

ФПР $\{f(r_i)\}$ в выбранном наборе точек $\{r_i\}$. На рис. 5 приведены результаты решения обратной задачи МЭП по восстановлению модельной ФПР (штриховая линия) на основе использования системы (14).

ЛИТЕРАТУРА

1. Вольфович Ю. М., Богоцкий В. С. и др. Методы эталонной порометрии и возможные области их применения в электрохимии // Электрохимия.— 1980.— Т. 16, вып. 11.
2. Чирков Ю. Г., Ростокин В. И. О влиянии размеров исследуемого образца на характер ртутно-порометрических кривых // Электрохимия.— 1981.— Т. 17, вып. 6.
3. Чирков Ю. Г., Черненко А. А. К вопросу об интерпретации результатов ртутной порометрии // Электрохимия.— 1979.— Т. 15, вып. 5.
4. Ентов В. М., Фельдман А. Я., Чен-Син Э. П. Программное моделирование процесса капиллярного вытеснения в пористой среде // Программирование.— 1975.— № 3.
5. Ентов В. М., Фельдман А. Я., Юдин В. А., Чен-Син Э. П. Численное моделирование равновесия и движения несмешивающихся жидкостей в сетке капилляров на ЭВМ.— М., 1980.— Деп. в ВИНТИ 10.05.80, № 3608—80.
6. Манучарянц Э. О., Мишина А. Ю., Юдин В. А. Моделирование неравновесного вытеснения несмешивающихся жидкостей в сетке капилляров на ЭВМ // Всесоюз. семинар «Современные проблемы и математические методы теории фильтрации»: Тез. докл.— М., 1984.
7. Займан Дж. Модели беспорядка.— М.: Мир, 1982.
8. Киркпатрик С. Перколяция и проводимость // Теория и свойства неупорядоченных материалов.— М.: Мир, 1977.— Вып. 7.
9. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика.— М.: Наука, 1979.
10. Ахиезер П. И. Лекции по теории аппроксимации.— М.: Наука, 1965.
11. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач.— М.: Наука, 1979.
12. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация.— М.: Наука, 1983.

Поступила 13/IV 1987 г.

УДК 533.95

ЭФФЕКТ «СКОЛЬЖЕНИЯ» РАЗРЯДА, СТАБИЛИЗИРОВАННОГО СТЕНКАМИ МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО КАНАЛА

Е. Н. Васильев, В. С. Славин, П. П. Ткаченко
(Красноярск)

Взаимодействие дугового разряда, обжатого диэлектрическими стенками канала, с газовым потоком в магнитном поле достаточно подробно исследовано теоретически и экспериментально [1]. Такой разряд — своеобразный плазменный поршень в потоке, так как протекание газа возможно лишь вблизи стенок, в области пограничных слоев. Этот тип взаимодействия осуществляется в каналах МГД-генераторов и рельсотронов. В МГД-генераторе приложенная к плазменному поршню электродинамическая сила $I \times B_0$ тормозит поток [2, 3], а в рельсотронах, наоборот, ускоряет [4]. При этом следует ожидать, что скорость дрейфа разряда относительно газового потока v_D совпадает по направлению с действием силы $I \times B_0$, в случае же идеального непроницаемого поршня должно выполняться условие $v_D = 0$. Однако эксперименты [5, 6] показали, что при определенных условиях разряд движется относительно газового потока в сторону, противоположную действию электродинамической силы.

Цель настоящей работы — установить механизм возникновения дрейфа разряда и изучить динамику формирования его структуры при воздействии тормозящей электродинамической силы.

Рассмотрим дуговой разряд, являющийся непроницаемым поршнем в сверхзвуковом потоке газа. Ток в разрядной области поддерживается индуцированным электрическим полем, которое определяется выражением $E = (K - 1)uB_0$, где K — коэффициент нагрузки, характеризующий внешнюю электрическую цепь; u — скорость дуги относительно стенок канала; B_0 — индукция внешнего магнитного поля. Такой тип дуги

известен в магнитной гидродинамике как самоподдерживающийся токовый слой (Т-слой) [7].

