

Э. П. Волчков, Н. А. Дворников, В. И. Терехов

ТРЕНИЕ И ТЕПЛОБМЕН В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ СИСТЕМ

Вращение потока или твердой поверхности — один из эффективных методов интенсификации или подавления турбулентного обмена, он широко используется в современных энергетических устройствах. Работы в этом направлении приобретают все более обширный характер.

Закрутка потока или вращение поверхности могут приводить к изменению трения и тепломассообдачи в основном за счет двух механизмов [1—3]. Увеличение вектора скорости на внешней границе пограничного слоя, вызванное вращением потока или поверхности, приводит к росту градиентов средней скорости и соответственно касательных напряжений и тепловых потоков за счет увеличения коэффициентов турбулентного обмена. Второй фактор, влияющий на течение и теплообмен во вращающихся потоках, — это воздействие массовых центробежных и кориолисовых сил на турбулентную структуру течения. Массовые силы, как известно [1—3], могут приводить как к интенсификации, так и к подавлению турбулентного обмена. К ним следует отнести и эффекты плавучести за счет градиентов плотности газа, возникающих в неизотермических и сжимаемых течениях.

Особенно сложные случаи течения наблюдаются при наличии всех указанных факторов, часто имеющих место в реальных потоках, например на вращающихся лопатках газовых турбин. Решение задачи о трении и теплообмене для таких сложных газодинамических условий представляет собой важную проблему.

В ряде работ [1, 4, 5] развивался метод расчета влияния центробежных сил на турбулентный тепломассообмен в пограничном слое закрученных и криволинейных течений. Он основан на учете изменения нормальных к поверхности пульсаций скорости под воздействием центробежных сил. В результате получены выражения для касательных напряжений и тепловых потоков. Метод подобен анализу [6], но в отличие от него использование закона сохранения момента импульса для отдельного пульсационного моля жидкости позволяет рассчитать трение и теплообмен без привлечения дополнительных эмпирических констант. Проведенное сопоставление показало, что, несмотря на ряд принятых допущений, полученные расчетные зависимости для закрученных и криволинейных потоков удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными [1, 4, 5].

Теплообмен и трение на вращающихся криволинейных стенках, в общем случае обтекаемых закрученным потоком, также могут быть проанализированы с этих позиций, хотя задача значительно усложняется.

Специально подчеркнем, что помимо эффектов кривизны и вращения, воздействующих на поле турбулентности, в таких системах за счет возникновения вторичных и отрывных течений происходит и существенная перестройка полей средних скоростей. Это в свою очередь может вызвать изменения теплообмена и трения, превышающие влияние центробежных и кориолисовых сил. Данная проблема представляет самостоятельный интерес и в настоящей работе рассматриваться не будет; распределение скоростей вне пограничного слоя считается известным и находится в первом приближении из решения невязкого течения.

1. Постановка задачи. Выбор системы координат. Вывод уравнений движения турбулентного моля жидкости. Рассмотрим задачу о влиянии центробежных и кориолисовых сил на турбулентные пульсации скорости в самом общем случае обтекания вращающейся поверхности неизотермическим потоком. Схема течения дана на рис. 1, а. Криволинейная поверх-

