УДК 532.5:519.6

ОТРАЖЕНИЕ ВОЛНЫ ПРОРЫВА ОТ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТЕНКИ. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТ

В. Б. Барахнин, Т. В. Краснощекова*, И. Н. Потапов*

Институт вычислительных технологий СО РАН, 630090 Новосибирск
* Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Приведены результаты экспериментальных исследований и численного моделирования процесса отражения волны прорыва от вертикальной торцевой стенки канала. Волна образуется при удалении перегородки, создающей начальный перепад уровня жидкости. Показано, что численный расчет на основе нелинейно-дисперсионной модели Железняка — Пелиновского удовлетворительно описывает высоту заплеска, амплитуду отраженных волн и скорость волны перед стенкой как для гладких, так и для обрушивающихся волн прорыва. Отмечено, что экспериментальные значения высоты заплеска на стенку для гладких и слабообрушивающихся (без существенного вовлечения воздуха) набегающих волн прорыва хорошо согласуются с соответствующими экспериментальными и расчетными данными для уединенных волн.

Постановка задачи. Рассматривается задача о формировании волны прорыва и последующем отражении ее от стенки. Система состоит из бассейна с ровным дном и твердыми непроницаемыми вертикальными стенками, заполненного однородной жидкостью и разделенного в начальный момент тонкой непроницаемой перегородкой, создающей перепад уровня жидкости (рис. 1). Такая постановка включает две классические задачи: задачу о формировании волны прорыва и задачу об отражении волны от стенки. В данной работе исследовались процессы в той части бассейна, где первоначально уровень жидкости был меньше.

Исследованию волн прорыва, возникающих, например, при разрушении плотины, посвящено большое количество работ. Ранее их параметры вычислялись с использованием уравнений Сен-Венана, не учитывающих дисперсию. В этом случае обрушивающиеся волны моделируются разрывными решениями. Широкий класс задач (гладкие волны типа

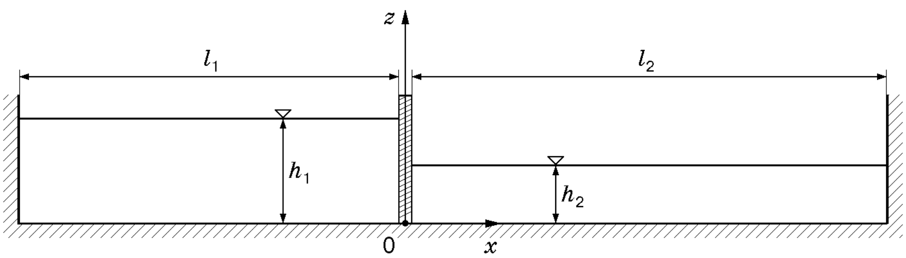

Рис. 1. Схема экспериментальной установки:
1 — перегородка, *2* — дно канала, *3* — отражающая стенка

Работа выполнена в рамках Программы интеграционных фундаментальных исследований СО РАН (грант № 1) при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 98-01-00750, 00-01-00899).

ондулярных и уединенных) уравнения Сен-Венана не описывают. Вместе с тем эксперименты [1] показали, что в определенном диапазоне параметров $\Delta h^0 = (h_1 - h_2)/h_2$ и $l^0 = l_2/h_2$ волна прорыва сопровождается колебаниями за гладким фронтом, т. е. имеет форму гладкого ондулярного бора.

Из результатов теоретического анализа [2] следует, что энергия, теряемая обрушивающимся бором, частично затрачивается на образование осцилляций в виде кноидальных волн. Расчеты с использованием моделей, учитывающих дисперсию, проведены, например, в [3, 4].

Для рассматриваемого случая отражения волны прорыва уравнения Сен-Венана дают достаточно точное значение высоты заплеска только для волн малой амплитуды. Численное моделирование отражения волны прорыва для конкретного водоема описано в работе [5], причем расчеты проводились с использованием нелинейно-дисперсионной модели Железняка — Пелиновского и модели потенциального движения жидкости. Большое количество работ посвящено изучению отражения уединенных волн (см., например, [6–9]). Ниже показано, что результаты расчетов отражения уединенной волны от вертикальной стенки на основе уравнений потенциального движения жидкости хорошо соответствуют результатам, полученным в случае отражения гладкой волны прорыва.