Оценим действие различных механизмов в процессе формирования разрядной области при следующих параметрах МГД-взаимодействия: давление в потоке $p \sim 0,1$ МПа, скорость потока $u \sim 10^3$ м/с, индукция внешнего магнитного поля $B_0 \sim 2$ Т, размер дуги вдоль оси канала $\delta \sim 0,1$ м, температура газа в разрядной области $T_D \sim 10^4$ К, электропроводность $\sigma \sim 10^3$ Ом $^{-1}$ ·м $^{-1}$, длина канала $l \sim 1$ м. Время пребывания дуги в канале $\tau^* = l/u \sim 10^{-3}$ с сравним с характерными временами динамических процессов: $\tau_F = \delta/\sqrt{\gamma RT_D} \sim 10^{-5}-10^{-4}$ с — время установления силового баланса, $\tau_Q = c_p \rho T_D / (\sigma u^2 B_0^2) \sim 10^{-3}$ с — время разогрева газа джоулевой диссипацией, $\tau_\lambda = c_p \rho \delta^2 / \lambda \sim 1$ с — время установления теплового баланса за счет теплопроводности. Из такого соотношения характерных времен следует, что в течение времени $\tau_F < t < \tau^*$ в канале идет нестационарный процесс установления теплового баланса джоулевой диссипацией и излучением. Конвективные потери энергии в стенку при температурах $\sim 10^4$ К незначительны по сравнению с радиационными [8], а конвективный теплообмен разряда с потоком в модели непроницаемого поршня отсутствует. Оценка индуцированного магнитного поля $B_{инд}/B_0 \simeq (1-K)R_m \simeq 0,3\mu_0 \sigma i \delta < 0,1$ показывает, что его влиянием можно пренебречь.

С учетом сделанных оценок и предположений система уравнений магнитной газодинамики, описывающая динамику газа в разрядной области для $t > \tau_F$, упрощается:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \rho dp/ds = \sigma(K-1)uB_0^2; \\ (2) \quad & c_p \rho dT/dt - dp/dt = \sigma(1-K)^2 u^2 B_0^2 - q_R; \\ (3) \quad & dx/ds = \rho^{-1}; \\ (4) \quad & p = \rho RT; \\ (5) \quad & q_R = \text{div } H, \end{aligned}$$

где ρ — плотность газа; s — лагранжева координата; $H = \int_0^\infty \int_0^{4\pi} J_\nu(\theta, \nu) \times \cos \theta d\theta d\nu$ — плотность потока излучения. Спектральная интенсивность излучения J_ν определяется из решения уравнения переноса излучения для плоского излучающего слоя с неоднородным распределением температуры вдоль оси канала

$$(6) \quad \cos \theta dJ_\nu/ds = -\kappa_\nu(J_\nu - B_\nu).$$

Здесь θ — угол между осью x и направлением распространения излучения; κ_ν — массовый спектральный коэффициент поглощения; B_ν — планковская функция.

Систему уравнений (1)–(5) дополним интегральными соотношениями, описывающими течение неэлектропроводного газа. Эти соотношения необходимы для определения скорости Т-слоя и задания условий на его границах. В условиях силового баланса верно интегральное соотношение

$$(7) \quad p_1(u) - p_2(u) = uB_0^2(1-K) \int_0^\delta \sigma(x) dx,$$

где p_1 — давление за отошедшей от Т-слоя ударной волной:

$$(8) \quad p_1 = p_0 \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1} M_1^2 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right);$$

p_2 — давление в волне разрежения:

$$(9) \quad p_2 = p_0 (c_2/c_0)^{2\gamma/(\gamma-1)}.$$

Число Маха ударной волны $M_1 = (u_0 - D)/c_0$ рассчитывается из закона сохранения массы на разрыве

$$(10) \quad \frac{u_0 - D}{u - D} = \frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{(\gamma + 1) M_1^2 / 2}{1 + (\gamma - 1) M_1^2 / 2}.$$

Скорость звука в волне разрежения c_2 получаем из условия сохранения инварианта Римана в простой волне

$$(11) \quad c_2 = c_0 - (\gamma - 1)(u_0 - u)/2.$$

Соотношения (7)–(11) по известному распределению $\sigma(x)$ однозначно определяют значение скорости u .