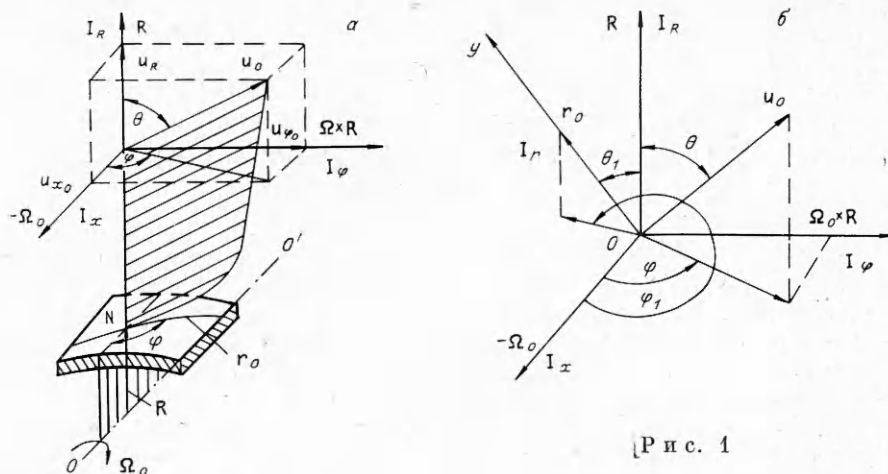


Рис. 1

ность N вращается относительно оси OO' с постоянной угловой скоростью Ω_0 . Эта поверхность обдувается потоком газа, скорость которого вне пограничного слоя u_0 определяется выражением

$$(1.1) \quad u_0 = u_0(I_x \sin \theta \cdot \cos \varphi + I_\varphi \sin \theta \cdot \sin \varphi + I_R \cos \theta),$$

где I_x , I_φ , I_R — единичные орты в направлении осей x , φ , R . С этими же направлениями совпадают векторы $-\Omega_0$, $\Omega_0 \times R$ и R .

Линии тока на поверхности не совпадают с направлением оси вращения и образуют с ним угол φ . Кривизну линий тока характеризует радиус-вектор r_0 , направление которого задается углами θ_1 и φ_1 (рис. 1, б):

$$(1.2) \quad r_0 = r_0(I_x \sin \theta_1 \cdot \cos \varphi_1 + I_\varphi \sin \theta_1 \cdot \sin \varphi_1 + I_R \cos \theta_1).$$

Углы θ , φ и θ_1 , φ_1 связаны между собой условием ортогональности векторов u_0 и r_0 :

$$(1.3) \quad u_0 \cdot r_0 = 0.$$

Подставляя (1.1) и (1.2) в (1.3), получим

$$\cos \varphi_1 = -\operatorname{ctg} \theta \cdot \operatorname{ctg} \theta_1 \cdot \cos \varphi \pm \sqrt{\sin^2 \varphi (1 - \operatorname{ctg}^2 \theta \cdot \operatorname{ctg}^2 \theta_1)}.$$

Следуя [1, 4, 5], запишем уравнение движения моля жидкости в системе координат, связанной с этим молем так, что остается только пульсационное движение в направлении вектора r_0 . Как и ранее, вязкие эффекты взаимодействия единичного моля жидкости с окружающей средой не учитываются. Уравнение движения турбулентного моля в векторной форме имеет вид

$$(1.4) \quad \rho_s du'_s/dt = \rho_s f - \nabla p$$

(ρ_s , u'_s — плотность и вектор скорости моля жидкости, p — осредненное давление). Величина f представляет собой сумму всех действующих на моль инерционных сил при его пульсационном движении. В общем случае, когда вращаются стенка и поток, движение турбулентного моля можно представить в виде суммы двух вращений, обусловленных вращением поверхности и газового потока относительно поверхности. Угловая скорость моля в первом случае равна Ω_{0s} , во втором ω_s . В такой системе координат, связанной с вращающимся молем жидкости, остается только его движение, нормальное к поверхности тела. Тогда суммарную массовую силу, действующую на моль, можно записать в виде $f = f_0 + f_1 + f_2$ (f_0 — массовая сила, вызывающая пульсации скорости в плоском пограничном слое при отсутствии вращения). Массовые силы, обусловленные

вращением системы \mathbf{i}_1 и потока \mathbf{f}_2 , определяются выражениями

$$(1.5) \quad \mathbf{f}_1 = - \left[2\Omega_{0s} \times \mathbf{u}_s + \Omega_{0s} \times (\Omega_{0s} \times \mathbf{R}) + \frac{d\Omega_{0s}}{dt} \times \mathbf{R} \right];$$

$$(1.6) \quad \mathbf{f}_2 = - \left[2\omega_s \times \mathbf{u}'_r + \omega_s \times (\omega_s \times \mathbf{r}_0) + \frac{d\omega_s}{dt} \times \mathbf{r}_0 \right].$$

Первый член в правой части соотношений (1.5) и (1.6) представляет собой силу Кориолиса, второй — центробежную, а третий обусловлен нестационарным характером вращения системы или потока. В дальнейшем для простоты ограничимся исследованием стационарных вращающихся потоков.

