

## ВЛИЯНИЕ СКОРОСТИ РЕАКЦИИ ЗАРОЖДЕНИЯ ЦЕПЕЙ НА ПРОЦЕСС ПРЯМОГО ИНИЦИИРОВАНИЯ ДЕТОНАЦИИ

С. А. Хашеми, А. Фаттахи

Инженерный факультет, Отделение машиностроения, Университет Кашана, Кашан, Иран  
hashemi@kashanu.ac.ir

Численно исследовано влияние стадии зарождения цепей на процесс прямого инициирования самоподдерживающейся детонации. Использована трехстадийная кинетическая модель химических реакций, состоящая из стадий зарождения, разветвления и обрыва цепей. Для каждой стадии определены характерные времена, зависящие от различных кинетических параметров. Показано, что характерное время реакции зарождения цепей  $\tau_I$  является параметром, определяющим минимальное допустимое давление в ударной волне. Обнаружено, что минимальное давление ударной волны на стадии ее затухания в критическом режиме инициирования стремится к давлению Неймана с ростом  $\tau_I$ . В результате при больших значениях  $\tau_I$  критический режим инициирования аналогичен сверхкритическому. С другой стороны, механизм усиления исходной ударной волны на стадии ее ослабления зависит от  $\tau_I$ .

Ключевые слова: инициирование детонации, энергия инициирования, скорость реакции, характерное время, зарождение цепи.

### ВВЕДЕНИЕ

При прямом или взрывном инициировании, когда в малом объеме горючей смеси быстро выделяется большое количество энергии, происходит формирование детонации. Если энергии зажигающего устройства достаточно, то позади фронта инициирующей взрывной волны горючая смесь быстро самовоспламеняется и образуется детонационная волна, которая затем распространяется в режиме Чепмена — Жуге (ЧЖ). При прямом инициировании энергия источника — это единственный параметр, который определяет, возникает детонация или нет. Если в горючую смесь вводится критическая энергия инициирования (минимальная энергия, необходимая для инициирования детонации), то сначала формируется пересжатая детонация, при которой фронт ударной волны связан с фронтом волны химических реакций (пламя), при этом они перемещаются как единое целое. Затем скорость этой волны падает до скорости ниже скорости, соответствующей режиму ЧЖ, при этом фронты ударного скачка и волны химических реакций пространственно разделяются. Период затухания ударной волны длится в тече-

ние некоторого времени и завершается резким ускорением ударного фронта и формированием пересжатой детонационной волны. В конечном итоге из пересжатой волны формируется самоподдерживающаяся детонационная волна. Если энергия инициирования несколько меньше критического значения, то разделение фронтов продолжается и ударная волна в конечном счете превращается в звуковую. Такой режим инициирования называется докритическим. Если энергия инициирования значительно больше критической, то взрывная волна постепенно переходит в установившуюся детонационную волну, соответствующую режиму ЧЖ. Такой режим инициирования называется сверхкритическим [1–4].

В работах [5–7] для численного анализа детонации использовалась одностадийная модель химических реакций с аррениусовской зависимостью скорости реакции. Такая модель проста в применении, однако имеет ряд недостатков. Например, она не позволяет рассчитать размер индукционной зоны и неприменима для моделирования процесса затухания детонации.

В работе [8] впервые выполнено моделирование детонации по экспериментальной двухстадийной модели. На первой стадии, где считалось, что тепловыделение отсутствует, проводилось моделирование индукционной зоны.

На второй стадии процесс полагался обратимым и происходило выделение тепла. В обеих стадиях использовалась аррениусовская зависимость скорости реакции от температуры.