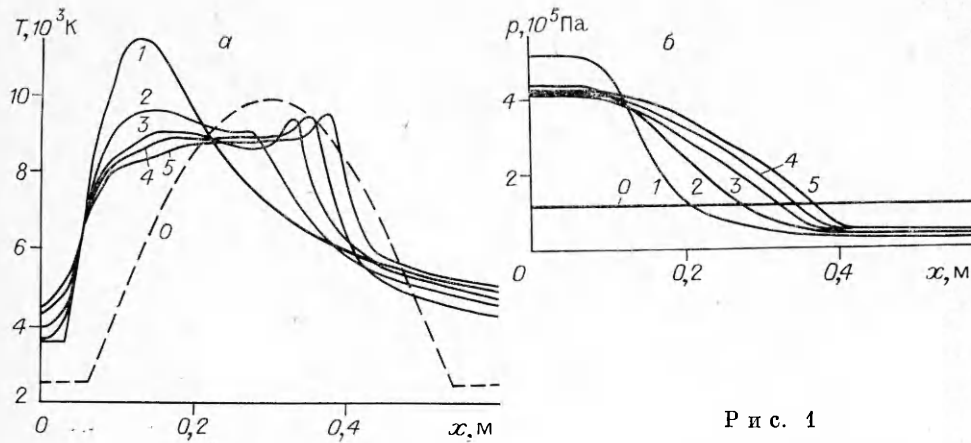
Начальное условие для системы уравнений (1)–(11) — сверхзвуковое невозмущенное течение с параметрами p_s , T_0 , u_0 , которые связаны с параметрами торможения потока и числом Маха невозмущенного потока следующими соотношениями: $p_0 = p_s [1 + (\gamma - 1) M_0^2 / 2]^{-\gamma/(\gamma - 1)}$, $T_0 = T_s [1 + (\gamma - 1) M_0^2 / 2]^{-1}$, $u_0 = M_0 (\gamma R T_s)^{1/2}$. Начальные параметры плазменной области задаются размером δ_0 и температурой T_D .

Уравнения газовой динамики и уравнение переноса излучения решаются совместно в процессе взаимных итераций. Алгоритм решения системы уравнений магнитной газодинамики описан в [9]. Для определения радиационных потоков использовался метод осреднения уравнений переноса излучения [10]. Идея метода состоит в том, что уравнение переноса излучения решается в полном объеме через определенное число временных шагов. В данном расчете численное интегрирование проводилось по спектру в 560 частотных интервалах, разбитых на 10 групп, и по углу в 20 интервалах. В промежуточные моменты времени уравнения магнитной газодинамики решаются совместно с многогрупповой системой осредненных уравнений, полученных на основе интегральных по частоте и углам комплексов, которые рассчитывались из полного решения уравнения переноса. Причем осредненные уравнения точные в том смысле, что для заданного температурного профиля они дают то же поле излучения, что и точное решение.

Термодинамика рабочего тела описывалась уравнением состояния идеального газа с эффективным показателем адиабаты $\gamma = 1,25$ и молекулярным весом 29. Электропроводность $\sigma(T, p)$ и коэффициент поглощения $k_\nu(T, p, \nu) = \rho k_\nu$ соответствуют данным для воздушной плазмы из [11, 12].

