

14. Горбунов В. Н., Пирумов У. Г., Рыжов Ю. А. Неравновесная конденсация в высокоскоростных потоках газа.— М.: Машиностроение, 1984.
15. Пирумов У. Г. Определяющие параметры при неравновесном течении газа с гомогенной конденсацией // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1985.— № 3.
16. Hagena O. F. Condensation in supersonic free jets // 6th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics, Massachusetts, 1968/Ed. L. Trilling and H. Y. Wachman.— N. Y.: Academic Press, 1969.— V. 2.
17. Иткин А. Л. Условия подобия неравновесной гомогенной конденсации различных веществ // ЖТФ.— 1985.— Т. 55, вып. 3.
18. Hagena O. F., Obert W. Condensation in supersonic free jets: experiments with different gases // 7th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics, Pisa, 1970.
19. Palopezhentsev S. A., Yarygin V. N., Zarvin A. E., Madirbaev V. Zh. The gas dynamics of expanding nozzle flows with condensation // 15 th Intern. Symp. on Rarefied Gas Dynamics, Grado, 1986: Book of Abstracts.
20. Kim S. S., Shi D. C., Stein G. D. Noble gas condensation in controlled-expansion beam sources // Progress in Astronautics and Aeronautics.— 1981.— V. 74, pt 2.

Поступила 25/VII 1986 г.

УДК 532.57 + 533.70

## НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В АЭРОЗОЛЯХ

С. Э. Хоружников  
(Ленинград)

Распространение стационарных ударных волн и нестационарное формирование релаксационной зоны при волновом воздействии на аэрозольное облако анализируются в [1] и в библиографии к ней в рамках континуальной (К) модели гетерогенных сред [2]. В этих работах используются общие упрощающие предположения: движение одномерно; несущий газ идеальный, а его вязкость и теплопроводность проявляются только при взаимодействии с частицами, обладающими бесконечной теплопроводностью; взвешенные частицы — шары одного диаметра.

Предположение об односкоростном движении диспергированных частиц, лежащее в основе К-модели гетерогенных сред, а также отсутствие в этой модели механизма, запрещающего двум частицам находиться в одной и той же точке пространства, приводят к ряду нефизических результатов. Из них отметим следующие: образование поверхностей разрыва типа «пелена» в псевдогазе частиц [3, 4] и «перехлест» облака включений [5], которые характеризуются неограниченным ростом объемной доли частиц в некотором сечении двухфазного потока.

В реальных условиях диспергированные частицы имеют распределения по скоростям и размерам, что должно приводить к их столкновениям. Перенос импульса за счет хаотического движения включений определяет давление в псевдогазе твердых частиц.

Учет этого давления в уравнениях К-модели аэрозолей снимает вопрос о их негиперболичности и неустойчивости решений к малым возмущениям, становится невозможным образование «перехлеста» облака частиц и разрывов типа «пелена». Наличие у частиц хаотического движения приводит также к дополнительному выделению тепла за счет межфазного трения, а столкновения между частицами различных размеров вызывают перераспределение кинетической энергии их поступательного движения. Однако определить давление в псевдогазе в рамках К-модели не представляется возможным.

В [6—9] предприняты попытки учесть столкновения между частицами различных диаметров. Так, в [6] на примере частиц двух сортов предложен простой способ, сводящийся к введению эффективной силы, действующей между двумя облаками частиц. Однако результаты [6] ограничены предположениями о том, что ожидаемое время между двумя последовательными столкновениями частиц больше времени релаксации поступательных степеней свободы. Очевидно, что это предположение накладывает существенное ограничение на массовую долю диспергированных частиц.

В [7, 8] для описания эволюции полидисперсных частиц вводятся в рассмотрение функции распределения частиц  $i$ -го сорта по скоростям, но полученный в этих работах интеграл столкновений в случае квазиодномерного движения не удовлетворяет закону сохранения полного числа частиц.

Система уравнений, описывающая динамику псевдогаза твердых частиц с учетом неупругих соударений [9], содержит предположение о пренебрежимо малом влиянии несущего газа на движение твердых частиц и максвелловском виде функции распределения включений по скоростям.

