УДК 532.591:539.3:534.1

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА О ВОЗДЕЙСТВИИ НЕСКОЛЬКИХ УДАРНЫХ ИМПУЛЬСОВ НА ВЯЗКОУПРУГУЮ ПЛАСТИНУ, ПЛАВАЮЩУЮ НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ

А. В. Погорелова

Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, 681005 Комсомольск-на-Амуре
E-mail: milova@yandex.ru

Рассматривается влияние совокупности последовательных и одновременных импульсных нагрузок на прогиб и напряжения ледяного покрова жидкости. Анализируется влияние глубины водоема, толщины пластины, режима нагружения импульсами и расстояния между ними на высоту изгибно-гравитационной волны и изгибающие напряжения в пластине.

Ключевые слова: плавающая вязкоупругая пластина, импульсная нагрузка, напряженно-деформированное состояние, изгибно-гравитационная волна.

Одним из способов разрушения ледяного покрова является его подрыв. Для увеличения области разрушения часто используется несколько зарядных устройств, расположенных на определенном расстоянии друг от друга и приводимых в действие одновременно либо поочередно. Поэтому большой интерес представляет задача об использовании интерференции изгибно-гравитационных волн, распространяющихся от различных источников нагрузки на ледяной покров [1].

Поведение ледяного покрова под действием ударной нагрузки активно изучается на протяжении последних десятилетий (см., например, работы [2, 3] и библиографию к ним). Обзор исследований волнообразования в ледяном покрове и поведения на волнах очень больших плавающих структур (very large floating structure (VLFS)) содержится в работе [4]. Среди последних работ, посвященных изучению воздействия ударного импульса на ледяной покров, отметим работы [5–9]. Наряду с исследованиями импульсной нагрузки на бесконечную пластину изучаются изгибно-гравитационные колебания упругой пластины конечных размеров, подвергаемой периодической нагрузке [10–12].

В настоящей работе решается задача о прогибе вязкоупругой пластины, вызванном несколькими одновременными или последовательными импульсными нагрузками, точки приложения которых расположены на определенном расстоянии друг от друга.

1. Рассматриваемая задача является плоской. Пусть на поверхности идеальной несжимаемой жидкости плавает бесконечная вязкоупругая ледяная пластина, которая сначала находится в состоянии равновесия, а затем в моменты времени $t_1, t_2, \ldots, t_n$ нагружается ударными импульсами $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$. Рассматривается нечетное количество импульсов, точки приложения которых находятся на расстоянии l друг от друга. Начало системы координат совмещено с точкой приложения импульса Y_i, расположенного в середине ряда импульсов $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ (в частном случае, если импульс одиночный, начало координат совмещено с точкой приложения этого импульса), ось Ox находится на невозмущенной поверхности раздела пластина — жидкость, ось Oz направлена вверх. Движение жидкости полагается потенциальным, а ее плотность — равной ρ_2.

Согласно работам [13, 14] для льда принимается закон деформирования линейной упругозапаздывающей среды Кельвина — Фойгта.

По аналогии с работой [2] полагается, что для описания прогиба ледяной пластины можно использовать метод суперпозиции ее волновых возмущений, вызванных нагружением ударными импульсами $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$, приложенными в точках $x_1, x_2, \ldots, x_n$. В этом случае дифференциальное уравнение малых колебаний плавающей пластины записывается в виде

$$\Big(\frac{Gh^3}{3}\Big(1+\tau_{\text{K}}\,\frac{\partial}{\partial t}\Big)\frac{\partial^4}{\partial x^4}+\rho_1 h\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}+\rho_2 g\Big)w+\rho_2\,\frac{\partial\Phi}{\partial t}\Big|_{z=0}=-\sum_{r=1}^{n}Y_0\delta(x-x_r)\delta(t-t_r), \qquad (1.1)$$

где $G = 0{,}5E/(1+\nu)$ — модуль упругости льда при сдвиге; E — модуль упругости льда при растяжении и сжатии; ν — коэффициент Пуассона льда; $h(x)$, $\rho_1(x)$ — толщина и плотность льда соответственно; τ_{K} — время релаксации деформаций льда, или “время запаздывания” [13, 14]; $w(x,t)$ — прогиб ледяной пластины, вызванный ударными импульсами $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$; $\Phi(x,z,t)$ — функция потенциала скорости жидкости, удовлетворяющая уравнению Лапласа $\Delta\Phi = 0$; $Y_0\delta(x-x_r)\delta(t-t_r)$ — функция ударного импульса, приложенного в точке x_r в момент времени t_r; $\delta(x)$, $\delta(t)$ — дельта-функции Дирака; g — ускорение свободного падения. В дальнейшем величины ρ_1, h полагаются постоянными. В качестве расчетных величин модуля сдвига G и плотности пластины ρ_1 следует принимать их приведенные значения, определяемые как интегральные величины по толщине пластины.

Начальные условия для функции $w(x,t)$ являются однородными:

$$w(x,0)=\dot w(x,0)=0.$$

Линеаризованное кинематическое условие на поверхности раздела лед — вода имеет вид

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z}\Big|_{z=0}=\frac{\partial w}{\partial t}. \qquad (1.2)$$

Граничное условие на дне водоема для функции потенциала скорости жидкости $\Phi(x,z,t)$ записывается в виде

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z}\Big|_{z=-H}=0, \qquad (1.3)$$

где $H = H_1 - b$; H_1 — глубина водоема; $b = \rho_1 h/\rho_2$ — глубина погружения льда при статическом равновесии.