Динамика формирования структуры токового слоя для $M_0 = 2$, $p_s = 1$ МПа, $T_s = 3 \cdot 10^3$ К, $K = 0,7$ приведена на рис. 1 и 2. Кривые отвечают следующим моментам времени: 0 — начальный профиль, 1 — τ_F , 2 — $1,5 \cdot 10^{-4}$, 3 — $6 \cdot 10^{-4}$, 4 — $1,2 \cdot 10^{-3}$, 5 — $1,8 \cdot 10^{-3}$ с. Начальное изобарическое возмущение температуры задано в форме синуса. За время $t \sim \tau_F$ токовый слой тормозится и на нем устанавливается перепад давления. При этом под действием объемной силы формируется адиабатическая структура плазменного поршня: в области высокого давления газ нагревается, а в зоне волны разрежения происходит его охлаждение. В следующей эволюции возмущения основную роль играет баланс джоулевой диссипации и радиационного теплообмена. За времена $t \sim \tau_Q$ происходит перестройка адиабатической структуры и формируется профиль с максимумом температуры и электропроводности, примыкающим к волне разрежения. Расчеты, проведенные с различными начальными данными, показали, что размер сформировавшегося T-слоя практически не зависит от размера начального возмущения, а полностью определяется параметрами течения. В эксперименте [13] наблюдалось формирование подобной структуры с максимумом плотности тока в области волны разрежения.

Как видно из рис. 2, при временах $t \geq \tau_Q$ происходит перемещение пика электропроводности в область волны разрежения, а в области высокого давления электропроводность газа падает. В итоге проводящая



Р и с. 1

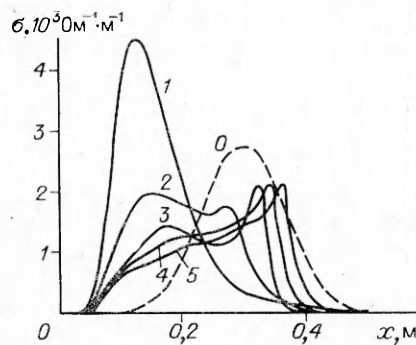
зона начинает двигаться (скользить) относительно газового потока со скоростью ~ 30 м/с. Явление «скольжения» токового слоя относительно неэлектропроводного потока в сторону, противоположную действию электродинамической силы, меняет представление о Т-слое как об образовании, локализованном в определенной массе газа [14].

Очевидно, что «скольжение» Т-слоя возможно при наличии теплопереноса, когда происходит разогрев неэлектропроводных слоев газа. Но само по себе наличие теплопереноса еще не обеспечивает «скольжения» проводящей области. Так, в [15], где рассматривалось формирование Т-слоя джоулевой диссипацией и теплопроводностью, такой эффект не зафиксирован.

Качественно эффект «скольжения» Т-слоя можно объяснить следующим образом. Высокотемпературная центральная зона Т-слоя испускает излучение, которое поглощается в периферийных областях с низкой температурой. Причем нагрев менее плотного газа в волне разрежения происходит значительно быстрее, чем в плотном газе, примыкающем к волне сжатия. При разогреве газа в области низкого давления происходит его термическая ионизация, здесь начинает течь ток, завершающий процесс нагрева. В области высокого давления горячий газ обладает повышенной лучеиспускающей способностью, поэтому в этой области температура падает и газ теряет свою электропроводность. В результате совместного действия этих механизмов устанавливается динамическое равновесие и токовый слой как целое перемещается относительно неэлектропроводного газового потока в сторону, противоположную действию силы $\mathbf{I} \times \mathbf{B}_0$. В данной модели значение скорости «скольжения», по-видимому, завышено, так как в ней не учитывается изменение теплоемкости газа с ростом температуры.

Отметим, что «скольжение» разряда было также зафиксировано в экспериментах с инертным газом [6], где наблюдалось перемещение стримеров в МГД-канале с относительной скоростью, составляющей 5 % скорости потока. В отличие от молекулярного газа дрейф разрядной области в инертном газе может быть обеспечен не термическим нагревом газа, а радиационным переносом ионизации.