Методика экспериментов. Опыты проводились в непроточном прямоугольном канале из оргстекла шириной 6 см с ровным горизонтальным дном. Волны образовывались в результате удаления перегородки, создающей начальный перепад уровня $\Delta h = h_1 - h_2$. Помимо h_1 и h_2 важным параметром задачи является расстояние от перегородки до отражающей стенки l_2. Линейные размеры нормировались значением h_2, а скорости — $\sqrt{gh_2}$ (g — ускорение свободного падения).

Методика экспериментов аналогична описанной в [10]. На торцевую стенку предварительно наносился мелкодисперсный порошок, часть которого смывалась набегающей волной, оставляя на стенке четко выраженную границу заплеска — максимального подъема уровня жидкости. Профиль и скорость распространения волны регистрировались волномерами и видеосъемкой. Волномер представлял собой два электрода диаметром 0,1 мм, размыкающих цепь с током высокой частоты. Регистрирующая аппаратура включала самописец или плату оцифровки аналогового сигнала, подсоединенную к компьютеру. Разрыв исчезал при погружении датчика в воду. Видеосъемка производилась бытовой видеокамерой Panasonic RX2 VHS-C с частотой 25 кадр/с. Малое разрешение видеокамеры (240 линий по вертикали) компенсировалось съемкой с большим увеличением, при котором передний гребень волны занимал примерно половину кадра. Камера двигалась на тележке по рельсам так, чтобы первый гребень волны оставался в кадре. Для получения наиболее четких деталей изображения использовался спортивный режим видеосъемки со временем экспозиции примерно 1/500 с. Затем изображение вводилось в компьютер. Погрешность измерений высоты и скорости распространения переднего гребня, связанная с размытостью изображения фронта волны, составляла 3 %. Перегородка удалялась вручную. Время ее удаления из жидкости составляло примерно 0,1 с, при этом, как показывают снимки внутренней структуры, возмущения, вызванные прилипанием жидкости к перегородке, либо быстро исчезали при $\Delta h^0 < 0{,}8$, либо развивались в обрушивающийся гидравлический прыжок. После удаления перегородки по жидкости меньшей глубины распространялась волна с повышением уровня, а по жидкости большей глубины — волна с понижением уровня. В данной работе исследовалась волна с повышением уровня. В процессе эволюции волны прорыва измерялись высота первого гребня a_1^0 и скорость распространения средней точки переднего фронта волны c^0 (здесь и далее индекс 0 соответствует безразмерным величинам). Параметры задачи изменялись в следующих диапазонах: $0{,}5 \leqslant \Delta h^0 \leqslant 1{,}4$, $50 < l_2/h_2 < 90$, $h_2 = 3 \div 4$ см.

Численная модель. Образование ондулярного бора обусловлено дисперсионными эффектами, поэтому в расчетах использовалась нелинейно-дисперсионная модель Железняка — Пелиновского [11]. Уравнения этой модели в безразмерных переменных записываются в виде

$$h_t + P_x = 0, \qquad P_t + \Big(\frac{P^2}{h} + \frac{h^2}{2}\Big)_x = D, \tag{1}$$

где в случае горизонтального дна бассейна $D = ((h^3/3)(u_{xt} + uu_{xx} - (u_x)^2))_x$. Здесь h — полная глубина жидкости; u — скорость жидкости; $P = hu$ — расход жидкости.

Аналогично методике, описанной в [12], система уравнений Железняка — Пелиновского расщеплялась на обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$(h^3 d_x)_x - 3hd = (h^3(2(u_x)^2 + h_{xx}))_x \tag{2}$$

относительно неизвестной d и гиперболическую систему вида (1), где $D = hd$.

Расчеты проводились на подвижной адаптивной сетке. Сначала решалось уравнение (2), после чего с использованием TVD-схемы, описанной в работе [13], аппроксимировалась гиперболическая система.

Результаты экспериментов и их анализ. Как известно, процесс обрушения нестационарных волн многих типов происходит при достижении определенной критической скорости распространения частиц переднего фронта [14, 15]. Она называется второй критической скоростью и равна предельной скорости распространения уединенных волн $c^0_{cr} = 1{,}294$, полученной в [16] численными расчетами на основе полных уравнений потенциального движения жидкости. Результаты экспериментов, проведенных в настоящей работе, показывают, что при достижении именно этой скорости распространения начинается обрушение волн прорыва. Если в процессе эволюции скорость переднего фронта волны прорыва не превышала c^0_{cr}, то волна сохраняла гладкость. Такое поведение имело место при $\Delta h^0 < 0{,}8$. При $0{,}8 < \Delta h^0 < 1{,}1$ в эволюции волны наблюдались как гладкие стадии, так и стадии с обрушением ее переднего фронта. При $\Delta h^0 > 1{,}1$ обрушение переднего фронта происходило вплоть до момента взаимодействия со стенкой. Следует отметить, что даже набегающие волны с обрушивающимся передним фронтом после отражения становились гладкими, а через некоторое время вновь могли обрушиться.