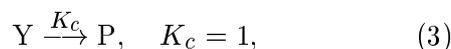
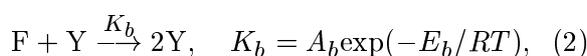
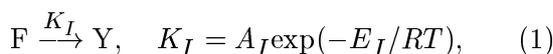
В работе [9] применялась трехстадийная модель, включающая стадии зарождения, разветвления и обрыва цепи. Сравнивая результаты моделирования по одностадийной модели с аррениусовской кинетикой и по трехстадийной модели, авторы работы [9] показали, что существуют различные пути инициирования детонации. В работе [10] исследовалась устойчивость стационарных плоских детонационных волн с использованием трехстадийного механизма реакций. Поскольку в любом механизме реакций определяющую роль играют реакции разветвления цепи, изучалось влияние на устойчивость детонации именно таких реакций. В работе [11] по трехстадийной модели исследовалось влияние реакций разветвления цепей на прямое инициирование детонации. При изменении скорости разветвления цепей наблюдались различные режимы инициирования детонации (критический, докритический и сверхкритический). В результате установлено, что трехстадийный механизм дает более достоверные результаты, чем одностадийный. В работе [12] аналитически изучена структура стационарной детонационной волны с применением модели, предполагающей высокую энергию активации реакции разветвления цепей и низкую скорость реакции зарождения цепей.

Влияние зарождения цепи на устойчивость детонации изучалось в работе [13]. Проведено сравнение характерных времен некоторых элементарных реакций используемого кинетического механизма для системы  $\text{H}_2\text{—O}_2$  при устойчивой и неустойчивой детонации и в случае, когда детонация не возникает. Показано, что в то время, как характерные времена реакций разветвления и обрыва в каждом из этих случаев слабо различаются, характерные времена реакций зарождения цепи отличаются существенно. Это свидетельствует о критической роли стадии зарождения цепи на динамику детонационных волн.

В настоящей работе изучается прямое инициирование самоподдерживающейся плоской детонационной волны при малых скоростях реакции зарождения цепи. Проанализированы некоторые особенности прямого инициирования детонации вблизи детонационного предела.

## КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Использована обобщенная трехстадийная кинетическая модель химических реакций, учитывающая цепное разветвление. Подробное описание этой модели приведено в работе [13]. Модель включает в себя стадии зарождения, разветвления и обрыва цепи:



где F, Y и P — реагент (горючее), радикалы и продукты реакции соответственно,  $K$  — константы скоростей реакций,  $A$  и  $E$  — константы аррениусовских зависимостей,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $T$  — температура.

Скорости этих реакций соответственно равны  $r_I = k_I f$ ,  $r_b = \rho k_b f y$  и  $r_c = k_c y$ , где  $f$  — массовая доля горючего,  $y$  — радикалов,  $k$  — константа скорости реакции,  $\rho$  — плотность. Чтобы изучить влияние стадии инициирования, для каждой стадии введем собственное характерное время:

$$\tilde{\tau}_I \propto \frac{1}{r_I} \approx \frac{1}{A_I \exp(-E_I/RT_s)}, \quad (4)$$

$$\tilde{\tau}_b \propto \frac{1}{r_b} \approx \frac{1}{\rho_s A_b \exp(-E_b/RT_s)}, \quad (5)$$

$$\tilde{\tau}_c \propto \frac{1}{r_c} \approx \frac{1}{A_c}. \quad (6)$$

Здесь и далее индексом  $s$  обозначены параметры после прохождения ударной волны. В настоящей работе эти характерные времена используются в качестве основных кинетических параметров.

## УРАВНЕНИЯ СОХРАНЕНИЯ

В пренебрежении вязкостью, теплопроводностью, диффузией и силой тяжести основные уравнения для потока сжимаемого реагирующего газа принимают вид уравнений Эйлера. Если также пренебречь неоднородностью детонации, то можно перейти к одномерному представлению. В неподвижной системе координат

одномерные уравнения Эйлера в плоской геометрии для течения реагирующего газа имеют следующий вид:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S, \quad (7)$$

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho e \\ \rho f \\ \rho z \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ u(\rho e + p) \\ \rho u f \\ \rho u z \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \rho w_F \\ \rho w_P \end{bmatrix},$$

где переменные  $\rho$ ,  $u$ ,  $p$  и  $e$  — плотность, скорость частиц, давление и полная энергия соответственно,  $w_F$  — скорость расходования реагента,  $w_P$  — скорость образования продукта. Массовая доля радикалов вычисляется следующим образом:  $y = 1 - f - z$ , где  $z$  — массовая доля продукта. Калорическое уравнение состояния идеального газа имеет вид

$$e = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} + \frac{u^2}{2} + Q(1 - z), \quad P = \rho RT, \quad (8)$$