Как и ранее [1, 4, 5], полагаем, что массовые силы оказывают преимущественное влияние на компоненту пульсаций скорости, нормальную к поверхности. Тогда запишем проекцию уравнения (1.4) на направление, нормальное к поверхности (при этом учитываем, что $\mathbf{f}_2 \cdot \mathbf{I}_r = \omega_s^2 r = u_s^2/r$, u_s — скорость моля вдоль обтекаемой поверхности):

$$(1.7) \quad \frac{1}{2} \frac{du_r'^2}{dr} = f_0 - \left[2\Omega_{0s} \times \mathbf{u}_s + \Omega_{0s} \times (\Omega_{0s} \times \mathbf{R}) - \frac{\rho}{\rho_s} \left((2\Omega_0 \times \mathbf{u}) + \Omega_0 \times (\Omega_0 \times \mathbf{R}) \right) \right] \cdot \mathbf{I}_r + \left(\frac{u_s^2}{r} - \frac{u^2 \rho}{r \rho_s} \right).$$

Соотношение (1.7) записано с учетом того, что проекция градиента давления на нормальное к поверхности направление имеет вид

$$\nabla p \cdot \mathbf{I}_r = \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\rho u^2}{r} - \rho [2\Omega_0 \times \mathbf{u} + \Omega_0 \times (\Omega_0 \times \mathbf{R})] \cdot \mathbf{I}_r.$$

В частности, если в (1.7) положить $\Omega_0 = \Omega_{0s} = 0$, то получим уравнение, используемое в [1, 4, 5] для криволинейных и закрученных потоков. Полагаем, что при пульсационном движении моля сохраняется его циркуляция $u_s r = (ur)_{r+\Delta r}$ ($r = c_1 y$, y — расстояние от стенки). При обтекании вогнутой поверхности $c_1 = 1$, выпуклой $c_1 = -1$. По аналогии с [4], разлагая циркуляцию и плотность в ряд по y и пренебрегая квадратичными членами, имеем

$$u_s r \approx ur - \frac{\partial ur}{\partial y} y, \quad (u_s r)^2 \approx (ur)^2 - \frac{\partial (ur)^2}{\partial y} y, \\ \frac{\rho}{\rho_s} \approx 1 \left| \left(1 - 1/\rho \frac{\partial \rho}{\partial y} y \right) \right| \approx 1 + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} y.$$

Учитывая, что $\Omega_{0s} R^2 = \Omega_0 (R + \Delta R)^2$, где $\Delta R = c_2 y \cos \theta_1$, выводим $\Omega_{0s} = \Omega_0 (1 + 2c_2 y/R \cos \theta_1)$.

Коэффициент $c_2 = 1$ или -1 , если поверхность обтекается со стороны оси вращения или с обратной стороны соответственно. Используя полученные соотношения, уравнение (1.7) можно преобразовать к виду

$$(1.8) \quad \frac{1}{2} \frac{\partial u_y'^2}{\partial y} = c_1 (f_0 + ky).$$

Здесь $u_y' = c_1 u_r'$;

$$(1.9) \quad k = -2 (\cos \theta \cdot \sin \theta_1 \cdot \sin \varphi_1 - \cos \theta_1 \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi) \times \\ \times \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial ur}{\partial y} - \frac{u}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{2c_2 u \cos \theta_1}{R} \right) \Omega_0 + \\ + \cos \theta_1 \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} + \frac{4c_2 \cos \theta_1}{R} \right) \Omega_0^2 R - \left(\frac{2u}{r^2} \frac{\partial ur}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{u^2}{r} \right).$$

