

УДК 539.3 : 620.17.254

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРОНИКАНИЯ ЖЕСТКИХ УДАРНИКОВ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ СВОЙСТВ ГРУНТОВЫХ СРЕД

В. Г. Баженов, А. М. Брагов, В. Л. Котов

Научно-исследовательский институт механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород
E-mail: vkotov@inbox.ru

С использованием предложенного ранее экспериментально-расчетного метода и результатов обращенных экспериментов по прониканию в песчаный грунт ударников с плоскими и полусферическими оголовками при скоростях удара $50 \div 450$ м/с определены параметры модели грунтовой среды Григоряна. Показано, что полученные в обращенном эксперименте квазистационарные зависимости силы сопротивления от скорости удара могут быть применены к решению задач о глубоком проникании тел в грунт с погрешностью, не превышающей ошибку измерений.

Ключевые слова: грунтовая среда, математическое моделирование, эксперимент, проникание, идентификация.

Введение. Процессы удара и проникания тел в грунтовые среды исследовались во многих работах (см., например, [1–16]). Однако в основном эти работы посвящены изучению проникания недеформируемых ударников в пластичные (глинистые, суглинистые) грунты [8–16]. Для определения сопротивления сдвигу глинистого грунта как идеально пластической среды с условием текучести Треска — Сен-Венана в работах [13, 14] предложен экспериментально-теоретический метод динамического внедрения, развитый в [15–17]. В работах [1–4, 17–25] отечественных и [5, 6, 26–31] зарубежных авторов с использованием гипотез о несжимаемости среды, идеальной пластичности и других упрощенных представлений о динамическом поведении грунта, в определенной мере справедливых для пластичных грунтовых сред, развивались аналитические методы исследования проникания жестких тел вращения в грунты.

Количество экспериментов по импульсному нагружению сыпучих грунтовых сред незначительно [31–33], вследствие чего свойства подобных сред менее изучены. В экспериментальных работах [34–36], посвященных исследованию динамической сжимаемости песчаных грунтов с плоской ударной волной, определялась лишь ударная адиабата среды. Сжимаемость среды в экспериментах по прониканию определялась также в работе [37]. Возможности применения модифицированного метода Кольского [38, 39] с использованием системы разрезных стержней Гопкинсона при изучении сжимаемости и пластических свойств грунтовых сред ограничиваются пределом упругости материала мерных стержней и обоймы, не превышающим 0,5 ГПа. Таким образом, в настоящее время эффективные

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ (грант № НШ-3367.2008.8), молодых российских ученых (грант № МК-4839.2008.8), а также Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 08-01-00500-а, 08-08-00883-а).

методы исследования физико-механических свойств грунтовых сред в широком диапазоне давлений развиты недостаточно.

Представляется перспективным развитие экспериментально-расчетного подхода [40] к исследованию свойств грунтов при динамическом нагружении с использованием известных моделей грунтов [41, 42], методов математического моделирования процессов удара и проникания в грунт деформируемых тел [42–47] и данных обращенного эксперимента [10, 11]. Ранее проводился анализ зависимости силы сопротивления внедрению в грунт от параметров модели мягкой грунтовой среды. Установлено, что особенности зависимости силы сопротивления от времени позволяют использовать максимум силы для определения динамической сжимаемости грунта [37], а квазистационарное значение — для определения прочностных (упругопластических) характеристик грунтовой среды [48, 49]. Построен сходящийся итерационный процесс уточнения текущих значений материальных функций в образце путем минимизации целевой функции с помощью последовательности вычислительных экспериментов.

В данной работе с использованием экспериментально-расчетного метода [40] и результатов обращенных экспериментов по прониканию в песчаный грунт ударников с плоскими и полусферическими оголовками при скоростях удара $50 \div 450$ м/с определены параметры динамической сжимаемости и зависимости предела текучести от давления.

1. Математическая модель. Математическая модель динамического деформирования грунтовых сред при ударном нагружении формулируется в работе [41] с использованием законов сохранения массы, импульса и уравнений теории пластического течения, которые в цилиндрической системе координат rOz (Oz — ось симметрии) записываются в виде системы дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho(u_{r,r} + u_{z,z}) &= -\frac{\rho u_r}{r}, & \frac{d\rho_*}{dt} &= \frac{d\rho}{dt} h(\rho - \rho_*) h\left(\frac{d\rho}{dt}\right), \\ \rho \frac{du_r}{dt} - \sigma_{rr,r} - \sigma_{rz,z} &= \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r}, & \rho \frac{du_z}{dt} - \sigma_{rz,r} - \sigma_{zz,z} &= \frac{\sigma_{rz}}{r}, \\ D_J s_{ij} + \lambda s_{ij} &= 2G e_{ij} & (i, j = r, z) \end{aligned}$$

и конечных соотношений

$$p = f_1(\rho, \rho_*) h(\rho_* - \rho) h(\rho_0 - \rho), \quad s_{ij} s^{ij} = 2\sigma_T^2/3, \quad \sigma_T \equiv f_2(p).$$

Здесь h — функция Хевисайда; t — время; ρ_0 , ρ , ρ_* — начальная, текущая и максимальная плотность, достигнутая в процессе нагружения; u_i , σ_{ij} , s_{ij} , e_{ij} — компоненты вектора скорости, тензора напряжений Коши и девиаторов тензоров напряжений и скоростей деформаций соответственно; p — давление; D_J — производная Яумана; d/dt — полная производная по времени; G — модуль сдвига; σ_T — предел текучести. Параметр $\lambda = 0$ в случае упругого деформирования, $\lambda > 0$, в случае если реализуется условие пластичности типа Мизеса — Шлейхера; символ после запятой обозначает дифференцирование по соответствующей переменной; по повторяющимся индексам проводится суммирование; неизвестные функции f_1 , f_2 подлежат определению.