где  $Q$  — тепловыделение на единицу массы реагента,  $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей. Все зависимые переменные обезразмерены относительно соответствующих параметров в исходной горючей смеси. Плотность, давление и скорость отнесены к  $\rho_0$ ,  $\gamma P_0$  и скорости звука  $c_0$  в исходной горючей смеси. В качестве масштаба обезразмеривания времени  $t_c$  выбрано характерное время реакции обрыва цепей ( $\bar{\tau}_c$ ). Таким образом, безразмерное характерное время реакции обрыва цепей обращается в единицу. Величины, характеризующие расстояния, нормированы на характерную длину  $L_c$ , определяемую как произведение  $\bar{\tau}_c c_0$ . Величины  $Q$  и  $E_a$  обезразмерены на  $RT_0$ .

## МЕТОД ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Существует большое количество численных алгоритмов для моделирования высокоскоростных сжимаемых потоков с сильными ударными волнами [14]. Сопоставляя различные алгоритмы, авторы работы [14] пришли к выводу, что наилучшим из них по совокупности разных показателей является кусочно-параболический метод (РРМ), предложенный в работе [15]. Руководствуясь этим, метод РРМ был выбран в

настоящей работе для моделирования газодинамического течения. Этот метод имеет третий порядок точности вблизи разрывов и четвертый порядок для гладких решений. Для отслеживания фронта ударной волны применялся наиболее простой метод — метод «захвата скачка», предложенный в работе [16].

Поскольку все реакции протекают в узкой зоне вблизи фронта ударной волны, то для сокращения времени счета мелкая сетка использовалась только в этой зоне, а в остальной расчетной области — грубая сетка. Для этого применялся метод адаптивного измельчения сетки, предложенный в работе [17]. Суть его состоит в том, что сначала на всю расчетную область наносится грубая сетка, затем в зоне вблизи фронта волны на нее накладываются мелкие сетки. Количество сеток, необходимое для получения окончательного решения, зависит от поведения фронта ударной волны [10].

В настоящей работе при выполнении расчетов сетка последовательно измельчалась до тех пор, пока полученное решение на фронте и за фронтом ударной волны не переставало зависеть от размера ячейки сетки. Расчеты, результаты которых приведены в настоящей работе, выполнены при значении числа Куранта, равном 0.5. Код, разработанный для одностадийной химической модели, был проверен на нескольких тестовых задачах [7]. Код, применяемый в настоящей работе, использует трехстадийную химическую модель и был протестирован ранее в работе [13].

## ПРЯМОЕ ИНИЦИИРОВАНИЕ ДЕТОНАЦИИ

Как и в большинстве ранее опубликованных работ [5, 7, 11], в настоящей работе в качестве начальных условий задавались параметры идеальной сильной ударной волны. В этом случае начальные условия имеют вид автомодельного решения, полученного в работе [18], которое определяет связь между интенсивностью скачка уплотнения (определяемого числом Маха  $M_s$ ), радиусом фронта ударной волны ( $R_s$ ) и безразмерной энергией инициирования  $E_s$  для плоской, цилиндрической и сферической геометрии:

$$E_s = \alpha_j \left( \frac{j+3}{2} \right)^2 \gamma M_s^2 R_s^{j+1}, \quad (9)$$

где  $\alpha_j$  — константа интеграла энергии. В случае плоской геометрии  $\alpha_0 = 2.557$ ;  $j = 0, 1$  и

2 для плоской, цилиндрической и сферической геометрии соответственно. Таким образом, используя это соотношение и зная  $M_s$  и  $R_s$ , можно определить начальную энергию.

Расчеты проводились при следующих значениях параметров:  $A_I = 10^3$ ,  $A_b = 1.6 \cdot 10^4$ ,  $E_b = 15$ ,  $A_c = 1$ ,  $Q = 10$  и  $\gamma = 1.2$ . При этих значениях  $\tau_b = 0.033$ ,  $\tau_c = 1$  и  $\tau_I = 0.001 \exp(E_I/1.89)$ . Существует определенная область значений  $\tau_I$  и  $\tau_b$ , при которых может происходить детонация. При малых  $\tau_I$  значения  $\tau_b$  могут быть большими, и наоборот. Величина  $\tau_b$  выбрана малой, с тем чтобы иметь возможность изучать процесс при больших значениях  $\tau_I$ . Чтобы исследовать прямое инициирование детонации при низкой скорости зарождения цепи, критический режим инициирования изучался как при больших, так и при малых скоростях реакции разветвления цепей. Сравнение этих двух случаев показывает, что стадия зарождения оказывает определенное влияние на процесс прямого инициирования детонации.