В данной работе на основе результатов [10—12] предложена континуально-кинетическая (КК) модель аэрозолей и исследовано взаимодействие ударной волны с аэрозольным облаком конечной протяженности.

**1. Континуально-кинетическая модель аэрозолей.** В рамках КК-модели несущий газ рассматривается как сплошная среда, а для описания эволюции диспергированных твердых частиц  $i$ -го сорта вводится функция распределения по скоростям  $f_i(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}_i)$ , изменение которой определяется уравнением [11, 12]

$$(1.1) \quad D_i f_i = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_i \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{G}_i \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_i} \right) f_i = J_{ig} + \sum_{j=1}^L J_{ij}.$$

Здесь  $L$  — число фракций, на которое разбивается непрерывное распределение частиц по размерам;  $J_{ij}$  — столкновительный оператор, соответствующий взаимодействию между частицами  $i$ -го и  $j$ -го сорта (для упругих и гладких сферических частиц справедлива больцмановская форма этого оператора);  $J_{ig}$  — столкновительный оператор, соответствующий взаимодействию частиц  $i$ -го сорта с несущим газом, для которого справедливо диффузионное приближение

$$J_{ig} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_i} \times \left\{ \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_i} \times (f_i \mathbf{K}_i) - \mathbf{F}_i f_i \right\},$$

$\mathbf{K}_i$  и  $\mathbf{F}_i$  — тензор коэффициентов диффузии в пространстве скоростей и ускорение  $i$ -й частицы.

Относя все величины, входящие в (1.1), к их характерным значениям, получим это уравнение в безразмерном виде

$$\varepsilon_i D_i f_i = \beta_i J_{ig} + \sum_{j=1}^L J_{ij},$$

где параметры  $\varepsilon_i$  и  $\beta_i$  определяют порядок столкновительных операторов  $J_{ij}$  и  $J_{ig}$  и равны

$$\varepsilon_i = \frac{\lambda_i}{S}, \quad \beta_i = \frac{\rho}{\rho_i} \frac{U}{U_i} \frac{G_0}{U_i}.$$

Здесь  $\lambda_i$ ,  $\rho_i$ ,  $U_i$  — характерные значения длины свободного пробега, плотности псевдогаза и скорости частиц  $i$ -го сорта;  $S$ ,  $G_0$ ,  $\rho$ ,  $U$  — характерные значения длины, относительной скорости между фазами, плотности и скорости несущего газа.

Релаксационные процессы при ударно-волновом воздействии на аэрозольное облако характерны тем, что параметры  $\varepsilon_i$  и  $\beta_i$  изменяются в пределах:  $\varepsilon_+ \leq \varepsilon_i \leq 1$ ,  $\varepsilon_- \leq \beta_i \leq 1/\varepsilon_-$  ( $\varepsilon_+$  и  $\varepsilon_- \ll 1$ ), что объясняется существенной неравновесностью между фазами по поступательным степеням свободы на начальной стадии ускорения, а также уменьшением длины свободного пробега твердых частиц по мере сжатия аэрозольного облака.

В связи с этим разложение метода Чепмена — Энскога не применимо во всей области течения и для решения уравнения (1.1) необходимо использовать численные методы. Поскольку в настоящее время численное решение точного кинетического уравнения не представляется возможным, в [10] предлагается использовать БГК-модель этого уравнения.

При описании взаимодействия ударных волн с аэрозольным облаком конечной протяженности ограничимся общепринятыми для такого класса задач предположениями о том, что движение одномерно, несущий газ идеальный, а его вязкость и теплопроводность проявляются только при взаимодействии с частицами, обладающими бесконечной теплопроводностью.

