубов Н. И. Вычисление уплотнения при смешении морских вод / Н. И. Зубов, Д. С. Сабинин. М.: Гидрометеоиздат. Моск. отд-ние, 1958.
- Fofonoff N. P. Some properties of sea water influencing the formation of Antarctic bottom water // Deep-Sea Res. 1956. V. 4, N 1. P. 32–35.
- Foster T. D. An analysis of the cabbeling instability in seawater // J. Phys. Oceanogr. 1972.
 V. 2. P. 294–301.
- 14. **Федоров К. Н.** О роли уплотнения при смешении в динамике океанических фронтов // Докл. АН СССР. 1981. Т. 261, № 4. С. 985–988.
- 15. **Федоров К. Н.** Физическая природа и структура океанических фронтов. Л.: Гидрометеоиздат, 1983.
- Talley D. T., Yun J.-Y. The role of cabbeling and double diffusion in setting the density of the North Pacific intermediate water salinity minimum // J. Phys. Oceanogr. 2001. V. 3, N 6. P. 1538–1549.
- 17. **Фофонов Н. П.** Динамические воздействия каббелинга на структуру термоклина // Океанология. 1995. Т. 55, № 6. С. 824–832.
- Cawley M. F., McBride P. Flow visualization of free convection in a vertical cylinder of water in the vicinity of the density maximum // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2004. V. 47, N 6/7. P. 1175–1186.
- 19. Tong W. Aspect ratio effect on natural convection in water near its density maximum temperature // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2004. V. 20, iss. 6. P. 624–633.
- 20. Chen C. T., Millero F. J. Precise thermodynamic properties for natural water covering only the limnological range // Limnol. Oceanogr. 1986. V. 31, N 3. P. 657–662.

Поступила в редакцию 29/VI 2011 г., в окончательном варианте — 16/I 2012 г.