#### Высокая скорость реакции зарождения цепей

На рис. 1 представлены зависимости давления за ударной волной  $P_{sh}$  от координаты  $X$  в случаях, когда происходит инициирование детонации при критической энергии и когда оно отсутствует. На рис. 1,а приведены результаты расчета при относительно высокой скорости реакции зарождения цепей ( $\tau_I = 10^8$ ). Когда детонации нет ( $E_0 = 780.35$ ), давление в ударной волне стремительно падает, аналогично случаю сильной ударной волны в не реагирующей смеси. По мере затухания исходной ударной волны с расстоянием тепловыделение за счет химических реакций начинает влиять на ее распространение. Однако фронт волны химических реакций отстает от фронта ударной волны, в результате чего последняя продолжает затухать. При энергии инициирования  $E_0 = 780.36$  наблюдается критический режим (сплошная линия). В этом случае фронты ударной волны и волны реакций сначала разделены. Однако разделение фронтов завершается, как только давление в ударной волне падает до определенного значения ( $P_{sh} \approx 4$ ). Как видно из рис. 1,а, давление в ударной волне сначала затухает, а затем скачкообразно возрастает. При большем времени инициирования детонации при критической энергии ( $\tau_I = 10^{10}$ , рис. 1,б) давление в исходной ударной волне

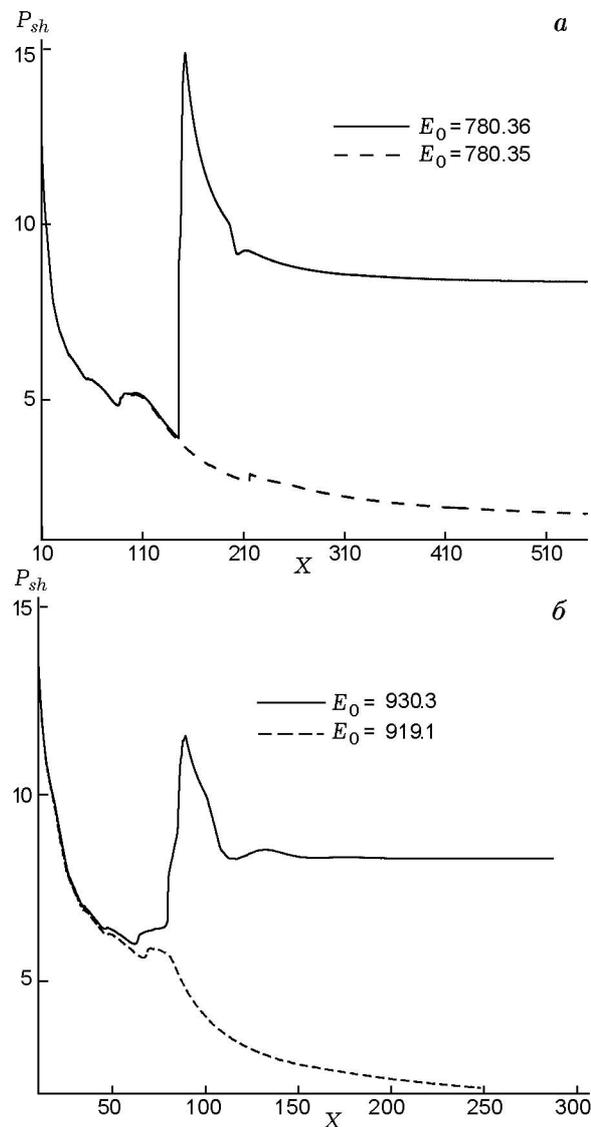


Рис. 1. Критический режим инициирования детонации (сплошная линия) и режим, когда формирования детонации не происходит (штриховая). Расчет выполнен для высокой скорости ( $\tau_I = 10^8$ ) (а) и средней скорости реакции зарождения цепей ( $\tau_I = 10^{10}$ ) (б)

сначала падает до значения  $P_{sh} \approx 6$ , а затем резко увеличивается, однако это возрастание более плавное, чем в предыдущем случае.