На рис. 2 представлены экспериментальные (штриховые линии) и расчетные (сплошные линии) профили волн прорыва. Профили получены при $l^0_2 = 61{,}5$, причем пара профилей с бóльшим значением возвышения $\eta^0 = h^0 - 1$ соответствует случаю $\Delta h^0 = 0{,}8$, с меньшим — случаю $\Delta h^0 = 0{,}6$. Графики расположены таким образом, что вершины первых ондуляций имеют одну и ту же абсциссу.

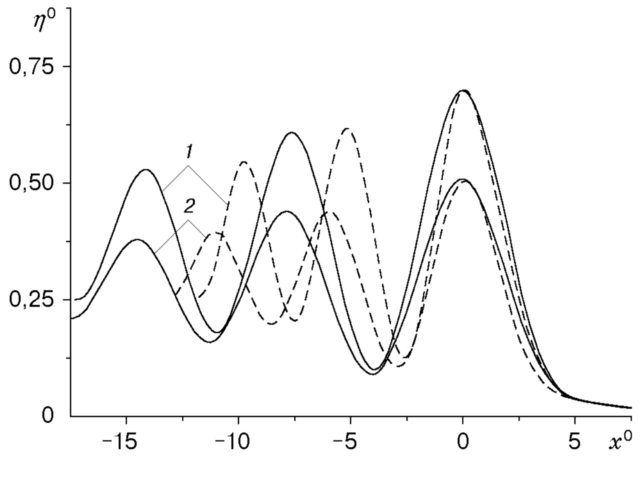

Рис. 2. Сравнение экспериментальных и расчетных профилей волн прорыва:
1 — $\Delta h^0 = 0{,}8$; *2* — $\Delta h^0 = 0{,}6$; сплошные линии — расчетные профили, штриховые — экспериментальные профили

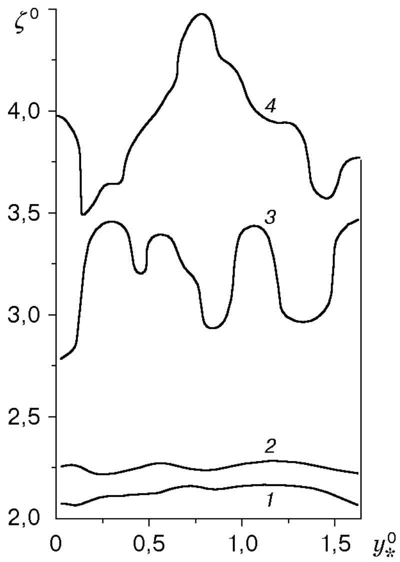

Рис. 3. Поперечные профили заплеска:
1, *2* — гладких волн (*1* — $\Delta h^0 = 0{,}74$; *2* — $\Delta h^0 = 0{,}89$); *3*, *4* — обрушивающихся волн (*3* —$\Delta h^0 = 1{,}14$; *4* — $\Delta h^0 = 1{,}46$)

Из рис. 2 следует, что число ондуляций, их высота и глубина впадин между ондуляциями почти совпадают. Некоторое различие наблюдается в ширине ондуляций: расчетные профили немного шире экспериментальных. Аналогичный результат наблюдался ранее при сравнении профиля уединенной волны (решения уравнения Кортевега — де Фриза) с экспериментом в [17]. Там же приведено подробное сравнение профилей уединенных волн, полученных с использованием простых моделей.

На рис. 3 представлены характерные экспериментальные профили безразмерного заплеска ζ^0 — максимального уровня жидкости на стенке в процессе отражения волны (граница, разделяющая смоченную и несмоченную области поверхности стенки после отражения волны). По оси абсцисс отложена безразмерная поперечная координата на стенке y_*^0. Профили *1* и *2*, полученные при отражении гладких волн, однородные по высоте. Профили *3*, *4*, соответствующие обрушивающимся набегающим волнам, имеют сильные осцилляции. Для анализа профилей введем три характерных значения ζ^0: максимальное $\zeta^0_{\max}$, минимальное $\zeta^0_{\min}$ и среднее по ширине канала $\overline{\zeta^0}$. В проведенном численном исследовании рассматривалась плоская задача, т. е. полагалось, что поперечный профиль заплеска горизонтален. Поэтому с численным заплеском сравнивалось осредненное значение экспериментального профиля заплеска.