Параметры уравнения состояния грунтовых сред определяются на основе результатов обращенных экспериментов с использованием мерного стержня [10, 11], а также численного моделирования процессов удара и проникания цилиндрических стержней в грунтовые среды. Суть обращенного эксперимента сводится к следующему [47]. Контейнер, заполненный грунтом, разгоняется до необходимых скоростей и наносит удар по закрепленной на мерном стержне неподвижной головной части ударника определенной формы. Скорость удара и свойства материала стержня должны быть такими, чтобы в стержне не возникало пластических деформаций. Тогда при ударе в стержне формируется импульс упругих

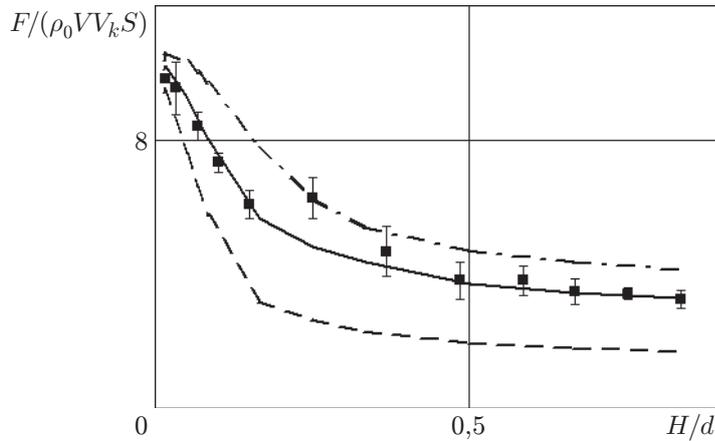


Рис. 1. Зависимость силы сопротивления внедрению в песчаный грунт ударника с плоским торцом от глубины проникания:
 точки — эксперимент, линии — расчет (сплошная линия — расчет по полученным параметрам модели, штрихпунктирная — расчет с использованием линейной зависимости предела текучести от давления, штриховая — расчет в гидродинамическом приближении)

деформаций $\varepsilon(t)$. Регистрация этого импульса в мерном стержне позволяет определить усилие F , действующее на ударник при его взаимодействии со средой, по известному соотношению $F(t) = E\varepsilon(t)S$, где E — модуль упругости стержня; S — площадь поперечного сечения. Таким образом, в указанном эксперименте измерение сил сводится к регистрации импульса упругих деформаций в стержне, что существенно упрощает этот эксперимент за счет применения тензометрии.

На рис. 1 показана полученная в обращенном эксперименте зависимость силы сопротивления внедрению в песок ударника с плоским торцом от глубины проникания. Значения силы и глубины проникания отнесены к величинам $\rho_0 V V_k S$ и d ($V = 335$ м/с — скорость внедрения ударника в песок; $V_k = 120$ м/с — скорость звука в песке; $S = \pi d^2/4$ — площадь миделя поперечного сечения ударника; d — диаметр сечения ударника). Песчаный грунт представлял собой сухую смесь кварцевого песка естественного состава. Интервалы разброса экспериментальных данных построены по результатам шести экспериментов с доверительной вероятностью 0,95. Экспериментальные данные приведены для значения $H/d < 1$, так как для определения ударной сжимаемости грунта необходим лишь максимум силы [11], а для определения сдвиговых характеристик грунтовой среды — квазистационарное значение силы сопротивления.

Предложенная в работах [48, 49] методика идентификации пластических свойств грунтовых сред заключается в следующем. Входными данными служит экспериментальная зависимость квазистационарных значений силы сопротивления внедрению ударника с плоским торцом от начальных скоростей удара. Искомая зависимость предела текучести от давления определяется не требующей дополнительных условий минимизацией функционала, описывающего суммарное различие теоретических и экспериментальных данных в

некотором диапазоне скоростей: $\sum_{i=1}^N |F_i - F_i^*|/|F_i^*| \rightarrow \min (F_i^*, F_i)$ — квазистационарные значения силы сопротивления внедрению с начальной скоростью V_i , полученные в экспериментах и в расчетах соответственно).

Для приближенного решения поставленной задачи оптимизации зависимость предела текучести от давления записывается в дискретном виде $\sigma_T(p) \equiv \sigma_T^{i-1} + \alpha^i(p - p^{i-1})$,

$p^{i-1} \leq p < p^i$, $i = \overline{1, N}$. Узлы дискретизации определяются таким образом, чтобы выполнялось условие $|F_i - F_i^*|/F_i^* < \delta$, где δ — заданная малая величина. Для этого в численном расчете для скоростей удара $V_i > V_{i-1}$ угол наклона α_i i -го звена ломаной корректируется до тех пор, пока расчетные и экспериментальные значения сил сопротивления на квазистационарной стадии внедрения не будут совпадать. Опорные значения давлений p кусочно-линейной функции $\sigma_T(p)$ определяются как среднее давление на ударяемом торце стержня при численном решении задачи.