2. При аналитическом решении задачи полагается, что функции $w(x,t)$, $\Phi(x,z,t)$ удовлетворяют необходимым условиям для применения к ним преобразования Фурье по переменной x:

$$w_{\text{F}}(\gamma,t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\exp\,(-i(\gamma x))w(x,t)\,dx,$$

$$\Phi_{\text{F}}(\gamma,z,t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\exp\,(-i(\gamma x))\Phi(x,z,t)\,dx.$$

Аналогично [7, 8, 13] применим к уравнению (1.1) преобразование Фурье с использованием условий (1.2), (1.3), в результате получаем следующее уравнение второго порядка для трансформанты w_{F}:

$$\ddot w_{\text{F}}m(\gamma)+\dot w_{\text{F}}k(\gamma)+w_{\text{F}}c(\gamma)=-\sum_{r=1}^{n}\frac{Y_0\exp\,(-ix_r\gamma)}{\sqrt{2\pi}}\,\delta(t-t_r), \qquad (2.1)$$

где

$$k(\gamma) = \tau_{\text{K}} \frac{Gh^3\gamma^4}{3}, \qquad m(\gamma) = \rho_1 h + \frac{\rho_2}{\gamma \operatorname{th}(\gamma H)}, \qquad c(\gamma) = \rho_2 g + \frac{Gh^3\gamma^4}{3}.$$

Используя преобразование Лапласа и однородные начальные условия, из уравнения (2.1) для функции w_{F} получаем

$$w_{\text{F}} = \sum_{r=1}^{n} Y_0 w_{r\text{F}} \exp(-ix_r\gamma),$$

где

$$w_{r\text{F}} = \begin{cases} -\dfrac{1}{\sqrt{cm - k^2/4}} \exp\Big(-\dfrac{k(t-t_r)}{2m}\Big) \sin\Big(\dfrac{t-t_r}{m}\sqrt{cm - \dfrac{k^2}{4}}\Big), & cm - \dfrac{k^2}{4} > 0, \\ -\dfrac{1}{\sqrt{k^2/4 - cm}} \exp\Big(-\dfrac{k(t-t_r)}{2m}\Big) \operatorname{sh}\Big(\dfrac{t-t_r}{m}\sqrt{\dfrac{k^2}{4} - cm}\Big), & \dfrac{k^2}{4} - cm > 0, \\ -\dfrac{t-t_r}{m} \exp\Big(-\dfrac{k(t-t_r)}{2m}\Big), & cm - \dfrac{k^2}{4} = 0. \end{cases}$$

После применения обратного преобразования Фурье искомая функция $w(x,t)$ записывается в виде

$$w(x,t) = \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{\pi} \int_0^\infty Y_0 w_{r\text{F}} \cos(\gamma(x - x_r))\, d\gamma. \tag{2.2}$$

Для вычисления изгибающих напряжений используется формула

$$\sigma(x,t) = -2Gh\Big(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + \tau_{\text{K}} \frac{\partial^3 w(x,t)}{\partial t\, \partial x^2}\Big). \tag{2.3}$$

3. Вычисления по формулам (2.2), (2.3) проводились при следующих значениях параметров ледяной пластины и водоема: $\rho_2 = 1000$ кг/м^3, $\rho_1 = 900$ кг/м^3, $\nu = 1/3$, $E = 5 \cdot 10^9$ Н/м^2, $h = 0{,}5 \div 2{,}5$ м, $H = 1 \div 500$ м, $\tau_{\text{K}} = 0{,}69$ с, $Y_0 = 5 \cdot 10^4$ Н/м^2. Значение времени релаксации τ_{K} выбиралось в соответствии с экспериментальными данными [15].

Рассматриваются следующие режимы нагружения импульсами $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$:

— последовательный (импульсы активизируются в последовательности их расположения $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$);

— последовательно-встречный (в начальный момент активизируются импульсы, расположенные по краям ряда Y_1 и Y_n, затем — Y_2 и Y_{n-1}, и так далее, последним активизируется импульс, находящийся в середине ряда импульсов);

— одновременный (в начальный момент времени активизируются все импульсы $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$);

— одиночный (один импульс активизируется в начальный момент времени).

Для расчета временнóго интервала между импульсами при последовательном и последовательно-встречном режимах используется формула

$$T = l/u, \tag{3.1}$$

где u — предполагаемая скорость распространения наибольшего прогиба изгибно-гравитационной волны в ледяном покрове.

На рис. 1 показаны прогибы ледяной пластины при различных режимах нагружения тремя импульсами для глубины водоема $H = 5$ м и толщины ледяного покрова $h = 0{,}5$ м.

