

4. Guildner L. A. The thermal conductivity of carbon dioxide in the region of the critical point. J. Res. Nat. Bur. Standards A, 1962, vol. 66, No. 4; Proc. Nat. Acad. Sci., U.S.A., 1958, vol. 44, p. 1149.
5. Амирханов Х. И., Адамов А. П. Теплопроводность двуокиси углерода вдоль пограничной кривой и в области критического состояния. Теплоэнергетика, 1963, № 7.
6. Michels A., Sengers J. V., Van der Gulik P. S., The thermal conductivity of carbon dioxide in the critical region. Physica, 1962, vol. 28, No. 12.
7. Скрипов В. П. Структурные особенности вещества вблизи критической точки и явления переноса. Тр. Совещания «Критические явления и флуктуации в растворах», 1960. Изд-во АН СССР, М., 1960.
8. Семенченко В. К. Термодинамика критических и закритических явлений в растворах. Ж. физ. химии, 1961, т. 35, № 11, стр. 2448.
9. Кутателадзе С. С., Боришанский В. М. Справочник по теплопередаче. Госэнергоиздат, 1959.
10. Эккерт Э. Р., Дрейк Р. М. Теория тепло- и массообмена. Госэнергоиздат, 1961.

ТЕПЛООБМЕН ОТ ЦИЛИНДРА В ЗВУКОВОМ ПОЛЕ ПРИ ЧИСЛАХ ГРАСГОФА, СТРЕМЯЩИХСЯ К НУЛЮ

А. П. Бурдуков, В. Е. Накоряков

(Новосибирск)

Процессы переноса между твердым телом и жидкой или газообразной средой существенно ускоряются при относительном колебательном движении тела и среды [1-4]. Соображения о механизме воздействия звуковых колебаний на процессы переноса ограничиваются предположениями о воздействии звука на тепловой и диффузионный пограничные слои. В литературе высказывается мнение, что на настоящем этапе представлений о механизме этого процесса невозможен теоретический анализ процессов переноса в звуковом поле [5]. Ниже строятся некоторые соотношения, определяющие интенсивность переноса тепла в звуковом поле при предельных значениях безразмерных комплексов, характеризующих этот процесс.

Индексы и символы: штрих — пульсирующая составляющая температуры и скорости; \circ — стационарная составляющая температуры и скорости; erf — интеграл вероятности; $\langle \rangle$ — знак усреднения по времени.

Обозначения

x — продольная координата,	δ_2 — толщина теплового пограничного слоя,
y — поперечная координата,	D — коэффициент температуропроводности,
t — время,	P — число Прандтля,
u — продольная составляющая скорости,	G — число Грасгофа,
v — поперечная составляющая скорости,	N — число Нуссельта, построенное по диаметру,
s — амплитуда смещения частиц среды,	N_0 — тоже, построенное по радиусу,
ω — круговая частота колебаний,	ψ — функция тока,
B — амплитуда колебательной скорости,	T — температура стенки,
λ — длина волны,	η — безразмерная координата,
R — радиус цилиндра,	δ_1 — толщина динамического пограничного слоя,
T — температура,	
$\tau = \omega t$ — безразмерное время,	
ν — коэффициент кинематической вязкости,	

$$\eta = y\sqrt{\omega/2\nu}, \quad U = u/B, \quad V = v/B, \quad X = x/R, \quad Y = y/R$$

§ 1. В системе координат Oxy (фиг. 1) уравнения динамического пограничного слоя и граничные условия в безразмерном виде имеют вид

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{s}{R} V \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{s}{R} U \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\nu}{\omega R^2} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{s}{R} U^\circ \frac{\partial U^\circ}{\partial X} + \frac{\partial U^\circ}{\partial \tau} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad U = 0, \quad V = 0 \quad \text{при } y = 0; \quad U = U^\circ = 2 \sin X \cos \tau \quad \text{при } y = \infty \quad (1.2)$$

Соотношения (1.1) и все последующие выкладки справедливы при

$$\frac{\nu}{\omega R^2} \ll 1, \quad G \ll 1, \quad \frac{\lambda}{2\pi R} > 1 \quad (1.3)$$

Рассмотрим случай, когда $s/R \ll 1$.