2. Результаты численных расчетов. Примером практической реализации методики идентификации, предложенной в работах [48, 49], является определение функции пластичности в песчаном грунте, представляющем собой сухую песчаную смесь с начальной плотностью $\rho_0 = 1,72$ г/см³. Ударная адиабата для этого грунта определена в обращенных экспериментах [37] при скоростях удара $V = 50 \div 450$ м/с и близка к линейной зависимости скорости ударной волны D от массовой скорости u за фронтом волны $D = A + bu$ ($A = 455$ м/с; $b = 2,3$). В экспериментах [34] с плоской ударной волной для песчаной смеси близкие значения получены при $A = 500$ м/с, $b = 2,41$.

Численные расчеты проводились в осесимметричной постановке. Определяющие соотношения между объемной деформацией $\varepsilon = 1 - \rho_0/\rho$ и давлением p в грунте при $p = 0,01 \div 1,00$ МПа получены с использованием зависимости $f_1 \equiv M\varepsilon^n$ (M, n — константы) [33], при $p > 150$ МПа применяется зависимость $f_1 \equiv \rho_0 a^2 \varepsilon / (1 - b\varepsilon)^2$ [34–36], при $p = 1 \div 150$ МПа используется интерполирующий кубический полином [46, 47, 50]. Объемная разгрузка грунтовых сред с достаточной для практических приложений точностью аппроксимируется линейной зависимостью давления от плотности, определяемой углом наклона касательной к ударной адиабате в некоторой предельной (гидродинамической) точке $\rho_\infty = 2,5$ г/см³, модуль сдвига пропорционален разгрузочному модулю [42, 51].

На головной части ударника, контактирующей с грунтовой средой, принимались условия непроникания по нормали и скольжения с трением в касательном направлении. Поскольку обтекание грунтовым потоком примыкающей к торцу цилиндрической части имеет отрывной (кавитационный) характер, нормальные и касательные напряжения на свободных поверхностях грунта и ударника принимались равными нулю. Внешние границы расчетной области грунта считались жесткими и соответствовали геометрии обоймы, используемой в обращенном эксперименте. Область грунта разбивалась разностной сеткой на квадратные ячейки с размером сторон R/m (R — радиус цилиндрической части ударника; m — число ячеек). Для анализа сходимости используемой модификации метода Годунова [52, 53] проводилась серия численных расчетов на сгущающихся сетках. Квазистационарная зависимость силы сопротивления от размера ячейки R/m близка к линейной с достоверностью не менее 0,95, различие значений сил, полученных при $m = 80$, и сил, прогнозируемых при $m = \infty$, не превышало 3 %.

На рис. 2 приведена безразмерная зависимость силы сопротивления внедрению в песок ударника с плоским торцом на квазистационарной стадии от скорости ударника. Представленные на рис. 2 данные получены при скоростях соударения $V = 48, 100, 180, 275, 335$ м/с и являются средними по пяти экспериментам. Доверительная вероятность составляет 0,95.

На рис. 3 представлена рассчитанная по методике [48, 49] зависимость предела текучести от давления в песчаном грунте при тех же скоростях соударения. Видно, что при увеличении давления скорость роста предела текучести уменьшается, что обусловлено дроблением частиц грунта при ударе и проникании. Также при увеличении давления уменьшается вклад сдвиговых составляющих в решение и увеличивается погрешность вычисления зависимости силы сопротивления сдвигу от скорости ударника.

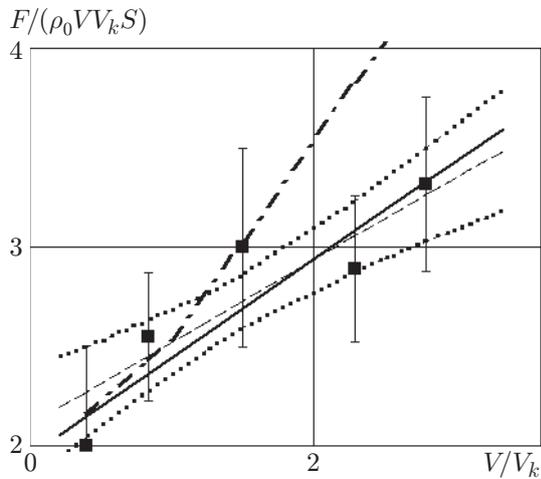


Рис. 2

Рис. 2. Зависимость квазистационарного значения силы сопротивления внедрению в песчаный грунт ударника с плоским торцом от скорости удара: точки — эксперимент, линии — расчет (сплошная линия — расчет по полученным параметрам модели, штрихпунктирная — расчет с использованием линейной зависимости предела текучести от давления); штриховая линия — линия регрессии, пунктирные — границы коридора ошибок