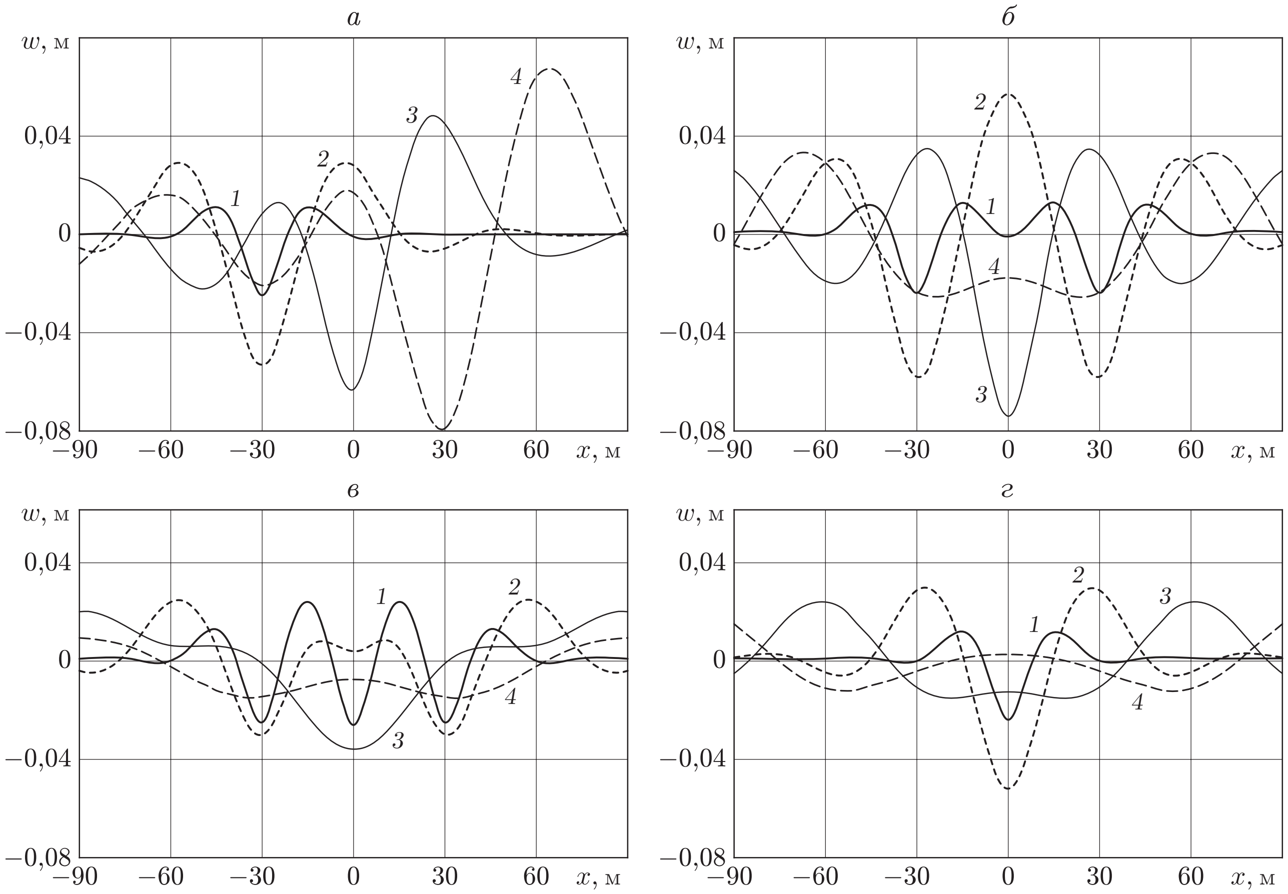

Рис. 1. Зависимость прогибов ледяной пластины от координаты x при $H = 5$ м, $h = 0{,}5$ м и различных режимах нагружения:

а–в — нагружение тремя импульсами: *а* — последовательный режим ($x_1 = -30$ м, $t_1 = 0$; $x_2 = 0$, $t_2 = 4{,}29$ с; $x_3 = 30$ м, $t_3 = 8{,}58$ с); *б* — последовательно-встречный режим ($x_1 = -30$ м, $t_1 = 0$; $x_2 = 0$, $t_2 = 4{,}29$ с; $x_3 = 30$ м, $t_3 = 0$); *в* — одновременный режим ($x_1 = -30$ м, $x_2 = 0$, $x_3 = 30$ м, $t_1 = t_2 = t_3 = 0$); *г* — нагружение одиночным импульсом ($x_1 = 0$, $t_1 = 0$); *1* — $t = 0{,}1$ с; *2* — $t = 1$ с; *3* — $t = 5$ с; *4* — $t = 10$ с

В предположении, что в условиях мелкой воды скорость изгибно-гравитационной волны приближенно равна $u = \sqrt{gH}$ [3, 13], временной интервал между срабатыванием ударных импульсов для последовательного и последовательно-встречного режимов рассчитывается по формуле (3.1).

Анализ рис. 1 показывает, что при последовательном и последовательно-встречном режимах нагружения прогибы ледяного покрова больше, чем в случае одновременного режима. Это обусловлено тем, что при последовательном и последовательно-встречном режимах (см. рис. 1,*а,б*) каждый последующий импульс прикладывается к заданной точке пластины приблизительно в тот момент, когда этой точки достигает подошва наибольшего прогиба изгибно-гравитационной волны. Таким образом, каждый последующий импульс приводит к увеличению амплитуды прогиба ледяной пластины. Это подтверждается модельными экспериментами [1]. Анализ поведения прогиба ледяного покрова при одновременном режиме нагружения (см. рис. 1,*в*) показывает, что с течением времени изгибно-гравитационные волны, распространяющиеся от каждого источника импульса, гасят друг друга, при этом абсолютная величина прогиба сопоставима с величиной прогиба в случае нагружения одиночным импульсом (см. рис. 1,*г*).