Более детальный анализ формирования структуры Т-слоя радиационным теплопереносом провести трудно из-за сильной нелинейной зависимости коэффициентов поглощения от частоты, температуры и давления. В то же время распределение $q_R = \text{div}H$, полученное



Р и с. 2

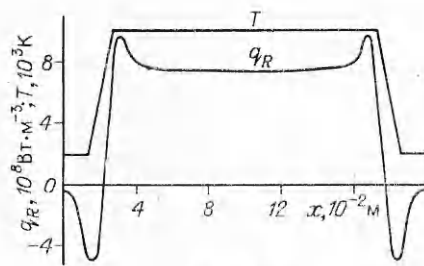


Рис. 3

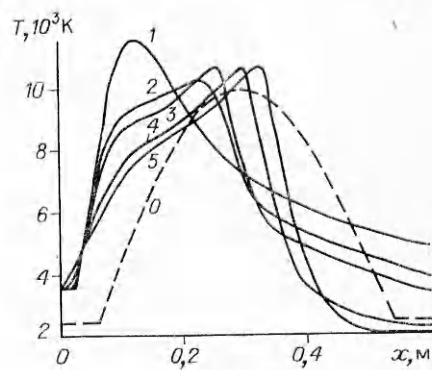


Рис. 4

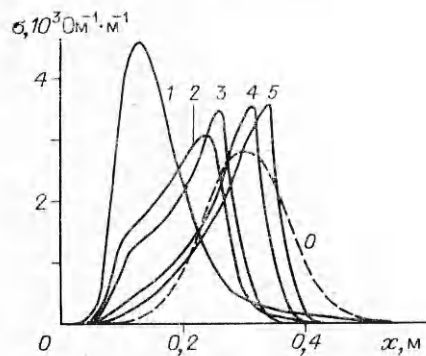


Рис. 5

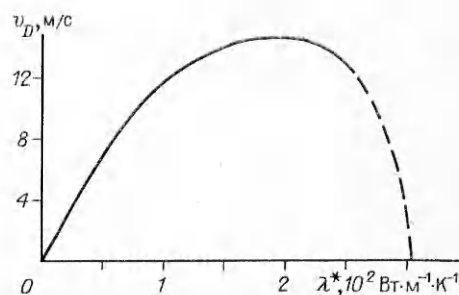


Рис. 6

из решения уравнения переноса излучения для модельного профиля температуры при однородном давлении, показывает, что для центральных областей плазменного слоя характерно объемное излучение, а на краях преобладает поглощение (рис. 3). Такой характер распределения q_R позволяет моделировать радиационные потери суммарным действием объемного излучения и теплопроводности с некоторым эффективным коэффициентом теплопроводности λ^* . Потери энергии в этом случае имеют вид

$$(12) \quad q_R = 4\sigma_R \epsilon(T, p, \delta) T^4 / \delta - \lambda^* \partial^2 T / \partial x^2,$$

где σ_R — постоянная Стефана — Больцмана; $\epsilon(T, p, \delta)$ — излучательная способность полусферического изотермического объема радиуса δ ; $\lambda^* = \text{const}$. Данный подход подобен модифицированному диффузионному приближению [16], в котором излучение представляется суперпозицией приближений оптически толстого и оптически тонкого тела. Учет энергопотерь в виде (12) существенно упрощает анализ процесса формирования токового слоя, при этом для решения задачи требуется значительно меньше расчетного времени и оперативной памяти ЭВМ.

На рис. 4 и 5 представлена динамика формирования структуры T -слоя при $\lambda^* = 100 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ для тех же параметров процесса. Кривые соответствуют следующим моментам времени: 0 — начальный профиль, 1 — τ_F , 2 — $5 \cdot 10^{-4}$, 3 — 10^{-3} , 4 — $3 \cdot 10^{-3}$, 5 — $7 \cdot 10^{-3}$ с. Как видно из графиков, данная модель радиационных потерь обеспечивает «скользящие» проводящей зоны, при этом динамика формирования структуры ряда подобна динамике, полученной из расчета с учетом переноса излучения. Количественного соответствия можно добиться подбором функции $\lambda^*(T, p)$. Перспективным такой подход может оказаться для двумерных задач, в которых даже применение приближенного метода осреднения уравнения переноса излучения затруднено из-за чрезмерно больших затрат расчетного времени.