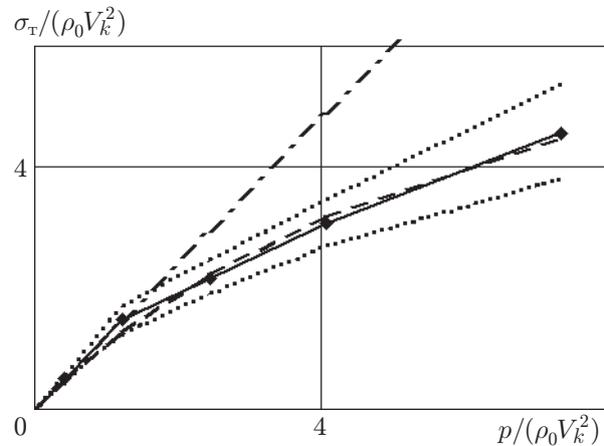


Рис. 3

Рис. 3. Зависимость предела текучести от давления в песчаном грунте при различных скоростях соударения:

точки — эксперимент, линии — расчет (штриховая линия — нелинейная зависимость $f_2 \equiv \sigma_0 + \mu p / (1 + \mu p / \sigma_{\max})$, сплошная — двузвенная аппроксимация, штрихпунктирная — линейная зависимость $f_2 \equiv \mu p$); пунктирные линии — границы коридора ошибок

Показанная на рис. 3 дискретная зависимость предела текучести от давления аппроксимирована нелинейной зависимостью вида $f_2 \equiv \sigma_0 + \mu p / (1 + \mu p / \sigma_{\max})$ [42] с константами $\sigma_0 = 0,01$ МПа, $\mu = 1,14$, $\sigma_{\max} = 275$ МПа, но с учетом погрешности может быть также аппроксимирована двузвенной ломаной и линейной зависимостью $f_2 \equiv \mu p$, которая использовалась в качестве начального приближения.

Результаты расчетов с использованием линейной зависимости предела текучести от давления удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными лишь при скоростях удара менее 200 м/с. Результаты численного моделирования с использованием полученной в результате идентификации нелинейной зависимости предела текучести от давления находятся в коридоре ошибок.

На рис. 4 показаны безразмерные зависимости силы сопротивления внедрению в песок ударника с полусферическим оголовком с начальной скоростью 250 м/с от глубины проникания и скорости удара. Площадь миделя поперечного сечения полусферического ударника определялась с учетом отрыва потока: $S = \pi(\sin \varphi d)^2 / 4$, $\varphi = \pi / 3$ [1, 2]. Доверительные интервалы построены по четырем экспериментам с достоверностью 0,95.

На рис. 5 представлены фрагменты лагранжевых разностных сеток, полученных в результате численных расчетов проникания в грунт цилиндрических ударников с плоским и полусферическим оголовками. В начальный момент времени (до удара) недеформированная равномерная сетка состояла из квадратных ячеек. Деформация сетки свидетельствует о том, что в головной части ударников формируется присоединенная масса уплотненного и частично раздробленного грунта, движущаяся вместе с ударником [1, 13, 32]. Размер

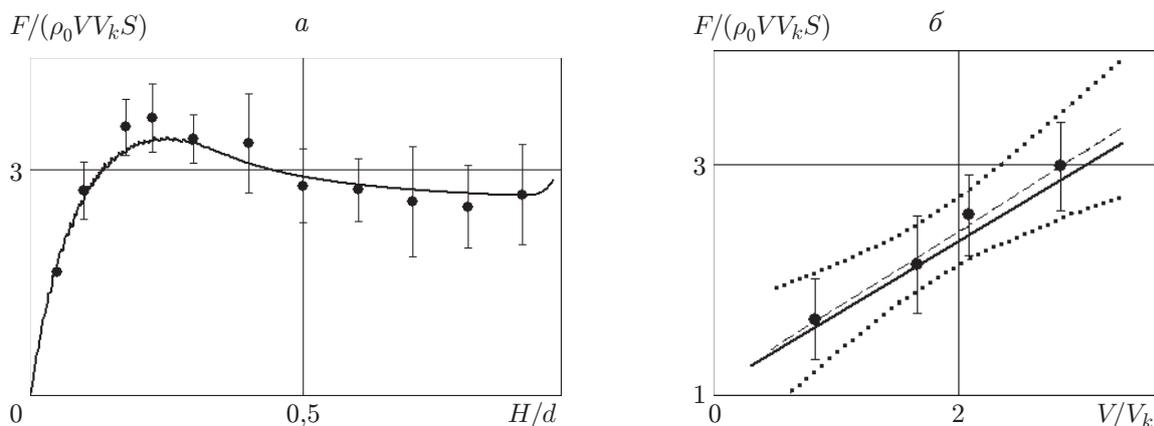


Рис. 4. Зависимости силы сопротивления внедрению в песчаный грунт ударника с полусферическим оголовком от глубины проникания (*а*) и скорости удара (*б*): точки — эксперимент, сплошные линии — расчет; штриховая линия — линия регрессии, пунктирные — границы коридора ошибок