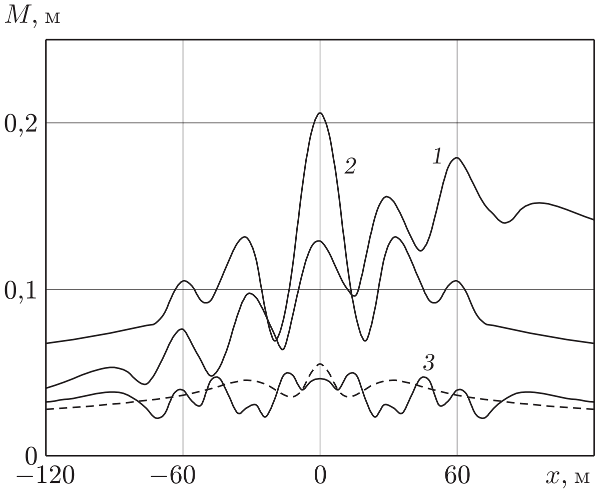

Рис. 2. Зависимость высоты изгибно-гравитационной волны от координаты x при $H = 5$ м, $h = 0{,}5$ м и различных режимах нагружения:
1–3 — нагружение пятью импульсами: *1* — последовательный режим ($t_1 = 0$, $t_2 = 4{,}29$ с, $t_3 = 8{,}57$ с, $t_4 = 12{,}86$ с, $t_5 = 17{,}14$ с); *2* — последовательно-встречный ($t_1 = t_5 = 0$, $t_2 = t_4 = 4{,}29$ с; $t_3 = 8{,}57$ с); *3* — одновременный режим ($t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = t_5 = 0$); штриховая линия — нагружение одиночным импульсом ($x_1 = 0$, $t_1 = 0$)

Очевидно, что с течением времени t прогиб пластины $w(x,t)$ в любой точке x достигает наибольшего и наименьшего значений. Разность наибольшего и наименьшего значений прогиба $w(x,t)$ в заданной точке x будем называть высотой изгибно-гравитационной волны в точке x и обозначать $M(x)$.

На рис. 2 при $H = 5$ м и $h = 0{,}5$ м представлены зависимости $M(x)$ для последовательного, последовательно-встречного и одновременного режимов срабатывания пяти ударников, расположенных в точках $x_1 = -60$ м, $x_2 = -30$ м, $x_3 = 0$, $x_4 = 30$ м, $x_5 = 60$ м. Для сравнения показана высота изгибно-гравитационной волны в случае одиночного импульса, приложенного в момент $t_1 = 0$ в точке $x_1 = 0$ (штриховая линия на рис. 2). Временной интервал между срабатыванием ударных импульсов для случаев последовательного и последовательно-встречного нагружения рассчитывался по формуле (3.1) при $u = \sqrt{gH}$.

На рис. 2 видно, что по сравнению с одновременным режимом срабатывания ударных импульсов последовательный и последовательно-встречный режимы приводят к увеличению высоты изгибно-гравитационной волны $M(x)$ более чем в четыре раза. Высота волны $M(x)$ достигает максимальных значений в точках приложения последних импульсов для последовательного ($x = 60$ м) и последовательно-встречного режимов ($x = 0$). При этом величина $M(0)$ для последовательно-встречного режима больше, чем величина $M(60)$ для последовательного режима. В случае одновременного срабатывания пяти импульсов максимальная высота волны сравнима с высотой волны в случае нагружения одиночным импульсом, а воздействие импульса распространяется на более широкую область.

Проанализируем влияние скорости u в формуле для расчета временного интервала (3.1) на максимальную высоту волны M_* при воздействии пяти импульсов, точки приложения которых расположены на расстоянии друг от друга $l = 30$ м ($x_1 = -60$ м, $x_2 = -30$ м, $x_3 = 0$, $x_4 = 30$ м, $x_5 = 60$ м).