Функцию k удобно представить как

$$(1.10) \quad k = k_0 k_{1s}$$

где $\tilde{k}_0 = -\frac{2u}{r^2} \frac{\partial ur}{\partial y}$ — параметр, отражающий влияние массовых сил при криволинейном течении, но без вращения всей системы; k_1 — функция, описывающая вклад вращения системы, а также эффектов плавучести. Из соотношений (1.9) и (1.10) получим

$$(1.11) \quad k_1 = -2(\cos \theta \cdot \sin \theta_1 \cdot \sin \varphi_1 - \cos \theta_1 \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi) \times \\ \times \left(\frac{r\Omega_0}{2u} + \frac{\frac{\Omega_0}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y}}{2 \frac{\partial ur}{\partial r}} - \frac{2c_2 \Omega_0 \cos \theta_1}{\frac{2R}{r^2} \frac{\partial ur}{\partial y}} \right) + \\ + \cos \theta_1 \left(\frac{\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y}}{2u \frac{\partial ur}{\partial r}} - \frac{2c_2 \cos \theta_1}{\frac{uR}{r^2} \frac{\partial ur}{\partial y}} \right) \Omega_0^2 R + \left(1 + \frac{\frac{u}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y}}{2 \frac{\partial ur}{\partial r}} \right).$$

2. Закон тепломассообмена и трения для турбулентного пограничного слоя во вращающихся системах. Найдем выражение для нормальной компоненты пульсационной скорости. Для этого проинтегрируем (1.8), принимая в нем в первом приближении k постоянной:

$$(2.1) \quad u'_y = u'_{y0} F.$$

Здесь u'_{y0} — пульсационная скорость в стандартном пограничном слое (плоская пластина при отсутствии ее вращения и закрутки потока).

Для условий интенсификации турбулентности центробежными и кориолисовыми силами ($c_1 k_1 > 0$) по аналогии с течением у вогнутой стенки [4] функция

$$(2.2) \quad F = \left[1 - \left(\frac{y}{l} \right)^2 \frac{2c_1 k_0 k_1}{(\partial u / \partial y)^2} \right]^{1/2}.$$

Подавление турбулентности массовыми силами предложено описывать аппроксимационным выражением вида [4]

$$(2.3) \quad F = \left[1 + \left(\frac{y}{l} \right)^2 \frac{2c_1 k_0 k_1}{(\partial u / \partial y)^2} \right]^{-1/2} \quad (c_1 k_1 < 0).$$

Используя соотношения (1.11), (2.1)—(2.3) в предположении, что поле массовых сил на продольные пульсации влияния не оказывает, а коэффициент взаимной корреляции остается таким же, как и для течения без вращения, для рейнольдсовых напряжений и турбулентных тепловых потоков получим

$$(2.4) \quad \overline{u'_x u'_y} = \overline{u'_{0x} u'_{0y}} F;$$

$$(2.5) \quad \overline{T' u'_z} = \overline{T'_0 u'_{0z}} F.$$

Касательное напряжение и тепловой поток на стенке можно рассчитать, применяя (2.4), (2.5) таким же образом, как и в [1, 4, 5]. Для этого необходимо осреднить k_1 по толщине пограничного слоя. Задавая степенные профили безразмерных скорости и температуры $u/u_0 = (y/\delta)^n$, $(T - T_{ст})/(T_0 - T_{ст}) = (y/\delta_T)^n$, с учетом уравнения состояния идеального газа $\rho/\rho_0 = T_0/T$ из (1.11) имеем

$$(2.6) \quad k_1 = N^2 \frac{\rho_0}{R} \cos \theta_1 \left[\frac{(\psi - 1)(n + 1)(2n + 1)}{2(1 + n + \psi n)} - \frac{4c_2 \delta \cos \theta_1}{R} \right] - \\ - \frac{Nr}{R^n} (\cos \theta \cdot \sin \hat{\theta}_1 \cdot \sin \varphi_1 - \cos \theta_1 \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi) \times \\ \times \left[n + 1 + \frac{(\psi - 1)(n + 1)}{1 + n\psi} - \frac{2c_2 \delta \cos \theta_1}{R} \right] + \left[1 + \frac{\psi - 1}{2(1 + n\psi)} \right]$$

($N = \Omega_0 R / u_0$ — обратное число Россби, $\psi = T_{cT} / T_0$ — фактор неизотермичности). При отсутствии вращения системы ($\bar{k}_1 = 1$) в [5] из соотношений, подобных (2.4), (2.5), получены относительные функции теплообмена в виде суперпозиций

$$(c_f/c_{f_0})_{\text{Re}^{**}} = (St/St_0)_{\text{Re}^{**}} = \Psi_T \Psi_\psi \Psi_K.$$

Здесь $\Psi_T = [2/(\sqrt{\psi} + 1)]^2$ — функция неизотермичности; $\Psi_\psi = 1/\cos \varphi^{0,75}$ — функция, учитывающая влияние на теплообмен и трение увеличения градиентов скорости за счет закрутки потока; Ψ_K — функция, учитывающая влияние центробежных и кориолисовых сил.