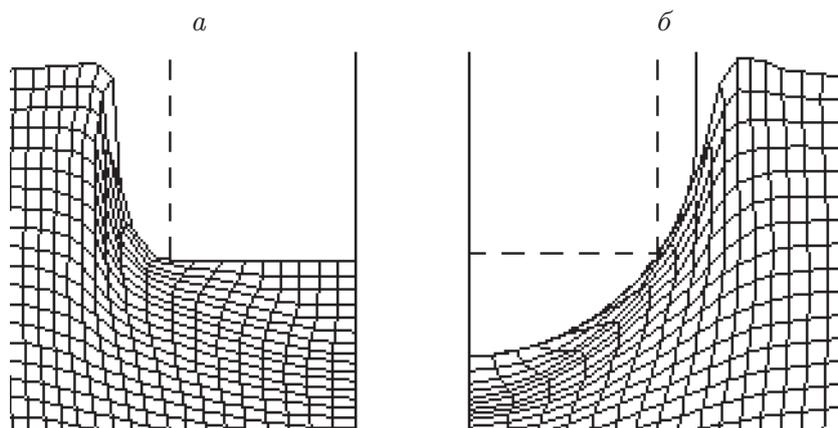


Рис. 5. Фрагменты лагранжевых разностных сеток, полученных в численных расчетах проникания в песчаный грунт цилиндрических ударников с плоским (*а*) и полусферическим (*б*) оголовками: штриховые линии — цилиндрическая часть ударника

уплотненной области зависит от характера обтекания. Максимальная присоединенная масса формируется вблизи плоского торца. Проникание ударника с полусферическим оголовком сопровождается отрывом частиц грунта с контактной поверхности при угле отрыва потока, приблизительно равном 60° [1, 2]. Цилиндрическая часть ударника, ограничивающая контактную поверхность и ее миделево сечение, показана на рис. 5, *б* штриховыми линиями. Для рассмотренных форм ударников значения сил сопротивления на квазистационарной стадии, отнесенные к площади миделева сечения контактной поверхности, различаются незначительно, что подтверждает гипотезу [23] о подобии процессов обтекания на развитой стадии проникания затупленных тел в мягкие грунтовые среды.

Далее рассматривается вопрос о применимости результатов обращенных экспериментов при определении глубины проникания тела конечной массы. Известны результаты прямых экспериментов [31], в которых получены значения коэффициентов квадратичной зависимости ускорения движущегося тела от скорости проникания $-dV/dt = \alpha V^2 + \beta V + \gamma$. При $\gamma = 0$ получается формула проникания Резаля, при $\beta = 0$ — закон проникания

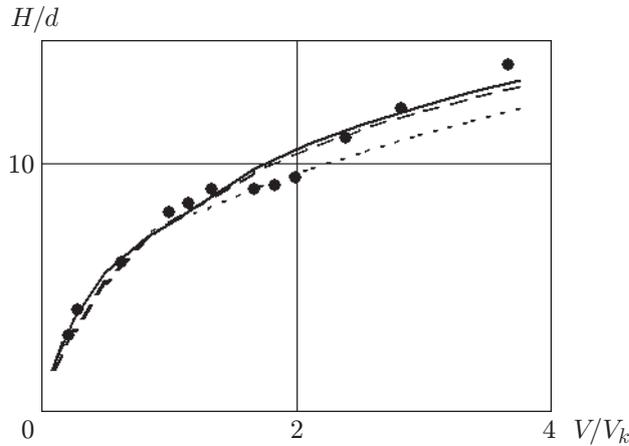


Рис. 6

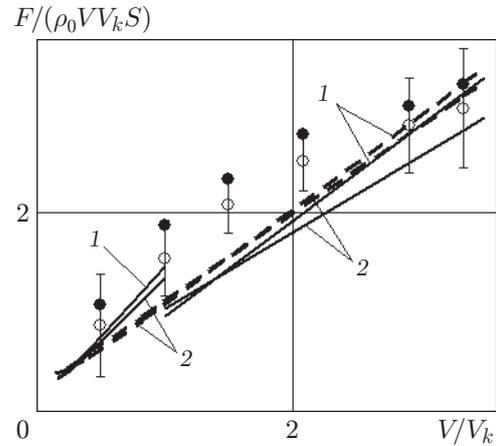


Рис. 7

Рис. 6. Зависимость глубины проникания в песчаный грунт ударника с полу-сферическим оголовком от скорости внедрения:

точки — эксперимент [12, 32], сплошная линия — эксперимент [31], штриховая — аппроксимация результатов [12, 32] по формуле Резаля, пунктирная линия — расчет, выполненный в данной работе

Рис. 7. Зависимость силы сопротивления прониканию в песчаный грунт ударника с плоским (темные точки) и полусферическим (светлые точки) оголовками от скорости внедрения:

1 — эксперимент [31], 2 — эксперимент [32], сплошные линии — аппроксимация силы сопротивления в соответствии с предложенным в [31] законом проникания с разрывом при $V_k = 120$ м/с, штриховые линии — непрерывная аппроксимация по формуле Резаля; точки — расчет, выполненный в данной работе; интервалы — погрешность обращенного эксперимента

Понселе. Зависимости глубины проникания от скорости внедрения $H(V)$, определяемые этими законами, имеют следующий вид:

$$H(V) = H_k + \frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{\beta + \alpha V}{\beta + \alpha V_k} \right); \tag{1}$$

$$H(V) = H_k + \frac{1}{2\alpha} \ln \left(\frac{\gamma + \alpha V^2}{\gamma + \alpha V_k^2} \right). \tag{2}$$

Формулы для максимальных глубин проникания при начальной скорости V получаются из уравнений (1), (2) при $H_k = V_k = 0$. В работе [31] предложено при скоростях, меньших некоторого критического значения V_k , использовать закон Понселе (2), а при $V > V_k$ — зависимость $-dV/dt = \alpha V^2$. Также известны теоретические и экспериментальные данные [23, 12, 31], свидетельствующие о различном характере внедрения ударника в сверхзвуковом, транзвуковом и дозвуковом режимах.