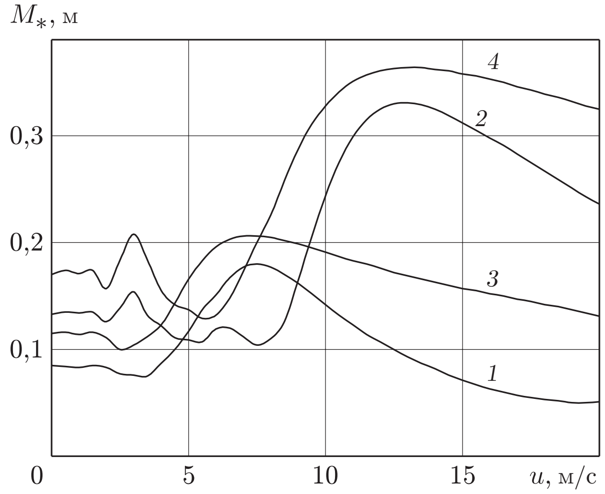

Рис. 3

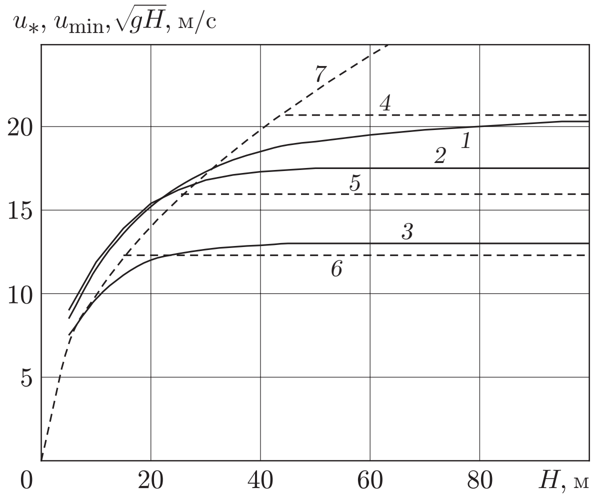

Рис. 4

Рис. 3. Зависимость максимальной высоты изгибно-гравитационной волны M_* от скорости u для последовательного (*1, 2*) и последовательно-встречного (*3, 4*) режимов нагружения при $h = 0{,}5$ м и различных значениях H:
1, 3 — $H = 5$ м, *2, 4* — $H = 100$ м

Рис. 4. Зависимости скорости u_* (*1–3*), $u = u_{\min}$ (*4–6*), $u = \sqrt{gH}$ (*7*) от глубины водоема H:
1, 4 — $h = 2$ м, *2, 5* — $h = 1$ м, *3, 6* — $h = 0{,}5$ м

На рис. 3 при $h = 0{,}5$ м приведены значения высоты волны $M_* = M(60)$ для последовательного режима нагружения (кривые *1, 2*) и $M_* = M(0)$ для последовательно-встречного режима (кривые *3, 4*). Видно, что при любых значениях скорости u в случае последовательно-встречного режима высота волны больше, чем в случае последовательного режима. Это подтверждается модельными экспериментами [1]. Путем выбора скорости u наибольшее значение высоты изгибно-гравитационной волны в случае глубокой воды можно существенно увеличить по сравнению со случаем мелкой воды. Заметим, что кривые *1, 2* (последовательный режим) имеют более четко выраженные максимумы, чем кривые *3, 4* (последовательно-встречный режим). В случае $h = 0{,}5$ м эти максимальные значения имеют место при $u \approx \sqrt{gH}$ для мелкой воды и при $u \approx u_{\min}$ для глубокой воды ($u_{\min} = 2(Dg^3/(27\rho_2))^{1/8}$ — минимальная фазовая скорость изгибно-гравитационных волн ледяного покрова для водоема большой глубины [3, 13]; $D = Eh^3/(12(1-\nu^2))$ — цилиндрическая жесткость пластины (при $h = 0{,}5$ м и $E = 5 \cdot 10^9$ Н/м^2 $u_{\min} \approx 12{,}3$ м/с)).

Обозначим через u_* значение скорости u распространения наибольшего прогиба изгибно-гравитационной волны, соответствующее наибольшему значению M_* при последовательном режиме. Очевидно, что величина u_* должна зависеть от параметров ледяного покрова и глубины водоема.

На рис. 4 представлены зависимости скоростей u_*, $u = u_{\min}$, $u = \sqrt{gH}$ от глубины водоема H при различной толщине ледяного покрова h. Видно, что в случае мелкой воды высота волны достигает максимума при значениях u, на $10 \div 20$ % превышающих значение $u = \sqrt{gH}$ (это подтверждают модельные эксперименты [1]), в случае глубокой воды — при $u \approx u_{\min}$. Таким образом, для увеличения высоты изгибно-гравитационной волны при использовании последовательного (или последовательно-встречного) режима активации импульсных нагрузок временной интервал T между импульсами необходимо

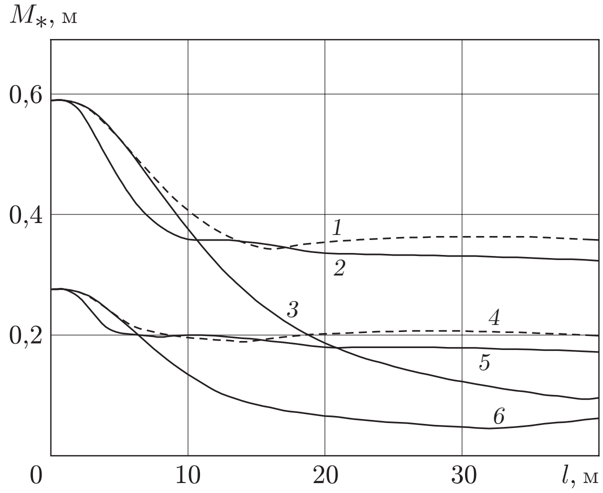

Рис. 5. Зависимость максимальной высоты волны M_* от расстояния между точками приложения импульсов l при $h = 0{,}5$ м и различных режимах активации пяти импульсов:

1, 4 — последовательно-встречный режим, *2, 5* — последовательный режим, *3, 6* — одновременный режим; *1–3* — $u = u_{\min}$, $H = 100$ м, *4–6* — $u = \sqrt{gH}$, $H = 5$ м

рассчитывать с учетом скорости распространения этой волны $u \approx (1{,}1 \div 1{,}2)\sqrt{gH}$ для мелкой воды и $u = u_{\min}$ для глубокой воды. Заметим, что зависимости $u_*(H)$ на рис. 4 соответствуют значениям критических скоростей перемещения постоянной нагрузки по ледяному покрову [3, 13].