Очевидно, что при вращении системы Ψ_K должна определяться с использованием (2.6). Тогда аналогами формул, описывающих влияние кривизны линий тока на турбулентность, полученных в [5], для общего случая вращающейся криволинейной поверхности будут следующие выражения:

$$(2.7) \quad \Psi_K = \left(1 + 1,8 \cdot 10^3 \frac{\delta^{**} c_1 \bar{k}_1}{r_0} \right)^{0,162} \quad (c_1 \bar{k}_1 > 0);$$

$$(2.8) \quad \Psi_K = \left(1 - 2,2 \cdot 10^3 \frac{\delta^{**} c_1 \bar{k}_1}{r_0} \right)^{-0,115} \quad (c_1 \bar{k}_1 < 0).$$

Итак, формулы (2.7), (2.8) позволяют оценить изменение поверхностного трения и теплоотдачи за счет воздействия центробежных кориолисовых сил и эффектов плавучести на структуру турбулентного обмена. Параметром, характеризующим влияние указанных факторов, является величина \bar{k}_1 , описываемая выражением (2.6), которая в свою очередь сложным образом зависит от интенсивности вращения N , радиуса кривизны поверхности r_0 , толщины пограничного слоя δ , фактора неизотермичности ψ , заполненности профиля n и др. Поэтому целесообразно вначале рассмотреть ряд частных простых случаев течения вращающихся потоков или систем.

3. Частные случаи вращающихся потоков. Закрученное течение в неподвижном канале. Учитывая, что $r_0 = R_K / \sin^2 \varphi$ (R_K — радиус канала, φ — угол между осью канала и вектором скорости на границе пограничного слоя), $c_1 = 1$, а также $N = 0$, получим расчетную формулу для относительного коэффициента трения и теплообмена

$$\Psi_K = \left\{ 1 + 1,8 \cdot 10^3 \frac{\delta^{**}}{R_K} \sin^2 \varphi \left[1 + \frac{\psi - 1}{2(1 + n\psi)} \right] \right\}^{0,162}.$$

В первом приближении заполненность профиля скорости можно принять, как в стандартном течении, $n = n_0 = 1/7$. Эта зависимость получена в [5], она хорошо согласуется с экспериментальными данными по тепло- и массоотдаче в закрученных потоках в различных условиях: квазиизотермических, при существенной неизотермичности, а также при несовпадении толщин динамического и диффузионного слоев ($Sc \neq 1$).

При течении закрученного потока в неподвижной трубе центробежные силы увеличивают теплообмен со стенкой трубы. Рост вектора скорости на внешней границе пограничного слоя (влияние геометрического фактора) также приводит к интенсификации теплообмена.

Течение в трубе, вращающейся вдоль своей оси. Для этого случая $\text{tg } \varphi = N$, $r_0 = R / \sin^2 \varphi$, $c_1 = 1$, $c_2 = 1$, $\theta = 90^\circ$, $\theta_1 = 0$, $R = R_K$. Из (2.7) и (2.8) имеем

$$\Psi_K = \left(1 - 2,2 \cdot 10^3 \frac{\delta^{**}}{R} A \right)^{-0,115},$$

если комплекс

$$A = N^2 \left\{ \frac{(\psi - 1)(n + 1)(2n + 1)}{2(1 + n + \psi n)} - \frac{4\delta}{R_{\text{в}}} \right\} +$$

$$+ N \sin \varphi \left(n + 1 + \frac{(\psi - 1)(n + 1)}{1 + n\psi} - \frac{2\delta}{R} \right) + \sin^2 \varphi \left(1 + \frac{\psi - 1}{2(1 + n\psi)} \right) < 0;$$

$$\Psi_K = \left\{ 1 + 1,8 \cdot 10^3 \frac{\delta^{**}}{R} A \right\}^{0,162}, \text{ если } A > 0.$$