Экспериментальные исследования [6-8] показали, что при этом в жидкости возникают стационарные циркуляционные токи — вторичные течения (фиг. 2).

Предположим, что интенсивность переноса тепла определяется скоростью вторичных течений. Тогда задача сводится к определению поля температур в тепловом пограничном слое, развивающемся от той образующей цилиндра, на которую набегают вторичные течения (фиг. 1). Г. Шлихтингу удалось [8] найти выражения для скорости вторичных течений, решив систему уравнений (1.1)–(1.2) методом последовательных приближений.

Продольная составляющая скорости по Г. Шлихтингу определяется выражением $u = u_0 + u'$, где u_0 — стационарная и u' — пульсирующая составляющие скорости.

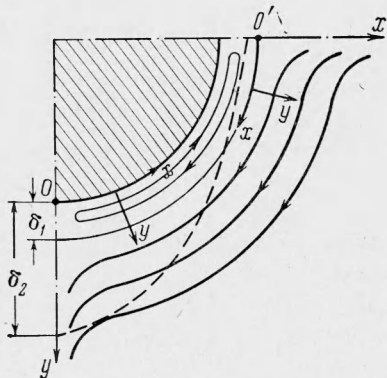
Распределение стационарной и пульсирующей компонент скорости дается формулами

$$u_0 = 2 \frac{B^2}{\omega R} \sin \frac{2x}{R} f(\eta) - \frac{3}{2} \frac{B^2}{\omega R} \sin \frac{2x}{R} \quad (1.4)$$

$$u' = 2B \sin \frac{x}{R} [\cos \omega t - e^{-\eta} \cos(\omega t - \eta)]$$

Здесь

$$f(\eta) = e^{-\eta} (1/2\eta + 2) \sin \eta + 1/2 e^{-\eta} (1 - \eta) \cos \eta + 1/4 e^{-2\eta}$$



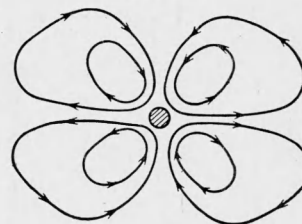
Фиг. 1

Толщина динамического пограничного слоя одинакова для стационарной и пульсирующей компонент и очень мала; она равна $\delta_1 = \sqrt{2\nu/\omega}$. При $y > \delta_1$, т. е. за пределами динамического пограничного слоя, имеется установившееся течение, продольная составляющая скорости которого равна

$$u_0 = -\frac{3}{2} \frac{B^2}{\omega R} \sin \frac{2x}{R}$$

В первоначальной системе координат Oxy (фиг. 1) скорость вторичных течений отрицательна. Записываем уравнение переноса тепла в системе координат $O'xy$ (фиг. 1) с началом O' , совпадающим с критической точкой вторичных течений

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} - D \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \\ T = T_w \quad \text{при } y = 0 \\ T = 0 \quad \text{при } y = \infty \end{aligned} \quad (1.5)$$



Фиг. 2

Продольная составляющая скорости определится следующим соотношением

$$u = \frac{3}{2} \frac{B^2}{\omega R} \sin \frac{2x}{R} - \frac{2B^2}{\omega R} \sin \frac{2x}{R} f(\eta) + 2B \cos \frac{x}{R} [\cos \omega t - e^{-\eta} \cos(\omega t - \eta)]$$

Поперечная составляющая скорости определится из уравнения (1.2). Представим поле температур в виде

$$T = T_0 + T' \quad (1.6)$$

Здесь T_0 , T' — стационарная и нестационарная составляющие.

Подставив (1.6) в (1.5) и проведя усреднение уравнения (1.5) по правилам Рейнольдса, получим уравнение

$$u_0 \frac{\partial T_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial T_0}{\partial y} = D \frac{\partial^2 T_0}{\partial y^2} - \langle u' \frac{\partial T'}{\partial x} \rangle - \langle v' \frac{\partial T'}{\partial y} \rangle \quad (1.7)$$

Здесь два последних члена в правой части характеризуют «пульсационную теплопроводность».