Сопоставление с расчетом, проведенным по модели объемного излучателя (когда $\lambda^* = 0$), свидетельствует о том, что объемные радиационные потери оказывают наибольшее влияние в центральной высокотемпературной зоне токового слоя. Коэффициенты черноты ϵ при характерных параметрах процесса имеют практически прямо пропорциональную зависимость от давления, поэтому в результате взаимодействия формируется структура с температурным максимумом в области низкого давления. В [9, 17] показано, что стабилизированная структура, сформированная объемными радиационными энергопотерями, не зависит от формы и размера начального возмущения, а полностью определяется параметрами процесса.

Механизм эффективной теплопроводности главным образом сказывается вблизи границ Т-слоя, в области наибольших температурных градиентов, и практически не влияет на энергобаланс центральной зоны. Поэтому «скольжение» проводящей зоны обеспечивается механизмом эффективной теплопроводности, за счет которой происходит разогрев неэлектропроводного газа. Этот вывод подтверждается зависимостью скорости «скольжения» разряда от λ^* (рис. 6). Сначала с ростом λ^* происходит увеличение v_D из-за более быстрого разогрева холодного газа. При дальнейшем росте λ^* сильно размываются границы Т-слоя и температурные градиенты уменьшаются. Это приводит к стабилизации скорости, а затем к ее уменьшению. Штриховой линией отмечена кривая для значений λ^* , при которых энергопотери за счет эффективной теплопроводности настолько возрастают, что происходит распад Т-слоя из-за охлаждения газа и потери электропроводности. Следует отметить, что для реального коэффициента теплопроводности $\lambda \sim 1 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ теплопроводный механизм практически не оказывает влияния на формирование структуры Т-слоя.

Таким образом, учет радиационного теплопереноса в математической модели непроницаемого плазменного поршня, взаимодействующего с магнитным полем, позволил выявить эффект «скольжения» токового слоя относительно газового потока в сторону, противоположную действию электродинамической силы, и установить механизмы, обеспечивающие «скольжение». Разумеется, что в реальных условиях плазменный поршень проницаем для неэлектропроводного газа, по крайней мере, в области пограничных слоев. Поэтому в эксперименте разряд начнет двигаться в сторону, противоположную действию силы $\mathbf{I} \times \mathbf{B}_0$, в том случае, если скорость «скольжения» превысит скорость протекания. Очевидно, такое возможно, начиная со значения тока I , при котором столб разряда перекроет поперечное сечение канала и обеспечит достаточно мощный лучистый поток.

ЛИТЕРАТУРА

1. Jones G. R., Fang M. T. C. The physics of high-power arcs // Repts Progr. Phys.— 1980.— V. 43, N 12.
2. Деревянко В. А., Славин В. С., Соколов В. С. МГД-генератор с Т-слоем // Восьмая междунар. конф. по МГД-преобразованию энергии.— М., 1983.— Т. 2.
3. Wetzler J. M. Microscopic and macroscopic streamer parameters of a noble gas linear MHD generator // 22th Symp. on engineering aspects of MHD.— Starkville, USA, 1984.
4. Кухтенский С. В., Лебедев А. Д., Любочко В. А. Движение сильноточного разряда в плотном газе // ТВТ.— 1985.— Т. 23, № 3.
5. Лебедев А. Д., Назарук В. И. и др. Сильноточный дуговой разряд в магнитном поле // Генераторы низкотемпературной плазмы.— Каунас, 1986.— Ч. 1.
6. Bosma J. C. N., Veefkind A., Uhlenbuch J. F., Rietjens L. H. Experimental investigation on the gasdynamic interaction between streamers and background gas in a noble gas MHD generator // 23th Symp. on engineering aspects of MHD.— Pennsylvania, 1985.
7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. и др. Нелинейный эффект образования самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя газа в нестационарных процессах магнитной гидродинамики // ДАН СССР.— 1967.— Т. 173, № 4.