Поскольку в рассматриваемых задачах существует преимущественное направление, предполагается, что по составляющим скорости, перпендикулярным этому направлению, функция распределения частиц имеет максвелловский вид; проводя предварительно осреднение кинетического уравнения по этим составляющим, получим систему уравнений КК-модели

$$(1.2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) = 0;$$

$$(1.3) \quad \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (p + \rho u^2) = - \sum_{i=1}^L \mathcal{F}_{gi};$$

$$(1.4) \quad \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \{u(p + E)\} = \sum_{i=1}^L (Q_{if} - q_{gi});$$

$$(1.5) \quad \frac{\partial E_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_i E_i) = q_{gi};$$

$$(1.6) \quad \frac{\partial f_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (v_i f_i) + \frac{\partial}{\partial v_i} (F_{gi} f_i) = - \frac{f_i - f_{i0}}{\tau_i}$$

с условием нормировки функций распределения и соотношениями для определения макропараметров частиц  $i$ -го сорта

$$(1.7) \quad N_i = \int f_i dv_i, \quad \rho_i = N_i M_i, \quad N_i u_i = \int v_i f_i dv_i.$$

Здесь  $F_{gi} = (\pi d_i^2 / 8 M_i) \rho (u - v_i) |u - v_i| C_D$ ;  $\mathcal{F}_{gi} = N_i M_i \langle F_{gi} \rangle = M_i \int F_{gi} f_i dv_i$ ;  $Q_{if} = -N_i M_i u_i \langle F_{gi} \rangle + M_i \int c_{if} F_{gi} dv_i$ ;  $q_{gi} = 2\pi \lambda d_i (T - \Theta_i) N_i N u$ ;  $f_{i0} = (N_i / \sqrt{\pi}) \alpha^{1/2} \exp \{-\alpha (u_i - v_i)^2\}$ ;

$$\alpha = 1 / (2 \langle c_i^2 \rangle) = N_i / (2 \int f_i c_i dv_i); \quad \tau_i = N_i \sum_{j=1}^L \sigma_{ij} \int \int f_i f_j |v_i - v_j| dv_i dv_j;$$

$\rho$ ,  $u$ ,  $p$ ,  $E$ ,  $\lambda$ ,  $T$  — плотность, скорость, давление, полная энергия единицы объема, теплопроводность и температура газа;  $v_i$ ,  $c_i$ ,  $N_i$ ,  $M_i$ ,  $d_i$ ,  $\tau_i$ ,  $\sigma_{ij}$ ,  $\Theta_i$  — проекции скорости и скорости хаотического движения на ось  $x$ , концентрация, масса, диаметр, время свободного пробега, сечение столкновения, температура поверхности частиц  $i$ -го сорта.

Система (1.2)–(1.7) дополняется уравнениями состояния

$$p = \rho^0 R_g T, \quad E = 0,5 \rho^0 u^2 + p / (\gamma - 1),$$

$$\rho^0 = \rho \left( 1 - \sum_{i=1}^L \varphi_i \right), \quad \rho_i = \varphi_i \rho_i^0, \quad E_i = \rho_i \int_{\Theta_0}^{\Theta_i} c_{si} d\Theta,$$

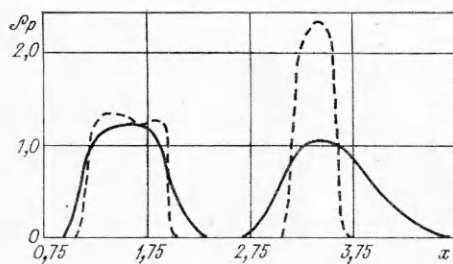
где  $R_g$  и  $\gamma$  — удельная газовая постоянная и показатель адиабаты не сущего газа;  $E_i$ ,  $\varphi_i$ ,  $\rho_i^0$ ,  $c_{si}$  — внутренняя энергия, объемная доля, плотность материала, удельная теплоемкость частиц  $i$ -го сорта.

Для вычисления коэффициента сопротивления  $C_D$  и числа Нуссельта  $Nu$ , входящих в выражения, определяющие обмен импульсом и энергией между частицей и несущим газом, использовались соотношения [13].