Используя для полученной в прямых экспериментах зависимости глубины проникания от скорости внедрения сферы в песчаный грунт (точки на рис. 6) аппроксимации вида (1) или (2), можно восстановить силу сопротивления прониканию, аналогично тому как это сделано в работах [14, 31]. На рис. 7 приведены зависимости силы сопротивления прониканию от скорости внедрения, отнесенные к величине $\rho_0 V V_k S$ (для цилиндра с плоским торцом площадь миделя смоченной поверхности $S = \pi d^2/4$, для сферического ударника $S = 0,75\pi d^2/4$). Погрешность результатов обращенного эксперимента составила 15–20 %.

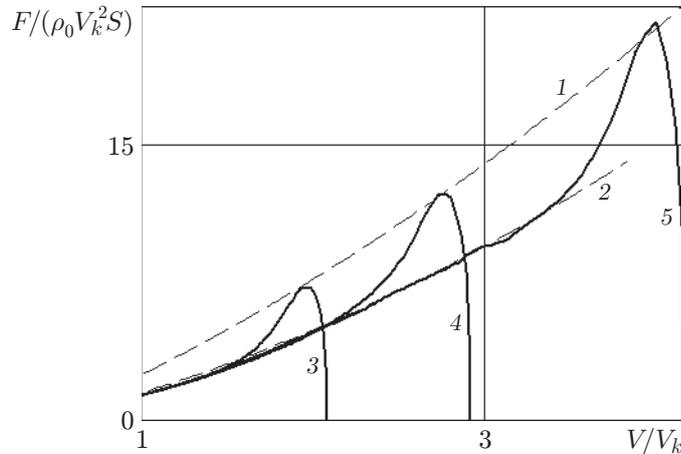


Рис. 8. Зависимость силы сопротивления прониканию в песчаный грунт ударника с полусферическим оголовком от скорости внедрения: штриховые линии — постоянная скорость (1 — максимальные значения силы, 2 — квазистационарные значения силы), сплошные — различные начальные скорости (3 — $V = 250$ м/с, 4 — $V = 350$ м/с, 5 — $V = 500$ м/с)

Заметим, что в работе [31] с помощью фотоэлектрического хронографа регистрировалась во времени глубина проникания цилиндров диаметром d в кварцевый песок с размером зерна $d_1 \approx d/13$. Коэффициенты α , β , γ в (1), (2) определялись по данным о зависимости положения ударника от времени [31]. В работе [32] получена зависимость глубин проникания стальной сферы диаметром d в песчаный грунт с размером частиц $d_1 \leq d/15$ от начальных скоростей удара.

На рис. 7 видно, что с учетом отрыва потока для сферического ударника (угол отрыва потока $\varphi = \pi/3$) результаты экспериментов, полученные при различных постановках для песка с различным размером зерна, достаточно близки. Это объясняется тем, что в результате интенсивного разрушения частиц среды в сверхзвуковом режиме проникания фракционный состав грунта становится практически одинаковым.

Полученные безразмерные зависимости силы сопротивления от скорости внедрения (см. рис. 7) применялись для оценки глубины проникания сферического ударника в полупространство, занимаемое песчаным грунтом.

На рис. 8 приведены зависимости силы сопротивления от скорости внедрения, полученные при проникании ударника с полусферическим оголовком в песчаный грунт с постоянной скоростью и по инерции с различными начальными скоростями удара. В каждом расчете отмечается увеличение силы сопротивления от нуля до максимального значения с последующим ее уменьшением до значения, прогнозируемого по результатам обращенных экспериментов. Длительность нестационарной стадии проникания обратно пропорциональна массе проникающего тела и прямо пропорциональна площади поперечного сечения ударника; при расчете глубины проникания достаточно массивного тела по нормали к свободной поверхности нестационарной стадией можно пренебречь.

Заключение. С использованием предложенного в работе [40] экспериментально-теоретического метода идентификации параметров уравнения состояния мягких грунтовых сред и результатов обращенных экспериментов по прониканию в песчаный грунт ударников с плоскими и полусферическими оголовками определены параметры зависимостей давления от плотности и предела текучести от давления в сухом песчаном грунте. Хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных при скоростях удара

50 ÷ 450 м/с подтверждает эффективность разработанного в [48, 49] метода в диапазонах скоростей и давлений, где существенную роль играют сдвиговые свойства грунта.

На основе анализа известных экспериментальных данных и результатов численных расчетов проникания ударников различной формы в песчаный грунт показано, что параметры процесса внедрения в сверхзвуковом диапазоне скоростей определяются преимущественно сдвиговой прочностью среды и слабо зависят от начального фракционного состава.