#### Низкая скорость реакции зарождения цепей

Критический режим прямого инициирования детонации был реализован при относительно низкой скорости зарождения цепей. На рис. 2,а такой режим представлен для  $\tau_I =$

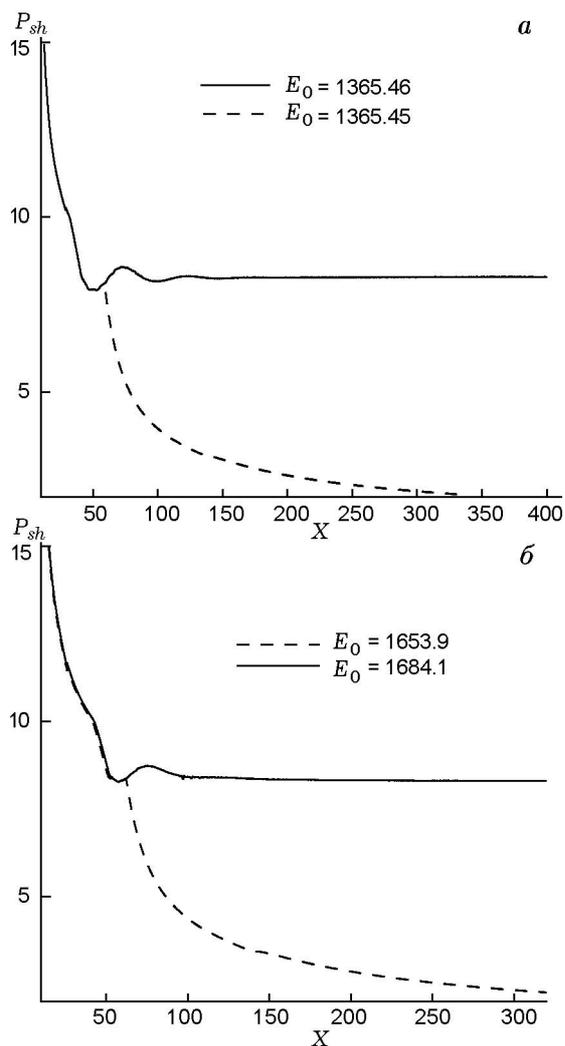


Рис. 2. Критический режим инициирования детонации (сплошная линия) и режим, когда формирования детонации не происходит (штриховая). Расчет выполнен для низкой скорости реакции зарождения цепей ( $\tau_I = 8.6 \cdot 10^{11}$ ) (а) и высокой скорости реакции зарождения цепей ( $\tau_I = 2.5 \cdot 10^{12}$ ) (б)

$8.6 \cdot 10^{11}$ . Сопоставляя этот случай с тем, что наблюдался при  $\tau_I = 10^8$  (см. рис. 1, а), можно выделить ряд различий. При  $\tau_I = 10^8$  давление в ударной волне падает до значения  $P_{sh} \approx 4$ , а при  $\tau_I = 8.6 \cdot 10^{11}$  — до  $P_{sh} \approx 8$ . Примечательно, что последнее значение близко к давлению Неймана в ударной волне ( $P_{VN} = 8.31$ ) в случае детонации ЧЖ. Как видно из рис. 2, а, при энергиях инициирования, меньших  $E_0$  (например,  $E_0 = 1365.45$ ), детонация не происходит. Это показывает, что давление в ударной волне в процессе инициирования детонации не должно падать ниже некоторого критического зна-

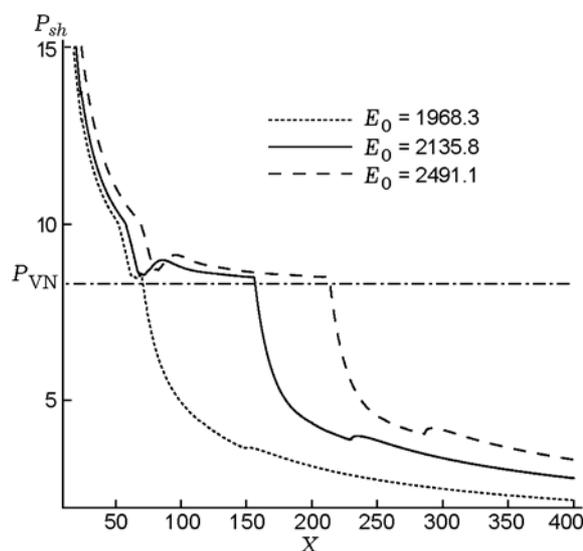


Рис. 3. Режим, когда формирования детонации не происходит. Расчет выполнен для очень низкой скорости реакции зарождения цепей ( $\tau_I = 4.22 \cdot 10^{12}$ )