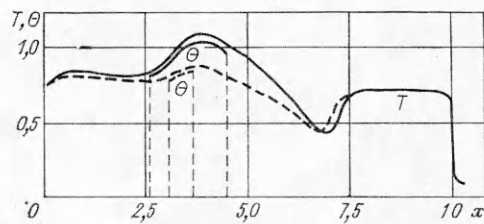
**2. Граничные и начальные условия. Численный метод.** Полагается, что в начальный момент времени ударная волна, являющаяся поверхностью разрыва, находится на границе раздела чистый газ — аэрозоль и в последующие моменты времени распространяется слева направо. Параметры газовой фазы по обе стороны от ударной волны связаны соотношениями Ренкина — Гюгонно.

В начальный момент времени аэрозольное облако протяженностью  $S$  расположено справа от ударной волны в невозмущенном газе в условиях динамического и теплового равновесия, функция распределения частиц по скоростям имеет максвелловский вид со средней квадратичной скоростью хаотического движения порядка 1 м/с.

Для численного решения поставленной задачи в рамках К- и КК-моделей использовалась монотонная консервативная схема сквозного счета, основанная на конечно-разностном операторе Мак-Кормака. Эта схема относится к схемам типа «предиктор — корректор», а монотонность достигается введением нелинейного локального сглаживания, не нарушающего консервативности разностной схемы [14] и локализации границ раздела чистый газ — аэрозоль аналогично [15]. Детали численного метода обсуждаются в [10].



Р и с.



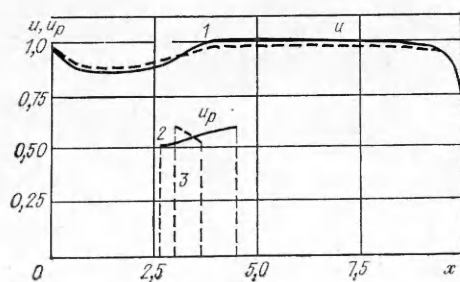
Р и с. 2

**3. Результаты расчетов.** Для выяснения характерных особенностей К- и КК-моделей рассмотрим сначала более простой случай: взаимодействие ударной волны с монодисперсным аэрозольным облаком. Результаты расчетов показывают, что при малых объемной и массовой долях ( $\varphi < 10^{-4}$ ,  $\varphi_m = \rho_p/\rho < 0.25$ ) диспергированные частицы не оказывают заметного влияния на параметры несущего газа, частота столкновений и скорости хаотического движения невелики и результаты обеих моделей практически совпадают.

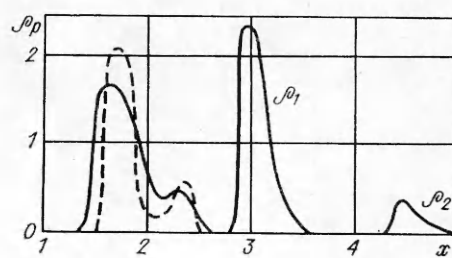
При увеличении объемной доли или концентрации частиц возрастают частота столкновений между ними, средняя скорость хаотического движения и на характер релаксации за волновым фронтом начинают оказывать влияние процессы, учитываемые лишь в КК-модели.

Так, на рис. 1 представлено распределение вдоль оси плотности аэрозольного облака в моменты времени  $t = 3t_0, 6t_0$  ( $t_0$  — время прохождения ударной волны через облако) при начальных объемной  $\varphi = 10^{-3}$  и массовой  $\varphi_m = 2,5$  долях частиц кварцевого песка диаметром  $6 \cdot 10^{-5}$  м и числе Маха набегающей ударной волны, равном 2. Здесь и далее, где это необходимо, сплошной линией даны значения переменных в начальный момент времени, вычисленные в рамках КК-модели, а штриховой — в К-модели. Причем на рисунках все переменные отнесены к их характерным значениям:  $S$  — длина облака,  $u_2$  — скорость спутного потока в чистом газе,  $S/u_2, u_2^2/R_g$  — характерные значения времени и температуры соответственно. Из рис. 1 следует, что в КК-модели стадия начального сжатия облака частиц, обусловленного скоростной неравновесностью между фазами, сменяется стадией расширения за счет энергии хаотического движения. В то же время К-модель свидетельствует о продолжающемся сжатии облака.