Приведенные в работе данные обращенного эксперимента получены В. В. Баландиным и А. М. Браговым.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Рахматуллин Х. А.** Вопросы динамики грунтов / Х. А. Рахматуллин, А. Я. Сагомоян, Н. А. Алексеев. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1964.
2. **Сагомоян А. Я.** Проникание. М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1974.
3. **Аптуков В. Н.** Прикладная теория проникания / В. Н. Аптуков, Р. Т. Мурзакаев, А. В. Фонарев. М.: Наука, 1992.
4. **Фомин В. М.** Высокоскоростное взаимодействие тел / В. М. Фомин, А. И. Гулидов, Г. А. Сапожников и др. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999.
5. **Backman M. E., Goldsmith W.** The mechanics of penetration of projectiles into targets // Intern. J. Engng Sci. 1978. V. 16, N 1. P. 1–99.
6. **Goldsmith W.** Non-ideal projectiles impact on targets // Intern. J. Impact Engng. 1999. V. 22, N 1. P. 95–395.
7. **Горшков А. Г.** Удар о грунт. Механика контактных взаимодействий / А. Г. Горшков, Д. В. Тарлаковский. М.: Физматлит, 2001. С. 409–416.
8. **Бивин Ю. К., Викторов В. В., Степанов Л. П.** Исследование движения твердого тела в глинистой среде // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1978. № 2. С. 159–165.
9. **Бухарев Ю. Н., Гандурин В. П., Кораблев А. Е. и др.** Экспериментальное исследование проникания недеформируемого ударника в глинистую среду и снег // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Анализ и оптимизация конструкций: Всесоюз. межвуз. сб. Н. Новгород: Нижегор. гос. ун-т, 1991. С. 99–106.
10. **Hauver G. E.** Penetration with instrumented rods // Intern. J. Engng Sci. 1978. V. 16, N 11. P. 871–877.
11. **Баландин В. В., Брагов А. М.** Экспериментальная методика измерения сил сопротивления при взаимодействии ударника с грунтовой средой // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: Всесоюз. межвуз. сб. Н. Новгород: Нижегор. гос. ун-т, 1991. С. 101–104.
12. **Бивин Ю. К.** Движение твердого тела в возмущенной среде // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2002. № 5. С. 91–98.
13. **Бивин Ю. К., Викторов В. В., Коваленко Б. Я.** Определение динамических характеристик грунтов методом пенетрации // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1980. № 3. С. 105–110.
14. **Бивин Ю. К., Колесников В. А., Флитман Л. М.** Определение механических свойств среды методом динамического внедрения // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1982. № 3. С. 181–185.
15. **Коханенко И. К., Маклаков С. Ф., Прищепа В. А.** Определение предела прочности грунта на сдвиг при динамическом нагружении // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1990. № 4. С. 182–184.
16. **Бухарев Ю. Н., Кораблев А. Е., Хаймович М. И.** Экспериментальное определение касательных напряжений на поверхности ударника при динамическом внедрении в грунт // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1995. № 2. С. 186–188.

17. **Балашов Д. Б., Зволинский Н. В.** Об обтекании конуса жесткопластической средой // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1996. № 3. С. 46–53.
18. **Любин Л. Я., Повицкий А. С.** Косой удар твердого тела о грунт // ПМТФ. 1966. № 1. С. 83–92.
19. **Бородич Ф. М.** Динамическое взаимодействие затупленных осесимметричных твердых тел с грунтом // Прикл. механика. 1988. Т. 24, № 11. С. 117–121.
20. **Флитман Л. М.** Безотрывное обтекание затупленного тела высокоскоростным упругопластическим потоком // Прикл. математика и механика. 1990. Т. 54, вып. 4. С. 642–651.
21. **Акопян А. Г.** Внедрение жесткого конуса в пластически ортотропное полупространство // ПМТФ. 1991. № 5. С. 159–163.
22. **Деменьшин Д. А., Крылов С. В.** Численное моделирование процессов нормального проникания жестких тел в пористые грунты // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Численное моделирование физико-механических процессов: Межвуз. сб. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 1991. С. 103–106.
23. **Григорян С. С.** Приближенное решение задачи о проникании тела в грунт // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1993. № 4. С. 18–24.
24. **Колесников В. А.** Расчет траектории и оценка размеров зоны локализации деформаций при проникании сферы в грунт // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1997. № 2. С. 59–64.
25. **Осипенко К. Ю., Симонов И. В.** Обтекание конуса сверхзвуковым потоком пористой среды // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2001. № 2. С. 87–96.
26. **Forrestal M. J., Longcope D. B., Norwood F. R., et al.** A model to estimate forces on conical penetrators into dry porous rock // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1981. V. 48, N 3. P. 25–29.
27. **Chen X. W., Li Q. M.** Deep penetration of a non-deformable projectile with different geometrical characteristics // Intern. J. Impact Engng. 2002. V. 27. P. 619–637.
28. **Warren T. L., Hanchak S. J., Poormon K. L.** Penetration of limestone targets by ogive-nosed VAR 4340 steel projectiles at oblique angles: experiments and simulations // Intern. J. Impact Engng. 2004. V. 30. P. 1307–1331.
29. **Durban D., Masri R.** Conical indentation of strain-hardening solids // Europ. J. Mech. A. Solids. 2008. V. 27. P. 210–221.
30. **Rosenberg Z., Dekel E.** A numerical study of the cavity expansion process and its application to long-rod penetration mechanics // Intern. J. Impact Engng. 2008. V. 35. P. 147–154.
31. **Аллен У., Мэйфилд Э., Моррисон Г.** Динамика проникания снаряда в песок // Механика: Сб. пер. 1957. № 6. С. 125–137.
32. **Бивин Ю. К.** Проникание твердых тел в сыпучие и слоистые среды // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2008. № 1. С. 154–160.
33. **Рыков Г. В.** Экспериментальное исследование поля напряжений при взрыве в песчаном грунте // ПМТФ. 1964. № 1. С. 85–89.
34. **Лагунов В. А., Степанов В. А.** Измерение динамической сжимаемости песка при высоких давлениях // ПМТФ. 1963. № 1. С. 88–96.
35. **Дианов М. Д., Златин Н. А., Мочалов С. М. и др.** Ударная сжимаемость сухого и водонасыщенного песка // Письма в ЖТФ. 1976. Т. 2, вып. 12. С. 529–532.
36. **Брагов А. М., Грушевский Г. М.** Влияние влажности и гранулометрического состава на ударную сжимаемость песка // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19, вып. 12. С. 70–72.
37. **Брагов А. М., Баландин В. В., Ломунов А. К., Филиппов А. Р.** Методика определения ударной адиабаты мягких грунтов по результатам обращенных экспериментов // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32, вып. 11. С. 52–55.
38. **Bragov A. M., Grushevsky G. M., Lomunov A. K.** Use of the Kolsky method for confined tests of soft soils // Exp. Mech. 1996. V. 36, N 3. P. 237–242.