Зависимость высоты заплеска от перепада уровня приведена на рис. 4. На графиках отчетливо виден излом. При $\Delta h^0 \approx 1{,}05$ наблюдается существенное уменьшение скорости роста высоты заплеска с увеличением Δh^0. Кроме того, значительно увеличивается различие между $\zeta^0_{\max}$ и $\zeta^0_{\min}$. Визуальные наблюдения и видеосъемка показали, что при $\Delta h^0 > 1$ набегающие волны у стенки становятся обрушивающимися. Таким образом, часть кривой левее излома соответствует заплеску гладких волн, правее — обрушивающихся.

На рис. 5 представлены экспериментальные и расчетные зависимости высоты заплеска и амплитуды отраженных уединенных волн от перепада уровня. Амплитуды отраженных волн измерялись в тот момент, когда прекращалось их взаимодействие с набегающими волнами, причем в расчетах бо́льшим значениям l_2^0 соответствовал более поздний момент времени, что обусловило некоторую немонотонность зависимости амплитуды отраженной волны от величины l_2^0.

В целом экспериментальные и расчетные значения высоты заплеска отраженных волн, а также их амплитуд удовлетворительно коррелируют. Для численно найденной высоты заплеска приведена одна кривая, так как кривые, полученные при всех трех значениях параметра l_2/h_2, совпадали с точностью до 0,5 %. Экспериментальные данные отличаются

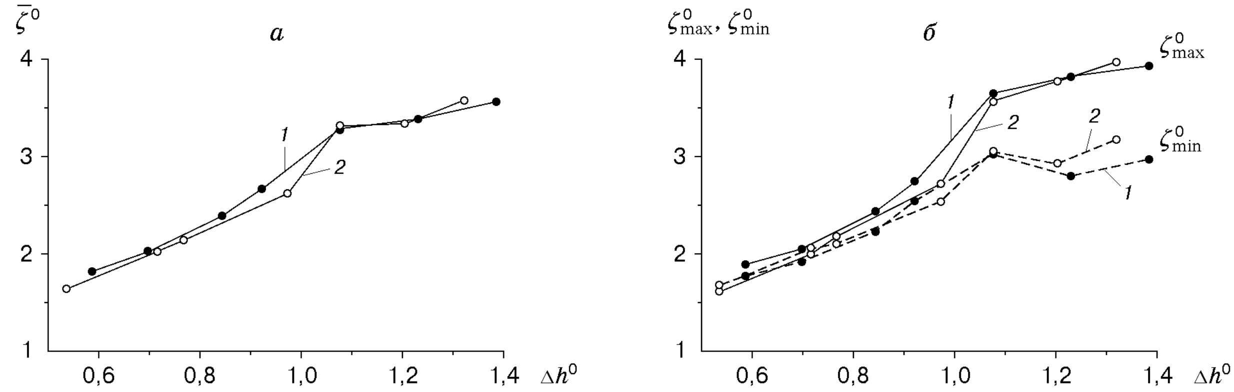

Рис. 4. Зависимость средней (*а*), максимальной и минимальной (*б*) высот заплеска волны прорыва от перепада уровня:
1 — $l_2/h_2 = 71{,}8$; *2* — $l_2/h_2 = 61{,}5$

от результатов расчета не более чем на 10 %. Это различие одинаково для всех серий опытов при перепадах уровня, соответствующих условиям формирования гладких волн. Для режимов с обрушивающимися волнами при $\Delta h^0 > 1$ экспериментальные данные лучше согласуются с расчетами, особенно в случае $l_2/h_2 = 51{,}3$.

Расчетные значения амплитуд отраженных волн совпадают при малых перепадах. При наибольших перепадах это различие не превышает 6 %. Экспериментальные кривые лежат ниже расчетных и при больших перепадах также различаются не более чем на 6 %. В целом различие между расчетными и экспериментальными значениями амплитуды отраженных волн при одних и тех же значениях l_2/h_2 не превышает 8 %.