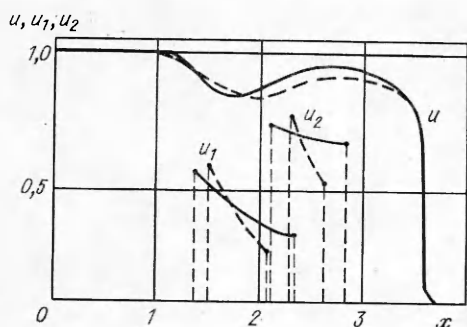
Немонотонный характер распределения температуры несущего газа (рис. 2) объясняется наличием двух конкурирующих процессов: межфазного трения, приводящего к выделению тепла, и конвективного теплообмена, вызывающего нагрев частиц за счет поглощенного из несущей фазы тепла. Максимум температуры газа в КК-модели выше, поскольку хаотическое движение частиц приводит к дополнительному выделению тепла в результате межфазного трения. К моменту времени  $t = 6t_0$  прак-



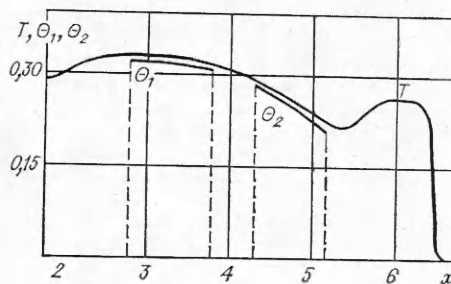
Р и с. 3



Р и с. 4



Р и с. 5



Р и с. 6

тически достигается тепловое равновесие между фазами, и в КК-модели температура поверхности частиц оказывается на 20—30% выше, чем в К-модели.

Рис. 3 иллюстрирует немонотонный характер распределения скорости несущего газа (линии 1) при  $t = 6t_0$ , который объясняется тормозящим действием облака включений и ускорением газа за счет выделяющегося тепла в результате межфазного трения.

Следует отметить различный знак у градиента средней скорости частиц в облаке в КК- и К-моделях (линии 2, 3). Это связано с диффузией более быстрых частиц к правому краю облака, наблюдаемой в КК-модели.

Влияние полидисперсности на характер релаксационных процессов за волновым фронтом можно проследить на примере двухфракционного облака частиц. На рис. 4—6 приведены результаты для случая, когда  $M = 4,2$ , а частицы, являющиеся окисью магния, имеют диаметры  $4 \cdot 10^{-5}$  и  $10^{-4}$ .

Представленные на рис. 4 распределения плотности аэрозольного облака в моменты времени  $t = 0, 3t_0, 6t_0$  показывают, что с течением времени однородно перемешанное в начальный момент облако разделяется на два под действием силового поля, обусловленного скоростной неравномерностью между фазами. В К-модели при  $t \geq 3 t_0$  наблюдается «перехлест» облака включений и выполнение вычислений для последующих моментов времени становится невозможным.

Быстрое выравнивание средней скорости легких частиц (рис. 5) в КК-модели связано с торможением включений, находящихся у левого края, в результате их столкновений с медленными тяжелыми частицами.

Зависимость температуры несущего газа и диспергированных частиц от продольной координаты иллюстрирует рис. 6, на котором представлены результаты при  $t = 6t_0$ . Температура мелких частиц оказывается ниже температуры более крупных. Этот результат справедлив лишь для случая, когда частицы с меньшим диаметром являются малой примесью к более крупным.

Анализ проведенных расчетов показывает, что для  $M = 2-4,5$  «перехлест» облака включений не происходит при диаметре частиц  $> 10^{-4}$  м. В связи с этим можно сделать вывод о границе применимости К-модели для данного класса задач: малые объемные и массовые доли ( $\varphi < 10^{-4}$ ,  $\varphi_m < 0,25$ , когда влияние дисперсной фазы на несущий газ несущественно) включений с диаметром  $> 10^{-4}$  м.

Автор выражает благодарность за помощь и полезные обсуждения результатов А. И. Жмакину, Ю. П. Лунькину, В. Ф. Мырину и А. А. Шмидту.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред // Итоги науки и техники. МЖГ.— 1981.— Т. 16.— С. 209.
2. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.