Далее проведем оценку соотношения толщин динамического и теплового слоев. Полагая, как обычно,

$$\delta_2 = \left(\frac{Rv}{u_0} \right)^n P^{-m}$$

получим для рассматриваемого случая

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{(2\nu/\omega)^{1/2}}{(Rv/u_0)^n P^{-m}}$$

Взяв для простоты $n = 1/2$, получаем

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} \approx \frac{s}{R} P^m$$

При $s/\bar{R} \ll 1$ и $\bar{P} \ll 1$ толщина динамического пограничного слоя много меньше толщины теплового пограничного слоя. Для области чисел Прандтля P , характерных для газов, можно пренебречь термическим сопротивлением динамического пограничного слоя.

При этом предположении составляющие скорости в пределах теплового пограничного слоя могут быть записаны в виде

$$u_0 = A \sin \frac{2x}{R}, \quad v_0 = -\frac{2A}{R} y \cos \frac{2x}{R} \quad \left(A = \frac{3}{2} \frac{B^2}{\omega R} \right) \quad (1.8)$$

$$u' = 2B \cos \frac{x}{R} \cos \omega t, \quad v' = \frac{2B}{R} \sin \frac{x}{R} \left(y \cos \omega t - \frac{\delta_1}{2} \cos \omega t - \frac{\delta_1}{2} \sin \omega t \right) \quad (1.9)$$

Интересно получить решение уравнения (1.7), не учитывая «пульсационной теплопроводности». В этом случае имеем

$$u_0 \frac{\partial T_0}{\partial x} + v_0 \frac{\partial T_0}{\partial y} = D \frac{\partial^2 T_0}{\partial y^2} \quad (1.10)$$

при граничных условиях

$$T_0 = T_w \quad \text{при } y = 0, \quad T_0 = 0 \quad \text{при } y = \infty.$$

Для решения уравнения (1.10) перейдем от прямоугольных координат x, y к переменным Мизеса x, ψ . Имея в виду, что $u_0 = \partial\psi/\partial x$ и $v_0 = -\partial\psi/\partial y$, получим

$$\frac{\partial T_0}{\partial x} = AD \frac{\partial^2 T_0}{\partial \psi^2} \sin \frac{2x}{R}$$

Это уравнение приводится к уравнению теплопроводности

$$\frac{\partial T_0}{\partial \theta} = D \frac{\partial^2 T_0}{\partial \psi^2} \quad \left(\theta = \int_0^x A \sin \frac{2x}{R} dx \right) \quad (1.11)$$

с граничными условиями

$$T_0 = T_w \quad \text{при } y = 0, \quad T_0 = 0 \quad \text{при } y = \infty, \quad T_0 = 0 \quad \text{при } \theta = 0, \psi = 0$$

Решение уравнения (1.11) записывается в виде

$$T_0 = T_w \left(1 - \operatorname{erf} \frac{\psi}{2\sqrt{D\theta}} \right) \quad (1.12)$$

Из (1.12) получаем, что для рассматриваемых условий число Нуссельта, построенное по радиусу

$$N_0 = \frac{\sqrt{\delta_1 B}}{\sqrt{\pi \omega D}} \cos \frac{x}{R} \quad (1.13)$$

Усредненное уравнение (1.7) содержит неизвестную величину пульсации температуры в тепловом пограничном слое.

Лайтхилу [3] удалось построить теорию, позволяющую вычислить величину пульсации температуры за счет пульсации скорости в ламинарном пограничном слое.