Таким образом, в зависимости от направления теплового потока вращение трубы может привести как к интенсификации, так и к подавлению турбулентного обмена. В условиях, близких к изотермическим ($\psi \approx 1$), воздействие массовых сил во вращающейся трубе описывается формулой

$$(3.1) \quad \Psi_K = \left\{ 1 + 2,2 \cdot 10^3 \frac{\delta^{**}}{R} \left[\frac{4\delta N^2}{R} + N \sin \varphi \left(\frac{2\delta}{R} - n - 1 \right) - \sin^2 \varphi \right] \right\}^{-0,115}.$$

Из (3.1) следует, что центробежные и кориолисовы силы приводят к подавлению турбулентного обмена тепла и импульса на стенке. В то же время увеличение вектора скорости за счет вращения трубы относительно потока вызывает интенсификацию теплоотдачи и трения. Тогда суммарный коэффициент тепломассоотдачи может как возрасти, так и снизиться по сравнению с течением в неподвижной трубе. В начальных сечениях канала, когда пограничный слой тонкий, а отставание потока от вращения трубы значительно, интенсификация турбулентного переноса за счет увеличения градиентов скорости может превышать эффекты подавления турбулентности массовыми силами. Далее по течению вращение потока приближается к вращению по закону твердого тела и эффекты интенсификации становятся малыми, а превалирующим будет стабилизирующее влияние вращения на трение и теплоотдачу.

На рис. 2 показано уменьшение относительных функций трения и теплообмена для течения во вращающейся трубе. Точки 1 — экспериментальные данные Леви и Уайта в обработке В. К. Щукина [7] по гидравлическому сопротивлению во вращающихся трубах, 2 — опыты по трению [8], 3 — данные по теплоотдаче [9], линия — расчет по формуле (3.1) для $\delta/R = 1$. Видно, что расчет только качественно согласуется с экспериментом. Причинами количественного расхождения могут быть как допущения при теоретическом анализе, так и некоторая некорректность сопоставления результатов теории и эксперимента. Так, отношение δ/R в опытах может быть меньше единицы, сильное влияние на трение оказывают вибрация труб и образование вихревых структур типа вихрей Тейлора.

Вращение прямоугольного канала с осью вращения, перпендикулярной оси трубы (рис. 3). Такие течения имеют место в радиальных каналах вращающихся элементов энергетических машин, плоских лопаток и т. п. Для каждой из четырех стенок канала запишем значения параметров при подаче газового потока от оси вращения.

Стенка 1 (сторона разрежения): $r_0 \rightarrow \infty$, $c_1 = -1$, $\theta_1 = 90^\circ$, $\varphi_1 = 270^\circ$, $\theta = 0$,

$$(3.2) \quad \Psi_K = \left[1 + 2,2 \cdot 10^3 \frac{\delta^{**} N}{R} (1 + n) \right]^{-0,115}.$$

На этой стенке происходит подавление турбулентности.

Стенка 2 (торцевая): $r_0 \rightarrow \infty$, $c_1 = -1$, $\theta_1 = 90^\circ$, $\varphi_1 = 180^\circ$, $\theta = 0$, $\Psi_K = 1$. Массовые силы влияния на турбулентность на этой поверхности не оказывают.

Стенка 3 (сторона давления): $r_0 \rightarrow \infty$, $c_1 = -1$, $\theta_1 = 90^\circ$, $\varphi_1 = 90^\circ$, $\theta = 0$,

$$(3.3) \quad \Psi_K = \left[1 + 1,8 \cdot 10^3 \frac{\delta^{**} N}{R} (1 + n) \right]^{0,162}.$$

На этой поверхности наблюдается интенсификация турбулентности.

Стенка 4 (торцевая): $r_0 \rightarrow \infty$, $c_1 = -1$, $\theta_1 = 90^\circ$, $\varphi_1 = 0$, $\theta = 0$, $\Psi_K = 1$. Здесь, как и на стенке 2, массовые силы влияния не оказывают.