чения. Из сопоставления трех вышеприведенных случаев следует, что критическое значение давления повышается с ростом  $\tau_I$ . Таким образом, при достаточном увеличении  $\tau_I$  инициирование может не произойти, если давление в ударной волне ниже  $P_{VN}$ . Это отражено на рис. 2, б, где показано инициирование детонации при  $P_{sh} \approx P_{VN}$ . В таких условиях критический режим инициирования аналогичен сверхкритическому. С другой стороны, пульсирующий режим детонации невозможен, поскольку в результате любых осцилляций неизбежно произойдет уменьшение давления ниже значения  $P_{VN}$  с последующим затуханием детонации. При дальнейшем увеличении  $\tau_I$  минимальное допустимое давление становится больше  $P_{VN}$  и детонация ЧЖ не формируется. Это показано на рис. 3 для  $\tau_I = 4.22 \cdot 10^{12}$ . Видно, что детонации нет даже при давлении выше величины  $P_{VN}$ . Увеличение  $E_0$  приводит лишь к тому, что отказ регистрируется на более далеком расстоянии от места инициирующего взрыва.

Полученный предел детонации соответствует большому значению  $\tau_I$ , при котором скорость реакции зарождения цепей слишком мала для того, чтобы инициировать реакции в исходной смеси за фронтом ударной волны. Такой случай ранее уже рассматривался, и механизм этого процесса подробно описан в [13].

Приведенные выше результаты свидетельствуют о ключевой роли стадии зарождения цепи при инициировании детонации взрывом. Кинетический параметр  $\tau_I$  определяет минимальное допустимое давление во фронте ударной волны, при котором возможно инициирование детонации.

Важно также отметить, что в случаях с малым и большим значениями  $\tau_I$  усиление ударной волны при инициировании детонации происходит по-разному. При малом времени  $\tau_I$  (например,  $\tau_I = 10^8$ ) давление в ударной волне возрастает скачкообразно до высокого значения  $P_{sh} \approx 15$  (см. рис. 1, *a*), тогда как при большом времени  $\tau_I$  (например,  $\tau_I = 8.6 \cdot 10^{11}$ ) оно повышается лишь до значения  $P_{sh} \approx 8$  (см. рис. 2, *a*). Механизм такого резкого усиления ударной волны (см. рис. 1, *a*) можно объяснить, если рассмотреть нестационарную структуру волны детонации в различные моменты времени. На рис. 4, *б* показана нестационарная структура в моменты времени, когда ударная волна находится в различных положениях (соответствующих положениям 1–4 на рис. 4, *a*). На рис. 4, *б* приведены профили давления (с целью наглядного представления усиления или ослабления ударной волны) и массовых долей горючего и радикалов (для отображения зоны химических реакций). Ударная волна, проходя положение 1, ослабляется за счет следующей за ней волны разрежения, подобно тому, как это происходит во взрывной волне в инертной среде. При прохождении ударной волной положения 2 формируется импульс давления из-за выделения энергии в зоне реакции. Этот импульс движется к фронту ударной волны и ведет к нему зону реакции. Чем больше горючего реагирует, тем больше выделяется энергии, в результате чего импульс давления усиливается. В конечном итоге, когда волна проходит положение 3, импульс давления превращается в новую детонационную волну. Эта детонационная волна движется к ударному фронту через прогретую ударной волной среду, достигает ее и усиливает до давления  $P_{sh} \approx 15$ . В дальнейшем давление в скачке уплотнения падает до значения  $P_{VN}$ . Такой механизм аналогичен тому, что наблюдался экспериментально в работе [19] и позднее был воспроизведен численно другими авторами (см., например, [7]). Процесс возникновения и усиления импульса давления сильно зависит от времени  $\tau_I$ . При малых временах ( $\tau_I = 10^8$ ) импульс давления существен-