Оказалось, что при $y > \delta_1$ пульсация температуры определяется соотношением

$$T' = - \int u' \frac{\partial T_0}{\partial x} dt - \int v' \frac{\partial T_0}{\partial y} dt$$

Используя (1.9), имеем

$$T' = -2B \cos \frac{x}{R} \frac{\sin \omega t}{\omega} \frac{\partial T_0}{\partial x} - \frac{2B}{R} \sin \frac{x}{R} \frac{\partial T_0}{\partial y} \left[\frac{y \sin \omega t}{\omega} - \frac{\delta_1}{2\omega} \sin \omega t + \frac{\delta_1}{2\omega} \cos \omega t \right] \quad (1.14)$$

Из (1.9) и (1.14) легко получить выражения для членов «пульсационной теплопроводности»

$$\left\langle u' \frac{\partial T'}{\partial x} \right\rangle + \left\langle v' \frac{\partial T'}{\partial y} \right\rangle = -\frac{B^2 \delta_1}{\omega R^2} \cos \frac{2x}{R} \frac{\partial T_0}{\partial y} \quad (1.15)$$

Подставив (1.8) и (1.15) в (1.7) и выполнив некоторые преобразования, приходим к уравнению

$$\frac{\partial^2 T_0}{\partial \xi^2} + k(X) \xi \frac{\partial T_0}{\partial \xi} = M(X) \frac{\partial T_0}{\partial X}$$

Здесь

$$\xi = 3y + \delta_1, \quad M(X) = \frac{1}{6} \frac{B^2}{\omega R^2 D} \sin 2X, \quad k(X) = \frac{1}{3} \frac{B^2}{\omega R^2 D} \cos 2X$$

Используя подстановку Швеца [10]

$$z = \xi \left[e^{-c(X)} \int_0^X \frac{e^{c(X)}}{M(X)} dX \right]^{-1/2}, \quad c(X) = 2 \int_0^X \frac{k(X)}{M(X)} dX$$

приходим к уравнению

$$\frac{\partial^2 T_0}{\partial z^2} + \frac{1}{2} z \frac{\partial T_0}{\partial z} = 0$$

общее решение которого имеет вид

$$T_0 = C_1 + C_2 \operatorname{erf} (1/2z)$$

Удовлетворяя граничным условиям, получим

$$T_0 = T_w \left[1 - \operatorname{erf} \frac{(3y + \delta_1) B \cos X}{\sqrt{6\omega R^2 D}} \right] \left[1 - \operatorname{erf} \frac{B \delta_1 \cos X}{\sqrt{6\omega R^2 D}} \right]^{-1}$$

откуда после простых вычислений находим

$$N_0 = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{\pi}} \cos X \frac{B}{\sqrt{\omega D}} \frac{\exp[-1/3 P (s^2/R^2) \cos^2 X]}{1 - \operatorname{erf} 1/3 \sqrt{3} (s/R) P^{1/2} \cos X} \quad (1.16)$$

Сравнивая (1.13) и (1.16), видим, что учет пульсационного переноса тепла приводит к появлению в решении добавочного множителя, который всегда несколько больше 1.

При $s/R \ll 1$ и $P \ll 1$ этот множитель практически равен и все тепло переносится вторичными акустическими течениями. Интенсивность переноса тепла определяется формулой (1.13), которая в среднем для цилиндра имеет вид

$$N = 1.76B^* \left(B^* - \frac{B}{\omega D} \right) \quad (1.17)$$

Полученная формула связывает интенсивность переноса тепла с основными параметрами звукового поля.

§ 2. При экспериментальном исследовании теплообмена от цилиндра необходимо было выполнить следующие предпосылки.

(1) Влияние свободной конвекции должно быть пренебрежимо малым.

(2) Амплитуда смещения среды должна быть меньше размера тела, т. е. $s/R < 1$.

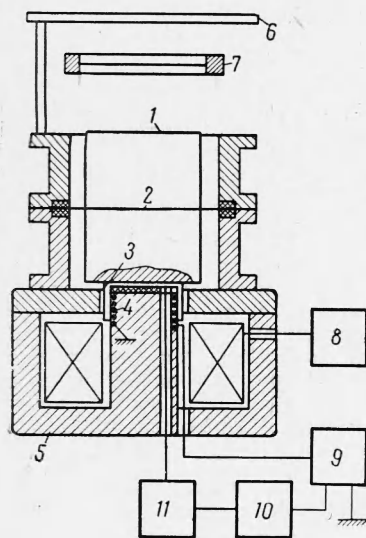
(3) Длина волны колебаний должна быть больше размера тела $-\lambda/2\pi R > 1$.