На рис. 5 для $h = 0{,}5$ м приведена зависимость максимальной высоты волны M_* от расстояния между точками приложения импульсов l при различных режимах активации пяти импульсов для $u = u_{\min}$, $H = 100$ м (кривые *1–3*) и $u = \sqrt{gH}$, $H = 5$ м (кривые *4–6*). Максимальные значения высоты волны M_* при последовательном (кривые *2, 5*) и последовательно-встречном режимах (кривые *1, 4*) вычисляются в точках приложения последних импульсов, при одновременном режиме (кривые *3, 6*) — в точке приложения импульса, расположенного в середине ряда импульсов. Как следует из рис. 2, сложно выделить точку x, в которой высота волны принимает наибольшее значение при одновременном режиме, поэтому для результатов, представленных на рис. 5, при одновременном режиме использовалось значение высоты волны в одной из точек локального максимума, а именно в точке приложения импульса, расположенного в середине ряда импульсов.

Анализ рис. 5 показывает, что изгибно-гравитационная волна в ледяном покрове толщиной $h = 0{,}5$ м достигает наибольшей высоты, в случае если расстояние между точками приложения импульсов $l \leqslant 1$ м. При этом выбор режима не влияет на максимальный прогиб ледяного покрова. Для малых расстояний между импульсами (при $h = 0{,}5$ м 1 м $< l < 3$ м для мелкой воды, 1 м $< l < 5$ м для глубокой воды) высота волны в случае одновременного и последовательно-встречного режимов одна и та же и превышает высоту волны в случае последовательного режима. При увеличении расстояния между импульсами последовательный режим становится сопоставимым с последовательно-встречным, в то время как одновременный режим менее эффективен, по крайней мере, в тех случаях, когда расстояние между точками приложения импульсов l не равно длине волны.

На рис. 5 видно, что высота волны в случае последовательно-встречного режима нагружения больше, чем в случае одновременного режима, при всех l, за исключением области малых расстояний l, в которой высота волны при указанных режимах одинакова.

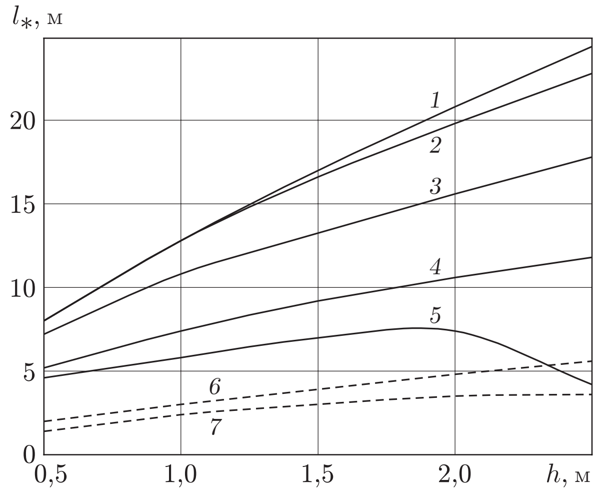

Рис. 6. Зависимость критического расстояния между точками приложения импульсов l_* от толщины ледяного покрова h при различной глубине водоема: *1* — $H = 500$ м, *2, 6* — $H = 100$ м, *3* — $H = 25$ м, *4, 7* — $H = 5$ м, *5* — $H = 1$ м; штриховые кривые — минимальные значения l_*, при которых наибольшее значение $S(x)$ для последовательно-встречного режима нагружения пятью импульсами превышает наибольшее значение $S(x)$ для одновременного режима более чем на 5 %

Выберем значение l_* таким образом, чтобы при $l \geqslant l_*$ максимальное значение высоты изгибно-гравитационной волны M_* при последовательно-встречном режиме превышало аналогичное значение для одновременного режима более чем на 5 %. На рис. 6 представлена зависимость расстояния l_* от толщины ледяного покрова h при различной глубине водоема. Видно, что для множества всех значений h и l в области, лежащей выше кривых *1–5* на рис. 6, высота изгибно-гравитационной волны при последовательно-встречном режиме больше, чем при одновременном режиме. В области, лежащей ниже кривых *1–5*, максимальная высота волны при указанных режимах примерно одинакова. Назовем эту область областью применимости одновременного режима. Из рис. 6 следует, что в случае большой глубины водоема H данная область расширяется при увеличении толщины ледяного покрова h. В случае малых глубин водоема H при любой толщине ледяного покрова h область применимости одновременного режима ограничена малыми расстояниями l между точками приложения импульсов.