Из сравнения измеренных и рассчитанных скоростей распространения волн следует, что экспериментальные значения примерно на 5 % меньше расчетных в диапазоне $0{,}5 \leqslant \Delta h^0 \leqslant 1{,}4$. Так как процесс распространения волны был нестационарным и характеризовался различными скоростями движения точек переднего фронта (как для гладких, так и для обрушивающихся волн), то в качестве характерной скорости распространения волны принималась скорость движения средней по высоте точки переднего фронта.

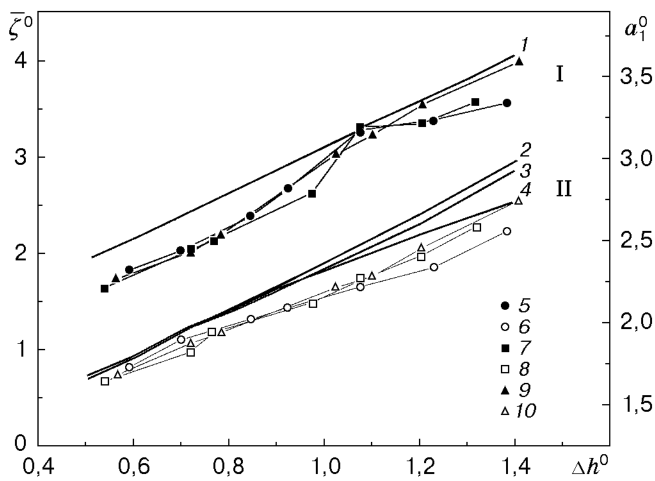

Рис. 5. Зависимость высоты заплеска (I) и амплитуды отраженных волн (II) от перепада уровня:
сплошные линии — расчет, точки — эксперимент; *1* — $l_2^0 = 51{,}3$; 61,5; 71,8; *2, 5, 6* — $l_2^0 = 51{,}3$; *3, 7, 8* — $l_2^0 = 61{,}5$; *4, 9, 10* — $l_2^0 = 71{,}8$

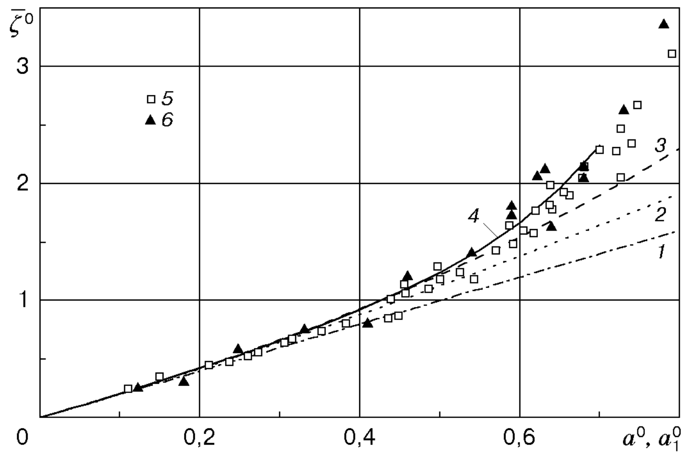

Рис. 6. Зависимость высоты заплеска уединенных волн (*1–5*) и волн прорыва (*6*) от амплитуды:

1 — расчет по формуле (3); *2* — расчет по формуле (4); *3* — расчет по формуле (5); *4* — расчет по модели [6]; *5* — результаты эксперимента [8]; *6* — результаты настоящих экспериментов

Как отмечено выше, при достижении второй критической скорости распространения волн в эксперименте наблюдалось обрушение переднего фронта волны в направлении распространения, причем скорость распространения обрушенного фронта могла возрастать. В численных расчетах процесс обрушения при росте скорости и амплитуды не наблюдался.

В опытах [10] установлено, что если набегающая волна прорыва является гладкой, то высота ее заплеска хорошо коррелирует с высотой заплеска уединенных волн. Изучим этот вопрос более подробно. Величина максимального заплеска уединенной волны на вертикальную стенку исследовалась в работах [6–9]. В [9] с использованием метода возмущений, примененного к уравнениям потенциального движения жидкости, получены следующие формулы, содержащие члены от первого до третьего порядков малости:

$$\overline{\zeta^0} = 2a^0; \tag{3}$$

$$\overline{\zeta^0} = 2a^0 + (a^0)^2/2; \tag{4}$$

$$\overline{\zeta^0} = 2a^0 + (a^0)^2/2 + 3(a^0)^3/4, \tag{5}$$

где a^0 — безразмерная амплитуда уединенной волны. В [6, 7] выполнен численный расчет высоты заплеска уединенной волны на основе полных уравнений потенциального движения. В [8] на основании экспериментов выделено пять типов заплеска уединенных волн на стенку. Следует также отметить, что зависимость высоты заплеска от амплитуды набегающей волны в форме солитона по модели Железняка — Пелиновского выражается формулой (4).