39. **Брагов А. М., Котов В. Л., Ломунов А. К., Сергеичев И. В.** Анализ особенностей измерения динамических характеристик мягких грунтов методом Кольского // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 4. С. 147–153.
40. **Баженов В. Г.** Математическое моделирование и методы идентификации деформационных и прочностных характеристик материалов // Физ. мезомеханика. 2007. Т. 10, № 5. С. 91–105.
41. **Григорян С. С.** Об основных представлениях динамики грунтов // Прикл. математика и механика. 1960. Вып. 4. С. 1057–1072.
42. **Замышляев Б. В.** Модели динамического деформирования и разрушения грунтовых сред / Б. В. Замышляев, Л. С. Евтерев. М.: Наука, 1990.
43. **Кондауров В. И., Петров И. Б., Холодов А. С.** Численное моделирование процесса внедрения жесткого тела вращения в упругопластическую преграду // ПМТФ. 1984. № 4. С. 132–139.
44. **Кириленко Г. А., Сагомоян А. Я.** Численное моделирование проникания в грунт // Изв. АН АрмССР. Механика. 1986. Т. 39, № 1. С. 47–51.
45. **Бахрах С. М., Винокуров О. А., Горбенко Г. В. и др.** Численное исследование процесса проникания с постоянной скоростью в сжимаемую жидкость недеформируемых цилиндров // ПМТФ. 1989. № 5. С. 150–155.
46. **Баженов В. Г., Брагов А. М., Котов В. Л., Кочетков А. В.** Исследование удара и проникания тел вращения в мягкий грунт // Прикл. математика и механика. 2003. Т. 67, вып. 4. С. 686–697.
47. **Баженов В. Г., Котов В. Л., Крылов С. В. и др.** Экспериментально-теоретический анализ нестационарных процессов взаимодействия деформируемых ударников с грунтовой средой // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 6. С. 190–198.
48. **Баженов В. Г., Котов В. Л.** Идентификация параметров динамической сжимаемости и сопротивления сдвигу грунтовой среды при внедрении ударников // Докл. АН. 2006. Т. 408, № 3. С. 333–336.
49. **Баженов В. Г., Котов В. Л.** Метод идентификации упругопластических свойств грунтовых сред при внедрении ударников // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2008. № 4. С. 184–190.
50. **Баженов В. Г., Котов В. Л., Кочетков А. В. и др.** Численное моделирование нагружения песчаного грунта взрывом накладного заряда // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2001. № 2. С. 70–77.
51. **Котов В. Л.** Применение модели Григоряна к задачам динамического деформирования песчаного грунта // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 2004. Вып. 66. С. 123–127.
52. **Баженов В. Г., Козлов Е. А., Крылов С. В.** Численное моделирование нелинейных двумерных задач ударного взаимодействия деформируемых сред и конструкций на основе метода С. К. Годунова // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Исследование и оптимизация конструкций: Всесоюз. межвуз. сб. Горький: Горьк. ун-т, 1990. С. 99–106.
53. **Баженов В. Г., Котов В. Л.** Модификация численной схемы Годунова для решения задач импульсного нагружения мягких грунтов // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 4. С. 139–149.

*Поступила в редакцию 24/XI 2008 г.,
в окончательном варианте — 5/II 2009 г.*