Рассмотрим поведение изгибающего напряжения $\sigma(x,t)$ в точках, соответствующих максимальной высоте волны M_*. Из формул (2.2), (2.3) следует, что при $\tau_{\text{К}} \neq 0$ $\sigma(x,t) \xrightarrow{t\to t_r} \infty$. Однако численные расчеты показывают, что несобственный интеграл $\int\limits_0^\infty \sigma(x,t)\,dt$ является сходящимся для любого конечного числа импульсов, приложенных к пластине. Поэтому для анализа влияния нескольких импульсов на изгибающие напряжения вводится интегральный показатель напряжений в пластине

$$S(x) = \int\limits_0^\infty |\sigma(x,t)|\,dt,$$

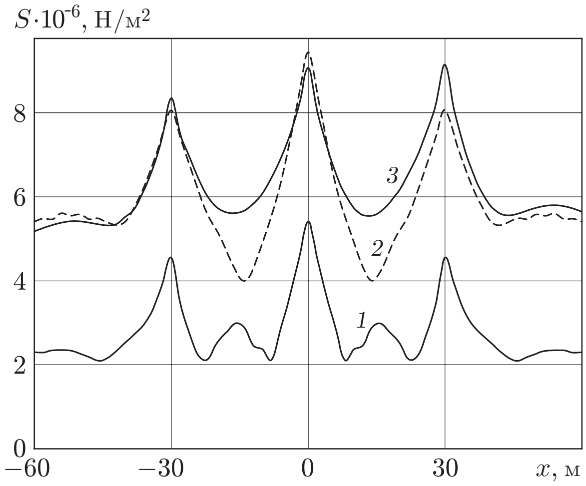

Рис. 7. Зависимость интегрального показателя напряжения S от координаты x в пластине при $H = 5$ м, $h = 0{,}5$ м и различных режимах нагружения тремя импульсами, расположенными в точках $x_1 = -30$ м, $x_2 = 0$, $x_3 = 30$ м:
1 — одновременный режим ($t_1 = t_2 = t_3 = 0$); *2* — последовательно-встречный ($t_1 = t_3 = 0$, $t_2 = 4{,}29$ с); *3* — последовательный режим ($t_1 = 0$, $t_2 = 4{,}29$ с, $t_3 = 8{,}57$ с)

при вычислении которого сначала суммируются все изгибающие напряжения в пластине, полученные в результате воздействия нескольких импульсов, а затем находится несобственный интеграл от абсолютного значения полученной величины.

На рис. 7 приведены зависимости $S(x)$ для трех импульсов, приложенных к пластине в точках $x_1 = -30$ м, $x_2 = 0$, $x_3 = 30$ м, при глубине водоема $H = 5$ м и толщине ледяного покрова $h = 0{,}5$ м. Временной интервал между последовательным воздействием импульсов рассчитывался по формуле (3.1) при $u = \sqrt{gH}$. Видно, что при последовательном и последовательно-встречном режимах нагружения напряжения в пластине в два раза больше, чем при одновременном приложении импульсов. В точках приложения импульсов, соответствующих максимальным значениям высоты волны M_*, интегральный показатель напряжений $S(x)$ также принимает максимальные значения.

Анализ влияния глубины водоема, толщины ледяного покрова и режима приложения импульсов на зависимость $S(x)$ показывает, что наибольшие значения интегрального показателя изгибающих напряжений $S(x)$, так же как высоты волны, имеют место при последовательно-встречном режиме нагружения. При этом диапазон значений параметра l, в котором величина $S(x)$ при одновременном режиме нагружения принимает такие же большие значения, как при последовательно-встречном режиме, ограничивается малыми расстояниями между точками приложения импульсов. Это подтверждает рис. 6, где показаны минимальные значения l_*, при которых наибольшее значение $S(x)$ при последовательно-встречном режиме приложения пяти импульсов превышает аналогичное значение для одновременного режима более чем на 5 % (кривые *6, 7* для $H = 100$, 5 м соответственно).

На рис. 8 показаны зависимости максимальных высоты волны M_* и интегрального показателя S_* от глубины водоема H при последовательно-встречном режиме воздействия пяти импульсов, расположенных на расстоянии друг от друга $l = 30$ м. Видно, что увеличение глубины водоема от значения $H = 5$ м до значения $H = 100$ м приводит к существенному (почти в два раза) увеличению высоты волны, однако практически не влияет на изгибные напряжения в ледяном покрове.