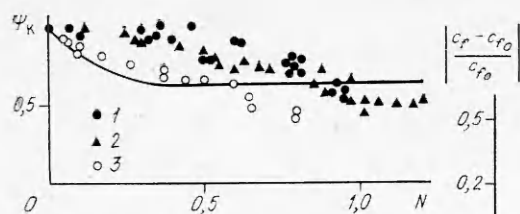


Рис. 2

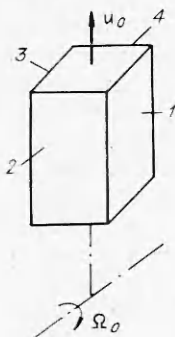


Рис. 3

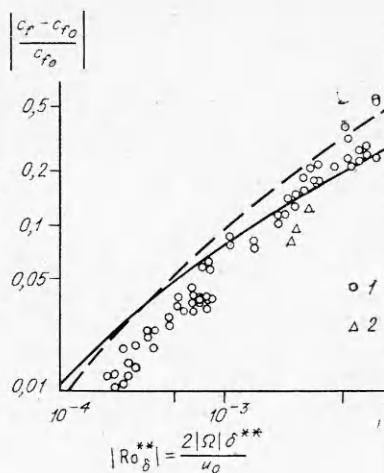


Рис. 4

Если течение в канале будет направлено в обратную сторону, т. е. от периферии к оси вращения ($\theta = 90^\circ$), для стенки 1 справедлива формула (3.3) и будет происходить интенсификация турбулентного переноса, а на стенке 3 — подавление (формула (3.2)).

В [10] подробно проанализировано подобное течение. Рассмотрен случай течения от оси и приведены экспериментальные результаты, по которым выделено влияние только вращения на турбулентный перенос импульса. Установлено, что на стороне разрежения имеет место подавление, а на стороне давления — интенсификация турбулентного обмена (точки 1 и 2 соответственно, рис. 4). Интересно отметить, что эффекты стабилизации и дестабилизации турбулентности близки между собой и могут обобщаться едиными зависимостями. Здесь же нанесены расчеты по формуле (3.2) (сплошная линия) и (3.3) (штриховая). Видно, что расчет согласуется с экспериментом не только качественно, но и количественно, при этом теоретические зависимости для стороны давления и разрежения практически совпадают.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С., Волчков Э. П., Терехов В. И. Аэродинамика и теплообмен в ограниченных вихревых потоках. — Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1987.
2. Щукин В. К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. — М.: Машиностроение, 1980.
3. Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. — М.: Мир, 1987.
4. Дворников Н. А., Терехов В. И. О переносе импульса и тепла в турбулентном пограничном слое на криволинейной поверхности // ПМТФ. — 1984. — № 3.
5. Волчков Э. П., Дворников Н. А., Спотарь С. Ю., Терехов В. И. Турбулентное трение и теплообмен при закрутке потока в трубе // ПМТФ. — 1987. — № 2.
6. Bradshaw P. The analogy between streamline curvature and buoyancy in turbulent shear flow // J. Fluid Mech. — 1963. — V. 36, pt 1.
7. Щукин В. К. Гидравлическое сопротивление вращающихся труб // ИФЖ. — 1967. — Т. 12, № 6.
8. Мураками М., Кикияма К. Турбулентное течение в трубах, вращающихся относительно своей оси // Теорет. основы инж. расчетов. — 1980. — Т. 102, № 1.
9. Бузник В. М., Геллер З. И., Пименов А. К., Федоровский А. П. Исследование теплоотдачи в начальном участке вращающейся цилиндрической трубы к турбулентному потоку воздуха // Теплоэнергетика. — 1969. — № 4.
10. Джонстон, Эйд. Турбулентный пограничный слой на лопатках центробежного компрессора. Расчет эффектов кривизны поверхности и вращения // Теорет. основы инж. расчетов. — 1976. — № 3.

г. Новосибирск

Поступила 21/VI 1989 г.,
в окончательном варианте — 13/XI 1990 г.