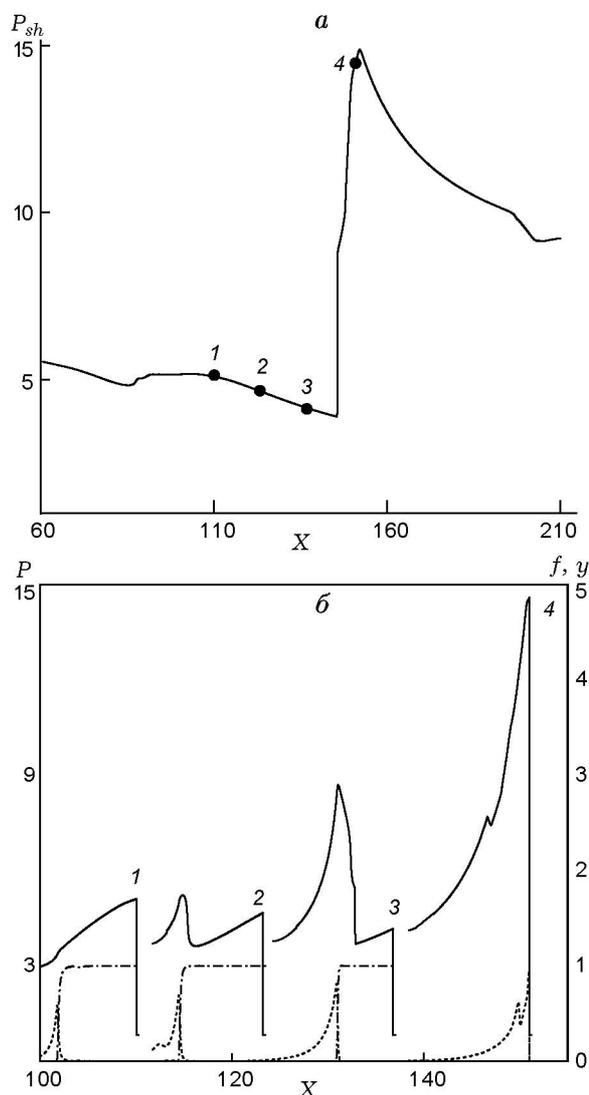


Рис. 4. Давление за ударной волной (*a*) и профили давления (сплошные линии), массовой доли радикалов (пунктир) и массовой доли горючего (штрихпунктирная линия) при инициировании детонации (*б*) ( $\tau_I = 10^8$ )

но усиливается за счет тепловыделения в химических реакциях и в конце концов превращается в новую волну детонации. При средних временах ( $\tau_I = 10^{10}$ ) импульс давления усиливается незначительно по сравнению с предыдущим случаем и потому не превращается в детонационную волну. Это обусловлено двумя причинами. Во-первых, при  $\tau_I = 10^{10}$  скорость реакции зарождения цепей меньше, поэтому в ней образуется меньшее количество радикалов и, как следствие, процесс горения начинается позднее. Во-вторых, также меньше и длина

участка с прогретой средой, по которой проходит и усиливается за счет химических реакций импульс давления. Таким образом, при больших временах  $\tau_I$  усиление импульса слабее. При  $\tau_I > 8 \cdot 10^{11}$  наблюдается формирование лишь незначительного импульса давления.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача прямого инициирования детонации при низкой скорости реакции зарождения цепей. Характерное время стадии зарождения цепей ( $\tau_I$ ) использовалось в качестве основного кинетического параметра. Основные результаты настоящей работы:

- Минимальное давление в скачке уплотнения на стадии ослабления исходной ударной волны увеличивается с ростом  $\tau_I$  и стремится к давлению Неймана  $P_{VN}$ . В результате при больших значениях  $\tau_I$  критический режим инициирования аналогичен сверхкритическому. Параметр  $\tau_I$  определяет минимальное допустимое давление в ударной волне. При больших временах  $\tau_I$  невозможен пульсирующий режим детонации, поскольку давление в скачке уплотнения не может быть ниже минимально допустимого. Поэтому при больших  $\tau_I$  может существовать только устойчивая детонация.