На рис. 6 представлены зависимости высоты заплеска от амплитуды для уединенных волн и волн прорыва. Экспериментальные точки *5* из работы [8] и точки *6*, полученные в настоящих экспериментах, удовлетворительно согласуются, хотя получены в каналах разных размеров, разными методами для волн двух типов. В случае уединенных волн лучше согласуются с экспериментами расчеты по модели потенциальных течений [6] (кривая *4*), [7]. До высоты набегающей волны прорыва $a_1^0 < 0{,}55$ хорошо соответствует экспериментам зависимость (5) (кривая *3*). Формулы (3) и (4) (кривые *1* и *2* соответственно) хорошо описывают процесс только при $a_1^0 < 0{,}4$. Заметим, что расчеты [6] выполнены только для значений $a^0 \leqslant 0{,}7$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Favre H.** Ondes de translation dans les canaux decoverts. Paris: Dunod, 1935.
2. **Benjamin T. B., Lighthill M. J.** On cnoidal waves and bores // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1954. V. 224. P. 448–460.
3. **Peregrine D. H.** Calculations of the development of an undular bore // J. Fluid Mech. 1966. V. 25, pt 2. P. 321–330.
4. **Stansby P. K., Chegini A., Barnes T. C. D.** The initial stages of dam-break flow // J. Fluid Mech. 1998. V. 374. P. 407–424.
5. **Барахнин В. Б., Хакимзянов Г. С., Чубаров Л. Б., Шкуропацкий Д. А.** Некоторые проблемы численного моделирования волновых режимов в огражденных акваториях // Вычисл. технологии. 1996. Т. 1, № 2. С. 3–25.
6. **Cooker M. J., Weidman P. D., Bale D. S.** Reflection of high-amplitude solitary wave at a vertical wall // J. Fluid Mech. 1997. V. 342. P. 141–158.
7. **Протопопов Б. Е.** Численный анализ трансформации уединенной волны при отражении от вертикальной преграды // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1990. № 5. С. 115–123.
8. **McHugh J. P., Watt D. W.** Surface waves impinging on a vertical wall // Phys. Fluids. 1998. V. 10, N 1. P. 324–326.
9. **Su C. H., Mirie R. M.** On head-on collisions between two solitary waves // J. Fluid Mech. 1980. V. 98. P. 509–525.
10. **Букреев В. И., Гусев А. В.** Отражение волны прорыва от вертикальной стенки // Тр. Новосиб. гос. архит.-строит. ун-та. 2000. Т. 3, № 2. С. 47–59.
11. **Железняк М. И., Пелиновский Е. Н.** Физико-математические модели наката цунами на берег // Накат цунами на берег. Горький: Ин-т прикл. физики АН СССР, 1985. С. 8–33.
12. **Barakhnin V. B., Khakimzyanov G. S.** On the application of adaptive grids to the numerical solution of one-dimensional problems in the shallow-water theory // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1995. V. 10, N 5. P. 373–391.
13. **Барахнин В. Б., Бородкин Н. В.** TVD-схема второго порядка аппроксимации на подвижной адаптивной сетке для гиперболических систем // Сиб. журн. вычисл. математики. 2000. Т. 3, № 2. С. 109–121.
14. **Букреев В. И., Гусев А. В.** Волны в канале впереди вертикальной пластины // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1999. № 1. С. 82–90.
15. **Букреев В. И., Гусев А. В.** Некоторые результаты опытов с ондулярными волнами // Тр. Новосиб. гос. архит.-строит. ун-та. 1999. Т. 2, № 2. С. 13–22.
16. **Longuet-Higgins M. S., Fenton J. D.** On the mass, momentum, energy and circulation of a solitary wave. 2 // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1974. V. 340. P. 471–493.
17. **Daily J. W., Stephan S. C.** The solitary wave. Its celerity, profile, internal velocities and amplitude attenuation in a horizontal smooth channel // Proc. of the 3rd Conf. coastal engng. Berkley: Univ. of California, 1952. P. 13–30.

Поступила в редакцию 26/VI 2000 г.,
в окончательном варианте — 21/VIII 2000 г.