Первое условие может быть выполнено за счет диаметра цилиндра и температурного напора, второе и третье — за счет соответствующего выбора параметров звукового поля.

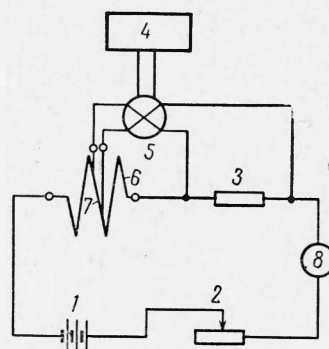
Исходя из указанных условий, в экспериментах исследовался теплообмен от проволоочки в поле стоячих волн на границе звукового и ультразвукового диапазонов.

Для получения высокочастотных акустических колебаний использовался электродинамический генератор ультразвука, позволяющий, в отличие от газоструйных источников, получить чисто синусоидальные колебания фиксированной частоты при достаточно высоких интенсивностях звука.

Схема ультразвуковой установки приведена на фиг. 3. Цилиндр 1, излучатель акустических колебаний, крепится за тонкий фланец 2 в средней части, где амплитуда колебаний минимальна. Тонкостенное кольцо 3, выточенное заодно с цилиндром, является вторичной обмоткой высокочастотного трансформатора, первичная обмотка которого 4 помещена на керне электромагнита постоянного тока 5. Кроме того, на схеме указаны: 6 — отражатель, 7 — калориметр, 8 — выпрямитель подмагничивания, 9 — высокочастотный усилитель, 10 — фазовращатель, 11 — усилительно-питающее устройство. При подаче тока в первичную обмотку высоко-



Фиг. 3



Фиг. 4

частотного трансформатора в короткозамкнутом витке 3 индуцируется ток, взаимодействующий с постоянным полем электромагнита, в результате чего возникает сила, выталкивающая или втягивающая виток 3.

При совпадении частоты тока с собственной частотой колебаний цилиндра последний излучает в окружающую среду интенсивные акустические волны.

Для стабилизации работы излучателя применена электромеханическая обратная связь, состоящая из конденсатора обратной связи, усилительно-питающего устройства и фазовращателя. Частота и форма излучаемых колебаний контролировалась частотометром ИЧ-6 и осциллографом Duoskop.

Интенсивность колебаний измерялась сферическими титанат-бариевыми датчиками (диаметром 5 и 10 мм) акустического зонда АЗ-2, работающего с ламповым вольтметром ВЗ-2А. В экспериментах использовались излучатели с частотами 11,5 и 18 кгц. Для установления режима стоячих волн над верхним торцом излучателя устанавливался плоский металлический экран. Интенсивность колебаний в пучностях стоячей волны достигла 160 дб ($1 \text{ вт} / \text{см}^2$).

В экспериментах использовался калориметр из платиновой проволоки диаметром 195 мк и длиной около 200 мм, смонтированной в виде плоской спирали на константановых растяжках толщиной 50 мк в специальной оправке таким образом, что вся проволока находилась в звуковом поле постоянной интенсивности. Измерительная схема приведена на фиг. 4, где 1 — батарея аккумуляторов, 2 — реостат, 3 — нормальное сопротивление, 4 — потенциометр Р2/1, 5 — переключатель, 6 — проволочный калориметр, 7 — измерительный участок, 8 — амперметр.

Для исключения влияния стоков тепла с концов проволоки в ее средней части выделен измерительный участок 7 (фиг. 4) длиной 10 мм, соединенный с измерительными приборами вольфрамовыми проволочками толщиной 12 мк, прикрепленными к концам измерительного участка методом контактной сварки.

Диаметр и длина измерительного участка замерялись на горизонтальном компараторе ИЗА-2 с окулярным винтовым микрометром МОВ-1-15 с точностью до нескольких мк. Температура определялась по температурной зависимости сопротивления платины [1] с точностью не менее 1%. Температура окружающего воздуха замерялась медь-константановой термопарой.

Сопротивление измерительного участка при температуре 20° С определялось расчетом, а также по замеру падения напряжения при очень малых токах.