3. Крайко А. Н. К двухжидкостной модели течения газа и диспергированных в нем частиц // ПММ.— 1982.— Т. 46, вып. 1.
4. Крайко А. Н. О поверхностях разрыва в среде, лишенной «собственного» давления // ПММ.— 1979.— Т. 43, вып. 3.
5. Клебанов Л. А., Крошилин А. Е. и др. О гиперболичности, устойчивости и корректности задачи Коши для системы уравнений двухскоростного движения двухфазных сред // ПММ.— 1982.— Т. 46, вып. 1.
6. Марбл Ф. Е. Динамика запыленных газов // Механика.— М.: Мир, 1971.— № 6 (130).
7. Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках.— Киев: Наук. думка, 1972.
8. Шрайбер А. А., Милютин В. Н., Яценко В. П. Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твердым полидисперсным веществом.— Киев: Наук. думка, 1980.
9. Матвеев С. К. Модель газа из твердых частиц с учетом неупругих соударений // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1983.— № 6.
10. Мырнин В. Ф., Хоружников С. Э. Нестационарные волновые процессы в аэрозолях.— Л., 1983.— (Препринт/ФТИ АН СССР; № 864).
11. Мырнин В. Ф., Хоружников С. Э. Кинетическая модель полидисперсных газозвесей // ЖТФ.— 1981.— Т. 51, № 11.
12. Янков Я. Д. Кинетическая теория дисперсных систем // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1980.— № 4.
13. Carlson D. J., Hoglund R. F. Particle drag and heat transfer in rocket nozzles // AIAA J.— 1964.— V. 2, N 11.
14. Жмакин А. И., Фурсенко А. А. Об одном классе монотонных разностных схем сквозного счета // ЖВММФ.— 1980.— Т. 20, № 4.
15. Губайдулин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Модифицированный метод «крупных частиц» для расчета нестационарных волновых процессов в многофазных средах // ЖВММФ.— 1977.— Т. 17, № 6.

Поступила 28/V 1986 г.

УДК 532.529

## ДВУХФАЗНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ С НЕСЖИМАЕМОЙ НЕСУЩЕЙ ФАЗОЙ НА ПЛАСТИНЕ ПРИ ВДУВЕ И ОТСОСЕ ГАЗА С ПОВЕРХНОСТИ

А. М. Гришин, В. И. Забарин

(Томск)

Двухфазные течения в пограничном слое около тел различной формы теоретически исследованы в [1—3]. В [1] на основе асимптотического анализа при больших числах Рейнольдса системы уравнений двухфазного течения получены уравнения двухфазного пограничного слоя в четырех характерных случаях. Структура пограничного слоя с несжимаемой несущей фазой на непроницаемой неподвижной поверхности пластины исследована в [2]. Влияние пограничного слоя на траектории частиц при обтекании сферы несжимаемым газом в режиме «одиночных частиц» рассмотрено в [3].

В данной работе численно исследуется течение в двухфазном пограничном слое около пластины при наличии вдува и отсоса газа с поверхности. Из асимптотического анализа исходных уравнений движения двухфазной среды при больших числах Рейнольдса получено граничное условие для поперечной компоненты скорости частиц на внешней границе пограничного слоя.

Показано, что наличие отсоса газа устраняет слой повышенной плотности частиц в пограничном слое и ведет к перестройке качественной картины течения. В коэффициенте трения появляется добавка за счет потока частиц на поверхность. При вдуве газа с поверхности вблизи пластины образуется слой чистого газа, а внутри пограничного слоя образуется поверхность разрыва параметров — пелена.

**1. Постановка задачи.** Уравнения ламинарного движения двухфазной смеси в пограничном слое около плоской пластины, параллельной набегающему потоку, в предположениях малой объемной доли химически инертных сферических частиц, изотермичности процесса, малости отличия локальных характеристик от среднеобъемных, физической плотности частиц, намного большей плотности несущей фазы, несущественности броуновского движения частиц и при малых числах Маха записываются следующим образом [1]:

$$(1.1) \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \rho_s u_s}{\partial x} + \frac{\partial \rho_s v_s}{\partial y} = 0,$$