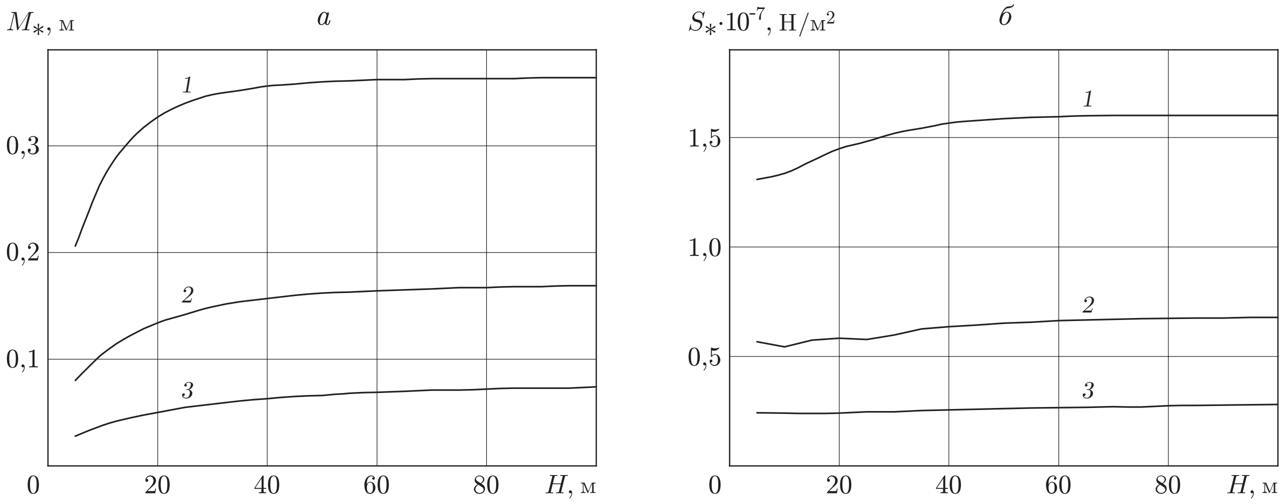

Рис. 8. Зависимости максимальной высоты волны M_* (a) и максимального показателя изгибных напряжений в пластине (*б*) от глубины водоема H при различных значениях толщины ледяного покрова:
1 — $h = 0{,}5$ м; *2* — $h = 1$ м; *3* — $h = 2$ м

Заметим, что увеличение мощности одиночного импульса приводит к увеличению изгибного напряжения в точке приложения нагрузки, при этом в непосредственной окрестности данной точки величина изгибного напряжения может превысить предел прочности льда на изгиб и вызвать разрушение пластины, однако область разрушения будет незначительной.

4. Полученные результаты подтверждают предположения, сделанные в работе [1], о том, что последовательный и последовательно-встречный режимы импульсных нагрузок позволяют увеличить амплитуду прогиба ледяного покрова и изгибное напряжение в нем по сравнению с одновременным режимом воздействия импульсов. Однако это возможно только в случае, если расстояние между точками приложения импульсов больше некоторого значения l_*, зависящего от глубины водоема и толщины ледяного покрова. Если расстояние между точками приложения импульсов меньше l_*, то высота волны и изгибающие напряжения при одновременном режиме принимают такие же значения, как при последовательно-встречном режиме.

Максимальных значений высота волны и изгибающие напряжения достигают в точках приложения импульсов, причем при последовательном и последовательно-встречном режимах наибольшие значения этих параметров имеют место в точках приложения последних импульсов.

Для оптимизации использования последовательного и последовательно-встречного режимов временные интервалы между импульсами должны рассчитываться по формуле (3.1) при значении скорости $u \approx (1{,}1 \div 1{,}2)\sqrt{gH}$ для мелкой воды или $u \approx u_{\min}$ для глубокой воды. Высота волны и изгибающие напряжения при последовательно-встречном режиме нагружения больше, чем при последовательном режиме.

Увеличение глубины водоема хотя и приводит к увеличению высоты изгибно-гравитационной волны в точках приложения импульсов, но не вносит существенных изменений в изгибающие напряжения в ледяном покрове.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Козин В. М.** Резонансный метод разрушения ледяного покрова. Изобретения и эксперименты. М.: Акад. естествознания, 2007.
2. **Kerr A. D.** The bearing capacity of floating ice plates subjected to static or quasi-static loads // J. Glaciology. 1976. V. 17, N 76. P. 229–268.
3. **Squire V. A.** Moving loads on ice plates / V. A. Squire, R. J. Hosking, A. D. Kerr, P. J. Langhorne. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1996.
4. **Squire V. A.** Synergies between VLFS hydroelasticity and sea ice research // Intern. J. Offshore Polar Engng. 2008. V. 18, N 4. P. 241–253.
5. **Lu D. Q., Dai S. Q.** Generation of transient waves by impulsive disturbances in an inviscid fluid with an ice-cover // Arch. Appl. Mech. 2006. V. 76. P. 49–63.
6. **Lu D. Q., Dai S. Q.** Flexural- and capillary-gravity waves due to fundamental singularities in an inviscid fluid of finite depth // Intern. J. Engng Sci. 2008. V. 46, N 3. P. 1183–1193.
7. **Kozin V. M., Pogorelova A. V.** Mathematical modeling of shock loading of a solid ice cover // Intern. J. Offshore Polar Engng. 2006. V. 16, N 1. P. 1–4.
8. **Ткачева Л. А.** Движение системы сейсмоисточников под действием импульса на льду водоема // ПМТФ. 2007. Т. 48, № 2. С. 147–155.
9. **Жесткая В. Д., Козин В. М.** Численное решение задачи о воздействии ударного импульса на ледяной покров // ПМТФ. 2008. Т. 49, № 2. С. 152–159.
10. **Ткачева Л. А.** Воздействие периодической нагрузки на плавающую упругую пластину // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2005. № 2. С. 132–146.
11. **Стурова И. В., Коробкин А. А.** Плоская задача о воздействии периодической нагрузки на упругую пластину, плавающую на поверхности бесконечно глубокой жидкости // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 3. С. 61–72.
12. **Коробкин А. А., Хабахпашева Т. И.** Построение точных решений в задаче о плавающей пластине // Прикл. математика и механика. 2007. Т. 71, вып. 2. С. 321–328.
13. **Хейсин Д. Е.** Динамика ледяного покрова. Л.: Гидрометеоиздат, 1967.
14. **Фрейденталь А., Гейрингер Х.** Математические модели неупругой сплошной среды. М.: Физматгиз, 1962.
15. **Takizava T.** Deflection of a floating sea ice sheet induced by a moving load // Cold Regions Sci. Technol. 1985. V. 11. P. 171–180.

Поступила в редакцию 23/X 2008 г.,
в окончательном варианте — 10/IV 2009 г.