8. Деревянко В. А., Славин В. С., Соколов В. С. Магнитогидродинамический генератор электроэнергии на продуктах газификации бурых углей // ПМТФ.— 1980.— № 5.
9. Васильев Е. Н., Деревянко В. А., Славин В. С. Стабилизированный токовый слой // ТВТ.— 1986.— Т. 24, № 5.
10. Немчинов И. В. Об осредненных уравнениях переноса излучения и их использовании при решении газодинамических задач // ПММ.— 1970.— Т. 34, вып. 4.
11. Соколова И. А. Коэффициенты переноса и интегралы столкновений воздуха и его компонент // Физическая кинетика.— Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1974.
12. Авилова И. В., Биберман Л. М. и др. Оптические свойства горячего воздуха.— М.: Наука, 1970.
13. Derevyanko V. A., Sokolov V. S. et al. Experimental investigations of self-maintained current layer in MHD channel // 9th Intern. conf. on MHD electrical power generation.— Tsukuba, Japan, 1986.— V. 4.
14. Гриднев Н. П., Кацнельсон С. С., Фомичев В. П. Неоднородные МГД-течения с Т-слоем.— Новосибирск: Наука, 1984.
15. Соснин Н. В., Фаворский А. П. Установившиеся магнитогидродинамические структуры Т-слоя.— М., 1976.— (Препринт/Ин-т прикл. математики АН СССР; № 64).
16. Трөггт С. Потенциал радиационного теплового потока для несерого газа // РТК.— 1966.— Т. 4, № 3.
17. Васильев Е. Н., Овчинников В. В., Славин В. С. Диаграмма состояний стабилизированного токового слоя в канале МГД-генератора // ДАН СССР.— 1986.— Т. 290, № 6.

Поступила 8/IV 1987 г.

УДК 537.52

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИКАТОДНОЙ ОБЛАСТИ СТАЦИОНАРНОГО ТЛЕЮЩЕГО САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ГАЗОВОГО РАЗРЯДА

В. А. Швейгерт, И. В. Швейгерт

(Новосибирск)

Как известно [1], прикатодная область — наиболее существенная часть газового разряда, обеспечивающая само существование разряда. Большая величина и сильная неоднородность электрического поля в катодной области (КО) приводят к нелокальной зависимости функции распределения электронов (ФРЭ) от напряженности электрического поля [2], что существенно усложняет исследование КО. В настоящее время не существует самосогласованного анализа КО, учитывающего нелокальность ФРЭ и взаимосвязь различных частей КО — катодного слоя, отрицательного тлеющего свечения и фарадеева темного пространства. В [3, 4], где слой изучался в наиболее полной постановке задачи, рассматривались короткие разрядные промежутки, когда область малых полей практически отсутствует. В данной работе излагается модель, позволяющая самосогласованным образом исследовать прикатодную область. Проводится краткий анализ полученных результатов и сравниваются теоретические и экспериментальные данные для разряда в гелии.

Рассмотрим случай невысоких катодных падений напряжения ($U_K \leq \leq 500$ В) и средних концентраций атомов газа ($N \sim 10^{16} - 10^{17}$ см⁻³), когда можно пренебречь процессами с участием быстрых ионов и нейтралов (прямая ионизация газа, кинетическое выбивание электронов из катода), нагревом газа, ступенчатыми процессами и т. д. Рождение заряженных частиц в объеме происходит при столкновениях электронов с атомами газа в основном состоянии, а уничтожение — за счет выноса на электроды и стенки разрядной камеры. Поскольку сечение образования k -зарядных ионов уменьшается примерно как $1/I_k^2$ (I_k — потенциал ионизации [5]), то доля многозарядных ионов ($k \geq 2$) мала, что подтверждается экспериментальными данными [6]. Электроны на катоде рождаются за счет потенциальной ионно-электронной эмиссии с коэффициентом γ_i , не зависящим от энергии иона [7].

Таким образом, разряд описывается уравнением Пуассона для потенциала электрического поля ϕ и кинетическими уравнениями для функции распределения электронов и атомарных однозарядных ионов. Основной процесс рассеяния ионов в собственном газе — симметричная перезарядка [5], а длина свободного пробега иона при небольших значениях U_K много меньше толщины катодного слоя. Поэтому движение ионов