- При малых временах  $\tau_I$  в режиме критического инициирования позади фронта ударной волны на стадии ее ослабления образуется новая детонационная волна, которая резко усиливает эту ударную волну. При средних временах  $\tau_I$  ударная волна во время ее ослабления усиливается только импульсом давления, величина которого уменьшается с увеличением  $\tau_I$ . При большом времени  $\tau_I$  формируется очень слабый импульс давления.

- Период ослабления исходной ударной волны уменьшается с увеличением времени  $\tau_I$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Zel'dovich Ya. B., Kogarko S. M., Simonov N. N. Experimental study of spherical gas detonation // *Z. Tekh. Fiz.* — 1956. — Bd 26, N 8. — S. 1744–1769.
2. Когарко С. М., Адушкин В. В., Лямин А. Г. Исследование сферической детонации газовых смесей // *Физика горения и взрыва.* — 1965. — Т. 1, № 2. — С. 22–34.
3. Левин В. А., Марков В. В. Возникновение детонации при концентрированном подводе энергии // *Физика горения и взрыва.* — 1975. — Т. 11, № 4. — С. 623–633.
4. Chernyi G. G., Korobeinikov V. P., Levin V. A., Medvedev S. A. Motion of combustible gas mixtures associated with detonation waves // *Astronaut. Acta.* — 1970. — V. 15. — P. 259–266.
5. Eckett C. A., Quirk J. J., Shepherd J. E. The role of unsteadiness in direct initiation of gaseous detonation // *J. Fluid Mech.* — 2000. — V. 421. — P. 147–183.
6. Sharpe G. J., Falle A. E. G. One-dimensional numerical simulation of idealized detonations // *Proc. Roy. Soc. of London. A.* — 1999. — V. 455. — P. 1203–1214.
7. Mazaheri K. Mechanism of the onset of detonation in direct initiation: Ph. D. Thesis. — Department of Mechanical Engineering, McGill University, Canada, 1997.
8. Korobeinikov V. P., Levin V. A., Markov V. V., Chernyi G. G. Propagation of blast waves in a combustible gas // *Astronaut. Acta.* — 1972. — V. 17. — P. 529–537.
9. Dold J. W., Kapila A. K. Comparison between shock initiation of detonation using thermally-sensitive and chain branching chemical models // *Combust. Flame.* — 1991. — V. 85. — P. 194.
10. Short M., Quirk J. J. On the nonlinear stability and detonability of a detonation wave for a model three-step chain-branching reaction // *J. Fluid Mech.* — 1997. — V. 339. — P. 89–119.
11. Ng H. D., Lee J. H. S. Direct initiation of detonation with a multi-step reaction scheme // *J. Fluid Mech.* — 2003. — V. 476. — P. 179–211.
12. Liang Z., Bédard-Tremblay L., Bauwens L. Planar detonation structure for chain-branching kinetics with large activation energy and small initiation rate // *J. Loss Prevention in the Process Industries.* — 2007. — V. 20. — P. 570–577.
13. Mazaheri K., Hashemi S. A. The effect of chain initiation reaction on the stability of gaseous detonations // *Combust. Sci. Technol.* — 2007. — V. 179. — P. 1701–1736.
14. Bourlioux A. Numerical studies of unstable detonations: Ph. D. Thesis. — Department of Applied and Computational Mathematics, Princeton University, U.S.A., 1991.
15. Colella P., Woodward P. R. The piecewise parabolic method (PPM) for gas-dynamical simulations // *J. Comput. Phys.* — 1984. — V. 54. — P. 174–201.
16. Chern I. L., Colella P. A conservative front tracking method for hyperbolic conservation laws. — Lawrence Livermore National Laboratory, UCRL 97200, 1987.
17. Berger M. J., Colella P. Local adaptive mesh refinement for shock hydrodynamics // *J. Comput. Phys.* — 1989. — V. 82. — P. 64–84.
18. Taylor G. The dynamics of the combustion products behind plane and spherical detonation fronts in explosives // *Proc. Roy. Soc. of London. A.* — 1950. — V. 200. — P. 235–247.

19. **Knystautas R.** An experimental study of spherical gaseous detonation waves: Ph. D. Thesis. — Department of Mechanical Engineering, McGill University, Canada, 1968.

*Поступила в редакцию 7/VII 2009 г.,  
в окончательном варианте — 14/X 2009 г.*

---